



抗震工程学

Aseismic Engineering

● 沈聚敏 周锡元 高小旺 刘晶波 编著

中国建筑工程出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

抗 震 工 程 学

Aseismic Engineering

沈聚敏 周锡元 编著
高小旺 刘晶波

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

抗震工程学/沈聚敏, 周锡元, 高小旺等编著. —北京:

中国建筑工业出版社, 2000.12

ISBN 7-112-04474-X

I. 抗… II. ①沈…②周…③高… III. ①抗震结构-结构设计 ②抗震结构-工程施工 IV. TU352.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 57647 号

我国是一个多地震国家, 海城、唐山等强烈地震给人民的生命财产造成了巨大损失。减轻地震灾害一直是地震工程和工程抗震科技工作者为之奋斗的目标。本书涉及工程抗震学的各个领域。第一篇重点介绍地震地面运动特性、地震动的随机过程描述、地震区划、场地相关抗震设计反应谱及其工程应用等。第二篇集中介绍结构地震反应分析的理论基础和实用方法, 其中包括结构动力学原理、线性和非线性地震反应和结构随机振动分析方法。第三篇为结构抗震设计方法与抗震加固技术, 在该篇中对抗震设计原则进行了比较深入的分析, 对各类结构抗震能力的理论和试验研究成果作了综合性的介绍, 其中包括砌体结构、高层钢筋混凝土结构和高层钢结构等的概念设计、抗震验算和构造措施等。书中对未经抗震设防的砌体结构和钢筋混凝土结构的抗震能力评价和抗震加固方法也作了概括性的介绍。

本书的读者对象为工程抗震科学研究者、土木工程专业的研究生、本科生和工程抗震设计人员等。

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

抗震工程学

Aseismic Engineering

沈聚敏 周锡元 编著
高小旺 刘晶波

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京二二〇七工厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 46 1/4 字数: 1135 千字

2000 年 12 月第一版 2000 年 12 月第一次印刷

印数: 1—2000 册 定价: 98.00 元

ISBN 7-112-04474-X

TU·3978 (9944)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

我国是一个多地震的国家，海城、唐山等强烈地震给人民的生命财产造成了巨大损失。对于地震灾害，应贯彻预防为主方针，而其中最根本的预防措施为搞好抗震设防，提高工程结构的抗震能力。因此，提高工程技术人员和工程结构专业大学生、研究生的工程抗震理论和实际应用能力，对于搞好工程抗震的科研，提高工程抗震的设计水平和工程质量具有重要的意义。

本书是一本抗震工程学专著，注重理论的系统性和应用的可操作性。作者力图以建筑抗震设计为主线将抗震工程学的主要内容有机地联系起来，并自成系统，使读者对抗震工程学的学科体系、理论方法和主要内容有清晰和深入的了解，并可在此基础上从事有关的科学研究和工程实践活动。本书编写期间正逢建筑抗震设计规范修订，部分作者还是修订组的主要成员，也就很自然地将有关的修订内容纳入书中，这对于读者学习和掌握新规范的内容也是很有帮助的。

以往涉及抗震工程的书籍可分为两类：一类为地震工程理论，主要讲述地震学原理、地震发生模型及其影响、结构地震反应、抗震分析方法、设计和工程实践方面的内容涉及较少；另一类为结构抗震设计，如砌体结构抗震设计、单层厂房以及高层建筑抗震设计等。本书在一定程度上弥补了两者之间的空缺，将地震和地面运动、结构地震反应、结构抗震设计理论、原则、结构损伤评估与抗震加固、结构模型试验技术有机地结合起来，促进抗震工程的研究和应用。

本书涉及了国内外工程抗震学科重点研究的几个方面：结构随机振动分析，主要是结构非线性随机地震反应分析；地震作用下材料与构件性态的控制；抗震设计原则和各类结构抗震性能评价以及隔震与减震等。本书力图把工程抗震理论与工程应用方面的研究成果和实际经验结合起来，以便于理解和应用。希望有助于提高工程抗震科研和设计的理论水平，为进一步搞好工程抗震的科学研究、提高工程抗震能力和减轻地震灾害做出贡献。

本书的写作框架和大纲由沈聚敏教授提出。第1~4章由周锡元执笔，第5~7章和第11章由刘晶波执笔，第8章、第14章、第19~21章和第23、24章由高小旺执笔，第10章、第12、13章和第25章由沈聚敏执笔，第15~17章由沈聚敏和高小旺共同完成，第22章由聂建国执笔，第18章由张晋勋执笔，第9章由王巍执笔。本书由周锡元、高小旺定稿。张美丽为整理、抄写沈聚敏的书稿花费了大量的劳动，肖伟、王菁、王金妹、孟钢、周晓夫为本书的一些算例和一些插图等做了大量工作。

作者虽然长期从事工程抗震科研工作，但限于水平和知识面的局限性难免有疏漏之处，敬请读者批评指正。

目 录

第一篇 强震地面运动和设计反应谱

第 1 章 地震与地震区划

1.1 地震成因与地震类型	1
1.2 地震波与地震观测	3
1.3 震源、震级和震中	7
1.4 地震宏观破坏现象与震害	7
1.5 地震烈度与震害指数	8
1.6 烈度衰减规律	15
1.7 场地因素对烈度的影响	16
1.8 中国的地震与地震区划	19

第 2 章 地震动的随机过程描述

2.1 强震地面运动的一维概率分布	26
2.2 非平稳随机过程的二维联合概率分布和相关特性	29
2.3 平稳和平稳化随机过程的统计特征	31
2.4 谱密度及其与自相关函数的关系	33
2.5 互相关矩阵与互谱密度矩阵	38
2.6 谱参数及其物理意义	39
2.7 平稳过程的最大值分布	40
2.8 条件概率分布及其应用	45
2.9 地震动的随机过程模型	47

第 3 章 强震地面运动的一般特征和反应谱

3.1 单质点体系的地震反应	49
3.2 地震反应谱	53
3.3 地震傅里叶谱	58
3.4 强地震运动的一般特征和影响因素	60
3.5 弹塑性反应谱及其应用	62

第4章 地震动参数和设计反应谱

4.1 地震动参数衰减规律	68
4.2 抗震设计反应谱	74
4.3 场地分类方法及其在抗震设计规范中的应用	76
4.4 设计地震的选择	82
4.5 强震地面运动的模拟	84

第二篇 结构地震反应分析

第5章 多自由度体系的线性反应分析

5.1 集中质量法	87
5.2 有限单元法	87
5.3 广义坐标法	89
5.4 时域分析方法	90
5.5 频域分析方法	94
5.6 振型叠加法与反应谱理论	97

第6章 具有分布参数体系的线性分析

6.1 具有均匀分布质量的剪切梁	106
6.2 具有非均匀分布质量的剪切梁	112
6.3 具有分布质量的弯曲梁	116
6.4 三维波动方程	119
6.5 体波	120
6.6 面波	124
6.7 波的反射与折射	128

第7章 实用振动分析

7.1 概述	132
7.2 基本模态的迭代方法	132
7.3 高阶模态的迭代方法	134
7.4 Rayleigh 法	138
7.5 Rayleigh-Ritz 法	139
7.6 Dunkerley 法	141

第8章 线性结构随机振动分析

8.1 随机过程的定义和数学描述	143
8.2 单自由度线性体系的随机激励反应	151

8.3 多自由度线性体系对平稳随机激励的反应	156
8.4 随机影响的门槛交叉及峰值分布问题	158

第 9 章 结构非线性地震反应分析

9.1 恢复力模型	164
9.2 非线性问题的数值解法	178
9.3 非平衡力及拐点的处理	185
9.4 串联多自由度体系	185
9.5 平面框架和框架剪力墙体系	187
9.6 高层建筑偏心支撑钢框架	189
9.7 多维地震动下的框架结构	193
9.8 结构倒塌反应分析	195

第 10 章 结构物的弹塑性随机响应分析

10.1 概述	199
10.2 弹塑性恢复力的傅里叶积分描述	200
10.3 Fokker-Planck 方法	209
10.4 等价线性化方法	214
10.5 剪弯型多自由度系统非线性随机响应分析	219

第 11 章 土—结构相互作用

11.1 基本概念和研究方法	227
11.2 透射边界	232
11.3 地震波输入	242
11.4 土—结构相互作用分析的一种直接法	252

第 12 章 周期反复荷载作用下钢筋混凝土材料及构件的性能

12.1 钢材	263
12.2 混凝土的变形	266
12.3 约束混凝土	270
12.4 钢筋的粘结和锚固	275
12.5 钢筋混凝土构件的极限变形与延性	282
12.6 约束构件的延性比	287
12.7 钢筋混凝土柱滞回曲线	289
12.8 由钢筋粘结滑移产生的附加变形	293

第三篇 结构抗震设计与抗震加固

第 13 章 抗震设计原则

13.1 设防标准与抗震设计目标	297
13.2 抗震概念设计的一般原则	301
13.3 规则结构与不规则结构	310
13.4 抗震设计的一般要求	314

第 14 章 地震作用和结构抗震验算

14.1 结构自振周期的工程算法	322
14.2 水平地震作用计算的反应谱方法	326
14.3 竖向地震作用的简化计算方法	339
14.4 截面抗震验算	342
14.5 结构抗震变形验算	352

第 15 章 钢筋混凝土框架结构

15.1 钢筋混凝土框架房屋的震害	370
15.2 钢筋混凝土框架结构的抗震性能	371
15.3 抗震设计的基本要求	375
15.4 钢筋混凝土框架结构的抗震验算	381
15.5 钢筋混凝土框架结构的抗震构造措施	389
15.6 计算例题	392

第 16 章 钢筋混凝土抗震墙结构

16.1 钢筋混凝土抗震墙结构的抗震性能	415
16.2 高层钢筋混凝土抗震墙结构和钢筋混凝土框架-抗震墙结构房屋的震害	418
16.3 钢筋混凝土抗震墙房屋的结构布置	419
16.4 钢筋混凝土抗震墙结构的内力计算	421
16.5 截面抗震验算	426
16.6 抗震墙结构的抗震构造措施	431
16.7 底部大空间剪力墙结构的抗震设计	437
16.8 计算例题	443

第 17 章 钢筋混凝土框架-抗震墙结构

17.1 钢筋混凝土框架-抗震墙结构的受力特点	452
17.2 抗震设计的基本要求	453
17.3 框架-抗震墙结构的内力分析	456

17.4	框架-抗震墙结构中框架的剪力调整	463
17.5	框架-抗震墙结构的截面承载力计算和抗震构造措施	464
17.6	计算例题	465

第 18 章 钢筋混凝土筒体结构

18.1	概述	477
18.2	一般构造要求	478
18.3	近似抗震分析	480
18.4	筒体结构的弹塑性地震反应分析	481

第 19 章 多层砌体房屋

19.1	砌体房屋的抗震性能	483
19.2	砖砌体房屋的震害	486
19.3	多层砌体房屋抗震设计的基本要求	488
19.4	地震作用计算和截面抗震验算	492
19.5	主要抗震构造措施	496
19.6	抗震设计实例	503

第 20 章 底部框架抗震墙砖房

20.1	底层框架砖房的震害特点	519
20.2	底部框架抗震墙砖房的抗震性能	520
20.3	底部框架抗震墙砖房抗震设计的基本要求	532
20.4	地震作用计算和抗震验算	536
20.5	底层框架抗震墙砖房的底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房 第 2 层框架梁承担竖向荷载的合理取值	542
20.6	底部框架抗震墙砖房的主要构造措施	546
20.7	抗震设计实例	548

第 21 章 高层钢结构房屋

21.1	概述	559
21.2	钢结构构件的性能	560
21.3	高层建筑钢结构的结构体系	562
21.4	高层钢结构房屋的适用高度和结构布置	566
21.5	地震作用计算和抗震验算	567
21.6	高层钢结构梁柱节点设计的改进	573

第 22 章 钢-混凝土组合结构

22.1	概述	578
22.2	钢-混凝土组合结构的特点	578

22.3	钢-混凝土组合结构的适用范围	579
22.4	应用前景	579
22.5	钢-混凝土组合梁	579
22.6	钢-混凝土组合梁设计	583
22.7	组合梁截面抗剪	587
22.8	剪力连接件设计	587
22.9	钢-混凝土组合梁正常使用极限状态的验算	591
22.10	构造要求	593
22.11	工程应用实例	594

第 23 章 现有建筑的抗震鉴定

23.1	概述	598
23.2	抗震鉴定的基本要求	599
23.3	现有建筑结构的检测	603
23.4	多层砌体房屋抗震鉴定	608
23.5	多层钢筋混凝土框架房屋抗震鉴定	624

第 24 章 现有建筑的抗震加固技术

24.1	建筑抗震加固技术的研究	633
24.2	现有建筑抗震加固的基本要求	634
24.3	多层砖房抗震加固技术	637
24.4	钢筋混凝土房屋抗震加固技术	643

第 25 章 结构抗震试验

25.1	概述	649
25.2	结构模型设计与相似条件	650
25.3	反复荷载下结构的静力试验	659
25.4	结构拟动力试验	675
25.5	结构模型的振动台模拟地震试验	696
25.6	原型结构物的现场动力试验	716

第一篇 强震地面运动和设计反应谱

第1章 地震与地震区划

1.1 地震成因与地震类型

地震是我们栖居的星球——地球上的自然现象，它与地球本身的构造，尤其是它的表面结构，密切相关。

地球的半径约 6400km，简单地可分地壳、地幔、地核三部分。前二者平均厚度分别约为 30~40km 与 2850km，半径约 3500km 之内为地核部分。这三者的重力密度分别为 $27\sim30\text{N/cm}^3$ ， $33\sim55\text{N/cm}^3$ 与 $97\sim123\text{N/cm}^3$ ，平均重力密度约为 55N/cm^3 ，地球内部的温度是随距地表面深度增加而递增的，深度每增加 1 公里温度约升高 30°C ，但增长率随深度增加而减小。经推算，在地下 20km 深处的温度约为 600°C ，100km 处约为 $1000\sim1500^\circ\text{C}$ ；700km 处约为 2000°C ，地球内部的压力也是随距地表面的深度增加而增加的，有资料表明，地幔外部的压力约为 90kN/cm^2 （相当于 9t/cm^2 ），地核外部的压力约为 14000kN/cm^2 ，地核中的压力约为 37000kN/cm^2 。这些差别必将引起地壳的局部变形，变形积累到一定程度，将引出突变——爆发地震，一般表现三种类型的突变。

第一种突变：已有许多科学论据表明，全球地壳由六大板块组成，即欧亚大陆、太平洋、美洲大陆、非洲大陆、印澳与南极板块。各大板块内还可以划分为较小的板块。由于地壳的缓慢变形，各板块之间发生顶撞、插入等突变，形成地壳的振动，此即构造地震之一，它都发生在各板块的边缘或沿海的岛屿。我国的台湾岛和日本都位于大板块的交界处，所以是多地震的地区。

第二种突变：由于地球内外层构造的巨大差异，地区之间也有很大差别，板块内部也产生不均匀的应变，首先在地质构造不均匀处或薄弱处发生地层的错动或崩裂而形成地震。这是另一种构造地震。

这二种地震是最主要的，占地震总数中的绝大多数，释放的能量影响范围也很广。第一种地震主要发生在大陆的边缘，有很多是发生在大洋或海底，这种地震的破坏影响比起第二种地震要小。而后者多发生在大陆内部，通常称为板内地震，分布面比较广，不确定性大，虽然发生的概率较低，但有时其强度很大，如果发生在人口密集的大城市及其周边地区，其破坏性极大。如 1976 年的唐山大地震，在几十秒钟时间内，将一座用了近百年时间才建设起来的工业城市几乎夷为平地。

第三种突变：某些地壳薄弱点，发生火山喷射，也能造成地震，即所谓的火山地震。

这就是第三种构造地震。以上三种地震均是由于地壳的缓慢变化，能量积累到一定程度引起的破坏性地震。第三种地震相对于前两者来说，其能量与影响均要小很多。

第四种是塌陷地震：它的成因不外乎二种，一是由于岩层受地下水的侵袭形成溶洞；二是由古旧砂坑，当它们大到一定程度，将形成局部地层塌落，造成地面震动。如 1954 至 1985 年间在四川省自贡市发生多次地震，它的能量较小，震源浅，波及范围也小。此外还有爆炸地震和水库地震等。下面主要介绍一下构造地震的发生与发展过程。

地壳是由各种岩层构成的，大量事实说明，地壳是在很长的地质年代中连续地变动着，广大地区或在上升，或在下沉，或在倾斜。由于地球在它作用下使原始水平状态的岩层（图 1.1.1）发生形变，当着作用力只能使岩层产生弯曲而没有丧失其连续完整时，岩层只发生褶皱（图 1.1.2b）；但当岩层脆弱部分岩石强度承受不了强大力的作用时，岩层便产生了断裂和错动（断层，图 1.1.2c）。在这种地壳岩层构造状态的改变（称为构造变动）过程中，地壳岩层处在复杂的地应力作用状态之下，随着地壳运动的不断变化，地应力的作用逐渐加强，构造变动也随之加剧，当地应力的作用超过某处岩层的强度极限而发生突然的断裂和猛烈的错动时就会引起振动，它以弹性波的形式传到地面，地面也随之运动，这就是地震。地震使得构造运动过程中积累起来的应变得得到释放，地震波只是地震能量的一小部分，大部分变为热能。关于地震成因还有其他一些学说，但在地壳或地幔上部岩层由于力的作用达到极限时，岩石发生破裂引起地震这一点上是基本一致的。

那么引起地壳构造变动的巨大作用力是如何产生的呢？一般认为这可能有地球内部物质中的放射性元素在蜕变过程中释放的热能，天体，特别是太阳和月亮对地球的引力以

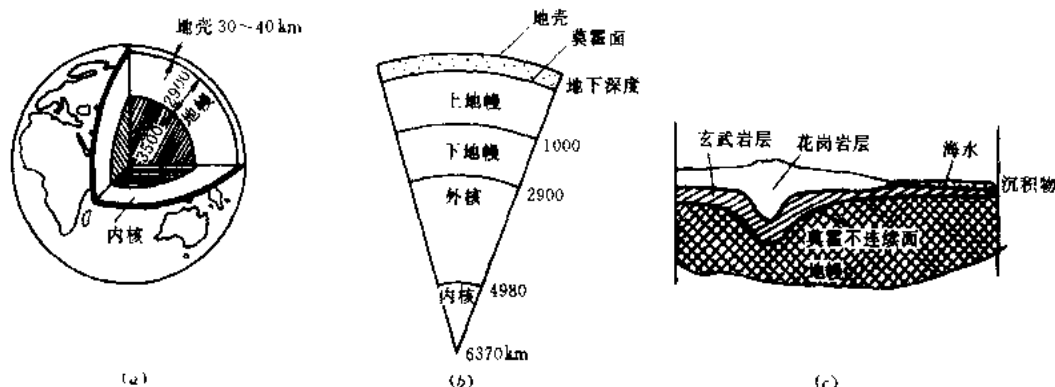


图 1.1.1 地球内部的分层构造
(a) 地球断面；(b) 分层结构；(c) 地壳剖面

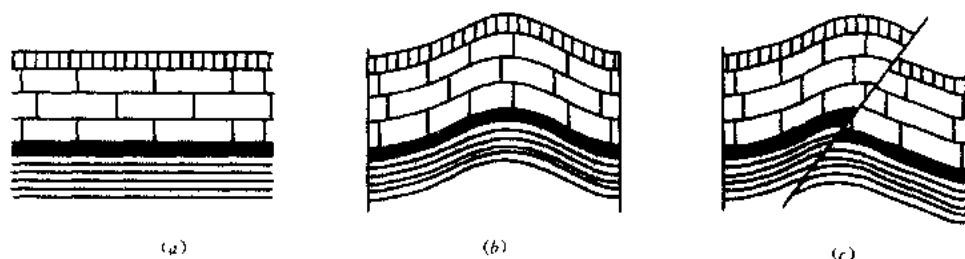


图 1.1.2 构造地震形成示意图
(a) 岩层原始状态；(b) 受力后发生变形；(c) 岩层断裂产生震动

及地球自转过程中产生的回转能等所引起的。

从上面已经知道，地震的发生与地质构造密切相关，那么哪些部位比较易于产生地震呢？一般说来，许多地震都集中发生在活动性大断裂带的两端和拐弯的部位、两条活动断裂的交汇处，以及现代断裂差异运动变化剧烈的大型隆起的和凹陷的转换地带。这些地方是地应力比较集中、构造比较脆弱的地段，往往易于发生强烈地震。

以上是关于地震类型和构造地震成因及其与地质构造关系的简单介绍，更详细的叙述可参考文献 [1]、[2]、[3]。

1.2 地震波与地震观测

地震引起的振动以波的形式从震源向各个方向传播，这就是地震波，地震波可以看作是一种弹性波，它主要包含可以通过地球本体的两种“体波”和只限于在地面附近传播的两种“面波”。下面分别介绍体波和面波的一些主要特性。关于地震波的更详细的介绍参见 6.4~6.7 节中的叙述

1.2.1 体波

体波包括“纵波”与“横波”两种类型。

纵波是由震源向外传递的胀缩波，质点的振动方向与波的前进方向一致，在空气里纵波就是声波，一般表现出周期短、振幅小；横波是由震源向外传递的剪切波，质点的振动方向与波的前进方向相垂直，一般表现为周期较长、振幅较大（见图 1.2.1），应指出，横波只能在固体里传播，而纵波在固体、液体里都能传播。

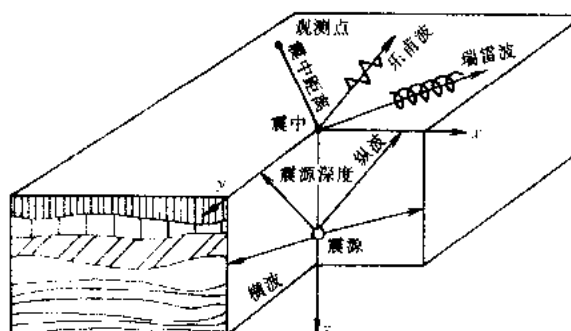


图 1.2.1 震源、震中示意图

纵波与横波的传播速度可分别用下列公式计算：

$$V_P = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (1.2.1)$$

$$V_S = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (1.2.2)$$

式中 V_P 是纵波速度； V_S 是横波速度； E 是介质的弹性模量； ρ 是介质的密度； ν 是介质的泊松比，随介质不同而有一定幅度的变化，在一般情况下，当 $\nu=0.22$ 时，

$$V_P = 1.67 V_S \quad (1.2.3)$$

由此可知，纵波比横波的传播速度要快，在仪器观测到的记录图上，纵波要先于横波到达。因此，通常也把纵波叫“P 波”（即初波），把横波叫“S 波”（即次波）。体波在地球内部的传播速度随深度增加而增大，如图 1.2.2 所示，表 1.2.1 给出了 S 波在一些介质中的传播速度值。

S 波的传播速度 (m/s)

表 1.2.1

砂	人工填土	砂质粘土	粘土	含砂砾石	饱和砂土	砾石	第三纪岩层
60	100	100~200	250	300~400	340	600	1000 以上

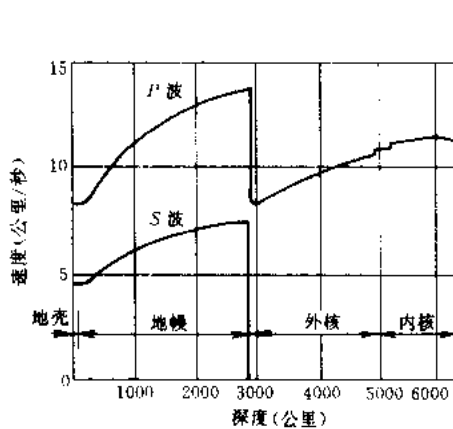


图 1.2.2 体波在地球内传播速度的变化

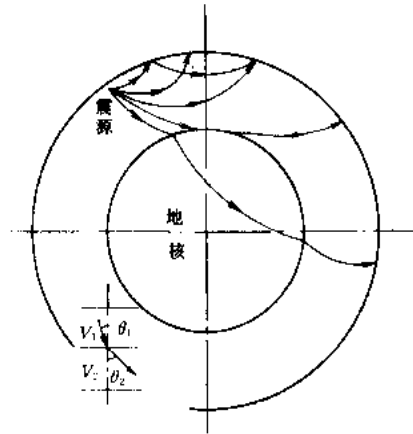


图 1.2.3 地震波射线的途径

由于地球是层状构造, 因此体波通过分层介质, 在界面上将产生折射; 若波的射线由震源出发时与垂直方向的夹角是 θ_1 , 波速是 V_1 , 折射后的夹角是 θ_2 , 波速是 V_2 (图 1.2.3), 则有下列关系:

$$\frac{V_1}{\sin \theta_1} = \frac{V_2}{\sin \theta_2} \quad (1.2.4)$$

由于速度一般是随着深度增加增大的, 即 $V_2 > V_1$, 故由 (1.2.4) 式可知, 射线要逐渐向水平方向弯曲, 直到速度增大到 $V_2 = V_1 / \sin \theta_1$ 时射线弯到了水平方向, 然后, 射线还可以继续往上弯, 直到地面 (图 1.2.3)。一般接近地表, 由于土层变软地震波传播速度变慢, 由 (1.2.4) 式可知在地表附近地震波的进程近于铅直方向, 因此在地表面, 对纵波 (P 波) 感觉上是上下动, 而对横波 (S 波) 感觉是水平动。

当地震波遇到一个界面, 不但产生折射而且还发生反射; 当一个 P 波入射到一个界面时, 不但产生折射和反射的 P 波而且还发生折射和反射 S 波, 同样当 S 波入射到一个边界时也是如此, 此外由震源发出的振动首先通过岩层传到基岩表面 (此间 S 波速度变化不大), 然后, 基岩表面的振动再经基岩以上的地层传到地表面, 在此过程中由于重复反射, 地表面的振动常常得到放大。

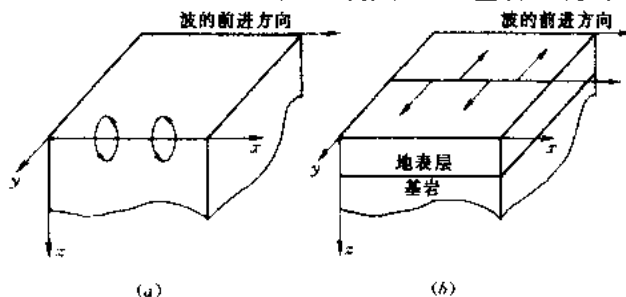


图 1.2.4 面波质点振动示意图

(a) 瑞雷波质点振动; (b) 乐甫波质点振动

1.2.2 面波

面波只限于沿着地球表面传播, 一般可以说是体波经地层界面多次反射形成的次生波, 它包含瑞雷波和乐甫波两种类型。

瑞雷波传播时, 质点在波的传播方向和自由面 (即地表面) 法向组成的平面内 (图 1.2.4 中的 xz 平面)

作椭圆运动，而与该平面垂直的水平方向（ y 方向）没有振动，它在地面上呈滚动形式（图 1.2.1）。

乐甫波只是在与传播方向相垂直的水平方向（图 1.2.4b）运动，即地面水平运动或者说在地面上呈蛇形运动形式（图 1.2.1）。

瑞雷波的传播速度（ V_R ）比 S 波稍微慢一点，它们的比值

$$K_1 = \frac{V_R}{V_S} \quad (1.2.5)$$

与介质的泊松比有关，可按式确定，

$$\frac{1}{8}K_1^6 - K_1^4 + \frac{2(1-\nu)}{1-\nu}K_1^2 - \frac{1}{1-\nu} = 0 \quad (1.2.6)$$

当 $\nu = 0.22$ 的情况下， $K_1 = 0.914$ ，即

$$V_R = 0.914 V_S \quad (1.2.7)$$

乐甫波在层状介质中的传播速度介于最上层横波速度及最下层横波速度之间。

瑞雷波是由靠近震源出射的 P 波和 S 波而产生的，但震中附近并不发生瑞雷波，其发生的范围是在

$$\frac{V_R}{\sqrt{V_P^2 - V_R^2}} h (P \text{ 波}) \quad (1.2.8)$$

$$\frac{V_R}{\sqrt{V_S^2 - V_R^2}} h (S \text{ 波}) \quad (1.2.9)$$

以远的地区（式中 h 是震源深度）。当 $\nu = 0.22$ 时，这个范围是 $0.65h$ 和 $2.25h$ 。

综上所述，地震波的传播以纵波最快，横波次之，面波最慢。所以在地震记录图上，纵波最先到达，横波到达较迟，面波在体波之后到达（图 1.2.5）。当横波或面波到达时地面振动才趋于猛烈。一般认为地震动在地表面引起的破坏力主要是 S 波和面波的水平 and 竖向振动。

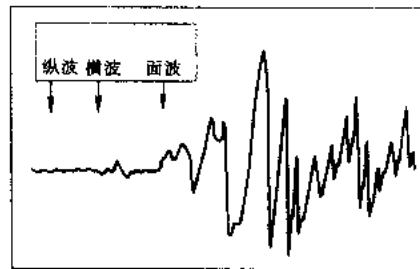


图 1.2.5 地震波记录图

1.2.3 地震观测

观测记录地震动的仪器叫做地震仪。早在公元 132 年（东汉时），我国古代科学家张衡首先创造了世界上第一台地震仪——张衡地动仪，安置在当时的京城洛阳。6 年后甘肃发生了一次地震，地动仪正西方向的龙吐出一珠，使张衡首先知道正西方向发生地震，开创了人类用仪器记录地震的先河^[4]。近代的地震仪发端于 18 世纪 80 年代，一般包括拾震器（传感器），放大器和记录装置三个系统。拾振器通常是一个具有一定周期和阻尼的单自由度振动子，选择适当的参数再配备积分和微分装置后可以记录位移，速度和加速度。地震仪通常以观测弱震位移和速度为主。传统的地震仪主要采用模拟记录，各个台站独立进行记录，但可按统一时标进行分析。进入 80 年代以后才发展了由不同频带的记录仪器组成的多点记录、有线和无线传输的数字化地震台网^[5]。我国的数字地震台网（CDSN）中采用了短周期（SP）、宽频带（BB）、长周期（LP）和甚长周期（VLP）等 4 种仪器相互配合，实现了宽频带、可控增益的数字化记录，从而大大提高了观测精度和测报

能力。

1.2.4 强震观测

我国的强震观测始于 60 年代, 主要目的是记录强震地面运动加速度, 作为抗震设计的依据^[6]。早期的强震仪是动圈式加速度计, 机械触发, 只具有相对时标的光记录仪器, 其代表性型号是哈尔滨工程力学研究研制的多道强震仪, 在 1975 年海城和 1976 年唐山地震中记录到若干中强地震记录, 其中以 1976 年 11 月 15 日宁河 6.9 级地震中在天津医院得到的加速度记录最为著名, 通常被称为天津波, 这是一个在很厚的软土地地上的记录。进入 80 年代以后我国的强震仪已从单一的多道光记录发展到多种光记录, 模拟磁带和数字磁带记录^[7], 其主要技术性能见表 1.2.2。其中 GQ-Ⅲ是工力所研制的直接光记录式强震仪, 具有使用维护方便, 成本低, 环境适应性较强的特点。模拟磁带记录强震仪 GQ-Ⅳ由加速度计和回放装置两部组成。记录仪采用脉冲调宽技术, 动态范围 50dB 以上, 具有绝对时标。上海同济大学研制的 CQZ-1 型强震仪也具有类似的性能。

SCQ-1 型强震仪是数字磁带记录的三分量加速计, 由以下三部分组成 (1) WJL-1 型微功耗力平衡伺服加速度计, (2) 数字磁带记录装置, 具有绝对时码, 预存储器, 动态范围 102dB, (3) 回放装置。SCQ-1 型强震仪的特点是: 抗干扰能力强, 触发装置可靠, 适用范围广。有关该仪器回放和数据处理方法见文献^[8]。

国内新型强震加速度仪的主要性能

表 1.2.2

性 能	GQI	GQⅡA	GQⅢ	GQⅢA	GQⅣ	SCQ-1	GDXJ-1A
记录通道	9	10	3	3	3	3	3
传感器类型	动圈式	动圈式	光机械式	伺服式	伺服式	伺服式	伺服式
频带 (Hz)	0.25~50	0.5~50	0~20, 0~28	0~20	0.1~50	0~50 (0~25)	0~50
满量程	可调 (6 档)	可调 (6 档)	1g, 0.5g	1g, 0.5g	1g	2g	2g
触发器型式	机/电阈值	电阈值	电阈值	电阈值	电阈值	模拟 STA/LTA	多制式
记录方式	电流计记录	电流计记录	直接光记录	直接光记录	脉冲调宽	数字	数字
记录介质	190mm 胶卷	200mm 相纸	80mm 电胶卷	80mm 电胶卷	盒式磁带	盒式, 四轨	CMOS SRAM
动态范围		有 2 档自 动衰减	34dB	34 dB	50dB	102dB	90dB
起动延迟 (ms)	<100	<200	<100	<50	<200		0
记录时间	10min (10m 胶卷)	6min (20m 胶卷)	14min (10m 胶卷)	15min (10m 胶卷)	15min	22min	40min
时 标	5 个/s	10 个/s	2 个/s	2 个/s	编码钟	编码钟, 5×10^{-7}	GPS 或编码钟
等待耗电	200 μ A		150 μ A	150/500 μ A	(3×10^{-5})	<40mA	<3W
迹线宽度 (mm)	0.4	1	0.3	0.3			
电 源	± 8.4 VDC	12.5VDC	± 6.25 VDC	± 6.25 VDC	± 15 VDC	± 12 VDC	2 \times 6V, 12AH
使用温度	-10~40℃		-10~40℃	-10~40℃	-10~40℃	0~40℃	-20~+50℃
每道预存						16k (5.12s)	250sps (0~40s)
采样率						100/200	62.5~500

90 年代哈尔滨工程力学研究所研究生产了 GLXQJ-1A 固态存储地震动强度记录仪是一个三分量数字强震仪。仪器输入幅度为 $\pm 2.5V$ (最大 $\pm 2g$)。动态范围 90dB, 自动触发, 带预存储装置, 存储时间 40s, 采样率 62.5sps、125sps、250sps 和 500sps 可调, 可配备回放装置 RS232, 并在现场或用调制解调器 (MODEM) 遥控使用。由于采用 RAM 模块存储, 信号不易丢失, 其性能明显优于盒式数字磁带记录仪器, 该仪器的监控程序使用全汉字菜单, 可在 DOS 和 WINDOWS95 以上版本的软件环境下使用。

1.3 震源、震级和震中

地震是地壳中板块发生顶撞、错动、断裂等产生的振动, 产生这种振动的地点称震源。随其发震地点的深度又可分为浅震 (震源深度 $h < 70km$) 和中深震 ($70 \leq h < 700km$)。强烈地震的能量大大超过最大的人造振动——原子弹爆炸。后者能对一个城市的地面建筑造成严重破坏, 前者不仅对一个城市的地上地下产生毁灭性破坏, 对周围地区也具有很大的破坏力。例如唐山地震时, 对将近 100km 的天津市的地上设施产生了严重的破坏, 地下也引起许多地基失效、喷砂、冒水等现象; 对 150km 之外的北京市也产生了许多破坏。震源在地表面上的垂直投影称为震中。

地震学家通常用震级这一名词来衡量地震的大小或规模, 它与地震产生破坏力的能量有关。震级标度 (单位) 通常应用美国地震学家里克特 (C.F.Richter) 提出的以下计算公式:

$$M = \lg A(\Delta) - \lg A_0(\Delta) \quad (1.3.1)$$

式中 A ——为待定震级的地震记录的最大振幅;

A_0 ——为标准地震在同一震中距上的最大振幅。

$-\lg A_0(\Delta)$ 是震中距的函数, 亦即零级地震在不同震中距的振幅对数值, 称作起算函数, 或标定函数。对不同的测定区域可以列出随震中距变化的 $[-\lg A_0(\Delta)]$ 数值表。里克特规定: 用标准地震仪 (伍德——安德森扭摆式地震仪, 放大倍率为 2800 倍), 在震中距 (Δ) 为 100km 处, 记录最大振幅的地动位移 (A_0) 为 $10^{-3}mm$ (μm) 时相应的震级为零。

一次地震释放的能量 (E_s) 与震级的关系可用以下公式来表达:

$$\lg E_s = 1.5M + 11.8 \quad (1.3.2)$$

上式表明, 震级增加一级, 地震波的振幅值增加 10 倍, 地震所释放出的能量约增加 30 倍。震级标度给人们的一般概念是: 4 级以下地震为有感地震, 5、6 级地震将造成一定的破坏, 7 级以上地震将造成严重破坏。这个概念不很确切, 事实上除震级以外震源深度对地面上的破坏也将产生重要影响。

如上所述, 震级与震源处在地震过程中释放的能量有关。就对地面上造成的破坏而言, 相同震级的地震, 随震源的深度不同将有较大的差别, 随着距震中 (针对震源的地面称震中) 的远近更有明显的差别。地震学家将地面上的破坏程度用烈度来表达。一次地震的震级只有一个, 地面上的烈度则是因地而异的, 一般都有若干个。关于烈度及其随震级和震中距的变化规律将在 1.6 中讨论。

1.4 地震宏观破坏现象与震害

地震发生时及发生后, 将引起人们有震动的感觉、自然和人工环境的变化, 通常称之为

为地震后的宏观现象（地震影响），常可概括为四类：人们的感受、人工结构物的损坏、物体的反应和自然界状态的变化。研究这些现象，不仅可以理解地震作用本质，更主要的是防止或减少地震所产生的破坏与人民生命财产的损失。所以人工结构物的损坏，应该说是最值得研究的宏观现象。通过对它的研究，不仅能定性地理解地震现象，而且可以总结经验教训，为制定和改进抗震设计规范以及制定抗震防灾对策措施提供依据。

1.4.1 地表破坏

强烈的地震常常伴生许多地表破坏现象，其中包括地面沿发震断裂产生错动并造成永久性的移位、强烈的震动造成山体崩塌和滑坡泥石流，严重的还造成堵塞河流，形成地震堰塞湖而使山河改观^[4]。

1.4.2 建筑物的典型震害

多层砖房的典型震害为外墙外闪、倾倒，纵、横墙墙面出现 X 裂缝，纵横墙开裂和屋顶塌落等等。

多高层钢筋混凝土房屋的典型震害为梁柱节点破坏，柱子上混凝土保护层脱落，钢筋外露，呈灯笼状，特别是当箍筋的数量不足时这种情况更是常见。钢筋混凝土墙的破坏形态与砖墙差不多，主要差别是裂缝比较分散，缝宽比较窄^[10]。

底层空旷（柔性底层）的房屋，包括底部框架砖房和底部框架支承的钢筋混凝土抗震墙和框架抗震墙房屋在历次地震中破坏都很严重。如果多高层房屋中间某一层的强度和刚度比上下层小得比较多时，破坏也会集中在这一层中^[10]。日本 1995 年阪神地震中许多房屋的中间层倒塌通常属于这种情况。钢筋混凝土厂房的破坏形态有屋面板掉落，柱顶连接破坏，阶形柱上段破坏折断，导致屋顶塌落。平面和体型不规则的房屋如果处理不当，地震中的破坏也是比较严重的。在 1999 年 10 月 17 日土耳其 7.4 级地震中某街道两边的底层柔性商业建筑都倒向街心方向，其原因除底部形成薄弱层外，还与前面的柱和后面的墙刚度相差悬殊，沿纵向产生明显的偏心和扭转作用有关。

1.4.3 其他结构和设施的震害

在强烈地震中，城市和区域的基础设施，其中包括道路桥梁，电力通信，给水排水，煤气热力，港口码头、水利设施、航空设施等常常也会遭到破坏，与房屋建筑一样，构筑物、管线和各种设施的受灾破坏程度除了决定于其自身的抗震能力以外，还受到场地地基和周围环境的影响。限于篇幅这里就不一一列举各种结构和设施的典型震害特征了。

1.5 地震烈度与震害指数

地震烈度是指某一地区地面和各类建筑物遭受一次地震影响的强弱程度。

为了说明某一次地震的影响程度，总结震害经验和分析，比较建筑物的抗震性能，都需要我们根据一定的标准来确定某一地区的烈度；同样，为了对地震区的工程建设进行抗震设防，也要求研究预测某一地区在今后一定期限的烈度，作为强度验算和采取抗震措施的根据。因此可以说，与震级相比较，烈度与抗震工作有着更为密切的关系。

前面已经提到对应于一次地震，表示地震大小的震级只有一个，然而由于同一次地震对不同地点的影响是不一样的，因此烈度也就随震中距离的远近而有差异。一般来说，距震中愈远，地震影响愈小，烈度就愈低；反之，愈靠近震中，烈度就愈高。震中点的烈度称为“震中烈度”。对于浅源地震，震级与震中烈度大致成对应关系，如经验公式

(1.5.1) 和表 1.5.1 所示

$$M = 0.58I + 1.5$$

(1.5.1)

震中烈度与震级的大致关系

表 1.5.1

震级 (M)	2	3	4	5	6	7	8	8 以上
震中烈度 (I)	1~2	3	4~5	6~7	7~8	9~10	11	12

既然地震烈度是表示地震影响程度的一个尺度，就需要有一个评定烈度的标准，这个标准称为烈度表。烈度表的内容包括：宏观现象描述（人的感觉、器物反应、建筑物的破坏和地表现象等）和定量指标。目前的烈度表主要以前者为主。历年来各国陆续编制和修订过的烈度表有几十种，目前国际上普遍采用的是划分为 12 度的烈度表，也有一些国家沿用划分为 10 度的（如欧洲一些国家）和 8 度的（如日本）烈度表。现在各国使用的几种主要烈度表有：

1.5.1 中国的地震烈度表

我国最早的地震烈度表是 1956 年中国科学院地球物理研究所谢毓寿教授及其领导的编制组根据我国地震调查的经验、建筑特点和历史资料并参照国外的烈度表编制的。这个烈度表于 1957 年正式公布。进入 70 年代以后，在中国科学院哈尔滨工程力学研究所刘恢先教授主持下对 1957 年烈度表进行了全面的修订，该表在继承了 57 年烈度表中的宏观震害描述的基础上列入了震害指数，地面运动加速度和速度等定量指标，同时也保持了与国际上通用的 MM 烈度表的协调对应关系。这就是 1980 年颁布的烈度表。近几年来随着防震减灾标准化工作的深入开展，我国的地震烈度表已列入国家标准化系列，并按照国家标准要求对 1980 年烈度表进行了修订。新烈度表已于 1999 年 4 月 26 日由国家质量技术监督局批准，并已于 1999 年 11 月 1 日起实施，全名为 GB/T 17742—1999《中国地震烈度表》。新的烈度表继承了 1980 年烈度表的基本内容，只是对不同烈度的现象表述做了一些修订。

1999 中国地震烈度表

表 1.5.2

烈度	在地面上人的感觉	房屋震害程度		其他现象	物理参数	
		震害现象	平均震害指数		峰值加速度 m/s ²	峰值速度 m/s
I	无感					
II	室内个别静止中人有感觉					
III	室内少数静止中人有感觉	门、窗轻微作响		悬挂物微动		
IV	室内多数人、室外少数人有感觉，少数人梦中惊醒	门、窗作响		悬挂物明显摆动，器皿作响		
V	室内普遍，室外多数人有感觉，多数入梦中惊醒	门窗、屋顶、屋架颤动作响，灰土掉落，抹灰出现微细裂缝，有檐瓦掉落，个别屋顶烟囱掉砖		不稳定器物摇动或翻倒	0.31 (0.22~0.44)	0.03 (0.02~0.04)

续表

烈度	在地面上人的感觉	房屋震害程度		其他现象	物理参量	
		震害现象	平均震害指数		峰值加速度 m/s ²	峰值速度 m/s
Ⅵ	站立不稳, 少数人惊逃户外	损坏——墙体出现裂缝, 檐瓦掉落, 少数屋顶烟囱裂缝、掉落	0~0.1	河岸和松软土出现裂缝, 饱和砂层出现喷砂冒水; 有的独立砖烟囱轻度裂缝	0.63 (0.45~0.89)	0.06 (0.05~0.09)
Ⅶ	大多数人惊逃户外, 骑自行车的人有感觉。行驶中的汽车驾乘人员有感觉	轻度破坏——局部破坏、开裂, 小修或不需要修理可继续使用	0.11~0.30	河岸出现塌方; 饱和砂层常见喷砂冒水, 松软土地土地裂缝较多; 大多数独立砖烟囱中等破坏	1.25 (0.90~1.77)	0.13 (0.10~0.18)
Ⅷ	多数人摇晃颠簸, 行走困难	中等破坏——结构破坏, 需要修复才能使用	0.31~0.50	干硬土上亦有裂缝; 大多数独立砖烟囱严重破坏; 树梢折断; 房屋破坏导致人畜伤亡	2.50 (1.78~3.53)	0.25 (0.19~0.35)
Ⅸ	行动的人摔倒	严重破坏——结构严重破坏, 局部倒塌, 修复困难	0.51~0.70	干硬土上许多地方出现裂缝。基岩可能出现裂缝、错动; 滑坡坍方常见; 独立砖烟囱出现倒塌	5.00 (3.54~7.07)	0.50 (0.36~0.71)
X	骑自行车的人会摔倒, 处不稳状态的人会摔出。有抛起感	大多数倒塌	0.71~0.90	山崩和地震断裂出现; 基岩上拱桥破坏; 大多数独立砖烟囱从根部破坏或倒毁	10.00 (7.08~14.14)	1.00 (0.72~1.41)
XI		普遍倒塌	0.91~1.00	地震断裂延续很长; 大量山崩滑坡		
XII				地面剧烈变化, 山河改观		

注: 1. 表中数量词: 个别为 10% 以下; 少数为 10%~50%; 多数为 50%~70%; 大多数为 70%~90%; 普遍为 90% 以上。

2. 表中的震害指数是从各类房屋的震害调查和统计中得出的, 反映破坏程度的数字指标, 0 表示无震害, 1 表示倒塌。

应用新的地震烈度表时应注意以下几点:

1. 评定烈度时, I 度~V 度以地面上人的感觉为主; VI 度~X 度以房屋震害为主, 人的感觉仅供参考; XI 度~XII 度以地表现象为主。

2. 在高楼上人的感觉要比地面上人的感觉明显, 应适当降低评定值。

3. 表中房屋为单层或数层、未经抗震设计或未加固的砖混和砖木房屋。对于质量特别差或特别好的房屋, 可根据具体情况, 对表中各烈度相应的震害程度和震害指数予以提高或降低。

4. 平均震害指数可以在调查区域内用普查或随机抽查的方法确定。

5. 在农村可以自然村为单位, 在城镇可以分区进行烈度的评定, 面积以 1km² 左右为宜。

6. 凡有地面强震记录资料的地方, 表列物理参量可作为综合评定烈度和制定建设工程

程抗震设防要求的依据。

1.5.2 修订的末卡利 (Mercalli) 地震烈度表 (简称 MM 烈度表)

此表是 1931 年伍德和纽曼在末卡利-肯肯尼烈度表 (MCS) 基础上修订的。为美国、加拿大和拉丁美洲各国所采用。1956 年里希特对此表又进行了一次修订。在表 1.5.3 中给出了 MM 烈度表的简表。

MM 烈度简表

表 1.5.3

I 无感
II 安静的人或楼上的人有感觉
III 吊物摆动或轻微震动
IV 振动如重型货车, 门窗、碗碟响动, 静止的汽车摇动
V 户外有感, 睡觉者震醒, 小物体坠落, 镜框移动
VI 人人有感, 家具移位, 损坏物件包括: 玻璃破碎, 架上东西坠落, 抹灰层裂
VII 行动和汽车中的人有感, 站立者失稳, 教堂鸣钟, 损坏结构包括: 烟囱与建筑装饰破裂, 抹灰脱落, 抹灰与石墙普遍开裂, 土坯有倒塌。
VIII 行动汽车难驾驶, 树枝断落, 饱和土中裂缝。破坏结构包括: 高架水塔、纪念塔、土坯房, 结构包括砖结构、构架房 (未锚固于基础的)、灌溉工程、堤坝
IX 饱和粉砂中出现“砂坑”、滑坡地裂。破坏的结构包括: 无筋砖结构。严重至轻微损坏的结构包括: 不良的钢筋混凝土结构, 地下管道
X 普遍滑坡与地基损坏, 破坏结构包括: 桥梁、隧道、一些钢筋混凝土结构。损坏结构包括: 许多房屋、坝、铁轨
XI 永久地变形
XII 几乎全毁

1.5.3 前苏联地球物理所的烈度表

此表是 1952 年由麦德维捷夫修订的。其中 6 到 9 度列为前苏联国家标准, 表中除有宏观描述外, 还规定在有地震计的地方, 烈度以此地震计的球面弹性摆 (周期 0.25s, 阻尼对数衰减率 0.5) 的最大相对位移值 x 确定, V, VI, VII, VIII, IX, X 度的 x 值分别为 0.5~1, 1~2, 2~4, 4~8, 8~16, 16~32mm。

1.5.4 日本气象厅烈度 (JMA)

此表是日本气象厅 1949 年制订的, 把烈度分为 8 度。

上述 1、2、3 种烈度表都是划分为 12 度。它们的内容相仿, 大体相当, 一般说来, 1~6 度主要以人的感觉和器物的反应为标志, 6 度时房屋建筑开始有轻微的损坏, 7~10 度以上以建筑物的破坏为主要标志, 其它现象作参考, 11 度和 12 度在历史上是罕见的。第 4 种烈度表把烈度区分为 8 度, 它与前三种 12 度烈度表的大体对应关系是:

$$I_M = 1 + 1.5 I_K \quad (1.5.2)$$

其中 I_M 和 I_K 分别代表 MM 烈度表和日本气象厅烈度表的烈度。

根据各种烈度表对每一烈度等级的描述, 并做相应比较之后, 可把几种主要烈度表的大致对应关系给在表 1.5.4 中。一些学者也曾致力于研究各个国家采用的烈度表之间的关系, 试图逐渐统一各国现行的烈度标准。例如 1964 年就曾提出了一种麦维捷夫-斯普休

尔·卡尼克 (MSK) 地震烈度, 在前苏联和东欧某些国家中试用。这个烈度表与 MM 烈度表没有本质上的差别。

几种地震烈度表的对照

表 1.5.4

新的中国 地震烈度表 (1999)	美国修订的 烈 度 表 (MM) (1981)	前苏联地球 物理研究所 烈 度 表 (1952)	MCK-1964 烈度表	欧洲烈度表 (MSC 表) (1917)	欧 洲 Rossi-Forcl 烈度表 (1873)	日本烈度表 (JMA) (1952)
1	1	1	1	1	1	0
2	2	2	2	2	2	1
3	3	3	3	3	3	2
4	4	4	4	4	4	2~3
5	5	5	5	5	5~6	3
6	6	6	6	6	7	4
7	7	7	7	7	8	4~5
8	8	8	8	8	9	5
9	9	9	9	9	10	6
10	10	10	10	10	10	6
11	11	11	11	11	10	7
12	12	12	12	12	10	7

三种烈度表的对应关系

表 1.5.5

名 称	烈 度 等 级											
日本烈度表		I	II	III	IV	V		VI		VII		
前苏联烈度表	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
美国烈度表	1	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII

在 1970 年云南通海地震中, 以胡聿贤教授为首的研究人员, 在地震烈度表基础上, 通过宏观调查, 在实践中提出来了“震害指数法”。此法把建筑物分成若干类型, 对震区的各类建筑逐栋进行调查, 统计各类建筑不同破坏程度的百分率, 然后求其震害指数并与烈度相对照。它适宜用于震区居民点较多、同一居民点中房屋类型与结构数量足够多的情形。在这次地震的调查中首先将当地房屋按结构形式分为若干类, 例如穿斗木骨架、木柱木桁架; 再将房屋的破坏程度分为若干等级 (例如 I 到 VI 级), 给予一定的震害等级 i ($0 \sim 1$)

- I——全部倒塌, $i=1$;
- II——墙倒架歪, $i=0.8$;
- III——墙倒架正, $i=0.6$;
- IV——局部墙倒, $i=0.4$;
- V——裂缝, $i=0.2$;
- VI——基本完好, $i=0$ 。

用 n_i 表示遭受 i 级破坏的房屋间数, $N = \sum n_i$ 表示这类房屋的总间数, 则这类房屋 (例如穿斗房) 的震害指数 I 按下式计算:

$$I = \sum i n_i / N \quad (1.5.2)$$

这样计算的 I 值在 1 到 0 之间。震害指数的物理意义是表示这一类房屋的平均震害程

度，并可用来表示大小构造、质量、地基等都差不多的同类房屋，在一次地震作用下这样的振动下可能受到的震害程度，比如， $I = 0.78$ 就表示这类房屋的破坏程度在Ⅱ、Ⅲ级之间接近Ⅱ级，即墙倒普遍、屋架倾斜明显，但未倒塌。

计算出每类房屋的震害指数，就可以对比各类房屋之间抗震性能的优劣

其次，为了使建筑物破坏情况与烈度建立起一种对应关系，可以进一步把不同类型房屋的震害指数换算到同一个标准上来统计，求出每个自然村或居民区的“综合震害指数” 就上面所举的例子，假定以木柱房屋为标准来统计，则综合震害指数

$$I_{综合} = \frac{\sum I_{换算} N_i}{\sum N_i} \tag{1.5.3}$$

$I_{换算}$ 代表穿斗房或砖柱房以木柱房为标准换算的指数，一般可以从曲线图中求出 (图 1.5.1)

有了一个地点的综合指数，按烈度与指数的对应关系 (表 1.5.6)，即可作为评定该点烈度的依据之一。表 1.5.7 是一个点的统计示例。

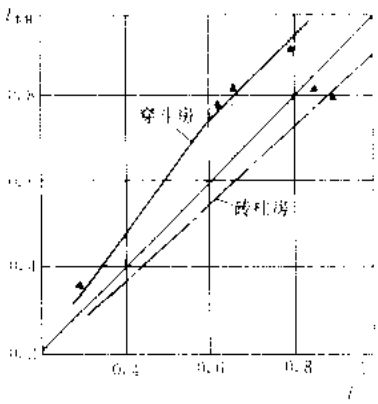


图 1.5.1 穿斗房、砖柱房的指数 I 与木柱房的 I_{kh} 关系

震害指数与宏观烈度的对应关系 表 1.5.6

烈 度	6	7	8	9	10
综合指数 $I_{综合}$	<0.1	0.1 ~ 0.3	0.3 ~ 0.5	0.5 ~ 0.7	>0.7

震 害 指 数 统 计 表 表 1.5.7

地 点	房屋类型	各类破坏的房间数						房间 总数	I	换算的 $I_{换算}$	$I_{综合}$	烈 度
		I	II	III	IV	V	VI					
	穿斗房	27	54	29	6	0	0	116	0.78	0.92		
	木柱木屋架	181	183	42	11	0	0	417	0.86	0.86	0.78	10
	砖柱木屋架	246	39	24	21	0	0	330	0.91	0.82		

从以上讨论中可以见到，震害指数的概念最初是在地震灾害调查中用来评价不同类型建筑震害百分率与宏观烈度对应关系的相对指标。但是后来很快被用于单体结构的易损性分析或震害预测。尹之潜根据砖结构房屋的震害与楼层抗力的调查资料给出了某一楼层 s 的震害指数 D_s 与该层抗力 R_s 的以下关系^[12]：

$$\begin{aligned} 7 \text{度地震} \quad D_s(7) &= 1.977 - 0.006 R_s \\ 8 \text{度地震} \quad D_s(8) &= 1.975 - 0.005 R_s \\ 9 \text{度地震} \quad D_s(9) &= 1.866 - 0.004 R_s \\ 10 \text{度地震} \quad D_s(10) &= 1.74 - 0.003 R_s \end{aligned} \tag{1.5.4}$$

$$R_s = \alpha \frac{\sum F_{sk}}{2A_s} R_t \tag{1.5.5}$$

式中 F_{sk} ——第 s 层楼第 k 片墙的断面积 (cm^2)； Σ 表示对 k 求和；

A_s ——第 s 层楼的楼面面积 (cm^2);

α ——楼层地震剪力折算系数, 由式 (1.5.6) 计算;

R_r ——墙体抗剪强度 ($\times 10\text{N}/\text{cm}^2$), 由式 (1.5.7) 计算。

地震剪力折算系数为:

$$\alpha = \frac{2n+1}{3 \sum_{i=1}^n i} \quad (1.5.6)$$

式中 i ——楼层序号;

n ——楼层总数;

R_r ——砌体的抗剪强度应考虑正压力影响, 可按如下公式计算:

$$R_r = 0.14(n-s+1) + 0.0014R_m + 0.5 \quad (1.5.7)$$

考虑到结构的质量和设计标准等因素对结构抗震能力的影响, 式 (1.5.4) 的计算结果, 应按下式修正。

$$D_{sm}(I) = D_s(I) [1 + \sum C_i] \quad (1.5.8)$$

式中 C_i ——修正系数可由表 1.5.8 确定;

$D_{sm}(I)$ ——修正后的 S 楼层的震害指数。

这样得到的 $D_{sm}(I)$ 就是对给定砖结构房屋当遭受地震烈度 I 第 s 层的震害程度的一种预测。在表 1.5.9 中给出了预测的震害指数与震害等级的关系。

砖结构的修正系数 C_i 值

表 1.5.8

条 件	修正系数 C_i	
	满 足	不 满 足
(1) 墙的间距符合抗震规范要求	0	0.10
(2) 刚性楼板、刚性屋面	0	0.15
(3) 结构无明显质量问题	0	0.20
(4) 平面和立面规整	0	0.10
(5) 符合《工业与民用建筑抗震设计规范》(TJ11—78)	-0.35	0
(6) 符合《工业与民用建筑抗震设计规范》(TJ11—74) 要求, 不符合 (5)	0.20	0

震害等级对应的震害指数的中值和上下限

表 1.5.9

震害等级	定义的震害指数 (D)	指数的上下限	震害等级	定义的震害指数 (D)	指数的上下限
基本完好	0	$D < 0.1$	严重破坏	0.7	$0.55 < D < 0.85$
轻微破坏	0.2	$0.1 < D < 0.3$	毁 坏	1.0	$0.85 < D$
中等破坏	0.4	$0.3 < D < 0.55$			

为了使对式 (1.5.8) 的修正不受零值和负值的影响, 式 (1.5.4) 的计算结果中如有等于或小于零的数值时, 在使用式 (1.5.8) 修正时均取 0.05 计算。

对于单层厂房和多层钢筋混凝土房屋亦已建立了基于震害指数的易损性分析方法, 详细内容见文献^[12]。

1.6 烈度衰减规律

从上面的介绍中我们已经知道，由于随震中距离的增加地震波的能量逐渐被吸收，因而标志破坏强弱程度的地震烈度也必然随震中距离的增大而衰减，实际宏观调查得到的等震线图完全证实了这一点。但是烈度的衰减究竟按着什么规律进行呢？许多人根据大量的实际资料，结合理论分析对这一问题作了研究，这里只介绍基本概念。

通常采用的烈度衰减公式是：

$$I_0 - I_r = 2S \log \frac{r}{h} \quad (r > h) \quad (1.6.1)$$

式中 I_0 为震中烈度； I_r 为各条等震线（等烈度线）的烈度； h 是震源深度； r 是等震线半径。 S 称为烈度衰减系数，根据实际的地震烈度分布资料（等震线），可按上式确定出每一次地震的烈度衰减系数 S 。

系数 S 的大小标志着地震烈度（ I_r ）衰减的快慢，因此它是研究烈度分布，确定地震影响的重要参数。地震影响场是地震破坏作用在地表的分布。研究表明：

1. 对不同的地区，系数 S 会有些差异，一般说来山区的 S 大（即衰减快），平原地区 S 小（即衰减慢）。
2. S 随震级 M 的增大而略有增大。
3. 对于浅源地震， S 随 h 的变化不甚明显。

公式 (1.6.1) 是建立在点震源、各向同性的均匀介质模型的基础之上，故计算出的地震等震线是一组同心圆，显然这与一般实际的等震线有所差异，于是又出现了位错模型，并按等震线近似椭圆形式来研究烈度衰减规律，下列的衰减公式是其中之一^[4]：

$$\begin{aligned} I_0 - I_r(r, \theta) &= d_3 \ln r (1 - e_i \cos \theta) + d_1 \\ &= d_3 \ln r [1 - (d_4 + d_5 I_0) \cos \theta] + d_1 \end{aligned} \quad (1.6.2)$$

式中 r 为椭圆的矢径；

$$e_i = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

为各条等震线所围椭圆的偏心率，其中 a 为长轴半径， b 为短轴半径；系数 d_1 ， d_4 ， d_5 可根据大量实际等震线资料确定； d_3 为烈度衰减系数，对应一个地震可取四个特定方向（ $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ）求其各自方向上的衰减系数 d_3 ，而后取其平均值作为该地震的衰减系数。

椭圆形烈度衰减规律除用公式表达以外，

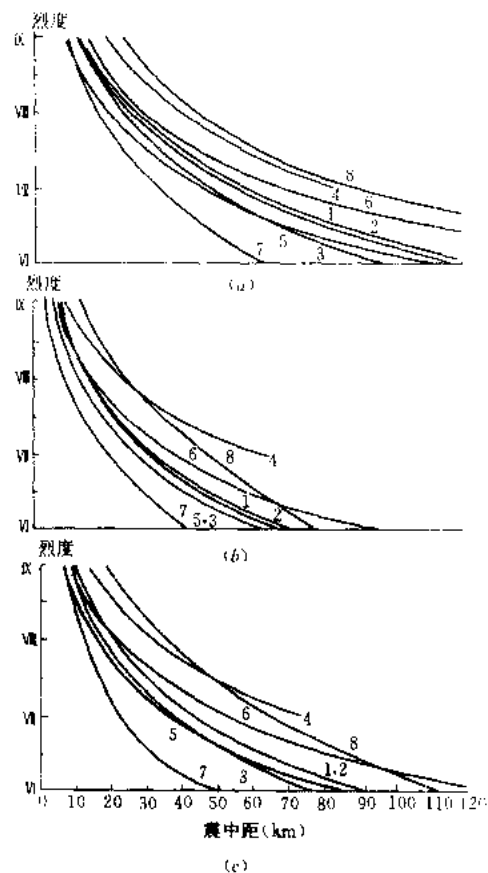


图 1.6.1 我国不同地区的地震烈度衰减关系
(a) 沿长轴的衰减；(b) 沿短轴的衰减；
(c) 沿等效圆半径的衰减
1. 全国；2. 东部；3. 西部；4. 台湾；5. 华南；
6. 华北；7. 川滇；8. 新疆。

还可以用列表或衰减曲线的方式来表示。在表 1.6.1 中给出了我国华北和华南地区的烈度衰减规律，表中 a 为长轴半径， b 为短轴半径， r 为等效圆形等烈度线的半径。在图 1.6.1 给出了当震中烈度为Ⅸ度时，不同地区的地震烈度衰减曲线。需要指出的是在地震现场调查中得出的等烈度线通常是烈度达到一定值的等烈度区的外边界线或外包线，在该等烈度区内明显高于或低于该区烈度的点通常称为烈度常点。根据历史地震等烈度线统计和回归得到的烈度衰减规律也具有外包线的特点。

在以上椭圆形衰减需要应用长、短轴方向的二个参数，在文献[32] [33]中我们提出应用至等价发震断裂两端点的平均距离作为参数，从而只需要一个参数就能给出椭圆形的等烈度曲线了。关于烈度衰减的更详细资料参见文献[1] [25]。

华北、华南地震烈度衰减关系 (km) 表 1.6.1

烈度 I	地震区	Ⅷ			Ⅸ			Ⅹ			Ⅺ			Ⅻ		
		a	b	r	a	b	r	a	b	r	a	b	r	a	b	r
Ⅸ	华北	11	5	7	22	13	17	48	32	40	102	78	89	219	191	204
	华南	19	15	17	36	29	32	71	58	64	138	115	126	269	229	248
Ⅹ	华北				12	6	8	29	15	21	69	39	52	166	100	129
	华南				8	5	6	19	12	15	47	28	36	122	66	90
Ⅺ	华北							4	3	3	9	6	8	20	13	16
	华南							7	5	6	20	11	15	56	26	38
Ⅻ	华北										6	4	5	19	12	15
	华南										7	5	6	17	13	15
Ⅻ	华北													7	4	5
	华南													8	4	6

1.7 场地因素对烈度的影响

基本烈度所提供的是面上普遍遭遇的烈度，具体到建筑物所在地点的地震影响与面上的平均烈度有所不同，一般认为这是由于小区域因素的影响所造成的。大家知道，震源的特性、区域性地质构造和地形特征的影响总是大面积的，因而将影响总的烈度分布，而局部地区的烈度差异则是由于局部地质（小范围内的浅层地质）地形条件的差异所造成的，这些局部的因素统称为小区域因素。但是，深层地质、传播途径等有时也可能是造成小区域异常的原因。由于在地震工程中，目前还不可能详细地考虑这些深层和大面积特性的影响，因此我们暂时还只能局限于考虑场地因素的影响。这一影响往往用场地烈度来加以概括，但是对场地烈度的具体理解却不尽一致。一种理解来源于国外研究者提出的地震烈度小区域划分方法。该法的原始资料是在宏观调查中获得相距很近的各种典型地基土（大体上都是均匀土层）上烈度差异的几十个比组，从这些原始资料出发，前苏联有人认为如果以一般中等强度的地基土作为标准，则基岩上的烈度可以降低一度，而软弱地基应提高一度，并以此为界限，制定了各种单一土层的烈度调整幅度。当为多层土时将各单层土的烈度调整值按土层厚度加权平均。此外还考虑了地下水位影响，认为地下水位接近地表时烈度可提高半度，这种方法忽视了不同结构在不同地基上有不同的反应，对地基失效引起

破坏与振动引起的结构破坏作用不加以分区。因此，我们认为可以采用另一种比较广义的理解，即认为所谓场地烈度问题就是建筑场地的地质构造、地形、地基土等工程地质条件对建筑物震害的影响。许多地震调查与强震观测资料以及科学研究的成果都表明，这种影响是不能用简单的烈度调整来概括的。比较合理的做法是尽量弄清楚这些因素的影响，并在工程实践中加以适当考虑。下面我们对局部地质构造、地形和地基土等三方面的影响进行一些讨论。

地质构造主要是指断裂的影响。断裂是地质构造上的薄弱环节，多数的浅源强地震都与断裂活动有关；深大断裂，一般与当地的地震活动性有密切关系，是确定基本烈度应当考虑的主要因素之一。这一类具有潜在地震活动的断层通常称为发震断层，不属于场地烈度问题所考虑的范围。有一些活动断层，在地震影响下可能产生新的错动，使建筑物遭到破坏，这在地震区建设中是应该尽量避免的。关于发震断层的避让距离和上覆土层对断层破裂影响隔离作用，近十年来开展了许多工作，主要包括对断层破裂影响的评价和分析以及离心机试验等^{[34][35]}。对发震断裂的错动影响一般限于8度和8度以上地震区避让距离可限于数百米的范围以内。不少观测资料表明在发震断裂带2~3km范围内，地面运动有明显高于周围地区的趋势^[36]。为了考虑这一影响在美国规范中引入了近场增大系数。发震断裂地面错动和地震动增强作用的范围总是比较小的。工程上最常遇到的是非发震断层。这类断层与当地的地震活动性并没有成因上的联系，在地震作用下一般也不会发生新的错动（断层位移）。对于非发震断层，过去往往都从比较保守的观点认为在强烈地震影响下在其破碎带上可能会出现较高的烈度。在1970年云南通海地震以后，以胡聿贤教授为首的考察组对小区域烈度异常进行了详细的宏观调查和统计。在这次地震的极震区中，有几十个自然村或其一部分恰好位于非发震断层上，经过详细的震害统计之后，结果发现在这些老断层通过的地带，震害明显加重的例子和未加重甚至减轻的例子都不少，非发震断层对烈度的影响的规律性很不明显^[1]。从多数的例子中所反映的趋势来看，目前我们可以不考虑非发震断层对烈度的增减影响。

关于局部地形条件的影响，从国内几次大地震的宏观调查资料来看，岩质地形与非岩质地形有所不同。在云南通海地震中大量的宏观调查表明，在基岩地基上地形的影响并不明显，例如有些位于基岩陡坡上的村子与坡脚平地上的村子相比，地震动和震害是差不多的，只是在非常高耸突出的小山包（例如高度达40m以上、高宽比大于1时）顶部才看到烈度有加重的现象。对于非岩质场地，一般来讲，陡坡和小山包等都是不利的地形，地震动和震害有加重的趋势，这一影响因素除了作为地震区建设场地选择时的参考以外，对设计地震动参数也宜做相应的调整。

地基土质条件对于建筑物震害的影响看来是很明显的。但是这个问题十分复杂，很难用简单的规律来概括。这是因为地震时地面的震动是以地震波的形式从震源通过复杂的中间介质，又经过许多层次的地基上的反射、折射和滤波作用，而将震动的能量传给建筑物，引起建筑物的震动和破坏；另一方面，当建筑物发生振动以后又将一部分振动能量回输到地基中去，这样建筑物和地基土就形成了一个复杂的动力学系统。建筑物在地震作用下的破坏现象是这个复杂的动力学系统的综合反应，与建筑物和分层地基土的动力特性都有关系。例如，在1976年委内瑞拉地震中，加拉加斯高层建筑的破坏有非常明显的地区性，主要集中在市内冲积层最厚的地方。在覆盖层为中等厚度的一般地基土上，中等高度

的一般房屋，破坏得比高层建筑物严重，而在基岩上各类房屋的破坏普遍较轻。在这次地震以后，有人对加拉加斯市受到破坏的建筑物作了统计，根据调查结果，可以把不同层数的破坏率与冲积层厚度（到基岩）的关系列于表 1.7.1。

1967 年加拉加斯地震中不同层数房屋的破坏率与冲积层厚度的关系 表 1.7.1

地基土层 层数		到基岩为止的冲积层深度 (m)				
		0~45	45~90	90~160	160~230	230~300
5~9		8/230=0.03	27/285=0.1	7/130=0.05	4/60=0.07	6/70=0.09
10~14		3/148=0.02	9/124=0.07	5/62=0.08	9/31=0.29	14/48=0.29
14~24		3/90=0.03	1/17=0.06	1/15=0.07	6/8=0.75	12/15=0.80

注：在算破坏率的式子中，分子表示破坏的房屋数，分母表示房屋总数。

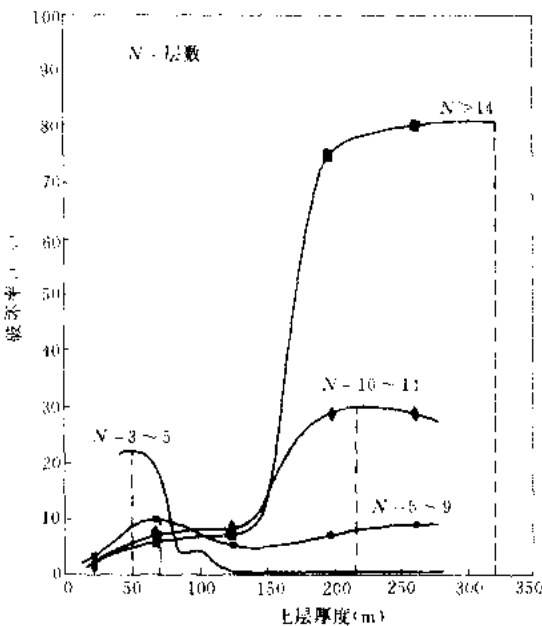


图 1.7.1 1967 年加拉加斯地震中不同层数房屋的破坏率与土层厚度的关系

从表中可以看到，当冲积层的厚度大于 160m 时，14 层以上的建筑物破坏显著加重，在基岩或薄的冲积层上的高层建筑几乎未遭到破坏。在这次地震中不同层数的房屋的破坏率与土层厚度的关系还可以用图表示出来（图 1.7.1）^[13]。从图 1.7.1 中可以看到，当土层厚度为 50m 时，3~5 层房屋破坏率最高，当土层厚度为 70m 时，5~9 层房屋的破坏率最高，9 层以上房屋的破坏率随土层厚度增加，特别是当层数大于 14 层时更为明显，而 10~14 层的房屋当土层厚度大于 200m 时，破坏率就不再增加了。在 1963 年南斯拉夫斯克普里地震中也有某些类似的情况。特别值得注意的是有人按前苏联麦德维捷夫的方法对斯克普里进行过小区域划分，结果与这次地震的震害分布情况并不符合。在 1923 年日本关东地震中，有人

对东京的木房屋和砖房屋在不同地基上的破坏率作了详细的统计，结果发现木房屋的破坏随着冲积层厚度的增加而增加，砖房屋的破坏率随着冲积层厚度的增加反而略有减小，但没有木房屋那样明显。在我国的几次大地震中也作过详细的震害调查。特别是在 1970 年云南通海地震中，几乎对极震区中每一个村子的房屋破坏都作了详细统计，并用了上面介绍的震害指数来表示宏观烈度，与地基土条件作了对比。除海城唐山地震以外，我国地震大多发生在农村，房屋的类型比较简单，多为常见的土墙承重房屋，砖结构房屋和木结构房屋。根据这些房屋的震害调查的结果，一般认为基岩上破坏比较轻，烈度约比一般土上降低半度至 1 度，在软弱土上房屋破坏比较严重，地震烈度比一般土增加将近一度。不过应该指出，上述结果只是一种倾向性的意见，并不能作为普遍的结论。例如在国内的宏观调查中基岩上震害一般是比较轻的，但是在 1965 年四川的一次地震中，有些基岩上的砖房屋破坏也是很重的。此外，如果对软弱地基上房屋破坏的原因加以分析，往往可以发现地基失效也起了相当大的作用。地震破坏后果是地震烈度、房屋结构的特性以及地基土变

形等许多因素的综合反应。

在场地条件对地震烈度的影响方面,自1985年9月19日墨西哥地震以来又积累了许多资料,同时也深化了对这一问题的认识^[15]。在这一节中我们将结合震例加以探讨。1985年墨西哥地震发生在离海岸线附近海域中,震级为M8.1,在太平洋沿岸离震中30km左右的地方到最大加速度为0.24g,烈度为7~8度,远离震中400km的墨西哥市内基岩,上二个台站和约30m厚的软粘土场地上的地面运动加速度分别为0.04,0.034~0.044和0.095~0.168g,软粘土场地上的地震烈度达8~9度。在这个震例中,约30m厚的软粘土场地上的烈度明显高于基岩和硬土地。另一个震例是1988年12月7日发生在亚美尼亚的M6.8级地震。在这次地震中距发震断层25km的Leninakan镇的震害比距发震断层10km的Kirovakan镇的破坏严重得多。调查和分析表明Leninakan镇位于约6km左右宽的盆地的边缘部位,而Kirovakan镇则位于山谷中,覆盖层厚度只有几米。从这个震例看,盆地中的烈度高于周围基岩场地上的烈度。在1988年亚美尼亚地震中,这三个镇上都没有强震记录。根据距发震断层25km的另一个镇上峰值为0.2g的地面运动加速记录反到基岩上以后作为盆地输入地震波的分析结果证实了该盆地对地震烈度的放大作用^{[15]、[16]}。在美国加州1989年Loma Prieta M7.1级地震中取得了有关场地条件对烈度和地震动参数影响的许多仪器记录。在这次地震之后美国学者进行了详细的分析,图1.7.2中所示为在1989年Loma Prieta地震中,旧金山地面运动加速度为0.08~0.1g,软土层上约放大到0.3g。在以上几次地震记录到地面运动加速度大致在0.02~0.2g之间,土上的变形基本上处于弹性范围以内,对于特定的土层剖面,地表面较基岩上有较大的加速度放大。Idriss等人分析计算表明,随着基岩加速的增加,由于非线性的影响土层对加速度或烈度的放大效应减弱,甚至出现减小的现象^[17]。在图1.7.2中给出了软土地地和基岩场地上加速度比值随基岩加速度的变化情况。需要指出的是这里所说的软土和基岩都是很模糊的划分,详细的讨论需要区分不同的地层结构和剪切波速随深度的变化情况,从而需要更多的观测数据和地质资料。随着强震观测数据的积累以及对比分析和计算验证,对场地因素影响的推断将会更加具体和明确。

1.8 中国的地震与地震区划

中国位于世界两大地震带:太平洋地震带与欧亚地震带的中间地带,西部地区位于欧亚板块内部,其中的地震大多数属于板内地震;南部受到印度洋板块的俯冲作用;东南沿海,特别是台湾海峡两岸位于欧亚板块的东南端,受到太平洋板块和印度洋板块的挤压,地质构造情况比较复杂。我国内陆地震大多集中在已知的条带及其邻近地区。带内地震的时空分布

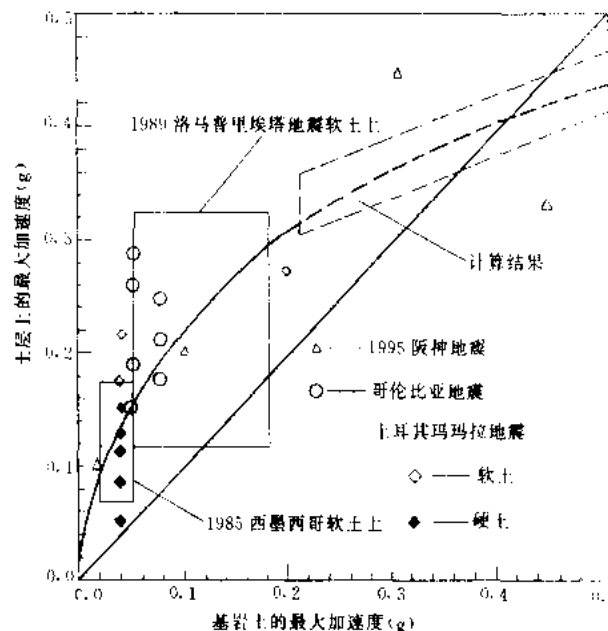


图 1.7.2 上层和基岩上地面运动峰值加速度的比较

很不均匀；中部（又称南北带）和东部地震带上的活动特点是震级大，中小地震发生的频度相对偏低。西藏、四川、云南部分地区和台湾的大部分地区的地震活动频度高，中强地震时有发生。

中国最早的有文字可考的地震灾害记载，可回溯到 4500 多年以前。据“竹书纪年”所载推算：公元前 2597 年曾发生强烈地震。关于地震的直接记载，一般认为开始于公元前 1831 年发生的泰山地震。从 50 年代开始，地震部门已将我国的地震资料编目成册^{[18]~[20]}，供有关人员研究使用。一般来讲年代愈久远，记载愈不完整，遗漏较多，此外也随地区有所不同，中部和东部地区的历史记载较早，较全、边缘地区则缺失较多。

自 20 世纪以来我国共发生破坏性地震约 2700 次，其中 6 级以上破坏性地震 560 余次，平均每年 5~6 次，8 级以上地震 9 次，见表 1.8.1。在此期间经历 5 个地震活动高潮，其中尤以 1966 至 1976 年间的的海震活动最为强烈，其间发生了邢台、通海、海城、炉霍、唐山、龙陵等带来严重灾害的大地震。在表 1.8.2 中给出了 20 世纪后 50 年内发生在我国境内的若干 7 级以上强震的灾害统计结果^[21]。

20 世纪以来的 9 次 M8 强震统计表 表 1.8.1

序 号	发 震 时 间	地 震 名 称	震 级 (M)
1	1902.8.22	新疆阿图什	8.3
2	1906.12.23	新疆马纳斯	8.0
3	1920.6.5	台湾花蓮东南海中	8.0
4	1920.12.16	宁夏海原	8.5
5	1927.5.23	甘肃古浪	8.0
6	1931.8.11	新疆富蕴	8.0
7	1950.8.15	西藏察隅	8.5
8	1951.11.18	西藏当雄	8.0
9	1972.1.25	台湾新港东南中	8.0

我国建国以来造成严重破坏的 M7 以上地震有 14 次，受灾面积达 28.42 万 km²，伤亡人数达 49.0 万多人，震毁房屋达 896.8 万多间（见表 1.8.2）。

中国大陆 12 次 M7 以上强震灾害统计表 表 1.8.2

序 号	地 震	发震时间	震 级 (M)	震中烈度	受灾面积 (km ²)	死亡人数 (人)	伤残人数 (人)	倒塌房屋 (间)
1	康定	1955.4.14	7.5	9	5000	84	224	636
2	乌恰	1955.4.15	7.0	9	16000	18	—	200
3	邢台	1966.3.22	7.2	10	23000	7938	8613	1191643
4	渤海	1969.7.18	7.4	—	—	9	300	15290
5	通海	1970.1.5	7.7	10	1777	15621	26783	338456
6	炉霍	1973.2.6	7.9	10	6000	2199	2743	47100
7	永善	1974.5.11	7.1	9	2300	1641	1600	66000
8	海城	1975.2.4	7.3	9	920	1328	4292	1113515
9	龙陵	1976.5.29	7.6	9	—	73	279	48700
10	唐山	1976.7.28	7.8	11	32000	242769	164851	3219186
11	松潘	1976.8.16	7.2	8	5000	38	34	5000
12	乌恰	1985.8.23	7.4	8	526	70	200	30000
13	耿马	1988.11.6	7.2、7.6	9	91732	748	7751	2242800
14	丽江	1996.2.3	7.0	9	10900	311	3706	480000

地震区划是对给定区域（一个国家或地区）按照其在一定时间内可能经受的地震影响强弱程度的划分，通常用图来表示。这里所说的地震可以是表示地震作用的强度和特征，也可以用可能造成的破坏后果来表示。这涉及到地震区划的目的、用途和某些概念性的问题。在此我们将结合我国的实际情况对地震区划的发展概况和基本方法做概要的介绍。

我国的地震区划工作开始于 50 年代初，由地球物理研究所李善邦先生主持下于 1957 年完成了第一个中国地震区域划分图^[22]。由于对地震发生的规律还不能充分掌握以及所使用的资料没有考虑地震发生频率的情况下采用了以下两条编图原则：

1. 曾经发生过地震的地区，同样强度的地震还可能重演；
2. 地质条件（或称地质特点）相同的地区，地震活动性亦可能相同。

以地震烈度为指标的区划结果示于图 1.8.1 中，从表面上看这个图是缺乏时间概念的，实际隐含的则是有历史地震记载的时间跨度，这个时间跨度对不同地区是不一致的。关于地质条件的认识则有很大的模糊性。这张图上给出的地震烈度称为基本烈度。由于图中给出的烈度比较高，如果全面按此图抗震设防，当时普遍感觉在经济上承受不了，因此要求在进一步研究的基础上缩小强震区的范围，其中的理由之一是所考虑的时间跨度可以缩短。为此工程力学所刘恢先教授对基本烈度做以下说明：

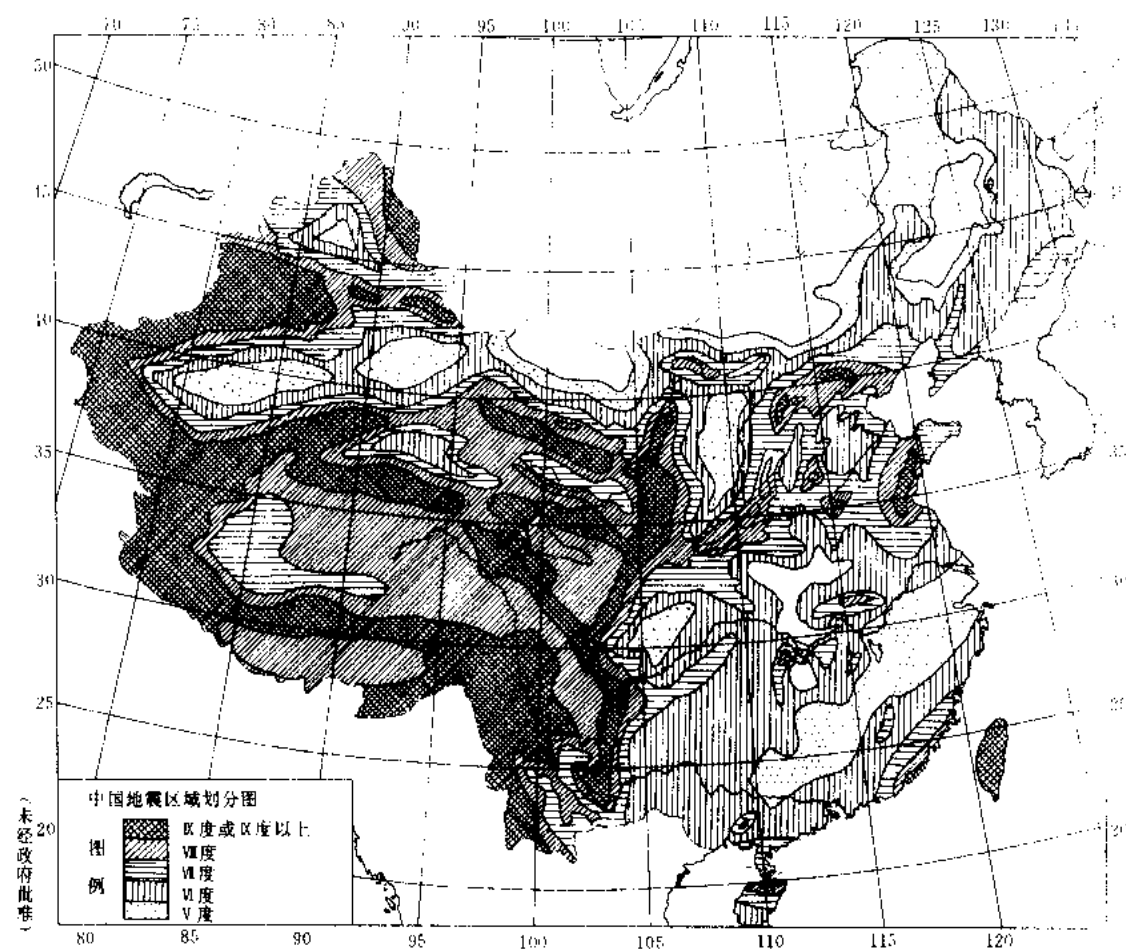


图 1.8.1 1957 年地震烈度区划概要图

基本烈度是指某地区今后一定期限内，在一般场地条件下可能普遍遭遇的最大烈度，也就是预报未来一定时间里某一地区可能遭受的最大地震影响程度，实际上是一个中长期地震预报的问题。结构抗震强度验算与构造措施的采取都以基本烈度为基础，并根据建筑物的重要性按抗震规范作适当的调整，经调整后的烈度，即抗震设计中实际采用的烈度。

基本烈度的时间概念以往是不太严格的，近年来随着地震研究的进步和工程要求的提高，普遍强化了时间的概念，一般是以 50 年或百年为期限；基本烈度所指的地区，并非是一个具体的工程建筑物场地，而是指一个较大的范围（例如一个区、县或更大的范围）的地区而言，因此基本烈度也叫区域烈度。至于具体工程场地局部浅层构造、地基土和地形、地貌等对烈度的影响因素（有时也叫场地烈度或小区域烈度）在鉴定基本烈度不易完全包括，须要另行考虑。

基于上述定义，我国于 70 年代初对地震烈度区划图进行了修订^[23]，基本烈度区划的原则是：

1. 根据区域地震活动、地震地质条件的共同特征和相互影响程度，划分地震区（带），作为研究的基本单元；
2. 分析各地震区（带）内地震活动的发展过程，在时间、空间和强度方面的特征和规律，评价出各区（带）未来百年内的最大震级和各级地震的次数；
3. 分析各地震区（带）内不同强度地震发生的地质构造条件，研究各级强度地震的发震构造标志；
4. 综合上述地震活动性和地震地质条件的分析结果，判定各区（带）未来百年内可能发生各级地震的地点，勾划出地震危险区；
5. 依据我国历史地震震级与震中烈度的经验关系，将危险区的震级换算成相应的震中烈度；烈度分布范围则根据所在地震区（带）的烈度衰减统计数据圈定，在特殊情况下，类比历史地震影响场确定。

总之，基本烈度的鉴定是在占有足够的地震资料与地质资料的基础上，并经过分析研究其活动性和地质背景之后确定的。按照以上原则编制的烈度区划图于 1977 年公布，并正式成为我国工程建设抗震设防的依据，并被称为第二代地震区划图。这个区划图上给出的基本烈度是一百年以内该地区可能遭遇的最大烈度。其中虽然加上了“可能”两个字，但是并没有给出明确的概率意义。在 80 年代中期，中国建筑科学研究院工程抗震研究所鲍霭斌等应用地震危险性分析方法对 1977 年地震烈度区划图进行了概率标定^[24]，认为区划图所给出的烈度在 50 年内超越概率约为 13%，与国际上通用的 10% 的超越概率比较接近。为了适应以设计基准期内一定超越概率为基础的抗震设计，国家地震局应用综合概率方法编制出版了重现期为 475（即 50 年内 10% 的超越概率）的烈度区划图^{[25][30]}。这张图已立足于基本烈度的概率定义，并于 1990 年开始使用。在图 1.8.2 中给出了 1990 年地震区划图的缩尺结果。

地震区划作为工程结构抗震设防的主要依据，应该明确地给出抗震设计所需要的参数，目前在抗震设计中应用的最主要的参数至少应该包括地面运动加速度（或加速度反应谱的最大值 α_{\max} ）和反应谱的特征周期 T_g ，进一步讲还需要可以用来确定输入地震加速度时程的地震动强度、频谱特性（包括 T_g 值）和持续时间等等，这三项通常被称为强震地面运动的三要素。另外，从不同工程的使用寿命来看，还要求给出未来 20、50、100、

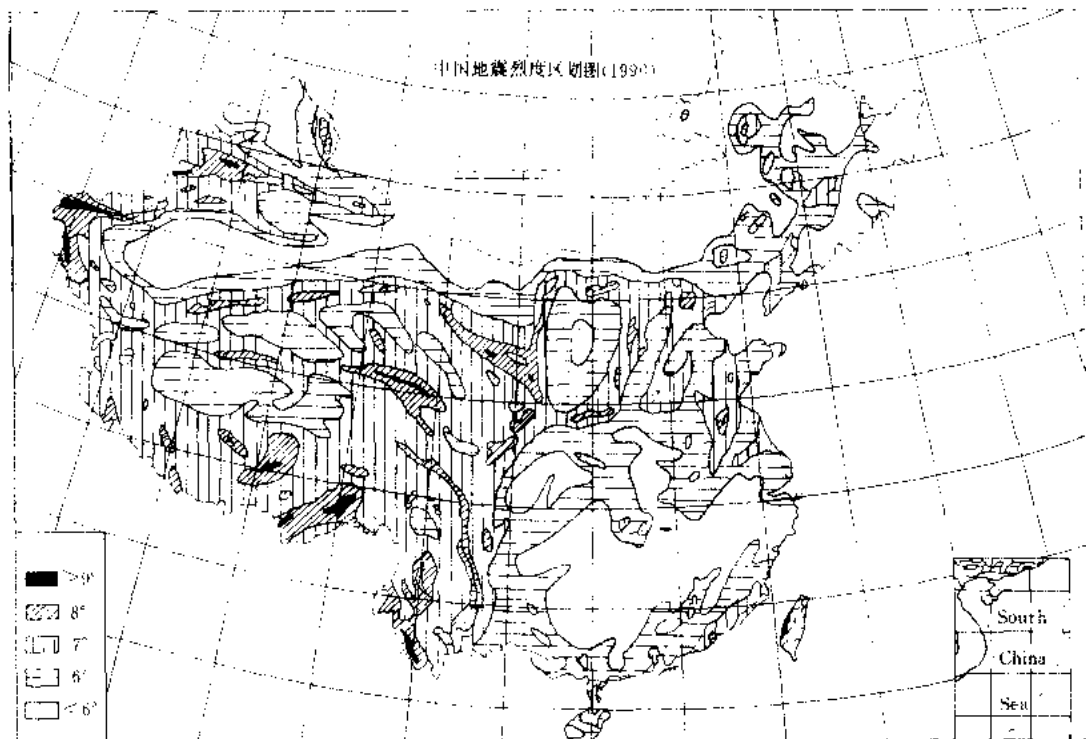


图 1.8.2 1990 年地震烈度区划概要图

200 年内地震动三要素的不同概率估计。应用基于地震危险性分析的地震区划对满足以上要求在原则上是完全可以做到的。目前面临的困难还是基础资料在数量和质量方面往往都还不能满足分析的要求，而资料的积累又需要很长的时间。地震动参数区划作为一个发展方向正在逐步走向实用化，我国地震部门已经在做这方面的工作了。新的地震区划图除给出与烈度大致对应的地面运动加速度以外，同时还将给出了Ⅱ类场地反应谱特征周期分区图。地震动参数区划也是建立在以地震危险性分析为基础上的综合概率估计，可以给出不同重现期的设计地震动参数，但成果图上给出的还是重现期为 475 年的地震动参数。地震动参数区划的基本工作框图示于图 1.8.3。由于其基本步骤是潜在震源区识别和划分，各震源区地震活动性参数（年发生率和震级频度关系）和震级上限的确定，各大区地震动参数（峰值加速度和反应谱）衰减规律的确定，计算点网格划分，各网格点上不同烈度峰值加速度和反应谱的概率计算和对比分析，一般场地上反应谱 T_g 值的标定，等值线和分区图的绘制等。所应用的基础

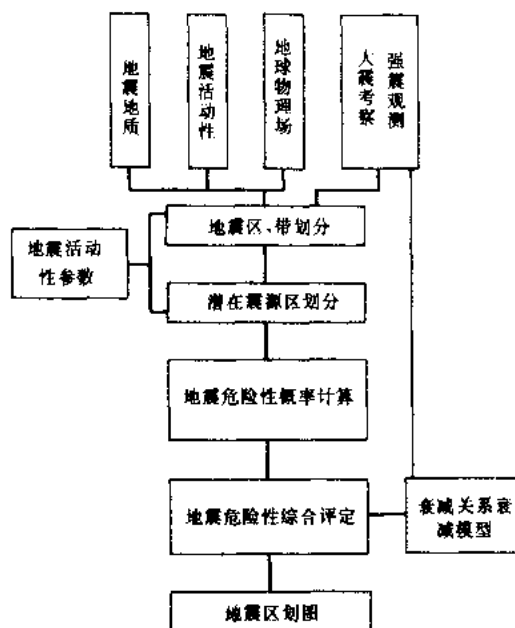


图 1.8.3 地震动参数区划框图

资料除了上述地震活动性参数和衰减规律以外,还包括大地构造和地球物理场资料、历史地震资料和有仪器记录的近代地震的震源机制解,发震标志和模式识别结果,大震的复发和迁移规律,地震活动水平的时间变化规律,平稳和高潮期的划分以及场地影响资料等地震危险性分析的基本概念和初等算法见文献[26] [27]。更详细论述参见文献[1]。有关地震小区划的方法和实用应用参见文献[29] [30] [31]。

参 考 文 献

- 1 胡聿贤.地震工程学.北京:地震出版社,1988
- 2 中国科学院地质研究所.中国地震地质概论.北京:科学出版社,1974
- 3 李善邦.中国地震.北京:地震出版社,1981
- 4 地震工程概论编写组.地震工程概论(第二版).北京:科学出版社,1985
- 5 国家地震局震害防御司.地震工作手册.北京:地震出版社,1990
- 6 谢礼立,彭克中.中国强震观测的发展.中国工程抗震研究四十年.魏琰,谢君斐主编.北京:地震出版社,1989
- 7 徐增标.强震仪的研制.中国工程抗震研究四十年.魏琰,谢君斐主编.北京:地震出版社,1989
- 8 李沙白. SCQ-1 强震仪数字回放软件设计.地震工程与工程振动. 12 (4), 1992
- 9 国家地震局地质研究所.中国八大地震震害摄影图集.北京:地震出版社,1983
- 10 中国建筑科学研究院编.1976 年唐山大地震房屋建筑震害图片集.北京:中国学术出版社,1986
- 11 C. Scawthorn, The Marmara, Turkey Earthquake of August 17, 1999, Reconnaissance Report, Technical Report MCEER-00-001, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, March 23, 2000
- 12 井之潜.地震灾害与损失预测方法.北京:地震出版社,1996
- 13 H. B. Seed and E. M. Idriss, Ground Motion and Liquefaction During Earthquake, Earthquake Engineering Research Institute, 1982
- 14 东京大学生产技术研究所田村研究室. Mexico 地震震害调查报告. 1986, 11
- 15 Yegian and V. G. Ghahraman, The Armenia Earthquake of Dec 1998, Northeastern University, Boston, Massachusetts, Oct, 1992
- 16 A. H. Hadian, The Spitak, Armenia Earthquake of December 1988 - Why so Much Destruction, SIEEP, V. 12 No. 1, 1993
- 17 R. Dobry et al, New Site Coefficient and Site Classification System Used in Recent Building Seismic Code Provisions Earthquake Spectra V. 16 No. 1, 2000
- 18 顾功叙主编.中国地震目录(公元前 1831~公元 1969).北京:科学出版社,1983
- 19 顾功叙主编.中国地震目录(1970~1979).北京:地震出版社,1983
- 20 时振梁主编.中国地震考察.北京:科学出版社,第一卷 1987. 第二卷 1990
- 21 陈寿梁,魏琰主编.抗震防灾对策.洛阳:河南科学技术出版社,1988
- 22 李善邦.中国地震烈度区划说明.地球物理学报. V. 6, 2, 1957
- 23 国家地震局.中国地震烈度区划工作报告.地震出版社,1981
- 24 鲍震斌,李中锡,高小旺,周锡元.我国部分地区基本烈度的概率标定.地震学报(7) 1, 1985
- 25 国家地震局震害防御司编.中国地震区划文集.北京:地震出版社,1993
- 26 龚思礼等.建筑抗震设计新发展.北京:中国建筑工业出版社,1992
- 27 胡聿贤,时振梁主编.重要工程中的地震问题.北京:地震出版社,1987
- 28 章在墉.地震危险性分析及其应用.上海:同济大学出版社,1996

- 29 蒋溥等. 地震小区划概论. 北京: 地震出版社, 1990
- 30 胡聿贤主编. 地震危险性分析中的综合概率法. 北京: 地震出版社, 1990
- 31 周锡元. 场地·地基·设计地震. 北京: 地震出版社, 1990
- 32 周锡元等. 地震动衰减规律中距离参数的新定义及其在地震危险性分析中的应用. 地震工程与工程振动, (7) 2, 1987
- 33 周锡元, 苏经宇, 王广军. 以断层破裂模式为基础的烈度衰减规律. 地震学报, (9) 4, 1987
- 34 董津城. 发震断裂的安全距离规定简介. 工程抗震, 1999, 2
- 35 刘守华, 徐光明, 董津城. 发震断裂上覆土层厚度影响离心模型试验研究. 工程抗震 2000 年增刊, 2000 年 7 月
- 36 王国权, 周锡元, 马宗晋, 马东辉. 921 台湾地震近断层强地面运动反应谱与中美规范的对比研究. 工程抗震 2000 年增刊, 2000 年 7 月

第2章 地震动的随机过程描述

2.1 强震地面运动的一维概率分布

假如某地在很早以前就安装了强震仪,并已记录到许许多多地面运动加速度随时间变化的曲线,也就是加速度记录或加速度时程。每个加速度记录都是时间的确定性函数,可以称为一次观测结果,一次实现或样本函数。由于这些地面运动加速度是由于发生在不同的震源处的不同震级的地震对该地造成的影响,每次地震的发震模式或机制不同,地震波从震源到场地的传播途径也不相同,因此这些记录都不相同。尽管我们已经获得了大量的记录,下一次地震记录将会是一个什么样时间变化过程呢?对此我们仍然是不知道的,或者说是不确定的。因此,这些记录的集合可以看作是随机函数或随机过程。作为示例,在

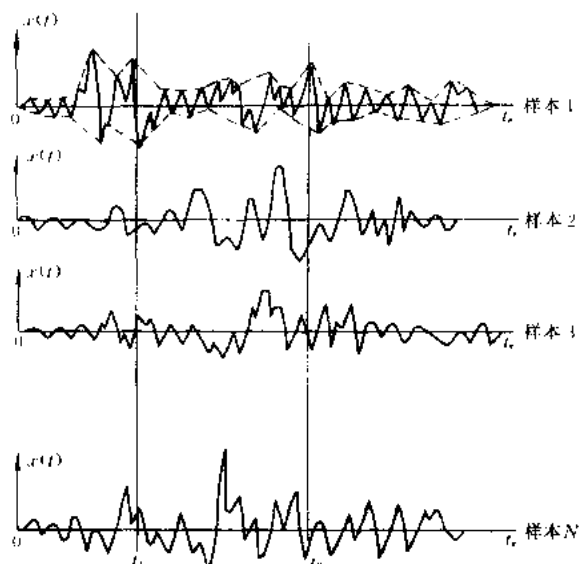


图 2.1.1 同一台站上的地震加速度记录样本集合

图 2.1.1 中描绘了若干这样的记录或样本函数,这些纪录都是时间变量的不同的函数,因此是随机函数,而确定函数的每个样本函数都是相同的。随机过程中的每个样本函数虽然是不确定的,但是我们还是可以通过对大量样本函数的统计分析来寻找样本集合的统计特性或概率特征。在讨论强震地面运动的统计特性以前,我们不妨先注意一下它的以下特点:1. 每个加速度记录都有起始点 t_s (t_s 通常也可以取为 0) 和终止点 t_c , 其差值 $t_d = t_c - t_s$ 即是其持续时间,简称持时。每个样本的持时都不相同,因此 t_d 也是一个随机变量。2. 每个记录都是一个

由许多波峰,波谷组成的复杂的时间函数,但其平均值都等于零,其基线就是时间轴。这时正负方向的加速度分布是对称的,因为这个平均值就是加速度时程在 t_s 到 t_d 之间的积分,也就是 t_d 点的速度。由于地震结束时,地面总是会恢复到静止状态的,因此在 t_d 点上的地面运动速度应为零。3. 每个强震地面运动加速度记录的峰值都有一个从上升到衰减的过程,中间可能经历多次起伏,但最后都会减小到零。这说明地震动强度在时间轴上不是平均分布的,这就是通常所说的非平稳性,具有这种特性的随机过程称为非平稳过程。在这一章中我们将按照非平稳过程的一般特性来讨论强震地面运动随机特征的概率描述,然后将它们简化为平稳化过程,简要地讨论其统计特征。关于强震地面运动随机特性和结构反应的更详细的叙述参见文献[1~3], [16~19]和本书第 8.11 节。在本章的讨论

中常常把随机过程简称为过程，对此，读者可从上下中加以识别。

随机过程的不确定性表现在许多方面，先看任意时刻 t_1 上的加速度值，由于各样本函数的时间平均值都等于零，各个样本在 t_1 点上的平均值也等于零。随机过程在给定时刻 t_1 上的值显然是一个随机变量，它的概率密度分布，通常可以用统计方法确定，结果得到图 2.1.2 中所示的形如山峰状的曲线，图中的横坐标 x 表示地面运动加速度， $p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X \leq x + \Delta x)}{\Delta x}$ ，因此有 $P(x \leq X \leq x + \Delta x) = P(x) \Delta x$ ，这里的 $P(x \leq X \leq x + \Delta x)$ 就是 X 取 x 与 $x + dx$ 之间取值的概率。用同样的方法可以得到随机过程在时刻 t_2 上的概率密度曲线。这些给定时刻上的概率分布从图 2.1.2 中可以看到在 t_1 、 t_2 点上加速度的平均值虽然都等于零，但分散的程度是不同的。从图 2.1.2 和 2.1.3 上可以看到，当 x 相等时， t_2 点上的超过概率比 t_1 点更大一些。

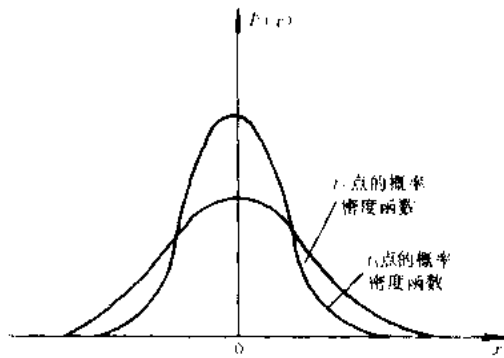


图 2.1.2 两个时刻上的加速度概率密度函数

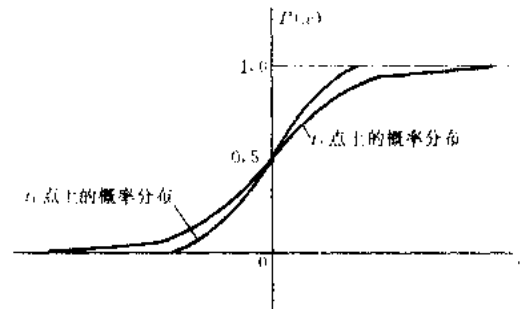


图 2.1.3 两个时刻上的加速度概率分布

由于震动加速度的各个样本都是沿时间轴正负两个方向对称分布的，而且具有加速度绝对值愈大，概率愈小的特点，因此图 2.1.2 中的曲线通常符合正态分布或高斯分布。正态分布概率密度函数一般可写为

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m_x}{\sigma_x}\right)^2\right], \quad (-\infty < x < \infty) \quad (2.1.1)$$

式中 m 和 σ 分别为数学期望（或平均值）和标准差。他们可以分别按以下公式确定：

$$m_x = \bar{x} = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx \quad (2.1.2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \overline{(x - m_x)^2} = E[(x - m_x)^2] = V_{ar}[x - m_x] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 p(x)dx \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

式 (2.1.2) 和 (2.1.3) 中字母上的一横和符号 E 都表示对集合求平均值或计算数学期望的运算。 m_x 也称为一阶中心矩，它所表示的是随机变量的重心位置。 σ_x^2 也称为二阶中心矩或离散，其意义如同力学中的惯性矩。式 (2.1.1) 所示概率密度函数的积分称为概率分布函数：

$$p(X \leq x) = p(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (2.1.4)$$

与图 2.1.2 中概率密度函数相对应的概率分布函数示于图 2.1.3 中, 由式 (2.1.4) 可知

$$p(x) = \frac{dp(x)}{dx} \quad (2.1.5)$$

式 (2.1.1) 和 (2.1.4) 所代表的是随机过程的一阶或一维概率分布, 一般来讲它们同时也是时间 t 的函数, 可记为 $p(x, t)$ 和 $P(x, t)$, 此时式 (2.1.5) 中的导数应改为偏导数。

有时也用 $\mu = \frac{\sigma_x}{m_x}$ 来表示随机变量相对于均值的偏离程度, 称为变异系数。由于对地震动加速度 $m_x = 0$, 变异系数 $\mu = \infty$ 。此外还可以写出 3 阶, 4 阶以及更高阶的矩, 并且可以用这些矩来表示随机变量 x 的概率特征。不过在工程应用中, 通常只需要考虑 1、2 阶矩, 可以证明, 对于正态分布, 用 1、2 阶矩便可代表其全部概率特征了。当样本数量比较少时, 用统计方法求出的 m_x 和 σ_x 都包含有不确性, 因此所得结果只是一种估计值。但是随着样本数量的增加, 估计值将愈来愈接近其准确值。因此从理论上讲随机变量 x 的 m_x , σ_x 和高阶矩都是确定性的量, 它们所代表的就是随机变量的统计特性或概率特征。当地震动加速度符合正态分布, 且 $m_x = 0$ 时, 任意时刻上的加速度作为一个随机变量其概率特征只需要用一个参数来描述, 就已足够了, 这就是标准差 σ 。对于非平稳随机过程, σ 是时间 t 的函数, 可记为 $\sigma(t)$ ($t_s \leq t \leq t_d$)。假如地震动加速度是正态随机过程, 其一维概率密度函数 $p_1(x)$ 可由 $\sigma(t)$ 完全确定。在图 2.1.4 中给出了 $\sigma(x)$ 和 $p(x)$ 随时间变化的过程。它们只能反映地震动加速度的幅值或强度变化, 完全不能反映其周期 (或频谱) 特性。为说明这一点我们不妨考虑这样的非平稳随机正态过程, 它是一个 $\sigma_x = 1$ 的正态随机变量 s 和 $\sigma(x)$ 的乘积

$$y(t) = s \cdot \sigma_x(t) \quad (2.1.6)$$

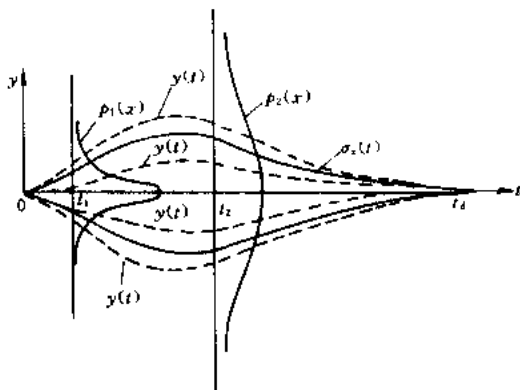


图 2.1.4 地面运动加速度的标准差和一维概率密度函数随时间的变化

它的每一次实现都具有与 $\sigma_x(t)$ 同样的时间变化规律 (形状), 只是幅值有所不同 (见图 2.1.4 中的虚线所示的时程变化), 并满足 $\sigma_y(t) = \sigma_x(t)$ 的条件, 也就是说 $y(t)$ 与标准差为 $\sigma_x(t)$ 的实际地震动加速度具有相同的一维概率结构。然而, 我们不难发现当 t_d 很大时, $y(t)$ 所代表的实际上是一种静力荷载, 完全不能反映地震的动力作用。造成这种情况的原因是在统计各个时刻上加速度的概率分布时是当作相互独立的随机变量来处理的, 完全忽略了不同时刻上振动过程的相关性。这样统计得到的 $\sigma(t)$ 虽然是时间 t 的函数。但还只是

一阶概率分布中的统计参数。为了较好地反映随机过程的统计特性, 还需要进一步研究二阶和高阶联合分布和相关性。

2.2 非平稳随机过程的二维联合概率分布和相关特性

现在我们将给定场地上获得的许多强震加速度记录看作是非平稳随机过程的实现或样本集合。设在任意时刻 t_1 和 t_2 上的随机函数（加速度）的取值分别为 x_1 和 x_2 ，或二维随机向量，其联合概率密度为 $p(x_1, x_2, t_1, t_2)$ ，由于它是同一随机过程在 2 个不同时刻上的相应随机变量 x_1 和 x_2 的联合概率，因此称为二维或二阶联合概率密度函数，它是一个二维概率分布，在一定程度上反映了 t_1 和 t_2 点上地震动的相关性。随机变量 x_1 和 x_2 的联合概率密度函数可以用图 2.2.1 中的曲面来表示，这是一个具有一个高峰的钟形曲面。图中的画影线的小柱子就随机变量 $X_1 = x_1, X_2 = x_2$ 时的联合概率，并可表示为

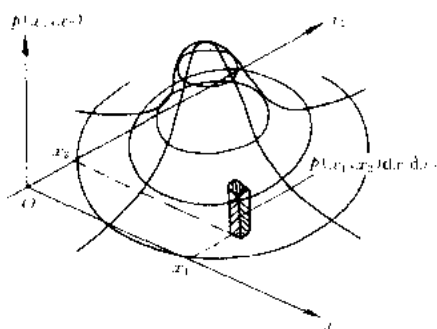


图 2.2.1 随机变量 x_1 和 x_2 的联合概率密度

$$P[x_1 \leq X_1 \leq x_1 + dx_1, x_2 \leq X_2 \leq x_2 + dx_2] = P(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 \quad (2.2.1)$$

在这里我们用大写字母表示随机变量，用小写字母表示它的取值。 $p(x_1, x_2)$ 称为联合概率密度函数。由于 X_1 和 X_2 的取值范围都是 $-\infty$ 到 $+\infty$ ，因此有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 = 1 \quad (2.2.2)$$

在这里我们是将随机过程在两个不同时刻 t_1, t_2 上的值 x_1, x_2 作为相互关联的随机变量来处理的，并定义了它们的联合概率密度 $p(x_1, t_1; x_2, t_2)$ ，有了这个联合概率密度就可以定义以下的相关函数了，即

$$r_{x_1 x_2}(t_1, t_2) = E[x_1(t_1) \times x_2(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 \quad (2.2.3)$$

如果随机函数在 t_1 和 t_2 上的值 x_1 和 x_2 是相互独立的，它们的二维联合概率密度可以写成各自的一维概率密度函数的乘积，即

$$p(x_1, x_2) = p(x_1) \cdot p(x_2) \quad (2.2.4)$$

对于上面讲到的正态随机过程，二个给定时刻上的随机变量的二维联合概率密度函数一般可写为

$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}\sqrt{1-\rho^2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x_1-m_{x_1})^2}{\sigma_{x_1}^2} + \frac{(x_2-m_{x_2})^2}{\sigma_{x_2}^2} - \frac{2\rho(x_1-m_{x_1})(x_2-m_{x_2})}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}}\right]\right\} \quad (2.2.5)$$

式中 m_{x_1} 和 m_{x_2} 分别是 x_1 和 x_2 的平均值， ρ 是由下式定义的规范化相关系数。

$$\rho = \frac{R_{x_1 x_2}(t_1, t_2)}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} \quad (2.2.6)$$

上式中 σ_{x_1} 和 σ_{x_2} 分别是 t_1 和 t_2 时刻上随机变量的标准差, 可按式 (2.1.3) 确定, 一般 $R_{x_1 x_2}(t_1, t_2)$ 称为随机变量 x_1, x_2 的自相关系数, 可按下式确定:

$$\begin{aligned} R_{(x_1, x_2)}(t_1, t_2) &= E[(x_1(t_1) - m_{x_1})(x_2(t_2) - m_{x_2})] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x(t_1) - m_{x_1}][x_2(t_2) - m_{x_2}] \\ &\quad \times p(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

对于强震地面运动, 我们有

$$m_{x_1} = m_{x_2} = 0, \\ R_{x_1 x_2}(t_1, t_2) = E[x_1 x_2] = E[x(t_1)x(t_2)] = r_{x_1 x_2}(t_1, t_2)$$

按照由公式 (2.2.7) 给出的定义, 自相关函数具有如下对称性, 即

$$r_{x_1 x_2}(t_1, t_2) = r_{x_2 x_1}(t_2, t_1) \quad (2.2.8)$$

对于具有 N 个记录的样本 $x_i(t)$, $i=1, 2, \dots, N$, 自相关函数可以用下式估计

$$r_{x_1 x_2}(t_1, t_2) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i(t_1) \cdot x_i(t_2) \quad (2.2.9)$$

设 $\tau = t_2 - t_1$, 固定 t_2 和 t_1 的中间值, 并取为 t , 则 $t_1 = t - \frac{\tau}{2}$, $t_2 = t + \frac{\tau}{2}$, 这样非平稳随机过程的自相关函数可表示为

$$r_{xx}(t, \tau) = E\left[x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right] \quad (2.2.10)$$

采用这种形式的自相关函数对于任意时刻 t 都具有对偶性, 即

$$r_{xx}(t, +\tau) = r_{xx}(t, -\tau) \quad (2.2.11)$$

当 $r_{xx}(t, +\tau) = 0$ 时, 即当 x_1 和 x_2 不相关, 或为独立随机变量时, 对正态分布不相关即意味着互相独立, 二维概率密度等于两个一维概率密度的乘积, 自相关函数也可以简称为相关函数。但是对于由多个随机函数组成的随机函数组, 由于需要区分单个随机函数自身的相关性以及该函数与组内其他随机函数的相关性, 这个“自”字就不能省略了。

令式 (2.2.5) 中 $\rho=0$, 即得独立正态随机变量 x_1, x_2 的联合分布:

$$\begin{aligned} p(x_1, x_2) &= \frac{1}{2\pi\sigma_{x_1 x_2}} \exp - \frac{1}{2} \left[\frac{(x_1 - m_{x_1})^2}{\sigma_{x_1}} + \frac{(x_2 - m_{x_2})^2}{\sigma_{x_2}} \right] \\ &= p(x_1) p(x_2) \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

相反, 当 $\rho = \pm 1$ 时表示完全相关, 按照公式 (2.2.5), 当 $x_1 = x_2$ 时, 有 $p(x_1, x_2) = \infty$, x_1 与 x_2 之间存在确定的关系。二维联合概率分布 $P(x_1, x_2)$ 与概率密度函数 $p(x_1, x_2)$ 之间存在以下关系:

$$P(x_1; x_2) = P(x_1 \leq x_1, x_2 \leq x_2) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} p(x_1; x_2) dx_1 dx_2 \quad (2.2.13)$$

$$p(x_1 t_1; x_2 t_2) = \frac{\partial^2 P(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \quad (2.2.14)$$

需要注意的是式 (2.2.10) 所表示的相关函数名义上是只包含二个自变量 t 和 τ 的一组函数, 但是由于 t 和 τ 的取值范围都涵盖随机过程的持时, 即 $0 \sim t_d$ 的范围, 把实际强震加速度的 $r_{xx}(t, \tau)$ 用数学公式来表示出来是很困难的, 因此常常需要把 t 和 τ 离散化为 N 个等间距的离散变量, 随机函数 $x(t)$ 在这些点上的值退化为随机变量, 而 $x(t)$ 也就退化为 N 维随机向量。此时在各离散点 $i\Delta t$ ($i=1, 2, \dots, N$) 将为 $N \times N$ 阶方程。假如 N 维随机向量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ 如同原随机过程一样符合正态分布, 它同样也可以由相关矩阵 $r_{xx}(t_i, \tau_j)$ ($i, j=1, 2, \dots, N$) 完全确定。

至此, 我们已经引入了 N 维正态分布的概率。为了将二维正态分布推广为 n 维正态分布的一般表达式, 需要先将式 (2.2.5) 变换为适合于 N 维随机向量应用的更一般化的形式。为此我们先定义一个相关矩阵

$$\begin{aligned} \mu &= \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E[(x_1 - m_{x_1})^2] & E[(x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})] \\ E[(x_2 - m_{x_2})(x_1 - m_{x_1})] & E[(x_2 - m_{x_2})^2] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} E[(x_1 - m_{x_1})^2] & R_{x_1 x_2}(t_1 t_2) \\ R_{x_2 x_1}(t_2 t_1) & E[(x_2 - m_{x_2})^2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1} \sigma_{x_2} \rho \\ \sigma_{x_1} \sigma_{x_2} \rho & \sigma_{x_2}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

以上矩阵的行列式为

$$|\mu| = \sigma_{x_1}^2 \sigma_{x_2}^2 - E[(x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})]^2 = \sigma_{x_1}^2 \sigma_{x_2}^2 (1 - \rho^2) \quad (2.2.16)$$

μ 的逆矩阵可写为

$$\mu^{-1} = \frac{1}{\sigma_{x_1}^2 \sigma_{x_2}^2 - [E[(x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})]]^2} \times \begin{bmatrix} \sigma_{x_2}^2 & -E[(x_1 - m_{x_1})(x_2 - m_{x_2})] \\ -E[(x_2 - m_{x_2})(x_1 - m_{x_1})] & \sigma_{x_1}^2 \end{bmatrix} \quad (2.2.17)$$

现在我们将 x_1, x_2 定义为一个二维向量 $(x - m_x) = \begin{Bmatrix} x_1 - m_{x_1} \\ x_2 - m_{x_2} \end{Bmatrix}$, 这样式 (2.2.5) 就可以写为对 N 维向量也适用的一般形式:

$$p(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |\mu|^{\frac{1}{2}}} \exp \left[-\frac{1}{2} (x - M_x)^T \mu^{-1} (x - M_x) \right] \quad (N=2) \quad (2.2.18)$$

不难看到上式对任意的 N 维向量也是适用的, 只需要令向量

$$(X - M_x) = \begin{Bmatrix} x_1 - m_{x_1} \\ x_2 - m_{x_2} \\ \dots \\ x_N - m_{x_N} \end{Bmatrix} \text{ 就可以了。}$$

2.3 平稳和平稳化随机过程的统计特性

尽管强震地面运动具有明显的非平稳性, 但是由于对非平稳随机过程的统计分析是一件很困难的工作, 因此在地震工程的实际应用中一般都将它们简化为平稳随机过程和平稳

化随机过程来处理的。若随机过程的统计特性或概率特征不随时间变化,则称这样的随机过程为平稳过程。如果随机过程只能保证其标准差 $\sigma_x(t)$ 与时间 t 无关,自相关函数 $r_{xx}(t_1, t_2)$ 只与时间差 $\tau = t_1 - t_2$ 有关,则称此随机过程为弱平稳过程,若所有高阶矩和概率密度函数都只与时间差 τ 有关则称为强平稳过程。在地震工程中通常只考虑弱平稳过程。对于正态随机过程,如果满足了弱平稳条件,同时也就满足了强平稳条件。对于弱平稳随机过程,如果忽略平均值的影响(对于地面运动速度,平均值等于零),其统计特性可用离散和相关函数来表示:

$$E[x^2(t)] = \overline{x^2(t)} = \text{常数} \quad (2.3.1)$$

$$E[x(t_1)x(t_2)] = \overline{x(t_1)x(t_2)} = R_x(t_1 - t_2) = R_x(\tau) \quad (2.3.2)$$

并有 $R_x(0) = E[x^2(t)] = \text{常数}$, 因此相关函数常常被写成无量纲的形式,即

$$r_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{R_x(0)}$$

从理论上讲,平稳随机过程是一种既无起点又无终点的无休止的振动过程,那么它的许多个样本函数是否可以看作是从一个很长很长的实现中分段以后的结果呢?这样看来,当一个样本函数足够长时,式(2.2.9)和(2.2.10)中对集合的求期望值或平均值的计算是否可以用对时间的平均来代替呢?结论是肯定的,但需要满足一个叫做各态历经(Ergodic)的条件。满足这个条件的平稳随机过程叫做各态历经平稳随机过程。在这样的过程中,按集合确定的概率密度函数和统计特性 σ_x , $R_x(\tau)$ 与按一次样本函数用对时间求平均的方法得到的结果是一致的。这样,对于各态历经的平稳随机过程,应用一个足够长的样本函数就可以计算其统计特征(或数字特征)了。对于不可能获得许多样本函数的情况,这实在是令人鼓舞的。要验证平稳随机过程各态历经性,并不是很容易的,但是在工程应用中,只要一个样本函数足够长,一般都可以将平稳过程当作是各态历经的。因此在以后的讨论中,我们不再区分对集合和对时间的平均。如果不加说明一般都将用对时间的平均来代替对集合的平均。这样,相关函数就可表示为:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} x(t)x(t+\tau)dt \quad (2.3.3)$$

并有 $\sigma_x^2(t) = R_x(0) = \text{常数}$ 。

上面已经讲过,平稳随机过程是概率特性可随时变化的,既无起始点又无终止点的随机过程,这比较接近于环境脉动(Ambiant vibration),与强震地面运动加速度则相距甚远。若作为非平稳过程处理,无论在样本来源和分析处理方法方面都存在许多问题,看来暂时还有相当大的困难,在这种情况下在研究工作和实际应用中广泛使用的还是平稳化过程,它实际是一个确定性的时间函数 $f(t)$ 与一个平稳随机过程 $y(t)$ 的乘积,即

$$x(t) = f(t)y(t) \quad (2.3.4)$$

式中的 $f(t)$ 也称为包络函数,通常可取以下几种形式^{[2][20]}:

$$1. f(t) = 1, 0 \leq t \leq T_d \quad (T_d \text{ 为持续时间}) \quad (2.3.5)$$

$$2. f(t) = a \frac{t}{t_p} e^{1 - \frac{t}{t_p}} \quad (2.3.6)$$

$$3. f(t) = (a + bt) e^{-at} \quad (2.3.7)$$

$$4. f(t) = e^{-at} - e^{-bt} \quad (2.3.8)$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} & (t/T_b)^2, \quad t \leq T_b \\ & 1, \quad T_b < t < T_c \\ & \exp \left[-c(t-T_c)/(T_d-T_c) \right], \quad T_c \leq t \leq T_d \end{aligned} \right. \\
 & T_d = 10^{(M-2.5)/3.23} \text{ (s)} \\
 & T_c = [0.54 - 0.04(M-6)] T_d \\
 & T_b = [0.16 - 0.04(M-6)] T_d
 \end{aligned} \tag{2.3.9}$$

式中 M 为震级，其余参数除已有规定外，均按实际强震记录的包络线进行拟合。在以上平稳化表示方法都只考虑了地震动强度的非平稳性，而未考虑频率特性的非平稳性。不难证明平稳化过程的自相关函数为

$$R_x(t_1, t_2) = f(t_1) f(t_2) R_y(t) \tag{2.3.10}$$

平稳化过程 $x(t)$ 的周期特性还是决定于平稳过程 $y(t)$ 的统计特性，通常可用相关函数 $R_y(t)$ 和功率谱密度来表示。关于功率谱密度与相关函数的关系，将在下一节中加以讨论。

2.4 谱密度及其与自相关函数的关系

在定义谱密度之前，先考虑一个可用傅里叶（Fourier）级数表达的平稳随机过程 $x(t)$

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \tag{2.4.1}$$

这里 $\omega = 2\pi/T$ ，也就是与 T 相对应的最低圆频率。式（2.4.1）中的各常数由下列积分确定：

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega t dt \end{aligned} \right\} \quad (n \geq 1) \tag{2.4.2}$$

对强震地面运动加速度， $x(t)$ 的平均值为零，则 $a_0=0$ 。系数 a_n 与 b_n 可用一系列的间距为 ω 的纵坐标来表示（图 2.4.1）。当 T 增大时，频率 ω 将变小，因而图 2.4.1 中的各个纵坐标将相互接近；对 $T \rightarrow \infty$ ，它们便彼此相连。对此情况我们知道：函数 x 就须用傅里叶积分来描述，以代替用离散的傅里叶级数。

表示傅里叶级数的更一般的方法是使用复数记号。这通过下列替换就可实现：

$$\cos n\omega t = \frac{1}{2} [\exp(in\omega t) + \exp(-in\omega t)]$$

及

$$\sin n\omega t = [\exp(in\omega t) - \exp(-in\omega t)] / 2i$$

于是给出：

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n \exp(in\omega t) + d_n \exp(-in\omega t)] \quad n = 1, 2, \dots \tag{2.4.3}$$

式中 $c_n = (a_n - ib_n) / 2$ ， $d_n = (a_n + ib_n) / 2$ 。这两个系数也可写为：

$$\left. \begin{aligned} c_n &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \exp(-in\omega t) dt \\ d_n &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \exp(in\omega t) dt \end{aligned} \right\} n = 1, 2, \dots \quad (2.4.4)$$

我们现在引入记号 $d_n = c_{-n}$ ，用意是对所有系数都用 c_n 来定义，即

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(in\omega t) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.4.5)$$

这是复数形式的傅里叶级数，带有 $x(t)$ 的傅里叶系数 c_n 。

将 c_n 代入式 (2.4.5)，便可写出：

$$\begin{aligned} x(t) &= \omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \exp(-in\omega t) dt \right] \times \exp(in\omega t) \\ &= \omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega) \exp(in\omega t) \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

这里， $1/T$ 已被 $\omega/2\pi$ 所代替。

现在可把 $F(n\omega)$ 解释为一函数对于不同 ω 值 ($\omega, 2\omega, 3\omega, 4\omega$ 等) 的纵坐标，如图 2.4.2 所示。要注意，图中每块都有一个底 ω 及纵标 $F(n\omega)$ 。当 ω 变小时，我们可用 $\delta\omega$ 来代替 ω ，这样，横轴上的值就变为 $\delta\omega, 2\delta\omega, 3\delta\omega$ 等等。若 $\delta\omega \rightarrow 0$ (且 $T \rightarrow \infty$)，我们便有连续变化的 ω ，从而可用积分来代替求和，于是得到：

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt \right] \times \exp(i\omega t) d\omega \quad (2.4.7)$$

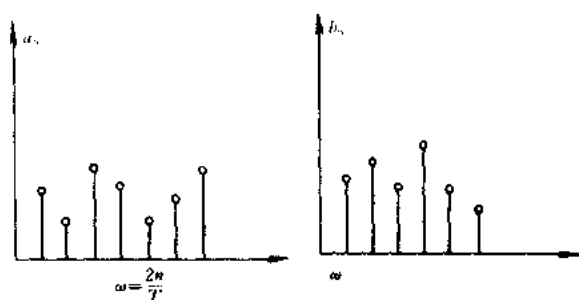


图 2.4.1 傅里叶级数的频域表示

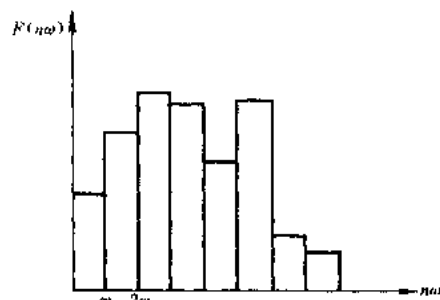


图 2.4.2 $F(n\omega)$ 函数的离散表示法

注意，方括号内的积分是一个 ω 的函数，可以表示为 X ，即 x 的傅里叶变换。

$$X(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (2.4.8)$$

于是可把式 (2.4.7) $x(t)$ 写成：

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (2.4.9)$$

$x(t)$ 与 $X(i\omega)$ 叫做一个傅里叶变换对，(上式中的 2π 是任意放置的，可置于这个积分中亦可置于式 (2.4.8) 中，或者在式 (2.4.8) 和 (2.4.9) 所表示的变换对的每一个前面都放置 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ ，以保持变换对的对称性，这完全取决于使用者的意愿。我们这里的表示法也是常用的一种)。式 (2.4.8) 将时间域中的一个平稳随机过程 $x(t)$ 变换为频率

域中的另一个随机过程 $X(i\omega)$ 。利用它们可以表示同一过程。需要注意的是 $x(i\omega)$ 不再是零均值的平稳随机过程，它的每一个样本都具有图 2.4.2 中直方图的当 $\omega \rightarrow 0$ 时平均化形状。

现在考虑过程 $x(t)$ 的均方值，即

$$\langle x^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t)dt \quad (2.4.10)$$

按前面的傅里叶变换的定义：

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) \times \exp(i\omega t) d\omega \right] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \times \exp(i\omega t) dt \right] d\omega \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

上式右端方括号内的积分是 $x(t)$ 的离散傅里叶变换，只是以 $+i$ 代替了 $-i$ ，即它是 X 的复共轭，在后文中我们将以 X^* 表示之。注意，当 $T \rightarrow \infty$ 时， X^* 也将趋于连续的傅里叶变换，我们现在将上式可写成：

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) X(i\omega)^* d\omega \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |X(i\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (2.4.12)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X(i\omega)|^2 \right) d\omega \quad (2.4.13)$$

括号中的项称为该过程 x 的功率谱密度函数，简称为谱密度函数或谱密度

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X(i\omega)|^2 \quad (2.4.14)$$

注意， $S_{xx}(\omega)$ 可理解为关于频率 ω 对 $\langle x^2 \rangle$ 的贡献，它类似于具有连续变化的傅里叶级数的系数，即傅里叶变换在给定频率上的幅值或傅里叶谱。由此看来，除了一个常数外，傅里叶谱模的平方的期望值（平均值）即为谱密度函数。需要注意的是，由于式 (2.4.14) 中的 $S_{xx}(\omega)$ 是在很长的时间 T 以内平均的结果，已不再具有随机性，另外由于这样的平均是对 $X(i\omega)$ 模的平方进行的， $S_{xx}(\omega)$ 不再是复数，这些都是谱密度与傅里叶谱不同的地方。

我们来考虑过程 x 的自相关的定义：

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (2.4.15)$$

要注意，下面的傅里叶变换对是关于函数 $x(t+\tau)$ 的，即：

$$\begin{aligned} X &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau) \exp(-i\omega t) dt \exp(-i\omega \tau) \\ x(t+\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) \exp[i\omega(t+\tau)] d\omega \end{aligned} \quad (2.4.16)$$

这两个关系式是正确的，因为，在平稳过程中将起始时间取为 t 或取为 $t+\tau$ 没有任何差异。还需要注意的是按式 (2.4.15) 定义的自相关函数对确定性的过程和平稳随机过程都能适用，按此式计算的结果都将是确定性的函数。

现在可把自相关函数写成：

$$\begin{aligned}
R_{xx}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(i\omega) \times \exp[i\omega(t+\tau)] d\omega dt \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[X(i\omega) \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \times \exp(i\omega t) dt \right] \exp(i\omega\tau) d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} X(i\omega) X^*(i\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega
\end{aligned} \quad (2.4.17)$$

这就是说, 自相关函数 $R_{xx}(\tau)$ 是过程 x 的谱密度的傅里叶变换。同理, x 的谱密度又可表达为:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (2.4.18)$$

这最后的两个公式叫做维纳—辛钦 (Weiner—Khinchin) 公式。

注意, 自相关与谱密度分别是 τ 与 ω 的偶函数

$$\begin{aligned}
R(\tau) &= R(-\tau) \\
S(\omega) &= S(-\omega)
\end{aligned} \quad (2.4.19)$$

于是我们可写为:

$$\begin{aligned}
R_{xx}(\tau) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) \exp(+i\omega\tau) d\omega \\
S_{xx}(\omega) &= 2 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau
\end{aligned} \quad (2.4.20)$$

应当特别注意的是, 对 $\tau=0$, 有下列结果:

$$R_{xx}(0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G_{xx}(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega = \sigma^2 \quad (2.4.21)$$

这就是说, 平稳过程的均方值是 $S_{xx}(\omega)$ 曲线下的面积 (图 2.4.3)。

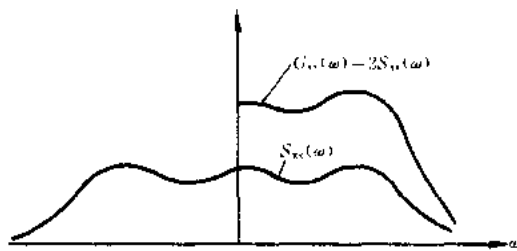


图 2.4.3 功率谱密度和单边功率谱密度

需要注意的是从 $-\infty$ 到 0 的对 $S_{xx}(\omega)$ 积分与从 0 到 ∞ 的相应积分是相等的。因此, 实际应用时可不使用负频率, 而用正频率的两倍来定义谱密度, 这就是式 (2.4.21) 中的 $G(\omega)$, 称为单边谱密度函数或单边功率谱 (图 2.4.3)。平稳随机过程按其谱密度函数所覆盖的频率范围常可分为窄频带过程和宽频带过程。图 2.4.4 (a) 所示便是一个具有窄频带的谱密度函数,

它的极限形式便是位于 ω_0 上的单位脉冲函数 $\delta(\omega_0)$, 相应于一个具有随机振幅的正弦波, 其规范化相关函数即是 $\cos\omega_0 t$ 。图 2.4.4 (b) 是宽带谱密度的例子, 其极限形式即是白噪声谱, 它在 ω 的 0 到 ∞ 范围内取恒定值 S_0 。白噪声谱的标准差为无穷大, 相关函数 $R_{xx}(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau)$ 。窄频带和宽频带随机过程由于比较容易分析, 因此得到了广泛的应用。强震地面运动属于中、宽频带随机过程, 结构地震反应特别是小阻尼结构的反应属于窄频带随机过程, 中心频度 (或特征频率) 为 ω_0 带宽为 $\Delta\omega$ 的平稳过程及其一

二阶导数的均方差分别为 $\sigma_{\ddot{x}x}^2 \approx 2S_0 \Delta \omega$, $\sigma_{\dot{x}x} \approx 2S_0 \omega_0^2 \Delta \omega$ 和 $\sigma_{xx}^2 = 2S_0 \omega_0^4 \Delta \omega$ 。因此有 $\omega_0^2 \approx \sigma_{\ddot{x}x}^2 / \sigma_{xx}$ 。

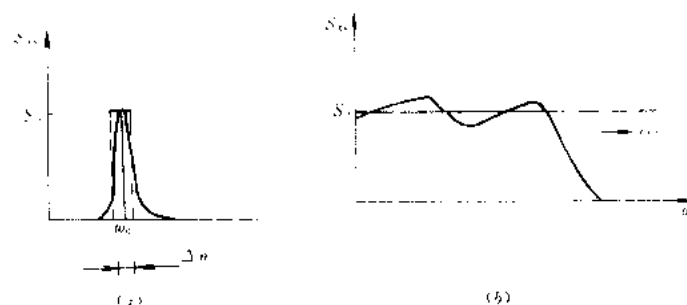


图 2.4.4 窄频带和宽频带谱密度

从以上讨论中我们已经知道平稳随机过程 $x(t)$ 的统计特性可以用相关函数 $R(\tau)$ 和谱密度来表示，现在来看 $x(t)$ 的一阶和二阶导数的统计特性。为此先考虑相关函数对时间的导数。

$$\begin{aligned} \frac{dR_{xx}(\tau)}{d\tau} &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{dx(t+\tau)}{d\tau} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{dx(t+\tau)}{d(t+\tau)} \frac{d(t+\tau)}{d\tau} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \dot{x}(t+\tau) dt \end{aligned} \quad (2.4.22)$$

对平稳过程，上式同样也可写为

$$\frac{dR_{xx}(\tau)}{d\tau} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau) \dot{x}(t) dt \quad (2.4.23)$$

再对上式求导，得

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R_{xx}(\tau)}{d\tau^2} &= - \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}(t+\tau) \dot{x}(t) dt \\ &= -R_{\dot{x}\dot{x}}(\tau) \end{aligned} \quad (2.4.24)$$

按维纳—辛钦关系

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (2.4.25)$$

求导二次后上式成为

$$\frac{d^2 R_{xx}(\tau)}{d\tau^2} = - \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{xx}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (2.4.26)$$

从式 (2.4.24) 与 (2.4.26) 比较中可以看到：

$$R_{\dot{x}\dot{x}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{xx}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (2.4.27)$$

按照定义

$$R_{\dot{x}\dot{x}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{x}\dot{x}}(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (2.4.28)$$

因此有 $S_{\dot{x}\dot{x}} = \omega^2 S_{xx}(\omega)$

容易证明随机过程 $x(t)$ 的第 n 阶导数 $x^{(n)}(t)$ 的自相关函数与谱密度函数分别为:

$$\left. \begin{aligned} R_n(\tau) &= (-1)^n \frac{d^{2n}}{d\tau^{2n}} R(\tau) \\ S_n(\omega) &= \omega^{2n} S(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.4.29)$$

2.5 互相关矩阵与互谱密度矩阵

对于多维平稳随机过程 $x_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, N$) (注意: 这儿是多个随机过程, 而不是同一随机过程的几次取样), 或随机向量过程, 具有 N 个分量。任意两个分量之间的互相关函数与互谱密度可以分别写为矩阵形式

$$\underline{R}(\tau) = \begin{bmatrix} R_{11}(\tau) & R_{12}(\tau) & \cdots \\ R_{21}(\tau) & R_{22}(\tau) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{N1}(\tau) & & R_{NN}(\tau) \end{bmatrix} \quad (2.5.1)$$

$$\underline{S}(i\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}(i\omega) & S_{12}(i\omega) & \cdots \\ S_{21}(i\omega) & S_{22}(i\omega) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{N1}(i\omega) & & S_{NN}(i\omega) \end{bmatrix} \quad (2.5.2)$$

互相关函数 $R_{ij}(\tau)$ 与相应的互谱密度 $S_{ij}(i\omega)$ 也满足式 (2.4.17) 和 (2.4.18) 的互傅里叶变换的关系。矩阵对角线上的项即为自相关函数与自谱密度。

根据互相关函数定义, 可以证明

$$R_{ij}(\tau) = R_{ji}(-\tau)$$

由此可见, 自相关函数 $R_{ii}(\tau) = R_{ii}(-\tau)$ 是偶函数, 而互相关函数则不是偶函数。根据谱密度与相关函数的关系可知

$$\begin{aligned} S_{ij}(i\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau) \cos\omega\tau d\tau - i \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau) \sin\omega\tau d\tau \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

由于互相关函数 $R_{ij}(\tau)$ 不是偶函数, 所以上式右边第二项不等于零, 因此互谱密度是复函数。另外, 容易证明

$$R_{ij}^2(0) \leq R_i(0) R_j(0) \quad (2.5.4)$$

与之相应的谱密度关系为

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} S_{ij}(i\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} S_i(i\omega) d\omega \int_{-\infty}^{\infty} S_j(i\omega) d\omega \quad (2.5.5)$$

随机向量过程不仅可能用来表示任意场地上地面运动的 3 个方向的平动和 3 个方向的转动分量, 还可以用来表示相邻场地的地面运动, 即可把多维地震动和随机场定义为多维随机过程。多维随机过程的凝聚函数或相干函数是一个有用的概念, 其定义为

$$\gamma_{ij}^2(\omega) = \frac{|S_{ij}(i\omega)|^2}{S_i(\omega) S_j(\omega)} \quad (0 \leq \gamma_{ij}^2(\omega) \leq 1) \quad (2.5.6)$$

其物理意义可以说明如下。假设 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 分别为一线性体系的输入和输出， $z(t)$ 为噪声或其他输入对输出 $x_2(t)$ 的影响，可以证明

$$S_z(\omega) = S_2(\omega) [1 - \gamma_{12}^2(\omega)] \quad (2.5.7)$$

由此可知，当 $\gamma_{12}^2(\omega) = 1$ 时，表示在此频率 ω 处噪声谱 $S_z(\omega)$ 为零， $S_2(\omega)$ 完全来自 $S_1(\omega)$ ，即输入与输出完全相关；反之 $\gamma_{12}^2(\omega) = 0$ ，则 $S_z(\omega) = S_2(\omega)$ ，表示在此 ω 处输出 $S_2(\omega)$ 完全是噪声谱，即输入与输出完全无关。

2.6 谱参数及其物理意义

设 $x(t)$ 为一平稳随机过程，均值为零，方差为 σ^2 ，自相关函数为 $R(\tau)$ ，自谱密度为 $S(\omega)$ ，由于自谱密度是偶函数，可以只计算 $0 < \omega < \infty$ 这一部分，然后加倍，这就是上面所说的单边谱密度 $G(\omega) = 2S(\omega)$ 。现定义单边谱密度的谱矩 λ_i 为

$$\lambda_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \omega^i G(\omega) d\omega \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.6.1)$$

最常用的是前三个谱矩 λ_0 、 λ_1 、 λ_2 ，本节所要讨论的几个谱参数 σ 、 p 、 q 都可以通过这三个谱矩来表示。

由式 (2.4.21) 可知

$$\sigma^2 = R(0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty G(\omega) d\omega = \lambda_0 \quad (2.6.2)$$

为了方便起见，引入参数 p_i ($i = 1, 2$) 和 q 如下

$$p_i = (\lambda_i / \lambda_0)^{1/i} \quad i = 1, 2 \quad (2.6.3)$$

$$q_1 = \left(1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0 \lambda_2}\right)^{1/2} \quad q_2 = \left(1 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_0 \lambda_4}\right)^{1/2} \quad (2.6.4)$$

q_1 早已应用于随机振动分析， q_2 则是 Longuet-Higgins 首先提出并加以应用的^[6]。下面先在频域和时域中解释这些参数的物理意义，然后介绍其应用。

从式 (2.6.2) 可知， $\lambda_0 = \sigma^2$ 是单边谱密度曲线 $G(\omega)$ 下的面积的 $\frac{1}{2\pi}$ 倍，见图 2.6.1；而

$$p_1 = \lambda_1 / \lambda_0 = \int_0^\infty \omega G(\omega) d\omega / \int_0^\infty G(\omega) d\omega$$

则为 $G(\omega)$ 对 ω 轴所包围的面积重心处的频率，也可称为中心频率或特征频率。同样，也可以知道， p_2 为此面积的回转半径，表示谱的宽窄或胖瘦。 q_1 和 q_2 都可以用来表示谱密度函数在其重心两侧的分散程度。它们都是介于 0 与 1 之间的数， q_1 值愈小， $G(\omega)$ 的图形愈窄。 $q_2 = 0$ 时代表具有随机振幅的正弦波， $q_1 = 1$ 则代表白噪声。 q_2 也是表示谱密度分散性的指标，取值范围也在 0 与 1 之间，但其含义与 q_0 和 q_1 不同。关于 q_2 的物理意义，将在 2.7 节中做进一步的说明。

式 (2.4.29) 给出了随机过程 $x(t)$ 的 n 阶导数的相关函数和谱密度。按该式中的第 2 个公

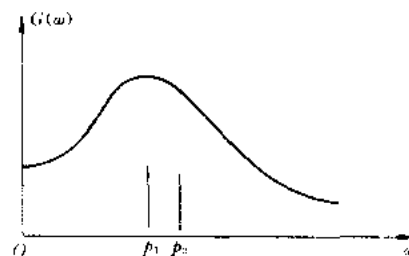


图 2.6.1 单边谱密度的谱参数

式可知, 速度 $\dot{x}(t)$ 的谱密度即为

$$G_{\dot{x}}(\omega) = \omega^2 G_x(\omega) \quad (2.6.5)$$

将上式代入式 (2.6.1) 和 (2.6.2) 后可知

$$\lambda_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \omega^2 G(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty G_{\dot{x}}(\omega) d\omega = \sigma_{\dot{x}}^2 \quad (2.6.6)$$

$$\rho_2 = (\lambda_2 / \lambda_0)^{1/2} = \sigma_{\dot{x}} / \sigma \quad (2.6.7)$$

即 λ_2 为 $\dot{x}(t)$ 的方差, 而 ρ_2 为过程 $\dot{x}(t)$ 与 $x(t)$ 的标准差之比。

关于谱参数的进一步应用将在下一节中加以讨论。

2.7 平稳过程的最大值分布

在这一节中我们将在正态分布的假定之下研究零均值窄频带平稳随机过程在单位时间内穿过或跨越给定值的平均次数即穿过率问题或最大值分布^{[4][5]}。为此需要考虑 $x(t)$ 和 $\dot{x}(t)$ 的联合分布和互相关系数 $R_{x\dot{x}}$ 。 $R_{x\dot{x}}$ 的规范化形式为

$$\rho_{x\dot{x}} = \frac{E[x(t)\dot{x}(t)]}{\sigma_x \sigma_{\dot{x}}} \quad (2.7.1)$$

由于

$$E[x(t)\dot{x}(t)] = \left. \frac{dR_{xx}(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} = i \int_0^\infty \omega S_{xx}(\omega) d\omega \quad (2.7.2)$$

由于 $S_{xx}(\omega)$ 是偶函数, 上式的被积函数为奇函数, 积分后结果为零。这表明 $\rho_{x\dot{x}} = 0$ 。这样零平均正态平稳过程 $x(t)$ 与 $\dot{x}(t)$ 的联合概率密度为

$$p(x, \dot{x}) = p(x) p(\dot{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{xx}\sigma_{\dot{x}\dot{x}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_{xx}^2} + \frac{\dot{x}^2}{\sigma_{\dot{x}\dot{x}}^2}\right)\right] \quad (2.7.3)$$

现在来分析给定时间 T 以内随机过程 $x(t)$ 跨越 a 值 (图 2.7.1) 的平均次数。由于具有零均值的平稳过程是对时间轴 t 对称的, 因此只需考虑在 $\dot{x}(t) > 0$ 时, 穿越给定值 a 的情况。又因为该过程是平稳的, 每单位时间内的跨越 a 的期望次数是一个常数。设以正斜率跨越 a 的平均频率为 n_a^+ 。为推算 n_a^+ , 考虑一个时间增量 dt (图 2.7.2), 并假若在 dt 内存在一个跨越点, 则 x 在时刻 t 的最小坡度须为

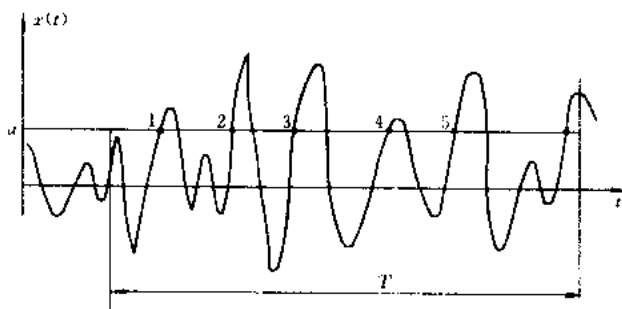


图 2.7.1 平稳随机过程样本在时段 T 以内以正速度跨越 a 值的记录

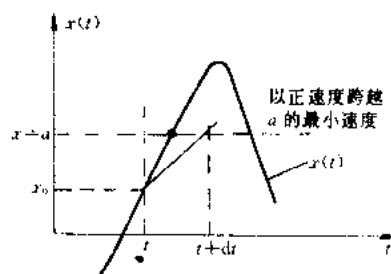


图 2.7.2 以正速度跨越给定值的过程分析

$$\frac{a - x_0}{dt} \quad (2.7.4)$$

因此, 在 dt 内存在正速度跨越的条件是:

$$\begin{aligned} x_0 &< a \\ \dot{x} &> \frac{a - x_0}{dt} \end{aligned} \quad (2.7.5)$$

为确定这种跨越有多大的可能性, 需要考虑一下 x 与 \dot{x} 的联合概率密度函数, 并将它表示在图 2.7.3 中。不难发现图中画影线的三角区域就是发生正速度穿越的所有可能的 x 和 \dot{x} 值范围, 其界限角的正切为

$$\tan \alpha = \frac{a - x_0}{\dot{x}} \quad (2.7.6)$$

在 dt 时段内, x 和 \dot{x} 落在三角区域内的概率为

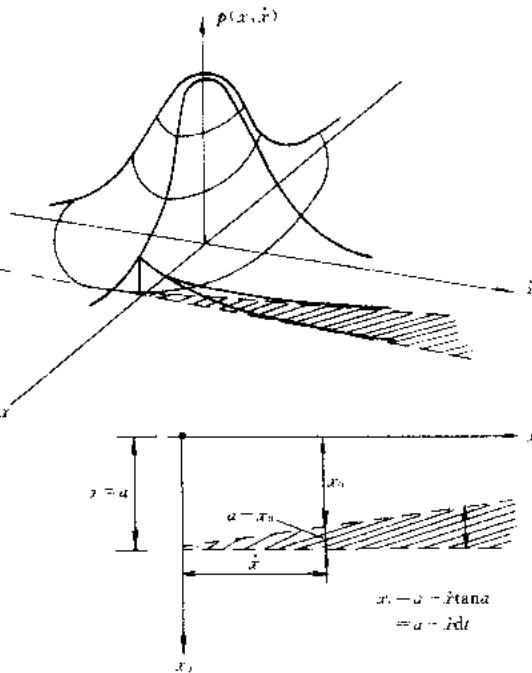


图 2.7.3 存在正斜率穿越的条件

$$dp = P_{\text{nb}}(\text{在时段 } dt \text{ 内以正速度跨越 } a \text{ 值})$$

$$\approx \int_0^\infty \left[\int_{x_0}^a p(x, \dot{x}) dx \right] d\dot{x} \quad (2.7.7)$$

当 $dt \rightarrow 0$ 时, 且在 t 和 $t + dt$ 之间跨越时, $x_0 \rightarrow a$, 我们有

$$\int_{x_0}^a p(x, \dot{x}) dx \rightarrow p(a, \dot{x}) dx$$

考虑到 $dx = \frac{dx}{dt} dt = \dot{x} dt$ 的关系式 (2.7.7) 就成为

$$dp = \int_0^\infty [p(a, \dot{x}) \dot{x} dt] d\dot{x} = dt \left[\int_0^\infty p(a, \dot{x}) \dot{x} d\dot{x} \right] \quad (2.7.8)$$

因为式 (2.7.8) 所给出的概率也就是在 dt 时间段内以正速度跨越 a 的平均次数 $n_a^+ dt$, 因此有:

$$n_a^+ = \int_0^\infty p_p(a, \dot{x}) \dot{x} d\dot{x} \quad (2.7.9)$$

将式 (2.7.3) 代入上式, 完成积分后得

$$n_a^+ = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}\dot{x}}}{\sigma_{xx}} \exp(-a^2/2\sigma_{xx}^2) \quad (2.7.10)$$

当 $a=0$ 时, 上式所代表的便是过程 $x(t)$ 的跨零频率 (单位时间内的平均跨零次数)

$$n_0^+ = \frac{\sigma_{\dot{x}\dot{x}}}{2\pi\sigma_{xx}} \quad (2.7.11)$$

注意到式 (2.6.2)、(2.6.1) 所示的关系, 上式也可以用谱矩 λ_i 表示为

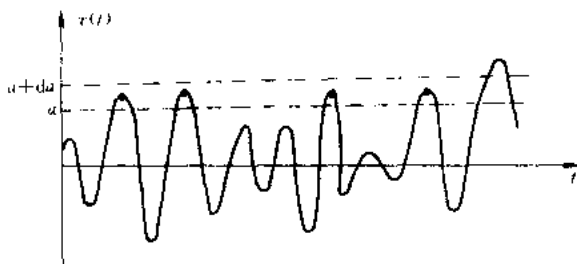


图 2.7.4 出现在 a 和 $a+da$ 间的最大值

$$n_0^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (2.7.12)$$

对特征频率为 ω_0 的窄频带平稳随机过程，上式成为

$$n_0^+ = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad (2.7.13)$$

有了以上 n_0^+ 和 n_0^- 就不难讨论最大值分布了。事实上，假如平稳随机过程 $x(t)$ 在 a 和 $a+da$ 之间出现峰值

的概率为 $p_p(a) da$ (图 2.7.4)，那么，超过峰值 (或最大值) a 的概率就是

$$\int_a^{\infty} p_p(a) da \quad (2.7.14)$$

由于对一个窄频带过程，在时间 T 内有 $n_0^+ T$ (n_0^+ 表示以正斜率穿越零线的平均次数) 个循环，而超过 a 的只有 $n_a^+ T$ 个循环，因此峰值超过 a 的循环所占的比例为 n_a^+ / n_0^+ ，这就是超过 a 的峰值概率，即：

$$\int_a^{\infty} p_p(a) da = \frac{n_a^+}{n_0^+} \quad (2.7.15)$$

对 a 求导，得

$$-p_p(a) = \frac{1}{n_0^+} \frac{dn_a^+}{da} \quad (2.7.16)$$

若 $x(t)$ 是正态随机过程，根据式 (2.7.10) 和 (2.7.11)

$$\begin{aligned} -p_p(a) &= -\frac{d}{da} \exp(-a^2/2\sigma_{xx}^2) \\ &= \frac{a}{\sigma_{xx}^2} \exp(-a^2/2\sigma_{xx}^2) \quad (0 \leq a \leq \infty) \end{aligned} \quad (2.7.17)$$

此概率密度函数符合瑞雷分布 (图 2.7.5)，它具有单个峰点，发生在 $a = \sigma_{xx}$ 处。

在以上讨论中我们只考虑了窄频带过程，现在来看一下窄带过程中峰值的出现频率，大家都知道时间函数 $x(t)$ 出现最大值的条件为

$$\dot{x} = 0 \text{ 和 } \ddot{x} < 0$$

图 2.7.5 用瑞雷函数表示的峰值分布

对于窄频带过程，跨越零的频率 n_0^+ 与跨越最大值的频率 n_m^+ 相同。现在称 $\dot{x} = 0$ 的频率为 $n_{\dot{x}=0}^+$ ，它与最大值的频率 n_m 相同，即 $n_m = n_{\dot{x}=0}^+$ 。由此看来，为求 n_m 时仍可以应用式 (2.7.11) 只需用 \dot{x} 代替 x 就是了，因此有

$$n_m = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\ddot{x}\ddot{x}}}{\sigma_{\dot{x}\dot{x}}} \quad (2.7.18)$$

注意到式 (2.6.1) 和 (2.6.2) 所表示的关系，上式可改写为

$$n_m = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_4}{\lambda_2} \right)^{1/2} \quad (2.7.19)$$

需要指出的，对于窄频带平稳随机函数 $x(t)$ ，由于它的时间变化过程接近于变幅正弦振动，每次穿零都只产生一个最大值，因此有 $n_m \approx n_0$ ，当谱密度函数覆盖的频率范围较宽时，一次穿零可能出现多于一个的峰值（图 2.7.6），因此有 $n_m > n_0$ 。这样看来 n_m 与 n_0 的比值可以用来反映频带的宽窄，此值愈大，频带愈宽，当 $n_m/n_0 \rightarrow 1$ 时，频带变窄。

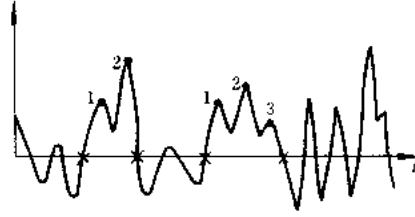


图 2.7.6 宽频带过程一次穿零后可能产生的多个最大值

从式 (2.7.17) 中我们已经知道一个窄频带过程的最大值分布服从瑞雷分布。为了确定宽频带平稳随机过程峰值（或最大值）分布需要考虑三维联合分布 $p(x, \dot{x}, \ddot{x})$ ，当为正态分布时它决定于以下相关矩阵。

$$M = \begin{bmatrix} E[x^2] & E[x\dot{x}] & E[x\ddot{x}] \\ E[\dot{x}x] & E[\dot{x}^2] & E[\dot{x}\ddot{x}] \\ E[\ddot{x}x] & E[\ddot{x}\dot{x}] & E[\ddot{x}^2] \end{bmatrix} \quad (2.7.20)$$

对于平稳过程，矩阵中的各元素均为与时间无关的常数。考虑到谱密度和期望值的关系以及式 (2.6.1) 所定义的谱，式 (2.7.20) 可改写为：

$$M = \begin{bmatrix} \lambda_0 & 0 & -\lambda_2 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ -\lambda_2 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (2.7.21)$$

其系数行列式

$$|M| = \lambda_2 \lambda_0 \lambda_4 - \lambda_2^3 = \lambda_2 \Delta \quad (2.7.22)$$

$$\Delta = \lambda_0 \lambda_4 - \lambda_2^2 \quad (2.7.23)$$

根据式 (2.2.18) 对 N 维向量的推广形式，三维联合分布可写为

$$p(x, \dot{x}, \ddot{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} (\lambda_2 \Delta)^{1/2}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\dot{x}^2}{\lambda_2} + \frac{\lambda_4 x^2 + 2\lambda_2 x \ddot{x} + \lambda_0 \ddot{x}^2}{\Delta} \right) \right] \quad (2.7.24)$$

现在来计算 dt 区间内最大值的概率分布。在 t 和 $t+dt$ 区间内发生出现最大值的条件为 $\dot{x}=0$ 和 $\ddot{x}<0$ 。在 x, \dot{x}, \ddot{x} 空间中符合这一条件的范围示于图 2.7.7 中。按此图，沿 x 方向在 x 至 $x+dx$ 的区域内出现最大值 x 的概率为：

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^0 [p(x, \dot{x}, \ddot{x}) dx d\dot{x}] d\ddot{x} \\ &= \left[\int_{-\infty}^0 [p(x, 0, \ddot{x}) dx |\ddot{x}| d\ddot{x}] dt \right] \end{aligned} \quad (2.7.25)$$

它等于出现最大值 x 的平均频率 $n_m(x)$ 乘以 x 至 $x+dx$ 区间内的 dx ，因此有

$$n_m(x) = \int_{-\infty}^0 p(x, 0, \ddot{x}) |\ddot{x}| d\ddot{x} \quad (2.7.26)$$

将上式对 x 求积, 即得所有最大值的平均频率

$$n_m = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} p(x, 0, \ddot{x}) : \ddot{x} | d\ddot{x} \right] dx \quad (2.7.27)$$

将式 (2.7.23) 代入上式完成积分后即得式 (2.7.19), 这表明两种方法所得到的结果是一致的。

由于最大值的概率密度函数可以用以下频率比来代替

$$\rho_m(x) = \frac{n_m(x)}{n_m} \quad (2.7.28)$$

将式 (2.7.23), (2.7.25) 和 (2.7.19) 代入上式, 并引入无量纲参数

$$\eta = \frac{x}{\sqrt{\lambda_0}} \quad (2.7.29)$$

可得以下峰值分布:

$$\rho_m(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[q_2 e^{-\eta^2/2q_2} + (1 - q_2^2)^{1/2} \eta e^{-\eta^2/2} \int_0^{\eta(1-q_2^2)^{1/2}/q_2} e^{-y^2/2} dy \right] \quad (2.7.30)$$

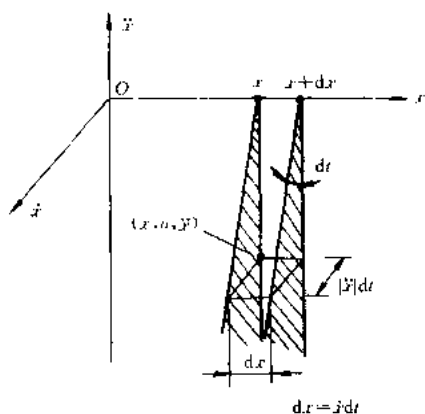


图 2.7.7 x, \dot{x}, \ddot{x} 空间中 dt 时段内在 x 和 $x+dx$ 区间出现最大值的条件

式中的谱参数 q_2 已在 2.6 节中用式 (2.6.4) 加以定义。不同 q_2 的峰值分布曲线示于图 2.7.8 中。需要指出的是, 当 $q_2 \rightarrow 0$ 时, 相应于窄频带过程, 其波形如同具有随机振幅的正弦波, 此时式 (2.7.30) 简示为式 (2.7.17) 所表示的瑞雷分布。还可以证明, 对于白噪声和有限带宽白噪声随机过程, $q_2 = 2/3$, 而 $q_2 = 1$ 的极限情况则相应于在一个较低频率的有限带宽的白噪声过程上叠加一个强度极大, 频率极高的随机振幅正弦波, 此时 $p(\eta)$ 趋于正态分布。对 $p(\eta)$ 积分得到的累积概率分布示于图 2.7.9 中。

还需指出在以上分析中所计算的最小值既可以

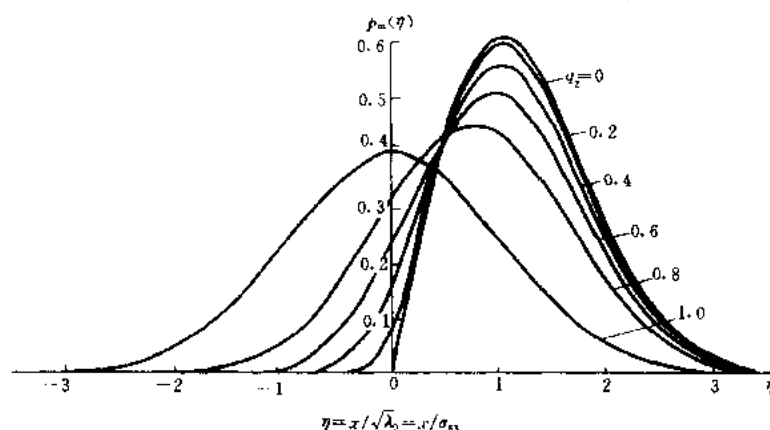


图 2.7.8 最大值 ($\xi = x/\sqrt{\lambda_0}$) 的概率分布 $p(\eta)$ 的曲线图 (关于不同的谱宽 q_2 值)

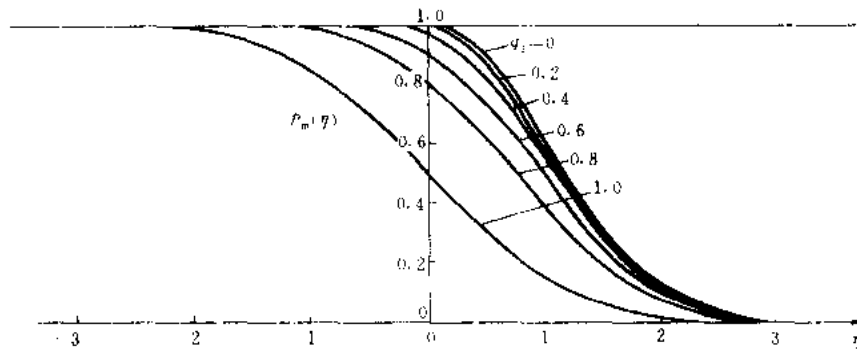


图 2.7.9 关于不同 q 值的累积概率 $p_m(\eta)$ 的曲线图

是正的，也可以是负的，图 2.7.10 所表示的即是在 $-x$ 和 $-x-dx$ 范围内的最小值。峰值取负值的概率便是图 2.7.9 中

$\eta=0$ 的概率，亦即 $p(0) = \int_{-\infty}^0 p(\eta) d\eta$ 。一积分显然是与 q_2 有关的。有意思的是应用这种关系还可以找到一种确定 q_2 值的简便方法。用这法只需取一段时间足够长的平稳过程的样本，若此样本的均值不

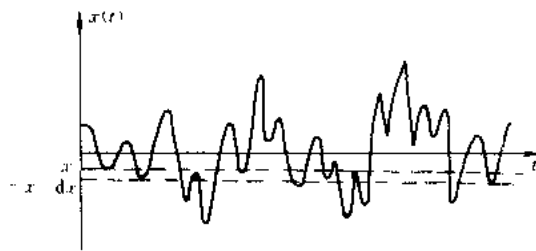


图 2.7.10 在 $-x$ 与 $-x-dx$ 之间出现的最小值

等于零，可先进行基线调整，即减去这个平均值，从而得到一个零均值过程。然后逐个数出正、负峰值的数目，假设它们分别为 N_+ 和 N_- ，计算负峰值在总数 N 中的值 $r =$

$\frac{N_-}{N_+ + N_-}$ 。由于 $r = \int_{-\infty}^0 p(\eta) d\eta \approx \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 - q_2^2})$ ， q_2 可按式计算，即

$$q_2 = 2\sqrt{r(1-r)} \quad (2.7.31)$$

2.8 条件概率分布及其应用

现以二维联合概率密度函数为例来说明条件概率分布及其地震工程中的应用。设 $x(t)$ 为一零均值平稳高斯随机过程，均方差为 σ_x^2 ，规范化相关函数 $r(\tau) =$

$\left(\frac{R_x(\tau)}{\sigma_x^2} \right)^{1/2}$ 。图 2.8.1 所示为 $x(t)$ 的一个样本，它在任意选择的时间坐标 0 和 τ 上的

两个截面 $x(0)$ 和 $x(\tau)$ 简记为 x_0 和 x_τ ，组成一个二维随机变量，其联合概率密度为

$$f(x_0, x_\tau) = \frac{1}{2\pi\sigma_x \sqrt{1 - [r(\tau)]^2}} \exp \left[-\frac{1}{2[1 - r(\tau)^2]} (x_0^2 - 2r(\tau)x_0x_\tau + x_\tau^2) \right] \quad (2.8.1)$$

它也就是第 2.2 节中的公式 (2.2.5)，只是表达方式稍有不同。当 x_0 取给定值时的条件概率密度可用以下公式来定义，即

$$f(x_\tau | x_0) = \frac{f(x_0, x_\tau)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, z) dz} \quad (2.8.2)$$

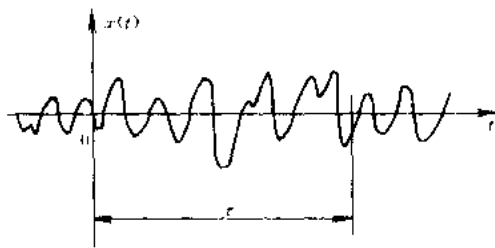


图 2.8.1 平稳随机过程样本函数
和时间坐标的设置

将式 (2.8.1) 代入上式, 完成分母中的积分
后得

$$f(x_\tau | x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} [1 - (r(\tau))^2]} e^{-\frac{(x_\tau - r(\tau)x_0)^2}{2[1 - (r(\tau))^2]}} \quad (2.8.3)$$

相应的条件概率分布为

$$P(x_\tau | x_0) = \frac{\int_0^{x_\tau} f(x_0, z) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, z) dz}$$

以上条件概率分布的概念早已在地震工程中不自觉地加以应用。在 30 年代日本学者高桥浩一郎曾建议使用主谐波法从结构的地脉动反应曲线 (structural ambient vibration response) 中确定结构的自振周期和阻尼^[7]。由于这种方法比较简单, 在计算机广泛使用以前是很受欢迎的。具体做法是这样的。首先从结构的地脉动响应曲线中截取同样长度的许多段, 将每段的头尾都对齐, 通过改变各条曲线的正负方向使每段曲线的起点都取正值, 组成一个样本集, 然后将各条曲线沿时间坐标按照统一的分割点离散化, 对每个离散点对集合求平均, 结果将得到一条接近按指数衰减的余弦曲线, 其平均周期就是结构的基本周期, 阻尼比也可按对数衰减率换算。现在我们在正态分布的假定之下论证用这种方法得到的是一条什么样的曲线。

首先不难发现在 $t=0$ 的点上, 按上述方法计算得到的即是 x_0 只取正值时的平均值:

$$E[x_0 > 0] = \int_0^{\infty} x_0 f(x_0) dx_0 \quad (2.8.4)$$

此处

$$f(x_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, x_\tau) dx_\tau \quad (2.8.5)$$

为边际分布, 将式 (2.8.1) 代入上式, 得

$$f(x_0) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_0^2}{2\sigma^2}} \quad (2.8.6)$$

将上式代入式 (2.8.4) 完成积分后得:

$$E[x_0 > 0] = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \quad (2.8.7)$$

其余各时间点上的平均值则为

$$E[x_\tau | x_0 > 0] = \int_0^{\infty} f(x_0) \int_{-\infty}^{\infty} x_\tau f(x_\tau | x_0) dx_\tau dx_0 \quad (2.8.8)$$

将式 (2.8.6) 和 (2.8.3) 代入上式完成积分后得

$$E[x_\tau | x_0 > 0] = \frac{r(\tau) \sigma}{\sqrt{2\pi}} \quad (2.8.9)$$

由此可见, 集合平均所得到的曲线与 $E[x_0 > 0]$ 的比值即是相关函数 $r(\tau)$ 。用这样的方法计算相关函数只需要做加法, 按照常规方法计算则需要先做乘法后做加法, 因此能够大大减少计算工作量。事实上, 如果环境脉动是白噪声平稳过程, 单自由度结构反应过程的相关函数接近衰减余弦, 因此可以从中确定单自由度结构的自振周期和阻尼比。当

多自由度体系以 1 振型反应为主时也可以得到 1 振型周期和阻尼比的近似值。这一方法虽然早就为人们知晓,但高桥本人和这一方法的引用者都未对其所依据的理论基础作出过解释。以上分析结果是我们在 60 年代初期做出的。在文献 [7] 应用统计学原理对这一方法做了详细的论证,指出它对非平稳随机过程和非正态过程也是适用的。

2.9 地震动的随机过程模型

首先用随机振动模型表示地震动是豪斯纳 (Housner) 和罗森布罗斯^{[8][9]},他们将地震动当作是随时间随机分布的速度脉冲,后来的研究表明这一模型等价于白噪声,其谱密度函数是强度为 S_0 的水平线。到目前为止最常用的随机振动模型还是过滤白噪声,它实际就是具有一定自振频率和阻尼比的振子对噪声转入的反应过程。这种形式的功率谱是全井谱、田治见谱^[10]等人发展。他们采用的表达式有些不同,但意思都差不多,以下是一种常用的谱密度表达式:

$$S_{\ddot{x}_y}(\omega) = \frac{[1 + 4\gamma_g^2 (\omega/\omega_g)^2] S_0}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\gamma_g^2 (\omega/\omega_g)^2} \quad (2.9.1)$$

式中 S_0 是一个表示扰动强度的常数, ω_g 是地面特征频率, $\omega_g = 5 - 6\pi \text{ rad/s}$, γ_g 是所考虑地点的地面特征阻尼比,对于硬土地层,典型的值为 0.6~0.7。

与金井清,田治见模型类同的还有巴尔斯坦^[11]提出的过滤白噪声地震动平稳随机模型,其相关函数与谱密度函数为

$$R(\tau) = R_0 e^{-\alpha|\tau|} (\cos\beta\tau + M\sin\beta\tau)$$

$$S(\omega) = \frac{2R_0}{\pi} \frac{(\alpha - M\beta)\omega^2 + (\alpha + M\beta)(\beta^2 + \alpha^2)}{\omega^4 - 2(\beta^2 - \alpha^2)\omega^2 + (\beta^2 + \alpha^2)^2} \quad (2.9.2)$$

如果将上式中参数 α , β , M 值选择如下:

$$\alpha = \zeta_g \omega_g$$

$$\beta^2 = (1 - \zeta_g^2) \omega_g^2$$

$$M = \frac{1 - 4\zeta_g^2}{1 + 4\zeta_g^2} \frac{\zeta_g^2}{1 - \zeta_g^2}$$

并适当地选择 R_0 , 式 (2.9.2) 即可变换为与式 (2.9.1) 类似的形式。因此式 (2.9.1) 与 (2.9.2) 并无本质上的差异,这二个模型都很简单实用,但是其谱密度对高频和低频段的描述都不能代表地震动的实际情况。为改善这些情况,我国研究者做了许多工作,例如在文献[3]中曾在巴尔斯坦的谱密度函数中引入修正低频段的附加项。后来欧进萍等对金井清谱中的高频段引入修正项^{[15][16]},杜修力等^{[12][13]}则提出了对高低频都加以修正的方案。为了使金井清能适合于不同的烈度和场地条件,孙景江,江近仁,欧进萍^{[13][14]}提供了一种按照抗震设计规范中的设计反应谱标定参数的方法,这些工作可供地震模拟和抗震可靠度分析时作为参考。

参 考 文 献

- 1 R. W. Clough and J. Penzien, Dynamics of Structures, Second Edition, McGraw-Hill, Inc, 1993
- 2 胡聿贤,地震工程学,北京:地震出版社,1988

- 3 胡聿贤, 周锡元. 地震力统计理论评价. 中国科学院土木建筑研究所. 地震工程研究报告集 (第一集). 北京: 科学出版社, 1962
- 4 D.E.Gartwright and M.S.Longuet-Higgins, The Statistical Distribution of the Maxima of a Random Function, Proc. R.Soc. (series A), 237 pp212—232, 1956
- 5 A.G.Davenport, Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading, Proc. Inst. CIV. Eng.; vol 28, pp187—196, 1964
- 6 M. S. Longuet-Higgins, On the Statistical Distribution of the Height of Sea Waves, J. Marine Res. 11: 245—266, 1952
- 7 王光远, 周锡元. 回归方程的两个定理在回归分析和求相关函数中的应用. 应用数学与计算数学, (2) 1, 1965
- 8 G. W. Housner, Characteristics of Strong Motion of Earthquakes, BSSA, Vol. 37, No.1, pp.19—31, 1947
- 9 E. Rosenbluth, Probabilistic Design to Resist Earthquakes, Proc. ASCE, 90 (EMS), pp. 189—219, 1964
- 10 K.Kanai, Semi-Empirical Formular for the Seismic Characteristics of Ground Motion, 东京大学地震研究所, V35, No.2, 1957
- 11 M.F.Barstein, Application of Probability Methods for Design the Effect of Seismic Forces on Engineering Structures, Proc. 2nd World Conf. on Earthquake Eng, 1960
- 12 杜修力, 陈厚群. 地震动随机模拟及其参数确定方法. 地震工程与工程振动, 1994, 14 (4)
- 13 杜修力, 胡晓, 陈厚群. 强震地运动随机过程模拟. 地震学报, 1995, 17 (1)
- 14 孙景江, 江近仁. 与规范反应谱相对应的金井谱的谱参数. 世界地震工程, 1990 (1)
- 15 欧进萍, 牛获涛, 杜修力. 设计用随机地震动模型及其参数的确定. 地震工程与工程振动, 1991, 11 (3)
- 16 欧进萍, 王光远. 结构随机振动. 北京: 高等教育出版社, 1998
- 17 朱位秋. 随机振动. 北京: 科学出版社, 1992
- 18 陈英俊, 甘幼深, 于希哲. 结构随机振动. 北京: 人民交通出版社, 1993
- 19 庄表中, 王行新. 随机振动概论. 北京: 地震出版社, 1992
- 20 国家地震局震害防御司. 地震工作手册. 北京: 地震出版社, 1990

第3章 强震地面运动的一般特性和反应谱

3.1 单质点体系的地震反应

图 3.1.1 中所示为一单质点体系，它可以近似地代表一个单层房屋或水塔等结构。所谓单质点结构，就是将结构中参与振动的质量全部集中在一点上，用无重量的弹性杆件系统支承在地面上。为了简单起见，我们假定地面运动和结构振动只是单方向的水平平移运动，不发生扭转。我们知道，地震时实际地面运动是三分向的，所以在设计中应该考虑两个水平分量和一个竖向分量。由于竖向分量一般只相当于自重的增减，而结构在竖向的强度储备一般是比较大的。此外，地震时结构一般并不会正好处在满负载状态，所以除特别规定外，一般都不予考虑。

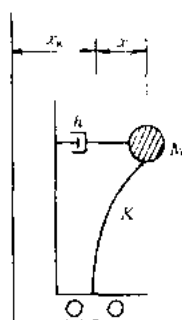


图 3.1.1 单质点振动体系

现在我们来分析一下单质点系在水平横向地面运动 $x_g(t)$ 影响下的振动。为了便于进行分析，我们通常都假定地基是刚性平面，结构是座落在这个刚性平面上的弹性系统。这样就形成了图 3.1.1 所示的计算简图，它的基底按 $x_g(t)$ 的规律发生运动，这时 $x_g(t)$ 可以看作是地震时地面位移的一次实际记录。在这样的地面运动影响下质点将发生振动。为了建立质点的运动方程式，我们可以把这个质点与其支承结构分割开来，使之成为一个割离体。这样根据牛顿定律，当质点处在运动状态时，作用力 F 与加速度 a 之间具有以下的关系式，即

$$F = Ma \quad (3.1.1)$$

式中 M 为质点的质量。

上式也可以写为 $F - Ma = 0$ 的形式，式中 $-Ma$ 称为惯性力，亦即加上惯性力以后该质点将处于假想的平衡状态。这一形式的动力方程式通常称为达朗培尔原理。

在我们的情况下

$$F = -Kx - h \frac{dx}{dt} \quad (3.1.2)$$

其中 $-Kx$ 为弹性恢复力； $-h \frac{dx}{dt}$ 为阻尼力；由于这些力的方向都与质点的运动方向相反，所以都带负号，并有

$$a = \frac{d^2}{dt^2}(x + x_g) \quad (3.1.3)$$

其中 d^2x/dt^2 为质点相对于地面的加速度， d^2x_g/dt^2 为地面运动加速度；这两部分之和就是质点的绝对加速度。将 (3.1.2)、(3.1.3) 式代入 (3.1.1) 式，我们可得质点 M 在地震作用下的运动方程式：

$$M \frac{d^2}{dt^2}(x + x_g) = -h \frac{dx}{dt} - Kx = 0 \quad (3.1.4)$$

这是一个二阶常系数线性微分方程式。上式移项以后，可以改写为

$$-M \frac{d^2}{dt^2}(x + x_g) - h \frac{dx}{dt} + Kx = 0 \quad (3.1.5)$$

其中 x 是质点 M 对于地面的相对位移，它是时间 t 的函数。上式移项后，可写为

$$M\ddot{x} + h\dot{x} + Kx = -M\ddot{x}_g \quad (3.1.6)$$

从上式中可以看出地面运动 $\ddot{x}_g(t)$ 的影响就是在质点上作用一个大小等于 $M\ddot{x}_g(t)$ 而方向相反的动荷载。由此我们知道，地震对建筑物的作用是地面位移 $x_g(t)$ 的二阶导数，即地面加速度 $\ddot{x}_g(t)$ ，而不是地面位移本身。上式经过整理以后，可以写为

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{x}_g \quad (3.1.7)$$

其中

$$\omega^2 = \frac{K}{M}$$

$$\zeta = \frac{h}{2\sqrt{KM}} = \frac{h}{2\omega M}$$

方程式(3.1.5)~(3.1.7)就是单质点系地面在地震地面运动影响下的运动方程式。

为了求出方程式(3.1.7)的一般解答，我们可以先从自由振动出发。所谓自由振动就是当体系不受任何外来干扰时的振动，在我们的问题中这相应于方程式(3.1.7)中右边部分等于零的情形，即

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = 0 \quad (3.1.8)$$

下式可用常系数线性微分方程式的一般解法来求解。也就是说，我们可以假设下列形式的解答：

$$x = e^{st} \quad (3.1.9)$$

其中 e 是自然对数的底， t 是时间， s 是待定常数。将上式代入式(3.1.8)中，我们得

$$s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 = 0$$

上式一般称为特征方程，这是一个二次方程式，它的二个根为：

$$s = -\zeta\omega \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\omega \quad (3.1.10)$$

现在我们考虑 $\zeta < 1$ 的情况，这相应于阻尼较小的情况。这时根号下面的数值是负的，也就是说我们得到一对复根：

$$s_1 = -\zeta\omega + \sqrt{1 - \zeta^2}\omega i$$

$$s_2 = -\zeta\omega - \sqrt{1 - \zeta^2}\omega i$$

将这些根代入方程式(3.1.9)中，可得方程式(3.1.8)的两个特解。由于这两个特解都满足线性方程式(3.1.8)，所以它们的线性联合（乘以任意常数以后的和或差）也能满足方程式(3.1.8)。这样根据欧拉公式，我们可以得到以下两个解答：

$$x_1 = \frac{c_1}{2}(e^{s_1 t} + e^{s_2 t}) = c_1 e^{-\zeta\omega t} \cos \sqrt{1 - \zeta^2} \omega t$$

$$x_2 = \frac{c_2}{2i}(e^{s_1 t} - e^{s_2 t}) = c_2 e^{-\zeta\omega t} \sin \sqrt{1 - \zeta^2} \omega t$$

相加上两式, 即得方程式 (3.1.8) 的一般解

$$x = e^{-\zeta\omega t}(c_1\cos\omega't + c_2\sin\omega't) \quad (3.1.11)$$

其中 $\omega' = \sqrt{1-\zeta^2}\omega$ 是有阻尼自振频率, 当 ζ 很小时, 可取 $\omega \approx \omega'$, c_1 与 c_2 是任意常数, 可按照问题的初始条件来确定。当阻尼等于零时, 即 $\zeta=0$ 时, 上式可简化为

$$x = c_1\cos\omega t + c_2\sin\omega t \quad (3.1.12)$$

这就是无阻尼单质点系的一般解答, 此解答代表简谐运动, 其中 $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$ 是无阻尼自振频率。对比公式 (3.1.11) 与 (3.1.12) 可知, 与无阻尼体系相比, 有阻尼体系的自由振动为按指数函数衰减的简谐振动, 其振动频率为 $\omega' = \sqrt{1-\zeta^2}\omega$, 所以 ω' 称为有阻尼频率。

现在我们按照体系运动的初始条件来确定常数 c_1 与 c_2 , 假定当 $t=0$ 时, $x=x_0$, $\dot{x}=\dot{x}_0$, 其中 x_0 与 \dot{x}_0 分别为初始位移与初始速度。将上述初始位移代入式 (3.1.11) 中, 我们得到 $x_0 = c_1$ 。将式 (3.1.11) 对时间 t 求导数, 并将 $t=0$ 时 $\dot{x}=\dot{x}_0$ 代入此式, 即得

$$c_2 = (\dot{x}_0 + \zeta\omega x_0) / \sqrt{1-\zeta^2}\omega$$

将所求得的 c_1 与 c_2 代入式 (3.1.11) 后, 得

$$x = e^{-\zeta\omega t} \left(x_0 \cos\omega't + \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega x_0}{\omega'} \sin\omega't \right) \quad (3.1.13)$$

现在我们假设

$$x_0 = A \sin\alpha$$

$$\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega x_0}{\omega'} = A \cos\alpha$$

亦即用幅值 A 与相位角 α 来代替式 (3.1.13) 中的 x_0 与 \dot{x}_0 。从上两式中可以解出 A 与 α 为:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega x_0}{\omega'} \right)^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\omega' x_0}{\dot{x}_0 + \zeta\omega x_0}$$

将以上 A 与 α 代入式 (3.1.13) 中, 稍加整理后, 即得

$$x = A e^{-\zeta\omega t} \sin(\omega't + \alpha) \quad (3.1.14)$$

上式代表如图 3.1.2 所示的衰减简谐运动。这是因为当 $t \rightarrow \infty$ 时, $x \rightarrow 0$ (由于 $e^{-\zeta\omega t} \rightarrow 0$), 所以振动是逐渐衰减的。另外从式 (3.1.14) 还可以知道, 当 $\omega't_i + \alpha = i\pi$, 即 $t_i = \frac{i\pi - \alpha}{\omega'}$ ($i=0, 1, 2, \dots$) 时, $\sin(\omega't + \alpha) = 0$, 因而 $x=0$, 即振动经过平衡位置, 所

以它又是振动的, 先后两次经过平衡位置的时间差 $t_i - t_{i-1} = \frac{\pi}{\omega'}$, 即为自振周期的一半, 所以有 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 。

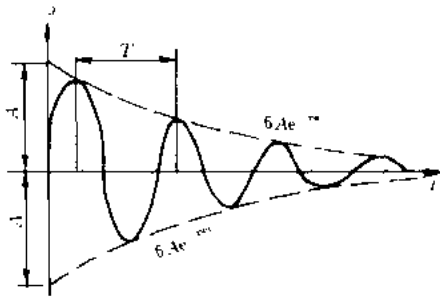


图 3.1.2 衰减自由振动

现在我们再来看当 $\zeta > 1$ 的情况, 这时特征方程的两个根都是实数, 相应的解答具有指数函数的形式, 这时不再包含式 (3.1.11) 中的简谐振动项。因为当阻尼大到 $\zeta = 1$ 时, 体系从衰减振动的情况转变为不发生振动的纯衰减运动, 所以这时的体系是处于临界状态。 $\zeta = 1$ 时体系的阻尼一般称为临界阻尼, 而 ζ 则是与临界阻尼的比值。所以通常称 ζ 为临界阻尼比, 简称为阻尼比。

为了求出方程式 (3.1.7) 的一般解答, 我们可以从上面讨论的自由振动出发进行求解。按照公式 (3.1.13) 或 (3.1.14), 单质点体系在初始速度 \dot{x}_g 影响下的自由振动解为

$$x(t) = \frac{\dot{x}_g}{\omega'} e^{-\zeta\omega t} \sin\omega' t \quad (3.1.15)$$

现在我们把图 3.1.3 中所示的地面加速度分成无数个竖直的窄条小面积, 图中画影线的小面积表示其中的一条, 其横坐标为 $t = \tau$, 纵坐标为 $\ddot{x}_g(\tau)$, 宽度 $\Delta\tau$ 很小, 在此范围内的加速度可以看作是常量, 其面积为 $\ddot{x}_g(\tau) \Delta\tau$ 。由于加速度图的面积代表速度, 所以我们可以把每一个窄条的面积看作是在这一时刻地面施加给结构的速度增量, 结构在地震时的振动则是这些速度增量连续作用的结果。这样在每一瞬时结构都获得一个速度增量 $\Delta\dot{x} = \ddot{x}_g(\tau) \Delta\tau$ 。上述速度增量 $\Delta\dot{x}$ 可以当作结构在瞬时 τ 所获得的初速度。按公式 (3.1.15), 可以推得质点 M 在任一时刻 t 由于此增量所引起的相对位移为

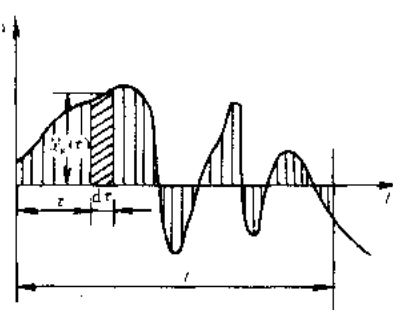


图 3.1.3 加速度记录分解为连续作用的速度脉冲

$$\Delta x = e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \frac{\ddot{x}_g \Delta\tau}{\omega'} \sin\omega'(t-\tau)$$

式中 $t - \tau$ 相应于把起始座标从 0 移到 τ , 图 3.1.3 中所有各窄条小面积所产生的速度增量都可以用上式来表示, 只是起始座标 τ 有所不同。这样在地面加速度 \ddot{x}_g 连续作用下结构所得到的总位移为

$$x(t) = - \sum \frac{1}{\omega'} e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \ddot{x}_g(\tau) \sin\omega'(t-\tau) \Delta\tau$$

由于方程式 (3.1.7) 的右端部分带负号, 所以上式中也带负号。上式所表示的叠加过程可参看图 3.1.4。当 $\Delta\tau$ 趋于零时, 取极限后, 上式变为积分的形式, 即

$$x(t) = - \frac{1}{\omega'} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin\omega'(t-\tau) d\tau \quad (3.1.16)$$

这就是单质点系在零初始条件下地震反应的积分表达式。式中 $\omega' = \sqrt{1-\zeta^2}\omega$, 当 ζ 很小时可取 $\omega' \approx \omega$ 。当阻尼等于零时式 (3.1.16) 可简化为

$$x(t) = - \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin\omega(t-\tau) d\tau \quad (3.1.17)$$

式 (3.1.14) 与 (3.1.16) 的和就是单质点系在任意初始条件下的解答。不过由于阻尼的作用, 自由振动很快就会衰减, 公式 (3.1.14) 的影响常常可以忽略不计。

3.2 地震反应谱

在上一节中, 我们已经得到了单质点弹性体系相对位移地震反应的一般公式 (3.1.16)。有了这个一般公式, 对于任何一个自振频率为 ω 、临界阻尼比为 ζ 的单质点体系在给定地震加速度 $\ddot{x}_g(t)$ 影响下的相对位移反应都可以计算出来, 结果可以得到一个时间 t 的函数。由于地震加速度 $\ddot{x}_g(t)$ (一般称为输入) 是不规则的时间函数, 一般不能用简单的数学公式来表达, 因此, 式 (3.1.16) 所表示的积分公式 $x(t)$ (通常称为反应或输出) 一般也是不能用简单的解析式子来表达的, 因此, 只能用数值积分的方法来求出它的时间变化过程。在电子计算机被广泛利用之前, 式 (3.1.16) 中的积分一般是用表格法、图解法、机械模拟和电模拟方法进行计算的, 现在则通常用电子计算机进行计算。例如, 在图 3.2.1 中列举了三个不同周期的单质点系对

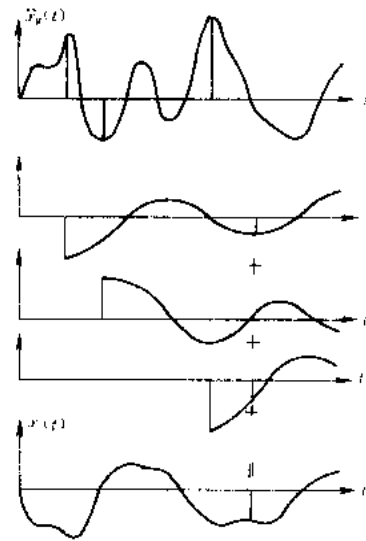


图 3.1.4 地震反应的叠加过程

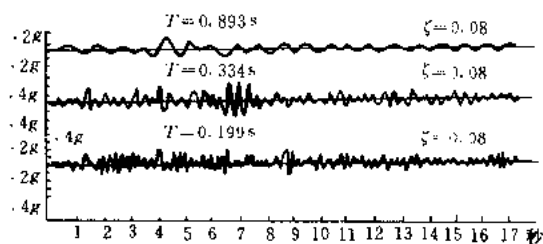


图 3.2.1 不同周期的单质点系对塔夫特地震的反应

于 1952 年 7 月 21 日塔夫特 (Taft) 地震加速度记录按式 (3.1.16) 计算出的加速度反应^[1]。从图中可以看到, 在同样的地面加速度 $\ddot{x}_g(t)$ 作用下, 自振频率 ω (或周期 T) 不同的单质点反应是不同的时间函数。从不同自振周期的反应曲线中, 可以发现它们的峰值和频率特性都不相同。从这些曲线的外形上来看, 当自振周期较长时, 反应中长周期的分量较大; 当自振周期较短时, 反应中的短周期的分量较大。关于这一点, 下面还要作进一步的说明。在抗震设计中最关心的是最大反应, 对于相对位移反应, 也就是 $x(t)$ 的最大值 x_{\max} , 它可以从反应时间函数 $x(t)$ 中找出来。当阻尼比 ζ 给定时, 对于不同的自振周期 T , 都可以求出相应的最大位移 x_{\max} 。这样, 相对位移最大反应就可以看作是时间 t 的函数, 对于每一个地震加速度记录, 都可以计算出一条 Δ :

x_{\max} 与 T 之间的关系曲线, 这就是相对位移反应谱。又如, 在图 3.2.2 中给出了两个地震记录的相对位移反应谱。有了这个反应谱, 任何单质点系 (自振周期为 T , 阻尼比为 ζ) 的最大位移反应都可以直接从图中查出, 实际应用起来是比较方便的。

上面讨论了相对位移反应谱。对于单质点弹性体系, 如果已知相对位移最大反应, 相应

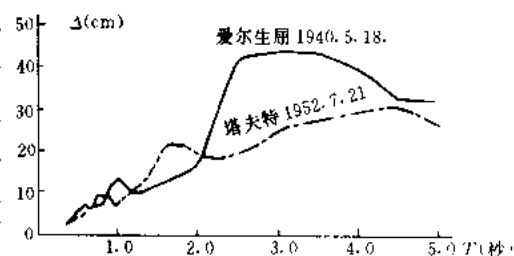


图 3.2.2 爱尔生屈和塔夫特地震的位移反应谱

的应力状态也就可以计算出来了。但是，在结构抗震设计中更广泛采用的是地震荷载的概念，亦即通过荷载来计算内力和选择截面。某些结构还可以采用能量的概念进行设计。这时，相对位移反应谱就显得不够用了。因此，还需要讨论速度和加速度反应谱，以及这些反应谱之间的相互关系。

假如忽略阻尼 ζ 的高次项影响，公式 (3.1.16) 可以改写为如下的形式

$$x(t) = -\frac{1}{\omega} \int_0^t e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \ddot{x}_g(\tau) (\sin\omega t \cos\omega\tau - \cos\omega t \sin\omega\tau) d\tau \quad (3.2.1)$$

引入下面的符号

$$\left. \begin{aligned} A(t, \omega) &= \int_0^t e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \ddot{x}_g(\tau) \cos\omega\tau d\tau \\ B(t, \omega) &= \int_0^t e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \ddot{x}_g(\tau) \sin\omega\tau d\tau \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

以后，式 (3.2.1) 可写为

$$x(t) = -\frac{1}{\omega} (A \sin\omega t - B \cos\omega t) \quad (3.2.3)$$

现在再假设

$$\left. \begin{aligned} A &= S \cos\varphi \\ B &= S \sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (3.2.4)$$

由此可知

$$\left. \begin{aligned} S &= \sqrt{A^2 + B^2} \\ \varphi &= \tan^{-1} \frac{B}{A} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.5)$$

这样，式 (3.2.3) 可进一步改写为

$$x(t) = -\frac{1}{\omega} S \sin(\omega t - \varphi) \quad (3.2.6)$$

由于 S 与 φ 一般表现为缓慢变化的时间函数，因此上式所表示的相对位移反应 $x(t)$ 通常是振幅和相位（或频率）缓慢变化的简谐振动，它的平均频率就是此体系的自振频率 ω 。这一特性可以用来解释为什么在图 3.2.1 中不同周期的反应过程的主要频率分量有所不同。从式 (3.2.6) 中可以知道，它们的平均频率分别等于其自振频率。

为了得到相对速度反应，我们可以将式 (3.1.16) 对时间 t 求导数，假如忽略 ζ 的高次项影响，结果可以得到

$$\dot{x} = \zeta \int_0^t e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \ddot{x}_g(\tau) \sin\omega(t-\tau) d\tau - \int_0^t e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \ddot{x}_g(\tau) \cos\omega(t-\tau) d\tau \quad (3.2.7)$$

引用式 (3.2.2) 中的符号以后，上式可改写为

$$\dot{x} = S[\zeta \sin(\omega t - \varphi) - \cos(\omega t - \varphi)] \approx -S \cos(\omega t - \alpha) \quad (3.2.8)$$

式中

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{B}{A} - \tan^{-1} \zeta = \tan^{-1} \frac{\frac{B}{A} - \zeta}{1 + \zeta \frac{B}{A}} \quad (3.2.9)$$

我们知道，绝对加速度等于相对加速度 \ddot{x} 与地面加速度 \ddot{x}_g 之和，根据式 (3.1.7)，

$$\ddot{x} + \ddot{x}_g = -\omega^2 x - 2\zeta\omega \dot{x}$$

将式 (3.2.6) 与 (3.2.8) 代入上式, 忽略 ζ 的高次项以后, 可以得到^①

$$\ddot{x} + \ddot{x}_g = \omega S [\sin(\omega t - \varphi) + 2\zeta \cos(\omega t - \varphi)] = \omega S \sin(\omega t - \beta) \quad (3.2.10)$$

式中

$$\beta = \tan^{-1} \frac{B}{A} - \tan^{-1} 2\zeta = \tan^{-1} \frac{\frac{B}{A} - 2\zeta}{1 + 2\zeta \frac{B}{A}} \quad (3.2.11)$$

式 (3.2.9) 与 (3.2.11) 所确定的 α 与 β 也是时间 t 的慢变函数。在阻尼等于零的特殊情况下

$$\alpha = \beta = \varphi$$

公式 (3.2.6), (3.2.8) 与 (3.2.10) 给出了位移、速度、加速度反应之间的相互关系。

从以上讨论中可以知道, 所谓反应谱, 即是单质点系在给定地震加速度作用下的最大反应随自振周期变化的曲线, 它同时也是阻尼的函数。作为一个例子, 在图 3.2.3 中给出了 1976 年 11 月 15 日宁河地震时天津医院地下室记录^② 的位移、速度和加速度反应谱, 从图中可以看到阻尼对反应谱的影响。

现在再来研究体系的能量。单质点系的势能为

$$V = \frac{1}{2} K x^2$$

将式 (3.2.6) 代入上式后, 我们得到

$$V = \frac{1}{2} K \frac{S^2}{\omega^2} \sin^2(\omega t - \varphi) = \frac{M}{2} S^2 \sin^2(\omega t - \varphi)$$

相对动能为

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2$$

将式 (3.2.8) 代入上式后, 我们得

$$T = \frac{1}{2} M S^2 \cos^2(\omega t - \alpha)$$

总能量为

$$T + V = \frac{1}{2} M S^2 [\sin^2(\omega t - \varphi) + \cos^2(\omega t - \alpha)]$$

经过简单的变换以后, 上式可以改写为下面的形式

$$T + V = \frac{1}{2} M S^2 [1 + \sin(\alpha - \varphi) \sin(2\omega t - \alpha - \varphi)] \quad (3.2.12)$$

从式 (3.2.9) 与 (3.2.5) 中可以看到, 当 ζ 很小时, $\alpha \approx \varphi$, 亦即 $\sin(\alpha - \varphi) \approx 0$ 。这样, 地震时的输入体系的总能量近似为

$$T + V = \frac{1}{2} M S^2 = \frac{1}{2} M (A^2 + B^2)$$

① 将式 (3.2.7) 对时间求导数后与 \ddot{x}_g 相加, 也可获得与式 (3.2.10) 同样的结果;

② 这个记录引自中国科学院工程力学研究所的强震观测资料。

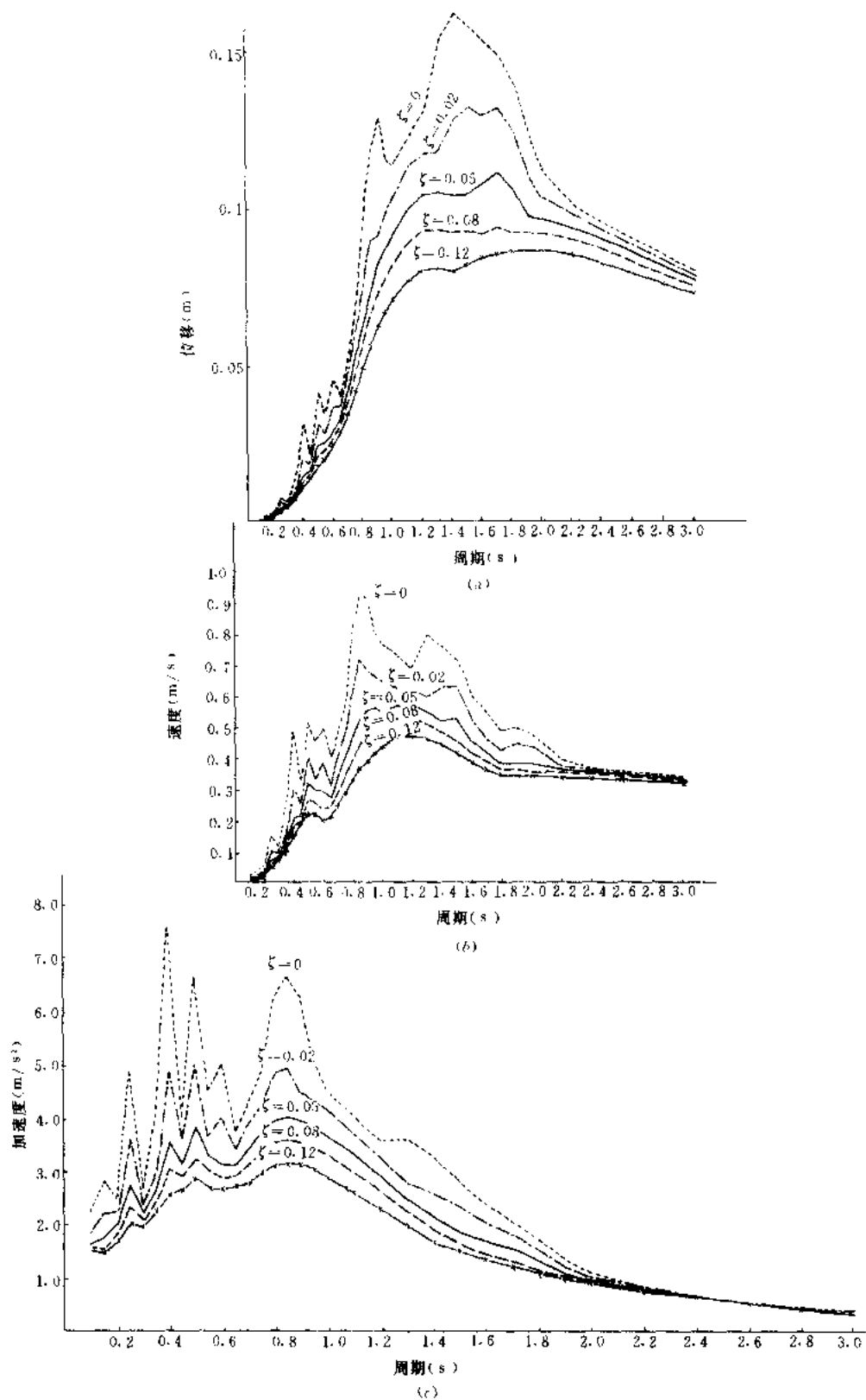


图 3.2.3 天津医院加速度记录的反应谱
(a) 相对位移反应谱; (b) 相对速度反应谱; (c) 绝对加速度反应谱

其最大值为

$$(T + V)_{\max} = \frac{1}{2} MS_v^2$$

式中

$$S_v^2 = (A^2 + B^2)_{\max}$$

由此可知, 单质点结构每单位质量所获得的最大能量即为 $S_v^2/2$ 。

由于振幅 S 、相位 φ 、 α 与 β 都是时间 t 的慢变函数, 质量 M 在地震中的最大相对位移, 速度与绝对加速度可以近似用下式来表示

$$\left. \begin{aligned} S_D = x_{\max} &= \frac{1}{\omega} S_v \\ S_v = \dot{x}_{\max} \\ S_A = (\ddot{x} + \ddot{x}_g)_{\max} &= \omega S_v \end{aligned} \right\} \quad (3.2.13)$$

上面的这些公式给出了几种反应谱之间的相互关系。根据式 (3.2.13) 所表示的关系, 我们可以用对数坐标把位移、速度和加速度反应谱画在一张图上, 通常称它为三座标反应谱。在图 3.2.4 中列举了爱尔生屈 (El Centro) 地震的三座标反应谱或三联谱^[3]。

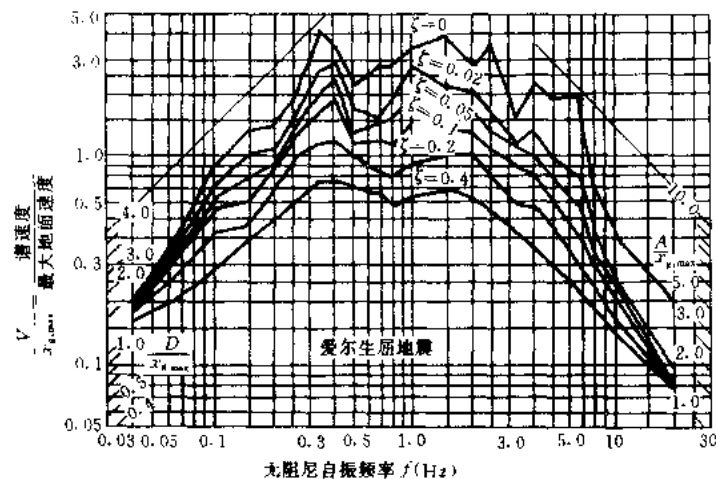


图 3.2.4 三座标反应谱

地震时, 作用在结构上的最大剪力为

$$Q = Kx_{\max} = K \frac{1}{\omega} S_v = \sqrt{KMS_v} \quad (3.2.14)$$

作用在单质点结构上的最大惯性力, 即地震力为

$$F = M (\ddot{x} + \ddot{x}_g)_{\max} = MS_A = \sqrt{KMS_v} \quad (3.2.15)$$

由此可以看到, 在单质点系中基底剪力与地震力相同。

在以上推导中, 结构的最大反应是用 S_v 来表示的, 它等于式 (3.2.5) 中 S 的最大值。为了方便起见, 往往采用式 (3.2.6) 的最大值作为 S_v/ω 。从式 (3.2.6) 中可以看到, 这样做可能低估了 S_v 的值, 不过, 一般来讲误差不太大。

为了应用方便起见, 式 (3.2.15) 也可以写为如下的形式

$$F = k\beta W$$

式中

$$k = \frac{|\ddot{x}_g|_{\max}}{g} \quad (3.2.16)$$

$$\beta = \frac{|\ddot{x} + \ddot{x}_0|_{\max}}{|\ddot{x}_g|_{\max}}$$

g = 重力加速度。

这就是单质点系地震作用的基本公式，式中 k 称为地震系数，即以重力加速度作为单位的地面运动最大加速度； β 称为动力系数，即以地面最大加速度作为单位的加速度反应谱。

3.3 地震傅里叶谱

我们知道，周期函数都可以通过分解为傅里叶（Fourier）级数的方法来分析它是由那些谐波分量所组成的。由于强震加速度 $\ddot{x}_g(t)$ 是非周期函数，我们应该将它表为傅里叶积分的形式：

$$\ddot{x}_g(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\omega d\omega \int_{-\infty}^\infty \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau \quad (3.3.1)$$

假如地震的持续时间为从 $t=0$ 到 $t=t_1$ ，则上式可改写为

$$\ddot{x}_g(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\omega G(\omega) d\omega \quad (3.3.2)$$

式中

$$G(\omega) = \int_0^{t_1} \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau \quad (3.3.3)$$

即为地面加速度中频率等于 ω 的谐波分量。

另一方面，如果我们将式 (3.1.17) 对时间求导数，结果得到

$$\dot{x}(t) = - \int_0^{t_1} \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (3.3.4)$$

上式给出了频率等于 ω 的单质点系在任意时刻 t 的相对速度反应。比较式 (3.3.3) 与 (3.3.4) 不难看到，傅里叶谱 $G(\omega)$ 就是在地震结束时（即 $t=t_1$ 时）无阻尼单质点系的速度反应，符号相反。既是这样，我们能不能把反应谱看作是傅里叶谱的一种形式呢？为了解答这个问题，我们得把傅里叶谱的概念再推广一下，事实上，在式 (3.3.3) 与 (3.3.4) 中我们是把整个加速度记录 $\ddot{x}_g(t)$ 展开为傅里叶积分的，假如我们将时间从零开始考虑到任意中间时刻 t ，即将加速度记录上从 0 到 t 的一段展开为傅里叶谱，这样的傅里叶谱可以称为即时谱，即

$$G(\omega, t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau \quad (3.3.5)$$

它显然是时间 t 和频率 ω 的函数，积分的结果，可以得到在由 $t, \omega, G(t, \omega)$ 构成的直角坐标系中的一个曲面。这个曲面与 ω 轴垂直平面的交线，就是频率等于 ω 的无阻尼单质点系的速度反应时程曲线，这条曲线上的最大值就是速度反应谱的谱值。这样看来，速度反应谱可以看作是即时傅里叶谱在时间 t 上的最大值。因此，无阻尼反应谱和傅里叶谱都是强震加速度频率特性的表达形式，它们是地面运动的特性，并不是结构的特性。

如果将式 (3.3.5) 作简单的变换，我们还可以把傅里叶谱 $G(\omega)$ 改写为如下的形式：

$$G(\omega, t) = A(\omega, t) \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\text{式中} \quad A(\omega, t) = \sqrt{\left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau\right)^2 + \left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau\right)^2} \quad (3.3.6)$$

通常称它为即时傅里叶振幅谱，有时也简称为傅里叶谱。

$$\varphi(\omega, t) = \tan^{-1} \frac{\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau}{\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau} \quad (3.3.7)$$

通常称为即时傅里叶相位谱。地震结束时，即 $t = t_1$ 时的即时傅里叶谱，就是通常的傅里叶谱。所以，我们有

$$G(\omega, t) = A(\omega) \cos(\omega t - \varphi) \quad (3.3.8)$$

$$\text{式中} \quad A(\omega) = \sqrt{\left(\int_0^{t_1} \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau\right)^2 + \left(\int_0^{t_1} \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau\right)^2} \quad (3.3.9)$$

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} \frac{\int_0^{t_1} \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau}{\int_0^{t_1} \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau} \quad (3.3.10)$$

从公式 (3.3.8) 中不难看到 $G(\omega)$ 是振幅为 $A(\omega)$ ，相位为 $\varphi(\omega)$ 的简谐波，即式 (3.3.2) 所示加速度记录中频率等于 ω 的谐波分量。

现在，我们再讨论一下无阻尼速度反应谱与傅里叶振幅谱的物理意义。我们知道，无阻尼单质点系的总能量为

$$E(\omega, t) = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

它显然是自振频率 ω 和 t 的函数，将式 (3.1.17) 与 (3.3.4) 代入上式后，可得●

$$E(\omega, t) = \frac{1}{2} M \left[\left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right)^2 + \left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau \right)^2 \right] \quad (3.3.11)$$

这样，单位质点上所得能量的两倍方根为

$$\sqrt{\frac{2E(\omega, t)}{M}} = \left[\left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right)^2 + \left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.12)$$

比较式 (3.3.10) 与 (3.3.12) 的右边部分，即可知

$$\begin{aligned} \bullet \quad E(\omega, t) &= \frac{M}{2} \left[\left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega(t-\tau) d\tau \right)^2 + \left(\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau \right)^2 \right] \\ &= \frac{M}{2} \left\{ \left[\cos \omega t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau + \sin \omega t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[\sin \omega t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau - \cos \omega t \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\text{设} \quad A = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cos \omega \tau d\tau,$$

$$B = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega \tau d\tau,$$

$$\begin{aligned} \text{则} \quad E(\omega, t) &= \frac{M}{2} \{ A^2 \cos^2 \omega t + B^2 \sin^2 \omega t + 2AB \sin \omega t + A^2 \sin^2 \omega t + B^2 \cos^2 \omega t \\ &\quad - 2AB \sin \omega t \cos \omega t \} = \frac{M}{2} [A^2 + B^2] \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{2E(\omega, t)}{M}} = A(\omega, t) \quad (3.3.13)$$

由此可知，即时傅里叶谱就是单位质量的能量谱，无阻尼反应谱则是它在时间 t 上的最大值。由此我们还可以知道，地震结束时单位质点所得到的总能量的两倍方根

$$\sqrt{\frac{2E(\omega, t_1)}{M}} = A(\omega, t_1) = A(\omega)$$

就是傅里叶振幅谱。

上面我们讨论了无阻尼速度反应谱与傅里叶谱之间的相互关系。如果将傅里叶谱的概念稍加推广，还可以与有阻尼的反应谱建立类似的关系^[4]。为了比较起见，在图 3.3.1 中

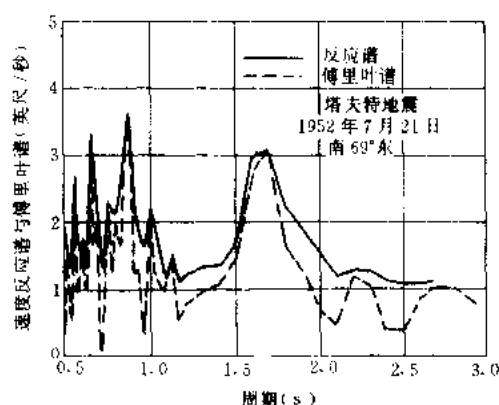


图 3.3.1 无阻尼速度反应谱与傅氏谱的对比

它主要决定于地震加速度记录中最强烈的一段。由此看来，反应谱的概念并不能很好地反映地震的持续时间。地震破坏现象表明，持续时间也是影响结构破坏程度的重要因素。这一点可以看作是反应谱的一个缺点。此外，反应谱当然只是弹性范围内的概念，不能很好地反映结构反应的非弹性特性。

3.4 强地震运动的一般特征和影响因素

在以上讨论中，我们都假定地震时的地面加速度 $\ddot{x}_g(t)$ 随时间的变化规律是给定的。在这种情况下，只需要知道单质点系的自振频率 ω 和阻尼比 ζ ，相应的反应便可算出，根据不同周期的最大反应还可以画出这个地震加速度记录的反应谱。由于目前还不可能正确地预估地面加速度记录，因此，暂时还只能将过去记录到的强震记录的某些主要特性和影响因素作一些研究，以便在抗震设计中适当考虑。这里我们将先研究一下强震加速度及其反应谱的一般特点，某些因素的影响和设计上的考虑将在以下几节中加以讨论。

初看起来，强震加速度记录似乎是极不规则的。但是，在比较了许多这种记录之后，还是可以发现一些共同的特点。这些特点主要表现在以下几个方面。

首先，从外形（或包线）上来看，所有强震记录都有一个从开始震动，逐步增强，然后再衰减而趋于零的过程。一般可将这一现象称为地震的不平稳性。也就是说，地面运动的强度在时间上的分布是不均匀的，在某些地震记录中，还可以发现这种上升与减小的过

程可能不只一次。地震的持续时间一般为几十秒钟，进一步研究后还可以发现，这种外形上的特点主要决定于震源特性、震中距离和传播介质和途径的特性，例如发震断层的长度、错位方式和大小以及冲击次数等对持续时间都有较大的影响。因为大地震往往伴随着很大的断层破裂运动，因此，持续时间也比较长。一个很长的地震记录中的几个高峰则可能对应于几次连续的震源冲击。另外，在离开震中比较远的地区或覆盖层很厚的地区，由于地震波的多次反射和折射，也可能使持续时间增长。从震相方面来看，如前所述，加速度记录中开头的一段一般是纵波，随后到达的震动强度较大的波则是横波和表面波。

上面已经讲到，地面运动的持续时间对结构的破坏程度有较大的影响。有些宏观现象表明，结构的破坏是由于几次地震所引起的微小破坏积累而造成的。相反，另有一些地震虽然震动十分强烈，但是由于持续时间较短，破坏很轻。

从周期特性上来看，强震记录也有某些共同的特点。地震加速度记录的周期特性一般可以用反应谱来反映。有时作为一种粗略的估计，也可以把地面加速度记录中两个相邻的零点之间的间隔作为半周期，并把相应的峰值加速度看作为振幅。加速度记录中峰值最大的波和相应的周期对结构的地震反应影响较大，有时它们与加速度反应谱上的峰点周期大致相对应。在图 3.4.1 和 3.4.2 中，列举了美国爱尔生屈地震的反应谱。其他地震的反应谱也有类似的形状，这里就不再一一列举了。从许多强震加速度记录的反应谱中，大致可以发现以下几个特点^[5,6]。

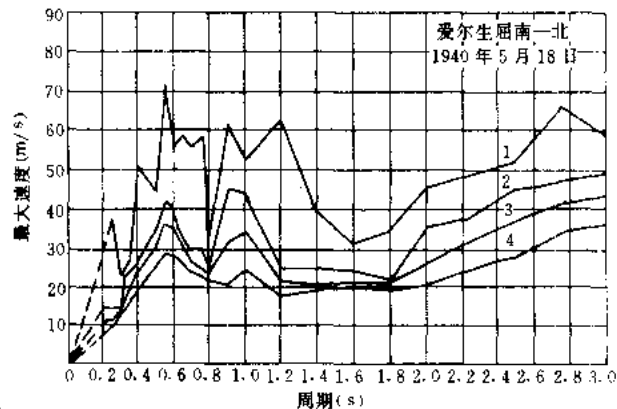


图 3.4.1 爱尔生屈地震的速度反应谱

1. $\zeta=0$; 2. $\zeta=0.02$; 3. $\zeta=0.05$; 4. $\zeta=0.10$

不再一一列举了。从许多强震加速度记录的反应谱中，大致可以发现以下几个特点^[5,6]。

1. 地震反应谱是多峰点的曲线，其外形并不象在正弦形外力作用下的共振曲线那样简单，这是由于地震地面运动的不规则性所造成的。当阻尼等于零时，反应谱的谱值最大，峰点突出，但较小的阻尼（例如 $\zeta=0.02$ ）就能使反应谱的峰点削平很多。

2. 加速度反应谱在短周期部分上下跳动比较大，但是当周期稍长时，就显示出随周期增大逐渐减小的趋势。

3. 速度反应谱随周期的变化显然也是多峰点波动的，但是在相当宽的周期范围内，

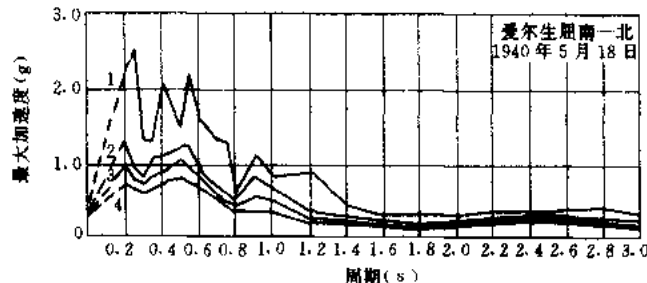


图 3.4.2 爱尔生屈地震的加速度反应谱

1. $\zeta=0$; 2. $\zeta=0.02$; 3. $\zeta=0.05$; 4. $\zeta=0.10$

它的平均值接近于水平直线。

以上特点是从许多地震反应谱中所看到的共同趋势。假如对照两个不同地震的反应谱,有时我们可能会发现它们之间的差别是很大的。事实上,地震加速度的周期性受到许多因素,其中主要包括震源的特性、地震波传播过程所经过的中介介质的特性,以及局部地质条件的影响。一般来讲,震级大,断层错位的冲击时间长,震中距离远,地基土松软,厚度大的地方加速度反应谱的主要峰点偏于较长的周期;相反,震级较小,断层错位的冲击时间短,震中距离近,地基土坚硬,厚度薄的地方加速度反应谱的主要峰点则一般偏于较短的周期。以上特点也只是一般趋势,由于以上种种因素的影响,有时可使不同地区的地震加速度记录差别比较大。日前一般认为美国加利福尼亚州的加速度记录的反应谱的主要峰点周期大致在 0.1s 和 0.8s 之间。而罗马尼亚 1977 年地震中布加勒斯特的加速度反应高峰周期约为 1.5s。墨西哥的地震反应谱高峰周期为 2~2.5s,秘鲁利马和智利圣地亚哥的加速度记录高频分量较多,反应谱的峰点周期较短。我国从 1962 年广东河源地震以来记录到的许多中强震记录的周期多数也是偏短的,而在 1976 年唐山地震中北京和天津某些台站上的记录中则包含有明显的长周期分量。在 1988 年 11 月云南澜沧—耿马地震中获得的加速度记录周期也偏长,硬土上强余震 (M6.7) 反应谱高峰约在 0.45s 上^[7]。

此外,即使是同一个地震加速度记录上,不同时段的周期特性也有所不同。一般来讲,在加速度记录的开头一段,即对应于纵波的一段,高频分量比较多;后面一段,即振动逐渐衰减而趋于零的一段,低频分量比较多;振动最强烈的一段,即中间的一段,中频分量比较多。这说明强震加速度记录不仅在外形(包线)上具有不平稳性,在周期特性上也具有某种不平稳性。当地震加速度的包线随时间的变化比较平稳时,不同时段上周期特性的这种差别,有时可能造成自振周期不同的结构在不同的时间上先后发生破坏,即短周期的结构在最初的振动中先发生破坏,长周期的结构有时在地震将结束时才发生破坏。地震加速度周期特性的这种不平稳性还有待于进一步研究。

最后,我们再简单地研究一下地震反应谱在短周期和长周期端的极限值问题。从理论上讲,单质点系的自振周期等于零的情况,表示它是一个绝对刚体,这时质点与地面之间无相对运动,即质点的相对速度等于零。绝对加速度就等于地面加速度。由于加速度仪在短周期部分(例如周期小于 0.2s 时)失真比较大,所以在这一段上误差较大,有时就不画出来了。但是,当周期等于零时,相对速度反应谱等于零,加速度反应谱等于地面加速度这一点却是肯定的,在图 3.4.1 与 3.4.2 中将这一段反应谱用了虚线来表示。另外,当周期 T 很大时(与地震加速度中的长周期分量相比),这相当于质点和地面之间的弹性联系很弱,这样,质点将基本上处于静止状态,即质点对地面的相对位移接近于地面位移,于是位移谱接近于地面最大位移。根据相对速度、绝对加速度与相对位移之间的近似关系式 (3.2.13) 可知,速度反应谱将趋于 $\frac{2\pi}{T}x_{gmax}$, 加速度反应谱将趋于 $\frac{4\pi^2}{T^2}x_{gmax}$ 。

3.5 弹塑性反应谱及其应用

在以上讨论中我们假定结构是线性弹性的,也就是说结构的弹性恢复力与位移之间的关系为一直线。实际结构并不是完全的线性弹性体,不过,当振幅很小(即所谓微幅振

动)时,线性弹性的假定是可以适用的。在这样的假定下,由于叠加原理可以适用,问题的解答比较简单。当结构的变形比较大时,实际结构一般都表现出明显的非线性和弹塑性。假如恢复力与位移之间虽然不成正比,但仍然保持单值函数的关系(图 3.5.1),这种特性通常称为非线性弹性。

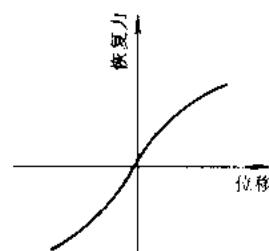
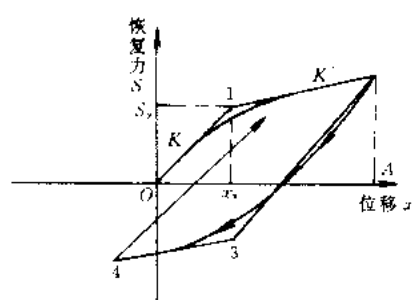
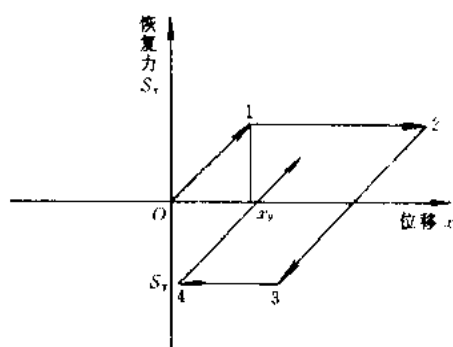


图 3.5.1 非线性弹性模型

在图 3.5.1 所示恢复力位移曲线的斜率(即弹性系数或结构的刚度),随着变形的增加而减小,这种特性通常称为软弹簧特性。经验表明,即使是变形比较小时,结构物也具有一定的非线性。建筑结构的非线性特性一般都是软弹簧型式的。为了简化分析,一般都不考虑弹性阶段的非线性影响,并把线性弹性体系简称为弹性体系。实际结构和材料的试验研究都表明,当变形比较大时恢复力和位移之间不再保持单值关系,即在卸荷时变形不再退回到



(a)



(b)

图 3.5.2 弹塑性体系的滞回特性
(a) 双线性弹塑性; (b) 理想弹塑性

零点,总是存在一定的残余变形或塑性变形。当结构在一定限度(即所谓弹性极限)内保持弹性,超过此极限出现塑性时,通常称为弹塑性。最简单的弹塑性模型示于图 3.5.2 (a) 中,此模型中用了两段直线来逼近图中的曲线(例如使它们的面积相等)。假如位移 x 在弹性极限 x_y 以内,结构的刚度系数为 K ,当超过此极限时,刚度系数降低到 K' (当 $K'=0$ 时)即是所谓理想弹塑性的情况,见图 3.5.2 (b),在卸荷时刚度系数又回复到 K ,但是出现了塑性变形 $(1 - \frac{K'}{K})(A - x_y)$,当反向荷载达到弹性极限时,结构又一次进入塑性区,当荷载继续变化时,依次按此规律变化。这样,在弹塑性体系中位移 x 和恢复力 S 之间不再保持单值函数关系,与某一位移 x 相对应的恢复力不仅与当前的位移有关,同时也与其以前所经历的位移和恢复力状态有关。如此,弹塑性体系将沿顺时针方向形成环状曲线或折线,因此通常称为滞变回线,滞回圈或滞回特性。

现在,我们来讨论一下理想弹塑性(图 3.5.2)单质点系的地震反应谱与弹性反应谱相比有那些特点。我们知道,对于弹性体系当阻尼给定时,我们可以根据一次地震的加速度记录计算出一条反应谱。在弹塑性系统中,除了结构的刚度和阻尼以外,又增加了一个新的参数,这就是屈服极限。这样,对于不同的屈服极限,我们可以计算出不同的反应谱。例如,在图 3.5.3 中,我们列举了爱尔兰地震的弹塑性反应谱。在图中我们用了延性系数 μ 作为参数,它是最大相对位移反应(即位移谱) x_{max} 与屈服位移 x_y 的比值,即 $\mu = x_{max}/x_y$; μ 值愈大,表示塑性变形愈大。假如已知相应于不同屈服位移 x_y 的反应谱,经

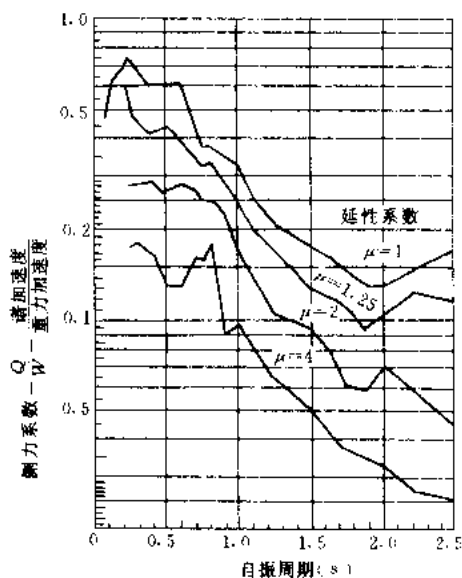


图 3.5.3 爱尔兰屈地震的弹塑性反应谱

过简单的变换就可以得到以 μ 作为参数的反应谱，这就是图 3.5.3 所示的结果。图中 $\mu=1$ 的曲线显然就是弹性反应谱。从该图中可以看到，随着延性系数增大，地震荷载有所降低。由此可知，假如容许一定的塑性变形，地震荷载将折减很多。

在 3.2 节中，我们讨论了弹性体系位移、速度和加速度反应谱之间的近似关系，并指出，根据关系式 (3.2.13) 我们可以把三种反应谱画在同一个三坐标图上（见图 3.2.4）。在弹塑性的情况下，式 (3.2.13) 的关系一般来讲不再成立。但是，从弹塑性体系的振动方程式及图 3.5.2 (b) 可以知道，假如忽略阻尼的影响，

$(\ddot{x} + \ddot{x}_g)_{\max} \approx \frac{K}{M} x_y = \omega^2 x_y$ ，并定义谱速度 $S_v = \omega x_y$ ，我们就可以得到如下的关系

$$S_{Dy} = x_y = \frac{S_v}{\omega}$$

$$S_A = (\ddot{x} + \ddot{x}_g)_{\max} = \omega S_v \quad (3.5.1)$$

在这样的定义之下，我们仍然可以把三种反应谱画在同一个三坐标图上。图 3.5.4 中列举了爱尔兰屈地震的弹塑性反应谱。从图中可以直接读出不同周期的屈服位移 x_y 与最大加速度反应，体系的最大位移反应等于延性系数 μ 与屈服位移 x_y 的乘积。不过应该指出，按照定义 $S_v = \omega x_y$ ，所以从图 3.5.5 中不能给出最大速度反应。相应于最大位移的反应谱

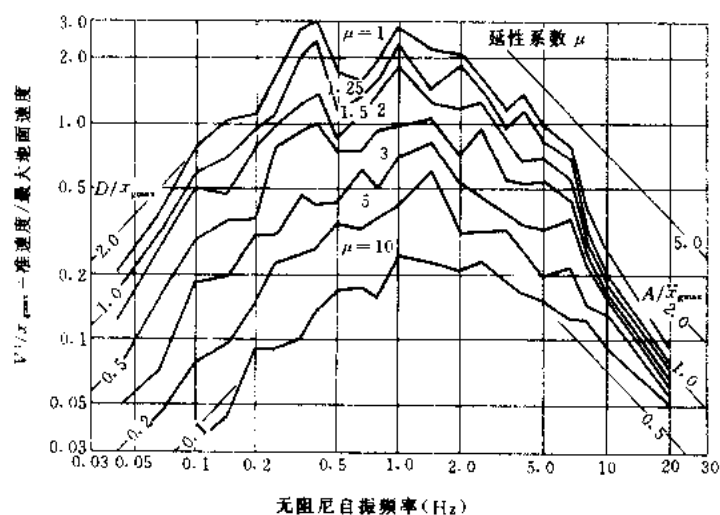


图 3.5.4 爱尔兰屈地震的弹塑性反应谱

画在图 3.5.5 中，它是将图 3.5.4 中的纵坐标乘延性系数以后得到的。从图 3.5.5 中可以

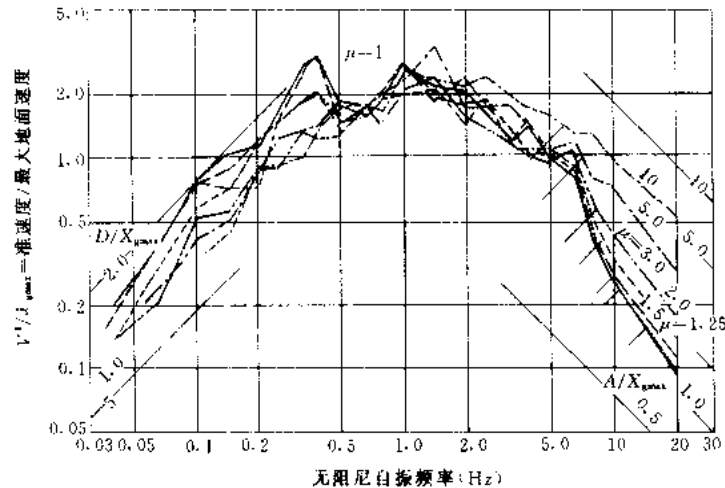


图 3.5.5 相应于最大位移的弹性反应谱

看到，在低频段（当频率小于 2Hz 时），对于不同的延性系数，总位移最大反应大致相同，甚至随延性系数增大略有减小，当频率进一步减小并小于 0.3Hz 时，总位移趋近于地面位移。在高频段（当频率大于 20 或 30Hz 时），对于不同的延性系数，加速度近似相等，并趋于地面加速度。在中频段（2~6Hz），一般可以近似地认为输入能量相等，即假定对于不同的延性系数 μ ，速度反应谱相同。此外，从图 3.5.4 与 3.5.5 中我们还可以看到，在中频段和高频段之间还存在一个相当宽的过渡阶段（6~30Hz），在这个过渡阶段上，逐步从速度反应谱近似相同转变为加速度反应谱近似相同的情况。在 3.4 节中我们曾经指出，速度反应谱在相当宽的频率范围内，可以近似地用一条水平线来表示。当出现塑性变形时，结构的刚度显著降低，与弹性阶段相比，可以近似地看作自振周期延长，但是，由于速度反应谱接近于水平线，这对于最大速度反应并无多大影响。另外，由于塑性变形使结构的阻尼增大，速度反应谱反而可能略有减小。由此看来，在中频段近似采取速度反应谱等于常数可能是偏于安全的。从某些地震的弹塑性分析结果来看，随着塑性变形的增大（屈服极限降低），地震的输入能量略有减小的趋势^[8]。这也说明，在中频段可以假定弹塑性位移反应谱等于弹性位移反应谱。

上面我们以爱尔兰屈地震作为例子，讨论了弹塑性反应谱的某些特性。对于其他强震记录，也有类似的特性，只是在高频、中频和低频的界限上有些不同，这里就不再一一列举了。此外，还应指出对于双直线型滞回特性（硬化弹塑性）的情况，上述特性大致上还是正确的。在资料^[9]中研究了双直线型滞回特性的地震反应，结果表明，硬化刚度对结构最大位移的影响不大，不过随着硬化刚度的增大，残余变形减小，最大加速度有所增加。

现在，我们再根据弹塑性反应谱的上述特性来讨论一下地震作用的变化。为此，我们可以先从低频段的情况开始。从弹塑性体系的振动方程式和恢复力—变形图（图 3.5.6）上我们知道，弹塑性结构的最大地震荷载不能超过屈服荷载 F_y ，即

$$F_{\text{塑}} = F_y = Kx_y = \frac{Kx_{\text{max}}}{\mu}$$

从上面的讨论中我们知道，在低频段弹塑性结构的最大位移与对应弹性结构的最大位

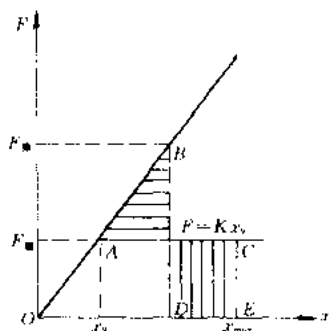


图 3.5.6 由于塑性变形造成的荷载折减

移近似相等, 这样 $F_{\text{弹}} \approx Kx_{\text{max}}$, 因此, 上式可改写为

$$F_{\text{塑}} = F_{\text{弹}} / \mu$$

式中 $F_{\text{弹}}$ 是对应弹性结构的地震荷载。由此我们知道, 对于低频的结构, 假如容许一定的塑性变形 [图 3.5.6 中塑性变形 = $(\mu - 1)x$], 地震作用可以折减 μ 倍。

现在再来看中频的结构。从上面的讨论中我们知道对于中频的弹性和弹塑性结构, 地震时输入结构的最大能量大致相等。假如不考虑阻尼耗能, 输入总能量全部转化为结构的应变能。对于弹性结构, 输入总能量全部转化为弹性应变能, 对于弹塑性结构, 则包括弹性应变能与塑性耗能两部分。从图 3.5.6 中可以看到, 当最大位移等于 x_{max}

时, 弹塑性结构所吸取的总能量等于图中 OABDEO 所包围的面积, 假如同样的能量为对应弹性结构所吸收, 也就是说, 使图 3.5.6 中 OBDEO 所包围的面积与 OACEO 所包围的面积相等, 我们就不难得到对应弹性结构的地震作用。

$$F_{\text{弹}} = \sqrt{2\mu - 1} F_y$$

由此我们知道, 在这种情况下

$$F_{\text{塑}} = \frac{F_{\text{弹}}}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

亦即在中频段, 弹塑性结构的地震力可对应弹性结构折减 $\sqrt{2\mu - 1}$ 倍。

最后, 我们再来看高频的结构。从上面的讨论中我们知道, 在这种情况下, 弹塑性结构和对应弹性结构的最大加速度近似相等, 并趋近于地面加速度, 因此可得

$$F_{\text{塑}} = F_{\text{弹}} \approx M \ddot{x}_{\text{gmax}}$$

也就是说, 只有在这种情况下弹塑性结构的地震作用不折减。上述结果可以用图 3.5.7 来表示。图中画影线的范围, 表示从中频段到高频

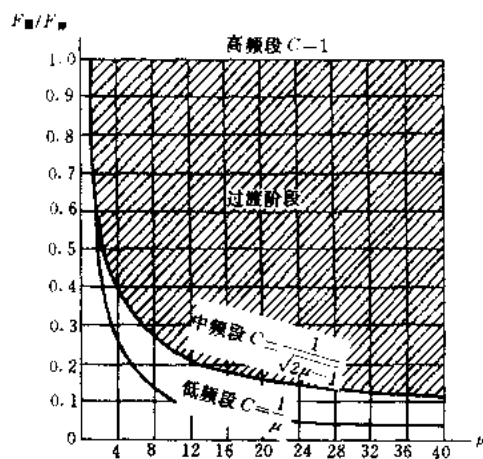


图 3.5.7 不同延性系数的地震荷载折减

段之间相当宽的过渡阶段, 相应的荷载折减在 1 到 $\frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}}$ 之间。

由于大多数结构都属于低频和中频结构, 因此, 假如结构容许出现较大塑性变形而不致发生破坏, 地震荷载可以比对应弹性结构折减 $\sqrt{2\mu - 1}$ 到 μ 倍。由此看来, 结构的延性系数是抗震能力的重要指标之一。事实上, 对于脆性材料, 假如超过弹性极限就要发生破坏的话, 延性系数 $\mu = 1$, 即需要按弹性结构的地震荷载进行设计。反之, 假如在超过弹性极限以后, 结构还可以忍受很大塑性变形, 即 $\mu \gg 1$, 那么地震作用就可以比对应弹性结构折减很多, 从而导致经济的设计。在抗震规范中, 一般都采用了比较小的地震作用, 对结构的延性自然也有相应的要求。这是在使用抗震规范中需注意的问题。结构的延性与材料性能、节点构造等因素有关, μ 值一般在 1~10 的范围以内。

参 考 文 献

- 1 刘恢先, 工业与民用建筑地震荷载的计算, 建筑学报, 1961, 8
- 2 刘恢先, 论地震力, 土木工程学报, (5) 2, 1958
- 3 N.M.Newmark and W.J.Hall, Earthquake Spectra and Design, Earthquake Engineering Research Institute, 1982
- 4 F.E.Udwadia and M.D.Trifunac, Damped Fourier Spectrum and Response Spectra, Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 63, No.5, 1973
- 5 R.L.Wiegel, Earthquake Engineering, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J.1970
- 6 G.W.Housner, R.R.Martel, J.L.Alford, Spectrum Analysis of Strong-Motion Earthquakes, Bulletin of Seismological Society of America, Vol.43, No.2, 1953
- 7 王亚勇, 刘小弟, 澜沧—耿马强震观测与数据分析, 云南澜沧—耿马地震震害文集(陈达生等主编), 北京: 科学出版社, 1991
- 8 N.M.Newmark and W.J.Hall, A Rational Approach to Seismic Design Standards of Structures, Proc. of 5th World Conference on Earthquake Engineering, No.283, 1973
- 9 王前信, 李荷, 杜瑞明, 廖振鹏, 弹塑性反应谱, 中国科学院工程力学研究所, 地震工程研究报告集(第二集), 北京: 科学出版社, 1965

第4章 地震动参数和设计反应谱

4.1 地震动参数衰减规律

4.1.1 地震动参数衰减公式和回归方法

从工程应用方面考虑,反应谱是最重要的强震地面运动参数。由于在位移、速度和加速度反应谱之间近似存在公式(3.2.13)所表示的简单关系,因此有了以上三个物理量中任意一个的衰减规律,其他两个物理量的衰减规律也都可以确定了。这里将着重讨论加速度反应谱的衰减规律。所谓衰减规律就是给定震级时地震动参数随距离的衰减函数。研究反应谱的衰减规律时通常将其在给定周期上的值作为一个独立的地震动参数进行回归分析。而峰值加速度也就是周期等于零时的谱加速度,这样看来它可以看作是加速度反应谱上的零周期分量。地震动特性除了随震级和距离变化以外,还有发震断层的破裂模式(如走滑和逆滑型断层破裂模式)、场地条件等因素有关。在有些衰减规律中已考虑了这些因素的影响。统计地震动衰减规律的基础是强震观测资料,这些资料美国最多。因此这里将介绍 Boore 等人对美国强震加速度记录和反应谱统计得到的衰减规律^{[1][2]}。在统计衰减规律时应用了美国西部自1940年5月19日以来23次5.5级以上浅源地震的强震加速度反应谱资料,阻尼比均为0.05。这里所说的浅源地震是指断层破裂都在地表以下20km的范围以内的地震。加速度记录总数为271个,除极少数台站外,每个记录都包含2个水平分量和一个竖向分量。Boore 等人采用的地震动参数衰减公式为

$$\ln Y = b_1 + b_2 (M - 6)^2 + b_3 (M - 6)^2 + b_5 \ln r + b_v \ln \frac{V_s}{V_A} \quad (4.1.1)$$

此处

$$r = \sqrt{r_{jh}^2 + h^2}$$
$$b_1 = \begin{cases} b_{1SS} & \text{对走滑型地震;} \\ b_{1RS} & \text{对逆滑型地震;} \\ b_{1ALL} & \text{不考虑发震断层破裂机制。} \end{cases}$$

式(4.1.1)中的震动参数 Y 是以 g 为单位的谱加速度和地面运动峰加速度(也就是周期为零时的谱加速度),震级 M 系用矩震级。关于矩震级的定义及其与其他震级的关系可参见文献[32]中的介绍。距离 r_{jh} 是从台站到地表破裂的距离,以 km 为单位, V_s 是地面以下30m范围内的剪切波速,以 m/s 计。 h 是虚拟深度以 km 计,用回归方法确定。这样式(4.1.1)中的待定系数包括 b_{1SS} 、 b_{1RS} 、 b_{1ALL} 、 b_2 、 b_3 、 b_5 、 h 、 b_v 和 V_A 。其中 b_2 、 b_3 是震级影响系数, b_5 是距离衰减系数, b_v 是场地影响系数,以上方程中的系数是采用二阶段加权回归方法确定的。第一阶段对一定范围内的地震建立谱加速度与距离和 V_s 的关系,第二阶段再对震级进行回归。由式(4.1.1)确定的地震动参数是给定震

级距离和场地条件下的对数值的平均值，考虑到对重要工程采用保证概率只有 50% 的平均值是不够的。当保证概率要求达到 85% 时可采用如下公式

$$\ln Y_{85\%} = \ln Y_{50\%} + \sigma_{\ln Y} \quad (4.1.2)$$

此处 $\sigma_{\ln Y}$ 是回归公式中总的离散度的方根，即有

$$\sigma_{\ln Y}^2 = \sigma_r^2 + \sigma_c^2 \quad (4.1.3)$$

其中 σ_c^2 代表由于不同震级的地震带来的方差，可以从第二阶段的回归分析中得到， σ_r^2 代表由于其他因素造成的方差。假设这两部分方差来源是相互独立的，因此式 (4.1.3) 得以成立。 σ_r^2 是第一阶段回归中确定的 σ_i^2 和二个水平分量方向随机性造成的离散之和，即有

$$\sigma_r^2 = \sigma_i^2 + \sigma_e^2 \quad (4.1.4)$$

在推导随机方向上的水平向地震动参数的衰减方程时，Boore 等人采用了两个水平方向地震动参数的几何平均值。这样处理看来是比较合理的。但是在第一阶段回归中计算得到的 σ_i^2 没有考虑采用二个随机的水平分量的几何平均带来的离散性，而这样得到的 σ_i^2 是偏小的。因此 Boore 等人认为在第一阶段回归的总的方差 σ_r^2 除了 σ_i^2 外尚应增加因随机水平分量取几何平均产生的附加的方差 σ_e^2 ，这就是式 (4.1.4) 所表示的意思。他们认为 σ_e^2 可按下式确定

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{nrecs} \sum_{j=1}^{nrecs} \frac{(\ln Y_{1j} - \ln Y_{2j})^2}{2} \quad (4.1.5)$$

此外 Y_{ij} 是第 j 个记录中地震动参数的第 i 个分量，($i=1, 2$)，求和遍及所有具有二个水平分量的记录。也就是说只有一个水平分量的记录不包括在内。在回归分析中加速度反应谱的周期范围取为 0~2s，共取 46 个离散周期值（不包括周期等于零的点），这些点大致按对数座均匀分布在 2s 以内，震级范围为 5.5~7.5，距离范围为 0~80km。不同周期点上谱加速度计算公式 (4.1.1) 中系数列于表 4.1.1 中。

Boore 衰减公式中的系数

表 4.1.1

周期	b_{ISS}	b_{BS}	b_{ALL}	b_2	b_3	b_5	b_N	V_N	h	σ_i	σ_c	σ_r	σ_e	$\sigma_{\ln Y}$
0.000	-0.313	-0.117	-0.242	0.527	0.000	-0.778	-0.371	1396	5.57	0.431	0.226	0.486	0.184	0.520
0.100	1.006	1.087	1.059	0.753	-0.226	-0.934	-0.212	1112	6.27	0.440	0.189	0.479	0.000	0.479
0.110	1.072	1.164	1.130	0.732	-0.230	-0.937	-0.211	1291	6.65	0.437	0.200	0.481	0.000	0.481
0.120	1.109	1.215	1.174	0.721	-0.233	-0.939	-0.215	1452	6.91	0.437	0.210	0.485	0.000	0.485
0.130	1.128	1.246	1.200	0.711	-0.233	-0.939	-0.221	1596	7.08	0.435	0.216	0.486	0.000	0.486
0.140	1.135	1.261	1.208	0.707	-0.230	-0.938	-0.228	1718	7.18	0.435	0.223	0.489	0.000	0.489
0.150	1.128	1.264	1.204	0.702	-0.228	-0.937	-0.238	1820	7.23	0.435	0.230	0.492	0.000	0.492
0.160	1.112	1.257	1.192	0.702	-0.226	-0.935	-0.248	1910	7.24	0.435	0.235	0.495	0.000	0.495
0.170	1.090	1.242	1.173	0.702	-0.221	-0.933	-0.258	1977	7.21	0.435	0.239	0.497	0.000	0.497
0.180	1.063	1.222	1.151	0.705	-0.216	-0.930	-0.270	2037	7.16	0.435	0.244	0.499	0.002	0.499
0.190	1.032	1.198	1.122	0.709	-0.212	-0.927	-0.281	2080	7.10	0.435	0.249	0.501	0.005	0.501
0.200	0.999	1.170	1.089	0.711	-0.207	-0.924	-0.292	2118	7.02	0.435	0.251	0.502	0.009	0.502
0.220	0.925	1.104	1.019	0.721	-0.198	-0.918	-0.315	2158	6.83	0.437	0.258	0.508	0.016	0.508
0.240	0.847	1.033	0.941	0.732	-0.189	-0.912	-0.338	2178	6.62	0.437	0.262	0.510	0.025	0.511
0.260	0.764	0.958	0.861	0.744	-0.180	-0.906	-0.360	2173	6.39	0.437	0.267	0.513	0.032	0.514
0.280	0.681	0.881	0.780	0.758	-0.168	-0.899	-0.381	2158	6.17	0.440	0.272	0.517	0.039	0.518
0.300	0.598	0.803	0.700	0.769	-0.161	-0.893	-0.401	2133	5.94	0.440	0.276	0.519	0.048	0.522
0.320	0.518	0.725	0.619	0.783	-0.152	-0.888	-0.420	2104	5.72	0.442	0.279	0.523	0.055	0.525

续表

周期	B_{1RS}	B_{1RS}	B_{1NEL}	B_2	B_3	B_4	B_5	V_s	h	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_{hV}
0.340	0.439	0.648	0.540	0.794	0.143	0.882	-0.438	2070	5.50	0.444	0.281	0.526	0.064	0.530
0.360	0.361	0.570	0.462	0.806	-0.136	0.877	0.456	2032	5.30	0.444	0.283	0.527	0.071	0.532
0.380	0.286	0.495	0.385	0.820	-0.127	0.872	-0.472	1995	5.10	0.447	0.286	0.530	0.078	0.536
0.400	0.212	0.423	0.311	0.831	0.120	0.867	-0.487	1954	4.91	0.447	0.288	0.531	0.085	0.538
0.420	0.140	0.352	0.239	0.840	-0.113	0.862	0.502	1919	4.74	0.449	0.290	0.535	0.092	0.542
0.440	0.073	0.282	0.169	0.852	-0.108	0.858	0.516	1884	4.57	0.449	0.292	0.536	0.099	0.545
0.460	0.005	0.217	0.102	0.863	-0.101	0.854	-0.529	1849	4.41	0.451	0.295	0.539	0.104	0.549
0.480	0.058	0.151	0.036	0.873	-0.097	0.850	0.541	1816	4.26	0.451	0.297	0.540	0.111	0.551
0.500	0.122	0.087	-0.025	0.884	-0.090	0.846	0.553	1782	4.13	0.454	0.299	0.543	0.115	0.556
0.550	0.268	0.063	0.176	0.907	-0.078	0.837	-0.579	1710	3.82	0.456	0.302	0.547	0.129	0.562
0.600	0.401	-0.203	0.314	0.928	0.069	0.830	-0.602	1644	3.57	0.458	0.306	0.551	0.143	0.569
0.650	0.523	-0.331	0.440	0.946	0.060	0.823	0.622	1592	3.36	0.461	0.309	0.554	0.154	0.575
0.700	0.634	-0.452	0.555	0.962	0.053	0.818	-0.639	1545	3.20	0.463	0.311	0.558	0.166	0.582
0.750	0.737	0.562	0.661	0.979	-0.046	0.813	-0.653	1507	3.07	0.465	0.313	0.561	0.175	0.587
0.800	0.829	-0.666	0.760	0.992	0.041	0.809	-0.666	1476	2.98	0.467	0.315	0.564	0.184	0.593
0.850	0.915	0.761	0.851	1.006	-0.037	0.805	0.676	1452	2.92	0.467	0.320	0.567	0.191	0.598
0.900	0.993	0.848	0.933	1.018	-0.035	0.802	0.685	1432	2.89	0.470	0.322	0.570	0.200	0.604
0.950	1.066	-0.932	1.010	1.027	0.032	0.800	-0.692	1416	2.88	0.472	0.325	0.573	0.207	0.609
1.000	1.133	1.009	1.080	1.036	-0.032	0.798	0.698	1406	2.90	0.474	0.325	0.575	0.214	0.613
1.100	1.249	1.145	1.208	1.052	-0.030	0.795	-0.706	1396	2.99	0.477	0.329	0.579	0.226	0.622
1.200	1.345	-1.265	1.315	1.064	-0.032	0.794	-0.710	1400	3.14	0.479	0.334	0.584	0.235	0.629
1.300	1.428	1.370	1.407	1.073	0.035	0.793	-0.711	1416	3.36	0.481	0.338	0.588	0.244	0.637
1.400	1.495	1.460	1.483	1.080	0.039	0.794	-0.709	1442	3.62	0.484	0.341	0.592	0.251	0.643
1.500	1.552	1.538	1.550	1.085	-0.044	0.796	-0.704	1479	3.92	0.486	0.345	0.596	0.256	0.649
1.600	1.598	-1.608	1.605	1.087	-0.051	0.798	0.697	1524	4.26	0.488	0.348	0.599	0.262	0.654
1.700	1.634	1.668	1.652	1.089	0.058	0.801	-0.689	1581	4.62	0.490	0.352	0.604	0.267	0.660
1.800	1.663	1.718	1.689	1.087	-0.067	0.804	-0.679	1644	5.01	0.493	0.355	0.607	0.269	0.664
1.900	1.685	1.763	1.720	1.087	-0.074	0.808	0.667	1714	5.42	0.493	0.359	0.610	0.274	0.669
2.000	1.699	-1.801	1.743	1.085	-0.085	0.812	0.655	1795	5.85	0.495	0.362	0.613	0.276	0.672

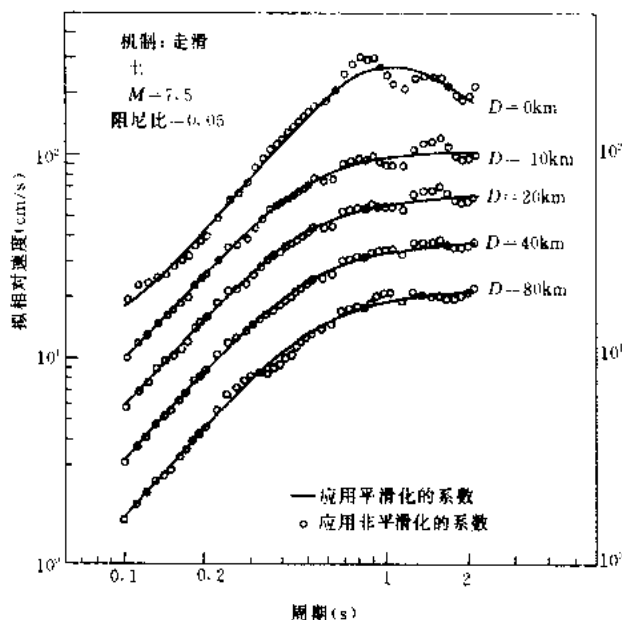


图 4.1.1 7.5 级走滑地震的随机水平分量的拟速度反应谱

4.1.2 统计分析结果

按照上述两阶段回归分析方法可以得到式 (4.1.1) 中各个系数在不同周期点上的值。由于其中的每一个系数都和周期 T 有关, 这样式 (4.1.1) 中各待定系数在不同周期上的值组成一个系数矩阵。根据这些值就可以确定在一定震级、 V_s 值和距离时的平均反应谱以及不同周期上的方差。在图 4.1.1 中给出了 $M=7.5$ 、 $V_s=310\text{m/s}$ (典型土层) 距离为 0、10、20、40、和 80km 时的平均速度反应谱, 阻尼比取为 0.05。图中用小圆圈表示的点是直接根据回归得到的系数按式 (4.1.1) 计算得到的速度反应谱。由这些点连成的曲线具有起伏波动的特点, Boore 等希望得到平

滑化的反应谱。因此他们按照周期 T 的三次多项式来逼近这些起伏波动的曲线，并用平滑化曲线来代替他们。再按照平滑化曲线来修改式 (4.1.1) 的系数矩阵中的相应参数。符合平滑化要求的按式 (4.1.1) 计算的加速度反应谱的系数矩阵列于表 4.1.1 中。该系数矩阵是 Boore 等 1994 年获得的结果。按照表 4.1.1 中周期等于零时的系数可以计算不同震级时加速度随距离的衰减曲线。在图 4.1.2 中给出了 $M=7.5, 6.5$ 时不考虑震源机制影响的加速度衰减曲线。图中虚线所示为按照 Joyner 和 Boore 1982 年提出的衰减规律计算的结果。两者的主要差别是在新的结果中补

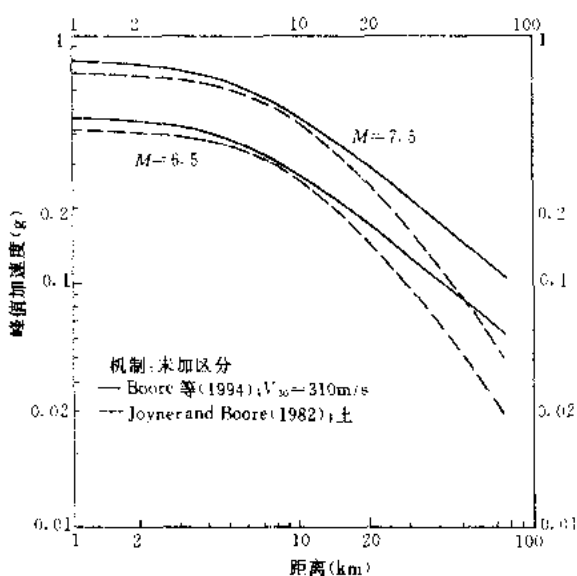


图 4.1.2 6.5 和 7.5 级地震的加速度随距离的变化

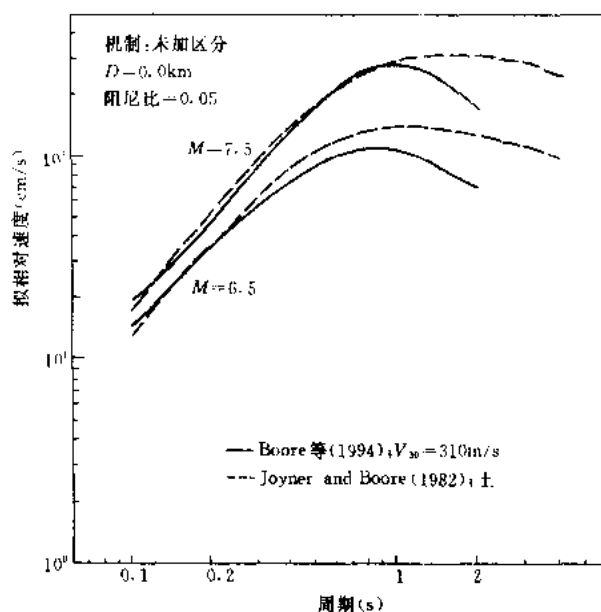


图 4.1.3 6.5 和 7.5 级地震的拟速度反应谱

注: V_{30} 表示地表 30m 以内的剪切波速

加速度略有增加。当距离为零时按式 (4.1.1) 和表 4.1.1 计算得到的 $M7.5$ 和 $M6.5$ 地震的速度反应谱示于图 4.1.3 中。图中用虚线表示了按 Joyner 和 Boore 1982 年提出的相应公式计算的结果。从此图中可以看到，加入以上三次地震以后，谱的长周期分量反而有所减小。当震级为 6.5、距离为 20km 时土和基岩上的类似的比较示于图 4.1.4 中。不过在他的场地调整方案中未能考虑当震级和距离不同时，场地条件对反应谱影响的差异，因此不能反映大震级近场地震动对土层造成的非线性影响。按照他们提出的衰减规律，在同样震级和距离条件下，给定周期为 T 和折算剪切

波速为 V_s 的谱加速度 $SA(T, V_s)$ 与当 $V_s=500\text{m/s}$ 时的相应的比值可表示为

$$\frac{SA(T, V_s)}{SA(T, 500)} = \left(\frac{V_s}{500} \right)^{b_s(T)} \quad (4.1.6)$$

利用表 4.1.1 中的数据可将按上式计算得到的相应于不同 V_s 的比值 $SA(T, V_s) / SA(T, 500)$ 描绘出图 4.1.5 中所示的曲线。曲线上 $T=0$ 时的值即是相应峰值加速度的比值。从图 4.1.5 可以看到随着 V_s 值的变小，PGA (即 $SA(0, V_s)$) 增加，加速度

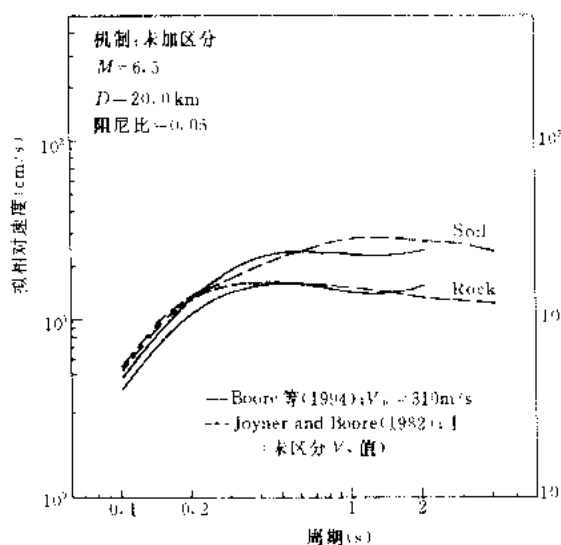


图 4.1.4 土和基岩上 6.5 级地震的拟速度反应谱的对比

反应谱的长周期分量增加更大,这意味着在同样震级和距离条件下随着场地土折算剪切波速的减小,加速度反应谱的最大值 $a_{T,MAX}$ 和 T_g 值均有所增加。由于以上结果是从美国具有代表性的许多记录中经回归分析得到的结果,因此能够反映不同 V_s 的土层上 PGA 的变化规律。在图 4.1.5 中的对比中,我们以 $V_s = 500\text{m/s}$ 作为标准,其原因是在我国的抗震规范中将 $V_s \geq 500\text{m/s}$ 的地层作为基岩看待了,不过这只能说是坚硬土层或软基岩。图 4.1.5 中的结果表明,在硬基岩上 PGA 和谱加速度均比软基岩上小。

以上介绍的是 Boore 等人 1994 年发表的回归分析结果。他们所用的震级和距离定义以及场地影响的考虑方法等与其他研究者有

些不同。如何处理这些问题目前尚无一致的看法。关于距离, Campbell 采用的定义是台站至发震断裂的最短距离,此外也还采用震中距等。关于震级的标度也存在一些不同的意见,在有些地震动衰减规律中在短距离上采用了比长距离上小的震级标度,在我国震级一般都以面波震级 M_s 为标准。在工程界感兴趣的震级范围内 M_s 与矩震级 M_w 是很接近的。

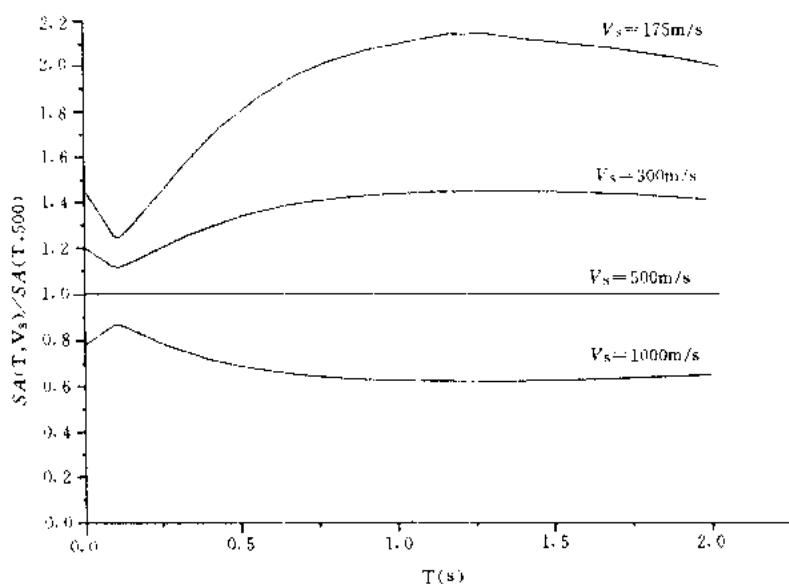


图 4.1.5 不同周期与折算剪切波速下谱加速度的比值

在我国,由于强震观测记录比较少,在统计衰减规律时往往将国内的资料和美国的资料混在一起分析^{[5][6][7]}。郭玉学根据 1975 年海城和 1976 年唐山地震及其余震的基岩和土层上的反应谱资料以及美国西部地区的相应资料用稳健回归法得到了以下加速度反应谱衰减规律^[8]

$$SA(T) = a(T, S) e^{b(T,S)M} (R+20)^{c(T,S)} \quad (4.1.7)$$

表 4.1.2 中给出了阻尼比为 0.05 时式 (4.1.7) 中的系数矩阵, 表中 T 为反应谱的周期 (s); $a(T, S)$, $b(T, S)$, $c(T, S)$ 为回归系数, 决定于周期 T 和场地条件 (分基岩和土层两种情况), σ_{ln} 为对数标准差, γ 为相关系数。为便于对比, 在图 4.1.6 中画出了不同震级、距离时基岩和土的加速度反应谱。从图中可以看出当距离一定时, 随震级增大, 谱值增大, 而且其中的长周期分量也随之增大; 当震级一定时, 谱值随距离增大而减小, 但其中的长周期分量也相对提高。

华北地区地震动参数的回归系数

表 4.1.2

场 地	T (s)	a (G)	b (G)	c (G)	σ_{ln}	γ
基 岩	0.03	366.0	0.905	1.780	0.609	0.863
	0.04	407.0	0.948	-1.850	0.624	0.867
	0.05	643.0	0.950	-1.930	0.680	0.842
	0.06	938.0	0.928	-1.960	0.670	0.843
	0.07	1110.0	0.899	-1.940	0.611	0.849
	0.08	1270.0	0.938	-2.020	0.580	0.872
基 岩	0.09	1180.0	0.986	-2.060	0.602	0.866
	0.10	800.0	1.090	-2.120	0.604	0.897
	0.12	507.0	1.200	-2.170	0.594	0.907
	0.14	330.0	1.310	-2.230	0.590	0.911
	0.16	186.0	1.310	-2.090	0.619	0.911
	0.18	139.0	1.350	-2.080	0.649	0.923
	0.20	98.6	1.360	-2.000	0.673	0.919
	0.22	65.6	1.310	-1.820	0.681	0.909
	0.26	95.9	1.260	-1.860	0.783	0.894
	0.30	62.5	1.370	-1.950	0.754	0.907
	0.40	32.0	1.440	-1.940	0.802	0.887
	0.50	19.9	1.390	-1.820	0.836	0.873
	0.60	11.0	1.380	-1.710	0.848	0.864
	0.70	5.46	1.460	-1.690	0.841	0.874
	0.80	2.78	1.510	-1.650	0.835	0.884
	0.90	1.42	1.610	-1.660	0.824	0.895
	1.00	0.818	1.650	-1.610	0.837	0.896
	1.50	0.345	1.660	-1.560	0.802	0.899
	2.00	0.184	1.620	-1.440	0.765	0.901
	3.00	0.094	1.570	-1.350	0.797	0.887
	A_p	384	1.061	-2.040	0.602	0.882
土 层	0.03	92.1	0.824	1.33	0.733	0.817
	0.04	91.1	0.855	1.37	0.725	0.888
	0.05	111.0	0.829	-1.37	0.711	0.820
	0.06	158.0	0.780	-1.36	0.725	0.809
	0.07	328.0	0.666	1.33	0.767	0.711
	0.08	331.0	0.713	-1.39	0.736	0.790
	0.09	318.0	0.774	-1.46	0.723	0.850
	0.10	352.0	0.773	-1.46	0.729	0.785
	0.12	254.0	0.856	-1.49	0.725	0.803
	0.14	208.0	0.880	-1.46	0.750	0.801
	0.16	255.0	0.846	1.44	0.798	0.782
	0.18	207.0	0.932	-1.52	0.811	0.798
	0.20	150.0	0.956	-1.47	0.786	0.811
	0.22	102.0	0.996	-1.44	0.755	0.820
	0.26	87.2	1.02	-1.44	0.764	0.843
	0.30	67.9	1.13	-1.55	0.786	0.850
	0.40	39.3	1.23	-1.60	0.799	0.863
	0.50	14.7	1.28	-1.49	0.798	0.879
	0.60	6.88	1.35	-1.45	0.802	0.881
	0.70	4.66	1.37	-1.40	0.805	0.880
	0.80	2.49	1.42	-1.36	0.754	0.889
	0.90	1.09	1.53	-1.35	0.765	0.898
	1.00	0.731	1.62	-1.41	0.799	0.901
	1.50	0.186	1.68	-1.29	0.806	0.907
	2.00	0.157	1.72	-1.41	0.820	0.902
	3.00	0.092	1.86	-1.59	0.824	0.903
	A_p	76.2	0.919	-1.41	0.733	0.838

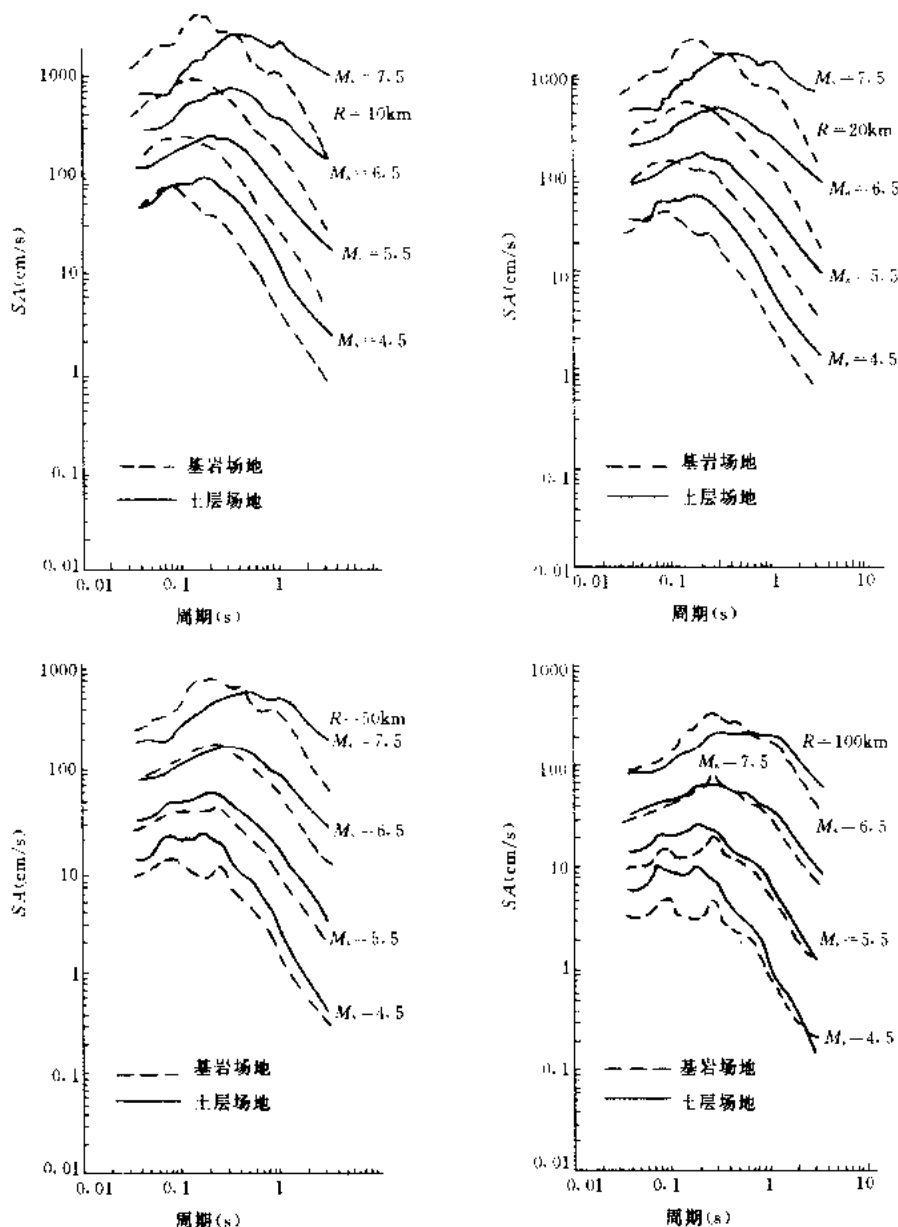


图 4.1.6 中国华北地区土层与基岩场地反应谱衰减曲线的比较

4.2 抗震设计反应谱

抗震设计用的加速度反应谱在我国的抗震设计规范中称为地震影响系数 α 曲线，它取决于设防烈度或基本烈度，场区的地震动地质环境（震源分布，地震震级，震中距离和传播途径等）以及场地条件。我国抗震设计规范中应用的设计反应谱早在 1964 年地震区建筑规范草案中就已奠定了基础，这就是 α_{\max} 决定于烈度，谱形状决定于场地条件的场地相关反应谱。美国在 1978 年以后也开始采用按照场地条件区分反应谱类型的方法，其概念首先是由希特 (H.B.Seed) 等于 1976 年提出来的。现行建筑抗震设计规范中的设计反应谱已有许多文献介绍并已为我国工程界熟悉。由于建筑抗震设计规范目前正在修订，新

规范将很快替代现行的 GBJ11—89 规范^[9]，为使读者对修订内容有所了解，本书拟作以下介绍和说明。新规范将继续保留原有设计反应谱的基本框架，只是在周期范围， T_g 值的界定、长周期段的取值，阻尼影响以及相应的场地分类标准等方面作了调整^{[10][11]}。

规范修订稿将反应谱的适用范围延长至 6s，这是因为随着强震加速度记录数据处理技术的提高和数字化强震仪的出现，在 10s 以内反应谱的精度是有保障的，但是对于房屋建筑延长到 6s 已经足够了。谱曲线仍由 4 段组成，但拟将下降段延长到 $5T_g$ ，其后采用下斜直线，取代原规范中最小值为 $0.2a_{max}$ 的下平台（图 4.2.1）。修改后的谱形状更符合不

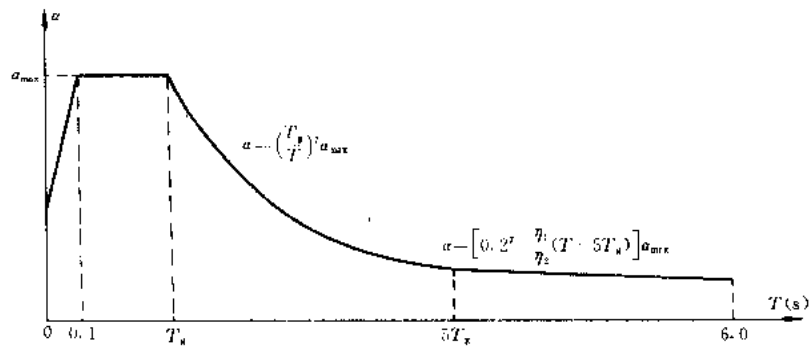


图 4.2.1 地震影响系数曲线

α —地震影响系数； α_{max} —地震影响系数最大值； η_1 —倾斜段的下降斜率； γ —曲线下降段衰减指数，当阻尼比为 0.05 时 $\gamma = 0.9$ ； T_g —特征周期； η_2 —倾斜段斜率阻尼调整系数； T —结构自振周期

同条件下实际强震加速度反应谱的平均变化趋势。图 4.2.1 中的 T_g 值决定于场地类别和地震动特征分区，后者由新的地震区划图提供并将用一般场地（Ⅱ类场地）的特征周期来表示，详见表 4.2.1 中的划分。

反应谱特征周期随场地类别和地震动特征区划的变化 (s) 表 4.2.1

场地类别 地震动特征区划	I	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
一区	0.25	0.35	0.45	0.65
二区	0.30	0.40	0.55	0.75
三区	0.35	0.45	0.65	0.90

从表 4.2.1 中可以看到从一区Ⅰ到Ⅲ类场地的特征周期 T_g 值与原规范相比增加了 0.05s，这是因为考虑到经济方面的承受能力，原规范中 T_g 值取得偏小，与先进国家的规范相比这一点也是比较明显的。在新的地震区划图的编制工作中，根据地震危险性分析结果，中国地震局方面也认为有必要适当延长。表 4.2.1 中的结果是在有关研究结果的基础上经综合考虑后采取的值。

由于在抗震工程中应用机械阻尼器愈来愈多，今后建筑结构的阻尼比大于 0.05 的情况会比较多，其变化范围还会比较大，而对于钢结构和预应力混凝土结构，阻尼值通常都小于 0.05，这些情况都要求在规范中给出不同阻尼比的反应谱调整方法，因此，在规范修订稿中规定了阻尼比不等于 0.05 时反应谱的调整方法，具体包括以下两个方面：

1. 下降段的衰减指数按下式确定：

$$\gamma = 0.9 + \frac{0.05 - \zeta}{0.5 + 5\zeta} \tag{4.2.1}$$

式中 γ ——下降段衰减指数；

ζ ——阻尼比。

2. 倾斜段的下降斜率 η_1 是按下式确定：

$$\eta_1 = 0.02 + (0.05 - \zeta) / 8 \quad (4.2.2)$$

当 $\eta_1 < 0$ 时取为零，否则将出现向上倾斜的情况。

当阻尼比为 0.05 时水平向地震作用最大值按表 4.2.2 采用

a_{\max} 的 取 值

表 4.2.2

地震影响	烈 度			
	6	7	8	9
多遇地震	0.04	0.08 (0.12)	0.16 (0.24)	0.32
罕遇地震	—	0.5 (0.72)	0.90 (1.20)	1.4

表中括号中的数字相应于设计基本加速度为 $0.15g$ 和 $0.3g$ 时的地震作用影响系数，不带括号的 a_{\max} 与 6, 7, 8, 9 度地震相应的设计基本加速度分别为 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.30, $0.4g$ 。

当阻尼比不等于 0.05 时，表 4.2.2 中的 a_{\max} 值应乘以下列调整系数

$$\eta_2 = 1 + \frac{0.05 - \zeta}{0.06 + 1.4\zeta} \quad (4.2.3)$$

阻尼影响修正公式 (4.2.2) 和 (4.2.3) 是中国建筑科学研究院抗震所戴国堂研究员根据文献 [12] 等研究结果综合分析后提出的方案。

4.3 场地分类方法及其在抗震设计规范中的应用

4.3.1 场地分类研究的国内外概况

现行建筑抗震设计规范中的场地分类标准和相应设计反应谱的规定，是在 1974 年发布的《工业与民用建筑抗震设计规范》中有关场地相关反应谱的基础上修改形成的。有关规定的背景材料见文献 [13] ~ [15]。需要指出的是，抗震设计反应谱的相对形状与许多因素有关，如震源特性、震级大小和震中距离，传播途径和方位以及场地条件等。在这些因素中，震级大小和震中距离以及场地条件是相对易于考虑的因素，这两个因素的影响在现行的建筑抗震设计规范中已有所反映，震级和震中距离的影响涉及到区域的地震活动性，应该属于大区划的范畴。GBJ11—89 规范中的设计近震，设计远震是按由所在场地的基本烈度是否可能是由于邻区震中烈度比该地区基本烈度高 2 度的强震影响为准则加以区分的，这显然只是一种粗略的划分。划分设计近震、设计远震实际是根据场地周围的地震环境对设计反应谱的特征周期加以调整。关于地震环境对反应谱特征周期的影响，将由新的地震动参数区划图按照表 4.2.1 来考虑。

关于场地条件对反应谱峰值 a_{\max} 形状 (T_g 值) 的影响，也是一个非常复杂的问题，其实质是要预测不同场地对基盘输入地震波的强度和频率特性的影响。首先，如何确定输入基准面或基盘面就是很困难的，在现行建筑抗震设计规范中，将剪切波速大于 500m/s 的硬土层定义为基岩，可以说是迁就钻探深度的一种不得已的做法。在美国的建筑抗震设计规范中，剪切波速度大于 760m/s 的地层才算作是软基岩，而软基岩和硬基岩对地震波的反应特性也是有区别的。另外，土层的剪切波速分布千变万化，如何将其对反应谱的影

响准确地加以分类同样也很困难。在各国的抗震设计规范中, 尽管大家都承认考虑场地影响的重要性, 可以说都还没有找到满意的方法。美国关于场地相关反应谱的研究始于 1976 年^[16], 1978 年以后才开始进入抗震设计规范。1985 年墨西哥地震以后, 美国规范增加了剖面中存在软粘土上的 S4 类场地。这一分类标准从定义到分类方法都有一些含糊不清的地方^[17]。进入 90 年代以后, 美国根据 1989 年 Loma Prieta 等地震中不同场地上的强震观测记录和土层地震反应分析比较结果, 提出了一个以表层 30m 范围内的等价剪切波速为主要参数的场地分类标准和相应的设计反应谱调整方案 NEHRP^[18], 在这一方案中同时考虑了场地类型对反应谱峰值 (α_{\max}) 和谱特性 (T_g) 的影响^[19]。为适应美国东部地区的地震动特征, 林辉杰等对这一方案作了一些调整^[20]。NEHRP^[21] 方案已基本被美国 2000 年建筑草案接受^[21]。按照这一方案, 对低烈度区 (≤ 7 度) 最软场地上的 α_{\max} 将是坚硬场地的 2.5 倍, 对高烈度区在软硬场地上的 α_{\max} 值保持不变, 中间的情况大体上是依次逐渐变化的。场地条件对反应谱 T_g 值的影响, 在美国规范中是用周期为 1s 的谱加速度值来表示的。或者说场地条件对反应谱形状的影响是用与周期为 1s 和 0.2s 的谱加速度比值来表示, 此值实际就是我们所说的特征周期 T_g , 其数值范围为 0.4~1.0s。考虑到地震环境的影响, T_g 值尚应作进一步的调整, 调整幅度与场地类别和周期为 1s 时的谱加速度有关。美国 2000 年建筑规范中设计反应谱随场地条件的变化幅度, 比以前的规范有所扩大。从统计意义上看, 这样的调整也许是合理的, 问题是目前使用的由场地类别确定的场地相关反应谱还很难与预期值相适应。

日本 1980 年颁布的建筑抗震设计规范将场地简单地分为三类, 即硬土和基岩、一般土和软弱土, 相应的 T_g 分别为 0.4、0.6 和 0.8s。从文献 [21] 中可以看到, 目前各国抗震设计规范中所采用的场地分类方案大多比较简单, 相应的反应谱 T_g 值范围一般都在 0.2~1.0s 之间, 只有墨西哥城是一个例外, 那里采用的反应谱特征周期有大至 2.0~2.5s 的情况。这是由于特殊的地震和地质环境造成的。我国的地震以板内地震为主, 地震动的主要频率考虑在 1.0~10Hz 之间看来是合适的。关于场地类别对地震地面运动强度的影响, 在 1995 年日本阪神地震以后日本学者也十分重视。他们从对规范 3 类场地上峰值加速度和速度比值的统计结果中发现, 2、3 类场地的峰值加速度平均约为 1 类场地的 1.5 倍, 2、3 类场地平均速度为 1 类场地的 2 倍和 2.5 倍^[22]。

4.3.2 场地分类方法

从理论上讲, 对于水平层状场地, 当其岩土柱状包括其非线性特性以及入射地震波均为已知时, 场地反应问题是可以解决的。目前的问题是输入和介质的信息都很不完备, 由此很难满足工程设计的要求。抗震设计规范中只能应用目前在工程设计时可能得到的岩土工程资料, 对场地土层的地震效应作粗略的划分, 以便估计反应谱特征的一般性变化趋势。众所周知, 对于均匀的单层土, 土层基本周期为

$$T = 4H/v_s \quad (4.3.1)$$

此式表明覆盖土层 H 愈厚, 剪切波速 v_s 愈小, 基本周期愈长。值得注意的是, 这一基本周期主要适用于岩土波速比远大于 1.0 的情况, 且有 v_s 和 H 这样两个评价指标。

当主要考虑垂直向上传播的剪切波的影响时, 周期为 T 的剪切波的波长 $\lambda = v_s T$ 。这样式 (4.3.1) 也可以改变为

$$H = \lambda/4 \quad (4.3.2)$$

上式表明,为了不漏掉可能的土层共振影响,所考虑的土层深度不应小于波长的1/4式(4.3.2)中的 H 有时也称为影响深度, v_s 愈大, T 值愈长,影响深度愈大。

式(4.3.1)仅适合于单层土的情况,对于多层土,当地震波主要以垂直向上传播的 S 波为主时,其基本周期为

$$T = 4 \sum_i \frac{h_i}{v_{si}} \quad (4.3.3)$$

式中 v_{si} 和 h_i 是第 i 层土的 S 波速度和厚度,土层总厚度为 $H = \sum_i h_i$,其下应为基岩。由于在基岩和土之间没有明确界限, H 考虑得愈深, T 值愈大。

根据公式(4.3.1)和(4.3.3),我们可以把多层土按照基本周期相等的条件等价单层土。为此可将式(4.3.1)中的 v_s 看作是等价单层土的折算值,记为 v_{sc} ,按等价条件可得

$$\frac{H}{v_{sc}} = 4 \sum_i \frac{h_i}{v_{si}} \quad (4.3.4)$$

由此得

$$v_{sc} = \frac{\sum_i h_i}{\sum_i \frac{h_i}{v_{si}}} \quad (4.3.5)$$

上式中 v_{sc} 即周期等价意义上的平均剪切波速,也称为折算剪切波速。由于场地土层剪切波速一般都有具有随深度增加的趋势,用一般工程勘察深度范围内实测剪切波速的某种平均值来表示场地的相对刚度,应该说是比较合理的。考虑到当平均波速 v_{sc} 相同时,由于覆盖层厚度 H 不同,基本周期也将有很大的差异,因此在我国规范中增加了覆盖层厚度的指标,并由此产生了双参数的场地类别划分的构想,按照 H 愈大, v_{sc} 愈小, T_g 值愈大的一般规律将场地划分为IV类,应用可能得到的强震反应谱进行分类统计,获得了各类场地平均设计值。

式(4.3.1)中的 H 也称为评定场地类别用的计算深度,可取覆盖层厚度和20m两者的较小值。

式(4.3.5)在文献[13][14]中就已经提到,在现行规范中考虑到我国工程界的习惯,采用了按厚度加权的算法。在文献[14]中也曾比较过两种算法的差异。在多数情况下按式(4.3.5)计算的土层等效剪切波速比按现行规范中公式的计算结果偏小。考虑到实际需要和规范分类的延续性,在修订中将计算深度从15m增加到达20m以后,按现行规范中的公式和本书式(4.3.5)计算的土层的等价剪切波速就比较接近了。

工程场地覆盖层厚度的确定方法拟订为:

1. 在一般情况下应按地面至剪切波速大于500m/s的坚硬土层或岩层顶面的距离确定。
2. 当地面5m以下存在剪切波速大于相邻上层土相应值2.5倍的下卧土层,且该下卧土层及其以下岩土剪切波速不小于400m/s时,可取地面至该下卧层顶面的距离和地面至剪切波速大于500m/s的坚硬土层或岩层顶面距离两者中的较小值。
3. 场地土剪切波速大于500m/s地孤石和硬透镜体应视同周围土层一样。
4. 剪切波速大于500m/s的岩浆岩硬夹层当作绝对刚体看待,从而可以从土层柱状中

扣除^[23]。

按 v_{se} 和 H 值划分场地类别的标准见表 4.3.1。四类场地的特征周期一般可按照表 4.2.1 采用。

4.3.3 关于场地类别对 a_{max} 的影响

在以上场地分类中未涉及到场地类别对谱加速度最大值或 a_{max} (见表 4.2.2) 的影响。我国自 1974 年建筑抗震设计规范正式颁布以来一直保持了只考虑场地类别对反应谱 T_g 值影响的立场。采取这一立场并不是否认场地条件对 a_{max} 的影响, 而是因为这一影响比较复杂, 很难用简单的场地分类方法来加以预测, 同时也因为实际强震观测数据比较少。在软土层上一般建筑出现高烈度异常的震害实例虽然是很多的, 但往往都缺乏详细的土层剪切波速柱状分布的资料, 再加上因地基失效可能导致的震害加重的因素。关于在软土层上是不是需要增大地震作用和如何调整的问题一直在考虑之中。美国在 1989 年 Loma Prieta 地震以前, 也都不考虑场地条件对 a_{max} 的影响。但这次地震以后有了变化, 即认为当基岩加速度比较小时 (例如小于 0.3) 软土层对基岩输入加速度还具有放大作用 (见图 4.3.1) 并已开始在设计规范中考虑这一因素的影响 (参见 4.3.1 节中的介绍)。在 Loma Prieta 地震中他们发现在若干位于软土层的台站上的强震记录在短周期和长周期段都比基岩上大。在图 4.3.1 中给出的基岩和软土层的平均反应谱清楚地反映了这一事实。在 1989 年亚美尼亚地震, 1992 年土耳其 Ezinca 地震中也有软土层对地震动强度有放大效应的报

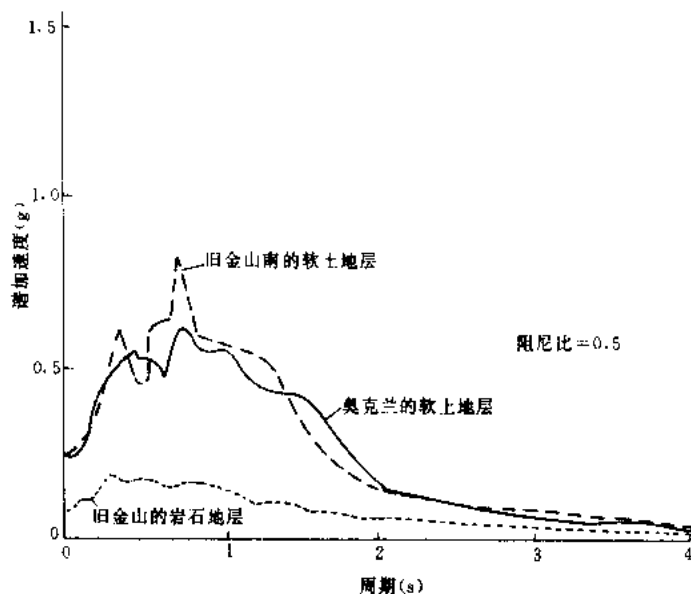


图 4.3.1 Loma Prieta 地震中旧金山 (San Francisco) 海湾地区基岩和土层的谱加速度

导。这种情况一般发生在接近地表的软土层不太厚, 其以下为硬土层且基岩地震动不太强烈时的情况。这种情况一般可以应用 SHAKE 程序通过分析计算进行预测^[24]。根据不完全的地质资料划分得到的 I, II, III, IV 类场地上 a_{max} 的比值离散性是很大的, 变化趋势也不会很一致。例如, 强震区当 III, IV 类场地中包含有较厚的软夹层, a_{max} 可能比 I, II 类场地小。

在我国的抗震设计规范修订草案中采用了表 4.3.1 中的场地分类标准, 它与现行规范

相比,Ⅳ类场地的范围没有变化,Ⅲ类场地的范围有些扩大,Ⅰ类场地的范围略有缩小,Ⅱ类场地的范围有增有减,总的来讲变化不是很大,但是显得更合理一些。

建筑场地类别划分标准

表 4.3.1

等效剪切波速 (m/s)	场 地 类 别			
	Ⅰ类	Ⅱ类	Ⅲ类	Ⅳ类
$v_{se} > 500$	0			
$500 \geq v_{se} > 250$	$< 5m$	$> 5m$		
$250 \geq v_{se} > 140$	$< 3m$	3 - 50m	$> 50m$	
$v_{se} \leq 140$	$< 3m$	3 - 15m	15 - 80m	80m

注:表中所示为各类场地的覆盖层厚度

4.3.4 关于场地反应谱特征周期的连续化问题

由于与场地类别有关的设计反应谱特征周期 T_g 愈大,中长周期结构的地震作用也将增大,设防投资一般来讲也相应增加。从提高设防投资效果的要求出发,场地分类和 T_g 值的划分和确定似乎愈细愈好。但就目前的资料基础是做不到的。即使是像现行规范这样的粗略分档,在实际地震中也难以保证不出现偏差。未来地震中反应谱的 α_{max} 和 T_g 值与预期值相比有较大差异是不足为奇的。因此过细的分档和连续化划分只能满足人们心理上的精度要求。因此,我们并不主张这样做。但是经修改以后的场地分类标准和相应的 T_g 取值并不排斥连续化地的运用,只要运用插入方法即可。为简单起见,在插入过程中可以考虑以下基本原则和约定:

1. $H-v_{se}$ 平面上相邻场分界线上的 T_g 值取平均值,即设在Ⅰ-Ⅱ类场地、Ⅱ-Ⅲ类场地和Ⅲ-Ⅳ类场地分界线上的 T_g 值分别为 0.30, 0.40, 0.55s;

2. 将 T_g 等值线细分到 0.01s, 即分辨到二位小数;

3. 为简单起见,优先考虑采用线性插入或等步长划分。为减少相邻 T_g 等值线间距的跳跃变化,在等值线间距可能造成突变的区段内采用步距递增或递减的非线性插入;

4. 在 $H-v_{se}$ 图上,建筑抗震设计规范规定的场地类别分界线均呈台阶状,因此插入后的 T_g 等值线也可用台阶状折线来表示。由于Ⅲ-Ⅳ类场地分界线是一步台阶,而Ⅱ-Ⅲ类场地的分界线是二步台阶,为使之连续化,可将过渡区一部分中的 T_g 等值线取为一步台阶,另一部分取为二步台阶,一步和二步台阶区域范围按等间距的原则划分,两部分的 T_g 值分界线取为 0.5s;

5. 插值范围包括从覆盖层厚度 $d_{wv}=0.5\sim 100m$, 等效剪切波速 $v_{se}=0\sim 700m/s$ 的区域,相应的 T_g 值范围为 0.25~0.72s; 按照以上原则和约定,在图 4.3.2 中给出了修订中的建筑抗震设计规范拟采用的场地类别分界线和相应的 T_g 值的等值线。按此图很容易根据 d_{wv} 和 v_{se} 值按以上原则确定相应的 T_g 值(可分辨到二位小数)。

按以上原则和方法划分得到的 T_g 等值线,不仅保持了在场地类别分界线上与建筑抗震设计规范的规定完全一致,同时也基本满足了相邻等值线间距渐变的要求,不失为一种较好的连续化划分方案。需要再次指出的是,由于反应谱的场地分类目前还只是一种粗略的划分,所有的 T_g 值连续化划分都只是一种形式上的细分,并不能真正改善设计用 T_g 值的准确性。

因此,在一般情况下按规范规定的场地类别选择 T_g 值已经足够,只是当 H 和 v_{se} 值

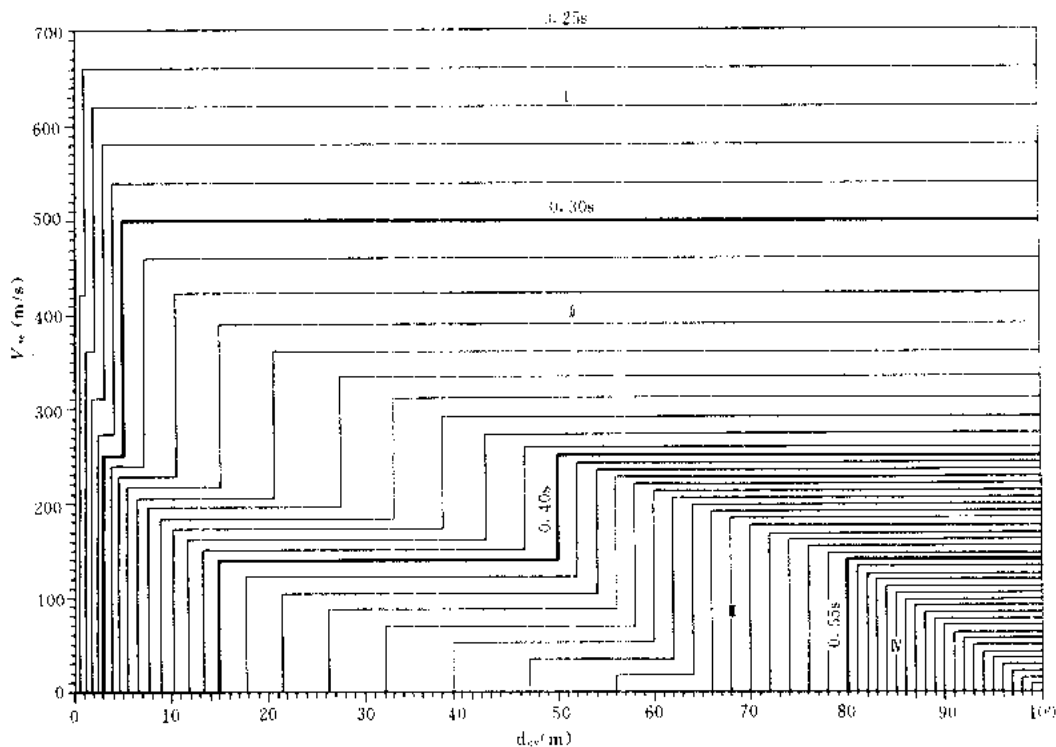


图 4.3.2 $d_w - v_s$ 平面上的 T_g 等值线图

(图中相邻 T_g 等值线的差值均为 0.01s)

都有准确数据和特殊要求时，才可考虑 T_g 值的连续化取值。

在设计规范中，剪切波速大于 500m/s 的硬土和坚硬岩石都属于 I 类场地，实际上软基岩和硬基岩的地震反应也是有区别的。如果以 II 类场地作为一般场地或标准场地 6、7 度区和部分 8 度地震区的硬基岩上 a_{max} 可能会减小，而 III、IV 类场地上可能增大，看来这是 a_{max} 随场地类型变化一般趋势。在图 4.3.3 中集中展示了若干典型的观测结果。图中横坐标代表基岩的水平向峰值加速度 (PGA)，纵坐标代表土层上的相应值。如果基岩和土层上 PGA 无明显差异，记录的数据点将沿对角线分布。图中的两个矩形框分别代表 1985 年墨西哥地震和 1989 年美国 Loma Prieta 地震中基岩和土层上测得的 PGA 值的分布区域。因为数据点较多，图中只给出了一个范围。图中菱形符号是 1999 年土耳其 (Marmara 或 Izmir) 地震中软土和硬土地层上观测到的 PGA 与附近基岩上的对比资料；小圆圈所表示的是 1999 年哥伦比亚中部地震中 5 个台站上岩石和土层上 PGA 的对比资料，小三角是根据 1995 年日本阪神地震中的观测资料绘制的基岩和土层上 PGA 的对比资料。为了比较起见，图中还给出了按层状土模型进行的非线性地震反应分析的结果。如图中右上方的虚线所示。根据这些资料如果想反映一下场地类别对 a_{max} 的影响，采用表 4.3.2 中的调整方案也许是合适的。

不同类型场地上 a_{max} 的调整系数

表 4.3.2

场 地 类 别	I	II	III	IV
a_{max} 的调整系数	0.7	1.0	1.3	1.2

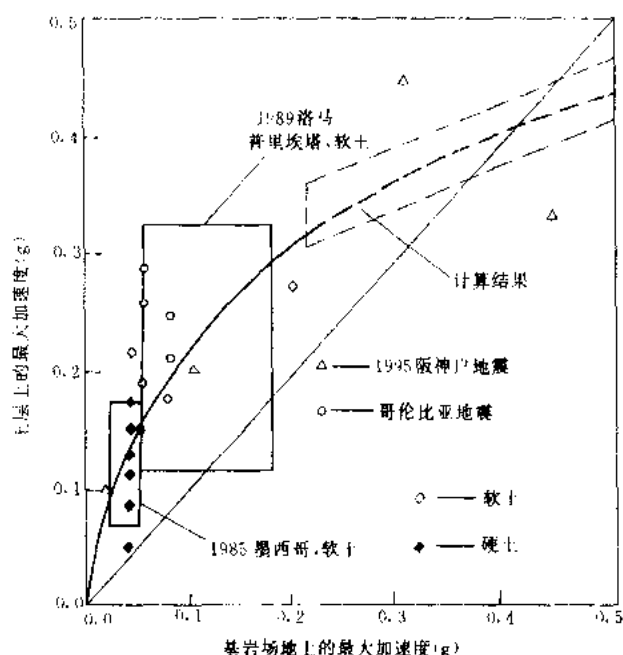


图 4.3.3 土层和基岩上峰值加速度的变化趋势

表 4.3.2 中建议的调整系数只适用于 6、7 度区和 8 度区中地震加速度为 0.2g 的地区。其中的调整幅度要比图 4.3.3 中实际记录得到的比值偏小一些，原因是多数记录台站都没有关于场地上层情况的详细描述和 V_s 随深度变化的数据，因此很难判断其场地类别。在这种情况下由于只能反映一种变化趋势，在这种情况下调整幅度不宜太大。

4.4 设计地震的选择

一般来讲，设计地震是抗震设计中实际考虑的地震地面运动。设计中实际采用的地震参数习惯上称为设计地震，并作为专门名词保留下来了。但是最近有直接改用设计地震的发展趋势。确定设计地震已成为重大工

程抗震设计中的例行程序和重要环节。由于未来地震的不确定性和结构在地震中一旦发生破坏时后果的严重性，在这个重要环节上时常会引起一些争论。确定重要工程设计地震的目的是要把未知性和不确定性相当大的地震作用以比较简单的形式加以明确定量，供设计应用。在目前的科学水平和设计水平上，设计地震的确定实际是在充分考虑了结构在未来地震中的安全性和建造时投资的经济性以后进行的决策和选择。由于不同的工程对象和设计方法要求采用和提供不同水平和类型的设计地震参数。为了研究和使用的方便，已经出现了几个不同的概念。例如，在核电站工程的抗震设计中常常用安全停堆烈度 SSE (Safety Shutdown Earthquake) 和运行基准烈度 OBE (Operation Basic Earthquake) 的概念，前者相应于在罕见的大地震中能保障核电站的安全、避免事故发生的抗震设计水平，后者则是保证在发生频度较高的中等地震影响下核电站能正常运行的设计地震动参数。在高层建筑和其它重要工程项目中也有类似的标准，但在概念上有些不同，常用的有最大可信地震 (Maximum Credible Earthquake)，抗震安全评定地震 (Seismic Safety Earthquake) 和工程抗震设计地震或工程分析地震 (Seismic Engineering Design Earthquake or Engineering Analysis Earthquake)。下面对这些概念分别作些说明。

最大可信地震通常被定义为在工程场地周围地质构造环境中可以合理估计的最大地震地面运动。这样大的地震在某些地区可能相应于几百年的重现期，而在另外一些地区可能相应于几万年的重现期。一般情况下应该考虑几千年的重现期。最大可信地震确定包含着相当多专家的判断，但是这些判断仅限于在地震地质和地震学家之间进行，通常他们是不考虑工程本身以及社会经济影响方面的问题的，而是在工程所在场地上能够认识中的最大地震。

抗震安全评定地震 (或地震安全性评定地震) 是结构应该能经受的最大地震。在活动

性很强的地震区，特别是当工程场地离发震断层很近时抗震安全评定烈度应等于最大可信地震，在一般情况下则可以低于最大可信地震。在确定抗震安全评定地震时需要考虑如下几个因素。

- (1) 在结构使用期内地震发生的频度和震级；
- (2) 在不同地段发生不同频度和震级的地震影响下场区内的一般地震危险性；
- (3) 与拟建工程有关的附加地震危险性，失事和过渡破坏的后果以及补救能力；
- (4) 社会及其代表人物能够接受的危险性水平；
- (5) 低估地震危险性可能带来的后果，一般可用结构严重破坏的概率来衡量；
- (6) 高估地震危险性可能带来的后果，其结果不外乎取消这个工程项目（从而也就无得益）或者准备付出更高的代价去换取应有的效益。

由此看来，决定抗震安全评定地震需要更多的判断，它是在最大可信地震的基础上综合考虑社会、经济效益和可能接受的危险性水平以后作出的决策性选择。这样确定的设计地震可作为最大的自由场地震动（Maximum Free Field Earthquake Motion），基本上不考虑结构本身的特性和抗震或工程分析方法的差别。

工程抗震设计地震或工程分析地震。这是工程技术人员在计算分析中用来评价结构（特别是大型复杂结构）安全度的地震地面运动，有时也简称为设计地震动（Design Earthquake Motion）。确定这一水准的设计地震需要在抗震安全评定地震的基础上进一步考虑以下因素：①所使用的分析方法及其保守程度；②结构的阻尼，着重应该注意结构分析中所选用的阻尼值以及在结构本身可以接受的阻尼水准；③结构的埋置深度以及在结构分析中是否考虑了地震动随深度变化的影响；④土与结构的相互作用，特别是当在设计时未曾考虑土结构相互作用时这一因素应该在设计地震中加以考虑；⑤结构分析中使用的材料特性；⑥强震地面运动的空间变化规律；⑦荷载与地面运动各分量的组合关系；⑧结构的强度和延性变化，特别是当暂态应力超过结构件和单元强度时的后果；⑨可接受的破坏程度。从上面的所列举的因素中可以明显地看到应用于工程分析中的工程抗震设计地震动的确定要求有强震地面运动的反应，材料特性、分析方法，设计方法等各方面的知识，更重要的还需具有不同类型结构在实际地震中的性状和设计指标的经验。为圆满地解决这方面的问题，地震专家和结构工程师的密切合作是必不可少的。

在某些情况下，例如在用基于现场观测的经验方法估计液化势时，工程抗震设计地震应该与地震安全评定地震在数值上相一致，因为这种方法本身就是从给定地震动水平的现场调查经验中得来的；反之，当用弹性反应谱分析方法设计短周期钢筋混凝土结构时，以上两种地震可以有很大的差别。这种差别决定于有经验的工程师小组的判断。事实上，即使是对同一个工程项目，对具有不同的材料和形式的结构也可以分别采用不同的设计地震。

工程抗震设计地震与抗震安全评定地震的差别还决定于采用什么样的抗震设计方法。通常所用的方法愈先进，两种水平的地震动就愈接近。当选择拟静力方法进行设计时，工程抗震设计地震往往可用侧力系数来表示，其取值可以比由抗震安全评定地震确定的值小得多。此法往往采用 $0.1 \sim 0.4g$ 的侧力去抵御 $0.5 \sim 0.8g$ 的峰值加速度。理论和实践经验都表明这种方法在许多情况下仍然是可行的。尽管在这方面常常可能引起一些误解，但这正好反映了抗震安全评定地震和工程抗震设计地震之间的差别，即在这种情况下抗震设计指标可以比结构在自由场地上的由地震所决定的最大值低很多，其主要根据是结构的超

安全储备和建筑物经受强烈地震考验的实际设计经验。

现行抗震设计规范中的多遇地震与上面介绍的运行基准地震(烈度)比较接近,由于它要求结构基本上处于弹性阶段工作,所以也叫做弹性设计地震。规范中的罕遇地震接近于最大可信地震但又有所不同。其在50年内的超越概率约为2.5%,它与基本烈度的差异是因地而异的。目前的规范中的罕遇地震一般比基本烈度高一度,9度时还不到一度,其实已失去了其原有的概率定义,因此应该叫做最大考虑地震(Maximum considered earthquake)。最大考虑地震的概念已在美国新的抗震设计规范中采用。

4.5 强震地面运动的模拟

在重要工程的抗震设计中,除了应用反应谱振型分解法进行抗震验算以外通常要求进行输入地面运动加速度波的时程反应分析。应用这一方法时重要的问题是如何模拟工程结构在其服役期内可能遭受的强震地面运动加速度时程。由于抗震设计反应谱是最常用的设计标准,于是以拟合设计反应谱为目标的强震地面运动模拟就成了地震动模拟中的重要方面和中心问题之一。模拟得到的加速度时程(或加速度图)称为人造地震波。这方面的工作起始于70年代初期,我国宋稚桐、陈永祁等是较早从事人造地震波研究的代表^{[25][26]}。有关地震动模拟的研究和应用情况在文献[27][28][29]中已有综述,限于篇幅在本节主要将介绍地震动模拟的常规方法。其基本思想是用一组三角级数之和来构造一个近似的平稳高斯随机过程,然后乘以强度包线,以得到近似的非平稳地面运动加速度时程。为此可采用以下三角级数来表示平稳化以后的随机地面运动加速度

$$X(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \quad (4.5.1)$$

式中 φ_i 是在 $(0, 2\pi)$ 之间内均匀分布的独立随机变量。式(4.5.1)中的其它参数为

$$\begin{aligned} a_i^2 &= FS(\omega_i) = 4S_x(\omega_i)\Delta\omega \\ \omega_i &= 2\pi i/T \\ \Delta\omega &= 2\pi/T \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

上式中的 T 为随机过程的总持时, $S_x(\omega)$ 为随机过程 $x(t)$ 的功率谱密度, $FS(\omega_i) = a_i^2$ 为傅里叶振幅谱,以上参数除 φ_i 为均匀分布随机量外其余均为确定性的量,因此不难证明

$$\begin{aligned} E[x(t)] &= 0 \\ \text{和 } R_x(t) &= E[x(t)x(t+\tau)] \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j E[\cos(\omega_i t + \varphi_i) \cos(\omega_j t + \omega_j \tau + \varphi_j)] \\ &= 2 \sum_{i=1}^N S_x(\omega_i) \Delta\omega \cos\omega_i \tau \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

上式仅与时间差 τ 有关,因此 $x(t)$ 是平稳过程。当 N 足够大(例如大于1024)时上式成为

$$R_x(\tau) = 2 \int_0^\infty S_x(\omega) \cos\omega\tau d\omega \quad (4.5.4)$$

虽然平稳高斯过程还可以用其它形式的三角级数来模拟,式(4.5.1)是最简单的一种,应用也最广。用以上方法得到平稳随机过程的样本以后只需要乘以非稳化函数 $f(t)$ 或包络函数即得所需要的地震动模拟结果。不过在以上算法中所应用的功率谱并不是我们的目标谱。为此需要先将设计反应谱转换为功率谱,这一过程通常应用 Kaul^[33]提供的以下近似关系。

$$S_x(\omega) = \frac{\zeta}{\pi\omega} [SA^1(\omega)]^2 \frac{1}{\ln \left[\frac{2}{\omega T \ln(1-p)} \right]} \quad (4.5.5)$$

式中 $SA^1(\omega)$ 是给定的目标反应谱, ζ 为阻尼比, p 为反应的超越概率,一般可取 0.05~0.1。由于式(4.5.5)表示的反应谱与功率谱之间的关系是近似的,由式(4.5.4)表示的相关函数和功率谱关系也是近似的,因此由式(4.5.5)提供的数据按式(4.5.1)计算得到的地震动(常称为初始地震动)也只是符合目标谱的一个初步结果。如果将这个结果按常规方法计算反应谱,将会发现它与目标谱之间有较大的差异。为减小这种差异,通常应用逐次逼近方法。假如第 k 次计算得到第 i 个分量的反应谱为 $SA_i^k(\omega_i)$,而相应目标谱为 $SA^1(\omega_i)$ 则可用以下公式对第 k 轮计算中所用的傅氏振幅谱进行修正,按以下公式得到新一轮($k+1$)傅氏振幅谱

$$FS^{k+1}(\omega_i) = \frac{SA^1(\omega_i)}{SA_i^k(\omega_i)} FS^k(\omega_i) \quad (4.5.6)$$

并根据上式进行新一轮的拟合。这无疑是一个迭代的过程,直至人造波的反应谱的每一分量 $SA(\omega_i)$ 都达到所需求的精度才结束迭代。有时为了减小迭代次数还可以在式(4.5.6)的右边乘以大于 1 的加速因数。这实际是一种矫枉过正的措施。在以上迭代调整过程中相位谱一般是不变的。在实际应用中常常发现当要求拟合的精度较高时(例如小于 5%)简单应用这一方法不容易收敛。其原因在于上述一般频域拟合方法对最大反应发生时间及其正负号都是不加考虑的,幅值调整具有一定的盲目性。另外把相位谱简单按均匀分布随机变量考虑往往不能反映实际强震记录的相位特性和包络线。为了克服以上缺点,胡聿贤、何训发展了对震幅和相位谱进行调整的精细方法^[29]。刘小第、苏经宇等建议从实际强震记录中提取相位谱^[30],袁建力等研究了与建筑抗震设计规范中四类场地相对应的人工地震波的基本参数^[31]。

参 考 文 献

- 1 Boore D.M., Joyner W.B. and Fumal T.E. Estimation of Response Spectra and Acceleration from Western North American Earthquakes: An Interim Report, Part 2, U.S. Geol. Surv. Open-File Report, 94-127. 40pp 1994
- 2 Boore D.M., Joyner W.B. and Fumal T.E. Equations for Estimating Horizontal Response Spectra and Peak Acceleration from Western North American Earthquakes: A Summary of Recent Work, Seismological Research Letters, Vol. 68, No. 1, 128-153 Jan/Feb 1997.
- 3 Joyner W.B. and Boore D.M. Prediction of Earthquake Response Spectra, U.S. Geol. Surv. Open-File Rept. 82-977, 16pp 1982.
- 4 Campbell K.W. and Bozorgnia Y. Near-Source Attenuation of Peak Horizontal Acceleration from Worldwide Accelerograms Recorded from 1957 to 1993, Proc. Fifth U.S. National Conference on Earthquake Engineer-

- ing 3, Chicago, Illinois, July 10 - 14, 283 - 292 1994.
- 5 田启文, 廖振鹏, 孙平善, 根据烈度资料估算我国地震动衰减规律, 地震工程与工程振动, 16 (1), 1986
- 6 胡聿贤等, 参考唐山地震确定的华北地区地震动衰减关系, 土木工程学报, (19) 3, 1986
- 7 霍俊荣, 近场强地面运动衰减规律的研究, 国家地震局工程力学研究所博士论文, 哈尔滨 1989, 12
- 8 郭正学, 中国华北地震动参数衰减规律及其应用, 中国地震区划文集 (国家地震局震害防御司主编), 北京: 地震出版社, 1993
- 9 中华人民共和国国家标准, 建筑抗震设计规范 (GBJ11-89), 北京: 中国建筑工业出版社, 1989
- 10 王亚勇等, 关于地震作用和结构抗震验算的修订动向, 工程抗震, 1999, 2
- 11 周锡元, 樊水荣, 苏经宇, 场地分类和设计反应谱的特征周期, 工程抗震, 1999, 4
- 12 马东辉等, 阻尼比对设计反应谱的影响分析, 工程抗震, 1995, 4
- 13 周锡元, 王广军, 苏经宇, 场地·地基·设计地震, 北京: 地震出版社, 1991
- 14 周锡元, 王广军, 苏经宇, 多层场地土分类与抗震设计反应谱, 中国建筑科学研究院报告, 1983
- 15 周锡元, 土质条件对建筑物所受地震荷载的影响, 中国科学院工程力学研究所, 地震工程研究报告集 (二), 北京: 科学出版社, 1965
- 16 H.B. Seed, C. Ugas and J. Lysmer, Site Dependent Spectra for Earthquake Resistant Design, Bull. Seis. Soc. Am., Vol. 66, 221 - 244, 1976.
- 17 R. V. Whitman, Workshop on Ground Motion Parameter for Seismic Hazard Mapping, Technical Report NCEER-890038, NCEER, State University of New York at Buffalo, N. Y., 1989.
- 18 R.D. Borcherd, Estimates of Site Dependent Response Spectra for Design Methodology and Justification, Earthquake Spectra, Vol. 10, No. 4, PP. 617 - 653, 1994.
- 19 FEMA, NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulation for New Buildings, 1994 Edition, Federal Emergency Management Agency, Washington D.C 1995.
- 20 H. Lin, H. M. Hwang and J. R. Huo, a Study on Site Coefficients for New Site Categories Specified in the NEHRP Provisions, CERl, The University of Memphis, 1996.
- 21 International Association for Earthquake Engineering (IAEE), Regulations for Seismic Design, A World List, 1996.
- 22 日本建筑学会, 动的外乱に対する設計の展望, 2. 耐震設計, 1996
- 23 赵松戈, 马东辉, 周锡元, 具有岩浆岩硬夹层场地的地震反应分析以及场地类别评价原则的研究, 工程地震 (增刊), 2000
- 24 廖振鹏, 李小军, 地表土层地震反应的等效线性化方法, 地震小区划理论与实践 (廖振鹏主编), 北京: 地震出版社, 1989
- 25 宋雅制, 人造地震波的研究, 南京工学院学报, 1980, 2
- 26 陈永祁, 龚思礼, 拟合标准反应谱的人工地震波, 建筑结构学报, 1981, 4
- 27 廖振鹏, 强震地面运动模拟, 中国工程抗震四十年 (魏珪, 谢君斐主编), 北京: 地震出版社, 1989
- 28 廖振鹏, 魏颖, 设计地震加速度的合成, 中国工程抗震四十年, 北京: 地震出版社, 1989
- 29 胡聿贤, 何训, 考虑相位谱的人造地震动反应谱拟合, 地震工程与工程振动, (6) 2, 1986
- 30 刘小弟, 苏经宇, 具有天然地震特征的人工地震波研究, 工程抗震, 1992, 3
- 31 袁建力, 樊华, 人工地震波场地土参数模型的研究, 工程抗震, 1999, 3
- 32 蒋溥等, 地震小区划概论, 北京: 地震出版社, 1990

第二篇 结构地震反应分析

第5章 多自由度体系的线性反应分析

多自由度体系的线性反应是指结构体系在外力作用下，结构的变形与外力变化保持线性关系，外力去除后，结构体系的变形能完全恢复到原始状态。结构线性动力反应分析的基础是结构动力学和数值计算方法。最基本的多自由度体系线性动力反应分析方法有三类：时域分析方法、频域分析方法和振型叠加法。当仅对结构的最大地震反应感兴趣时可以采用振型分解反应谱法分析。

5.1 集中质量法

在连续结构体系的动力反应过程中，惯性力由结构的运动产生，反过来结构的运动又受惯性力大小的影响，只能直接把问题用微分方程表示来解决这个循环的因果关系。此外，因为连续结构的质量在结构中是连续分布的，如果要确定全部的惯性力，则必须确定结构上每一个点的位移和加速度。此时，因为沿结构各点的位置及时间都必须看作独立变量，故分析必须用偏微分方程来描述。

另一方面，如果结构的质量被集中于一系列离散的点或块，例如对于质量连续分布的悬臂梁，将分布的质量集中于梁中有限点之上而形成一个悬臂梁似的串联质点系模型，则分析能大大地简化，因为仅能在这些集中质量点产生惯性力。在这种情况下，只需确定这些离散点的位移和加速度。

集中质量法是最早提出来的离散化方法。它用相对简单的代数方程组代替质量连续分布结构的微分方程，因而使计算得到大大简化。

5.2 有限单元法

有限单元法，或称有限元法，可以从数学观点和物理观点两方面来建立公式。从物理的观点看，有限单元法就是把连续结构体离散化。具体地说，就是把结构分成很多小的部分，每个部分称为一个单元，这些单元的形状、大小可以任意选择，但都是有限小，而不是无限小，故称为有限单元。各单元在其相邻边界点上相连接，即有限元法把连续结构体离散化为只在有限个点上有联系的离散模型，而这些连接点称为节点。通常以节点广义位移作为未知量，按节点的平衡条件建立运动方程式。一般用位移法，当然也可以采用力法建立方程式，在结构动力反应问题中一般采用位移法。

有限元法是目前流行的分析方法，它提供了既方便又可靠的体系理想化模型，而且对

用计算机分析来说特别有效。有限单元法的理想化模型适用于一切的结构型式：由一维构件（梁、柱等等）集合组成的框架结构；由二维构件构成的平面应力或平板或壳型结构；以及一般的三维固体结构。

对任何结构，例如对于连续梁，有限单元理想模型化的第一步工作是把结构分成适当数量的部分或单元。它们的尺寸是任意的。它们可以完全同一尺寸，也可以完全不相同。采用节点的位移作为结构的广义坐标。

整个结构的变形可以利用这些节点广义位移，借助于一组适当假定的位移函数来表示。这些位移函数被称作插值函数，因为这些函数确定了指定节点位移之间的形状。原则上，这些插值函数可以是内部连续并满足节点位移所带来的几何位移条件的任意曲线。有限元法的优点如下：

(1) 只要把结构分成适当数量的单元，即可引入所需的任意数目的待求未知量。

(2) 因为每一分段所选择的位移函数可以是相同的，故计算得以简化。

(3) 因为每个节点位移仅影响其邻近的单元，所以这个方法所导得的方程大部分是非耦合的，因此解方程式的过程大大地简化。

一般来说，有限单元法提供了最有效的、用一系列的离散坐标表示任意结构位移的方法。用有限单元法计算结构动力反应的步骤如下：

1. 将结构连续体划分为一系列有限单元，单元的形状、大小及其数量，由计算对象的性质及要求的精确度决定。划分单元的一般准则为：

(1) 要求的计算精确度越高，则单元划分需越细。

(2) 各单元的形状、大小可以相同，也可以不同。一般说来，应力梯度比较大的部分，单元划分需较细。

(3) 复杂边界及其附近部分，单元划分需较细。

2. 选择节点的自由度，即节点位移参数。节点的自由度必须包括节点适当的位移分量，甚至其偏导数，一般取偏导数的阶比应变能表达式中出现的偏导数低一阶，通常只取至位移的一阶偏导数（转角）。也就是说，节点自由度通常仅指节点的位移，最多包括转角。当然也可以包括更多的项，如二阶偏导数（曲率）等。所有节点的位移参数是有限元法分析结构连续体的基本变量。

3. 根据结构连续体的实际变形情况，选择表示单元中各点位移的函数，即插值函数。选择位移插值函数的一般准则是：

(1) 应具有与单元自由度总和一样多的未知常数。

(2) 能反映单元的刚体位移。每个单元的位移一般由两部分组成：一是由该单元的变形引起的位移，称为变形位移；二是由其它单元的变形而引起该单元的牵连位移，与该单元的变形无关，称为刚体位移。刚体位移常常在单元位移中占主要部分，因此，为了正确反映单元的位移特征，位移插值函数必须能反映单元的刚体位移。

(3) 能反映单元的常应变。每个单元的应变一般可分为两个部分：一是与位置坐标无关，在单元中各点相同的，称为常应变；二是与该单元中各点的位置坐标有关，是各点不同的，称为高阶应变。在很多情形中，常应变占主要部分。特别是当单元尺寸很小时，单元应变将接近于常应变。因此，为了能反映单元变形特征，位移插值函数必须能反映单元的常应变。

(4) 应尽可能反映位移的连续性。在连续结构中, 变形是连续的, 两相邻部分的位移既不会脱离, 也不会重叠。为了使单元内部的位移保持连续, 位移插值函数必须为坐标的单值连续函数。为了使相邻单元的位移保持连续, 不仅需要公共节点上的位移相同, 而且在公共边界上的位移也要相同。这样才能使得相邻单元在受力以后既不会脱离, 也不会重叠, 而代替原为连续弹性体的离散结构仍保持为连续弹性体。因此, 我们在选取位移插值函数时, 还是应尽可能使它反映出位移的连续性。

理论和实践都已证明: 为了使有限元法的解当单元尺寸逐渐变小时能收敛于精确解, 位移插值函数具有与单元自由度总和一样多的未知常数, 并能反映刚体位移和常应变是必要条件, 加上反映相邻单元位移的连续性, 就是充分条件。

4. 根据节点位移参数及位移插值函数, 联立在局部坐标系中单元的力学性质, 包括单元刚度矩阵、质量矩阵和等效节点力向量及其相互关系。

5. 由单元力学性质形成总结构的力学性质。方法是对于每个节点, 叠加各个与之有关的单元刚度、质量及节点力, 从而得到整个结构的总刚度矩阵、总质量矩阵及总节点力向量。

6. 建立结构运动方程并求解。

5.3 广义坐标法

集中质量模型提供了一个限制自由度的简单办法, 对处理大部分质量实际上集中在几个离散点上的体系, 该法是特别有效的。在建立集中质量模型时, 首先在结构中确定出一系列离散的集结点, 然后, 假设支承这些集结点的结构, 其质量也全部包含在这些集结点里, 而把结构本身看作是无重的。

但是, 假如体系的质量处处都相当均匀地分布, 这时为了限制自由度, 可取另一较佳的方法。这个方法是假定结构的挠曲线形状可用一系列规定的位移曲线的和来表达, 而这些曲线则成为结构的位移坐标。这种描述结构挠曲线方法的一个简单例子就是用三角级数来表示简支梁的挠曲线。此时, 挠曲线用独立的正弦函数的和表示。一般来说, 与所述支承条件相适应的任意形状, 都可用正弦波分量的无穷级数来表达。正弦波形状的幅值可被当作体系的坐标, 而实际梁的无限个自由度则用级数中无限项来表示。这个方法的优点是, 实际梁的形状可用有限项正弦函数的级数很好地近似表示。例如, 对于具有三个自由度体系的反应可用仅有三项的级数来表示。其余类推。

这个概念可被进一步推广, 因为在这个例子里作为假定位移曲线的正弦函数形状是任意选择的。一般来说, 任何与所述几何支承条件相适应而且具有内部位移连续性的形状函数 $\phi_n(x)$ 都可被采用。于是, 对于任何一维结构的位移 $u(x)$, 其广义表达式可写作 $u(x) = \sum Z_n \phi_n(x)$ 。对于任何假定的一组位移形函数 $\phi_n(x)$, 所形成的结构形状依赖于幅值 Z_n 。 Z_n 被称为广义坐标。所假设的位移形函数的数目代表在这个理想化形式中所考虑的自由度数。通常对于一个给定自由度数目的动力分析, 用理想化的形状函数法比用集中质量法更为精确。但是, 也必须承认, 当用广义坐标法计算时, 对于每个自由度将需要较多的计算工作量。

对比广义坐标法和有限元法可发现, 有限元法也属于广义坐标法的一种。与一般的广义坐标法相比, 有限元法采用统一的位移形函数 (插值函数), 并以节点位移作为结构的

广义坐标，因而具有直观的物理背景和统一的计算格式。

5.4 时域分析方法

对于一个多自由度体系，采用有限元方法离散化，可以得到体系的动力平衡方程如下

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{p\} \quad (5.4.1)$$

式中 $[M]$ 、 $[C]$ 和 $[K]$ 分别为体系的质量、阻尼和刚度矩阵； $\{\ddot{u}\}$ 、 $\{\dot{u}\}$ 、 $\{u\}$ 和 $\{p\}$ 分别表示结构体系的加速度、速度、位移和荷载向量。质量矩阵和刚度矩阵可以由有限元法直接生成，但阻尼矩阵一般难以直接用有限元法形成，需要按不同的计算方法按不同的阻尼假设进行处理，例如比例阻尼和模态阻尼。对于荷载是时间的周期函数的稳态反应，可以直接求解式 (5.4.1)，若荷载为非周期性的，例如地震作用，在求解结构体系的瞬态反应时，还应给出初始条件

$$\begin{cases} \{\dot{u}\} = \{\dot{u}_0\} \\ \{u\} = \{u_0\} \end{cases} \quad (5.4.2)$$

式中 $\{\dot{u}_0\}$ 和 $\{u_0\}$ 是常向量，它们分别表示初始时刻结构体系的速度和位移，对于结构地震反应问题，一般为零初始条件。

式 (5.4.1) 和式 (5.4.2) 构成典型的微分方程组的初值问题。式 (5.4.1) 为二阶常微分方程组，目前人们已发展了一系列有效的时域直接积分法求解。所谓直接积分法是指不通过坐标变换，直接用数值方法积分动力平衡方程 (5.4.1)。这类方法的实质是基于以下两种思想：第一，将本来在任何连续时刻都应满足动力平衡方程的位移 $\{u(t)\}$ ，代之以仅在有限个离散时刻 t_0, t_1, t_2, \dots ，满足这一方程的位移 $\{u(t)\}$ ，从而获得有限个时刻上的近似动力平衡方程；第二，在时间间隔 $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ 内，以假设的位移、速度和加速度的变化规律代替实际未知的情况，所以真实解与近似解之间总有某种程度差异，误差决定于积分每一步所产生的截断误差和舍入误差以及这些误差在以后各步计算中的传播情况。前者决定了解的收敛性，后者则与算法本身的数值稳定性有关。

实用中一般取等距时间间隔，从初始时刻 $t_0 = 0$ 到某一指定时刻 $t_n = T$ ，逐步积分求得动力平衡方程的解。把区间 $[0, T]$ n 等分后有 $\Delta t = T/n$ ，相应的 $n+1$ 个离散时刻为 $t_i = i\Delta t$ ($i=0, 1, \dots, n$)。

常见的直接积分法有中心差分法，线性加速度法，Wilson- θ 法，Newmark- β 法和 Houbolt 方法等。这里仅介绍最常用的两种方法：Newmark- β 法和 Wilson- θ 法。

5.4.1 Newmark- β 法

直接积分法的重要特征表现在，给定初始时刻的位移，速度和加速度后，可求得 t_1 时刻的位移，速度和加速度。而后逐步求得 t_2, t_3, \dots, t_n 时刻的解。所以推导算法时，只需从 t 时刻的解 $\{u_t\}$ ， $\{\dot{u}_t\}$ 和 $\{\ddot{u}_t\}$ 推导出求解 $\{u_{t+\Delta t}\}$ ， $\{\dot{u}_{t+\Delta t}\}$ 和 $\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\}$ 的计算公式，实际上就建立了计算所有离散时刻反应值的算法。

在时刻 $t + \Delta t$ 的反应值应满足动力平衡方程

$$[M]\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} + [K]\{u_{t+\Delta t}\} = \{p_{t+\Delta t}\} \quad (5.4.3)$$

为了导出所需要的公式，必须假设时间区间 $[t, t + \Delta t]$ 上加速度的变化规律从而找出 t

时刻与 $t + \Delta t$ 时刻位移、速度和加速度之间的关系。Newmark- β 法的特点是假定加速度为介于 $\{\ddot{u}_t\}$ 和 $\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\}$ 之间的某一常向量, 记为 $\{\ddot{u}\}$ 。即所谓的常平均速度假设。根据这一假设, $\{\ddot{u}\}$ 可表示为

$$\{\ddot{u}\} = (1 - \gamma)\{\ddot{u}_t\} + \gamma\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} \quad (5.4.4)$$

其中 γ 是控制参数, 它满足 $0 \leq \gamma \leq 1$ 。为了获得稳定高精度的算法, $\{\ddot{u}\}$ 也可用另一控制参数 $0 \leq \beta \leq 1$ 表示为

$$\{\ddot{u}\} = (1 - 2\beta)\{\ddot{u}_t\} + 2\beta\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} \quad (5.4.5)$$

以 t 时间为原点, 通过积分可获得 $t + \Delta t$ 时刻的速度和位移分别为

$$\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} = \{\dot{u}_t\} + \Delta t\{\ddot{u}\} \quad (5.4.6)$$

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \Delta t\{\dot{u}_t\} + \frac{1}{2}\Delta t^2\{\ddot{u}\} \quad (5.4.7)$$

把式 (5.4.4) 和 (5.4.5) 分别代入式 (5.4.6) 和 (5.4.7) 可得

$$\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} = \{\dot{u}_t\} + (1 - \gamma)\{\ddot{u}_t\}\Delta t + \gamma\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\}\Delta t \quad (5.4.8)$$

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \Delta t\{\dot{u}_t\} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2\{\ddot{u}_t\} + \beta\Delta t^2\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} \quad (5.4.9)$$

从式 (5.4.8) 和 (5.4.9) 可解得以 $\{u_{t+\Delta t}\}$ 、 $\{\ddot{u}_t\}$ 、 $\{\dot{u}_t\}$ 和 $\{u_t\}$ 所表示的 $\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\}$ 和 $\{\dot{u}_{t+\Delta t}\}$, 即

$$\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}(\{u_{t+\Delta t}\} - \{u_t\}) - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}_t\} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}_t\} \quad (5.4.10)$$

$$\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(\{u_{t+\Delta t}\} - \{u_t\}) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\{\dot{u}_t\} + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\{\ddot{u}_t\}\Delta t \quad (5.4.11)$$

把式 (5.4.10) 和 (5.4.11) 代入式 (5.4.3), 经整理可得关于 $\{u_{t+\Delta t}\}$ 的方程

$$[\widehat{K}]\{u_{t+\Delta t}\} = \{\widehat{p}_{t+\Delta t}\} \quad (5.4.12)$$

其中 $[\widehat{K}]$ 称为等效刚度矩阵, 它与时间无关

$$[\widehat{K}] = [K] + \frac{1}{\beta\Delta t^2}[M] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[C] \quad (5.4.13)$$

$\{\widehat{p}\}$ 称为等效载荷向量, 它与时间有关

$$\begin{aligned} \{\widehat{p}_{t+\Delta t}\} = & \{p_{t+\Delta t}\} + \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2}\{u_t\} + \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}_t\} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}_t\}\right][M] \\ & + \left[\frac{\gamma}{\beta\Delta t}\{u_t\} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\{\dot{u}_t\} + \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{\gamma}{\beta} - 2\right)\{\ddot{u}_t\}\right][C] \end{aligned} \quad (5.4.14)$$

解线性方程组 (5.4.12) 求得 $\{u_{t+\Delta t}\}$, 然后根据 (5.4.10) 和 (5.4.11) 又可求得 $\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\}$ 和 $\{\dot{u}_{t+\Delta t}\}$ 。

Newmark- β 法的求解过程如下:

1. 初始计算

(1) 形成刚度矩阵 $[K]$, 质量矩阵 $[M]$ 和阻尼矩阵 $[C]$ 。

(2) 确定初值 $\{u_0\}$ 、 $\{\dot{u}_0\}$ 和 $\{\ddot{u}_0\}$ 。

(3) 选择时间步长 Δt , 参数 β 和 γ , 并计算积分常数

$$a_0 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{\gamma}{\beta \Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\beta \Delta t}; \quad a_3 = \frac{1}{2\beta} - 1; \quad a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1;$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2 \right); \quad a_6 = \Delta t (1 - \gamma); \quad a_7 = \gamma \Delta t$$

(4) 形成等效刚度矩阵 $[K]$

$$[\hat{K}] = [K] + a_0 [M] + a_1 [C]$$

2. 对每一离散时刻 $t=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, n\Delta t$ 进行计算

(1) 计算 $t + \Delta t$ 时刻的等效载荷

$$\begin{aligned} \{\hat{p}_{t+\Delta t}\} &= \{p_{t+\Delta t}\} + (a_0 \{u_t\} + a_2 \{\dot{u}_t\} + a_3 \{\ddot{u}_t\})[M] \\ &\quad + (a_1 \{u_t\} + a_4 \{\dot{u}_t\} + a_5 \{\ddot{u}_t\})[C] \end{aligned}$$

(2) 求解 $t + \Delta t$ 时刻的位移

$$[\hat{K}] \{u_{t+\Delta t}\} = \{\hat{p}_{t+\Delta t}\}$$

(3) 计算 $t + \Delta t$ 时刻的加速度和速度

$$\begin{aligned} \{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} &= a_0 (\{u_{t+\Delta t}\} - \{u_t\}) - a_2 \{\dot{u}_t\} - a_3 \{\ddot{u}_t\} \\ \{\dot{u}_{t+\Delta t}\} &= \{\dot{u}_t\} + a_6 \{\ddot{u}_t\} + a_7 \{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} \end{aligned}$$

在 Newmark- β 法中, 参数 β 和 γ 的取值影响着算法的精度和稳定性。为保证算法具有不低于二阶精度, 要求参数 γ 取值为 $1/2$; 一般情况下, 参数 $\gamma=1/2$ 、 $\beta=1/8 \sim 1/4$ 即可获得稳定性的解。当取

$$\gamma = \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{1}{6}$$

时, Newmark- β 法成为线性加速度法, 算法为有条件稳定。当取

$$\gamma = \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{1}{4}$$

时, Newmark- β 法成为平均加速度法, 算法为无条件稳定。而当取

$$\gamma = \frac{1}{2}, \beta = 0$$

时, Newmark- β 法等价为中心差分法, 算法为条件稳定。

5.4.2 Wilson- θ 法

Wilson- θ 法是线性加速度的推广。线性加速度法假设加速度在时间区间 $[t, t + \Delta t]$ 内线性变化, 由此导出的算法是有条件稳定的。Wilson 通过引入控制参数 θ ($\theta \geq 1$), 假设加速度在 $[t, t + \theta \Delta t]$ 上是时间的线性函数, 并证明当 $\theta \geq 1.37$ 时, 所获得的积分方法是无条件稳定的。

设 $0 \leq \tau \leq \theta \Delta t$, 由线性加速度假设, 加速度向量在区间 $[t, t + \theta \Delta t]$ 上可表示为

$$\{\ddot{u}_{t+\tau}\} = \{\ddot{u}_t\} + \frac{\tau}{\theta \Delta t} (\{\ddot{u}_{t+\theta \Delta t}\} - \{\ddot{u}_t\}) \quad (5.4.15)$$

积分上式后, 得到速度和位移

$$\{\dot{u}_{t+\tau}\} = \{\dot{u}_t\} + \tau \{\ddot{u}_t\} + \frac{\tau^2}{2\theta \Delta t} (\{\ddot{u}_{t+\theta \Delta t}\} - \{\ddot{u}_t\}) \quad (5.4.16)$$

$$\{u_{t+\tau}\} = \{u_t\} + \tau\{\dot{u}_t\} + \frac{\tau^2}{2}\{\ddot{u}_t\} + \frac{\tau^3}{6\theta\Delta t}(\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\} - \{\ddot{u}_t\}) \quad (5.4.17)$$

当 $\tau = \theta\Delta t$ 时, 式 (5.4.16) 与 (5.4.17) 成为

$$\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\} = \{\ddot{u}_t\} + \theta\Delta t\{\ddot{u}_t\} + \frac{\theta\Delta t}{2}(\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\} - \{\ddot{u}_t\}) \quad (5.4.18)$$

$$\{u_{t+\theta\Delta t}\} = \{u_t\} + \theta\Delta t\{\dot{u}_t\} + \frac{(\theta\Delta t)^2}{6}(\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\} + 2\{\ddot{u}_t\}) \quad (5.4.19)$$

由式 (5.4.18) 和 (5.4.19) 可解得用 $\{u_{t+\theta\Delta t}\}$ 表示的 $\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\}$ 和 $\{\dot{u}_{t+\theta\Delta t}\}$

$$\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\} = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}(\{u_{t+\theta\Delta t}\} - \{u_t\}) - \frac{6}{\theta\Delta t}\{\dot{u}_t\} - 2\{\ddot{u}_t\} \quad (5.4.20)$$

$$\{\dot{u}_{t+\theta\Delta t}\} = \frac{3}{\theta\Delta t}(\{u_{t+\theta\Delta t}\} - \{u_t\}) - 2\{\dot{u}_t\} - \frac{\theta\Delta t}{2}\{\ddot{u}_t\} \quad (5.4.21)$$

在 $t + \theta\Delta t$ 时刻, 系统的运动方程应满足

$$[M]\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\} + [C]\{\dot{u}_{t+\theta\Delta t}\} + [K]\{u_{t+\theta\Delta t}\} = \{p_{t+\theta\Delta t}\} \quad (5.4.22)$$

其中外载荷向量 $\{p_{t+\theta\Delta t}\}$ 可用线性外推获得

$$\{p_{t+\theta\Delta t}\} = \{p_t\} + \theta(\{p_{t+\Delta t}\} - \{p_t\}) \quad (5.4.23)$$

把式 (5.4.20)、(5.4.21) 和 (5.4.23) 代入式 (5.4.22), 得到关于 $\{u_{t+\theta\Delta t}\}$ 的方程

$$[\widehat{K}]\{u_{t+\theta\Delta t}\} = \{\widehat{p}_{t+\theta\Delta t}\} \quad (5.4.24)$$

其中

$$[\widehat{K}] = [K] + \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}[M] + \frac{3}{\theta\Delta t}[C]$$

$$\begin{aligned} \{\widehat{p}_{t+\theta\Delta t}\} &= \{p_t\} + \theta(\{p_{t+\Delta t}\} - \{p_t\}) + \left[\frac{6}{(\theta\Delta t)^2}\{u_t\} + \frac{6}{\theta\Delta t}\{\dot{u}_t\} + 2\{\ddot{u}_t\} \right][M] \\ &\quad + \left[\frac{3}{\theta\Delta t}\{u_t\} + 2\{\dot{u}_t\} + \frac{\theta\Delta t}{2}\{\ddot{u}_t\} \right][C] \end{aligned}$$

将求解式 (5.4.24) 得到的 $\{u_{t+\theta\Delta t}\}$ 代入式 (5.4.20) 中, 求得 $\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\}$, 再把 $\{\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}\}$ 代入式 (5.4.15) 中, 并取 $\tau = \Delta t$, 有

$$\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}(\{u_{t+\theta\Delta t}\} - \{u_t\}) - \frac{6}{\theta\Delta t}\{\dot{u}_t\} + \left(1 - \frac{3}{\theta}\right)\{\ddot{u}_t\} \quad (5.4.25)$$

把式 (5.4.15) 代入式 (5.4.16) 和 (5.4.17) 中, 取 $\tau = \Delta t$, 又可求得 $t + \Delta t$ 时刻的速度和位移

$$\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} = \{\dot{u}_t\} + \frac{\Delta t}{2}(\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} + \{\ddot{u}_t\}) \quad (5.4.26)$$

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \Delta t\{\dot{u}_t\} + \frac{\Delta t^2}{6}(\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} + 2\{\ddot{u}_t\}) \quad (5.4.27)$$

Wilson- θ 法的逐步求解过程如下

1. 初始计算

(1) 形成刚度矩阵 $[K]$ 、阻尼矩阵 $[C]$ 和质量矩阵 $[M]$ 。

(2) 确定初值 $\{u_0\}$ 、 $\{\dot{u}_0\}$ 和 $\{\ddot{u}_0\}$ 。

(3) 选取参数 θ ，选择时间步长 Δt ，计算积分常数

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}; & a_1 &= \frac{3}{\theta\Delta t}; & a_2 &= 2a_1; \\ a_3 &= \frac{\theta\Delta t}{2}; & a_4 &= \frac{a_0}{\theta}; & a_5 &= \frac{a_2}{\theta}; \\ a_6 &= 1 - \frac{3}{\theta}; & a_7 &= \frac{\Delta t}{2}; & a_8 &= \frac{\Delta t^2}{6} \end{aligned}$$

(4) 形成等效刚度矩阵

$$[\hat{K}] = [K] + a_0 [M] + a_1 [C]$$

2. 对每一时刻 $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, n\Delta t$ 进行下列计算

(1) 计算等效载荷

$$\begin{aligned} \{\hat{p}_{t+\theta\Delta t}\} &= \{p_t\} + \theta(\{p_{t+\Delta t}\} - \{p_t\}) + [a_0\{u_t\} + a_2\{\dot{u}_t\} + 2\{\ddot{u}_t\}][M] \\ &\quad + [a_1\{u_t\} + 2\{\dot{u}_t\} + a_3\{\ddot{u}_t\}][C] \end{aligned}$$

(2) 计算 $t + \theta\Delta t$ 时刻的位移

$$[\hat{K}]\{u_{t+\theta\Delta t}\} = \{\hat{p}_{t+\theta\Delta t}\}$$

(3) 计算 $t + \Delta t$ 时刻的加速度、速度和位移

$$\begin{aligned} \{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} &= a_4(\{u_{t+\theta\Delta t}\} - \{u_t\}) + a_5\{\dot{u}_t\} + a_6\{\ddot{u}_t\} \\ \{\dot{u}_{t+\Delta t}\} &= \{\dot{u}_t\} + a_7(\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} + \{\ddot{u}_t\}) \\ \{u_{t+\Delta t}\} &= \{u_t\} + \Delta t\{\dot{u}_t\} + a_8(\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} + 2\{\ddot{u}_t\}) \end{aligned}$$

在 Wilson- θ 法中，参数 $\theta > 1.37$ 时，算法为无条件稳定。目前对一般工程问题进行时程分析时，常取 $\theta = 1.4$ 。当 $\theta = 1$ 时，Wilson- θ 法退化为线性加速度法。

5.5 频域分析方法

对于线性结构系统，由于存在叠加原理，其时域解与频域解是完全等价的。频域分析方法的基本思路是利用傅氏 (Fourier) 分析原理，首先计算结构体系的频域传递函数，由此求得问题的频域解，最后叠加获得问题的时域解。70 年代以来，频域分析方法得到了迅速发展，在具有频变参数的线性体系的确定性地震反应分析、线性结构的随机地震反应分析等领域中都得到了广泛的应用。

5.5.1 频域传递函数

传递函数是频域分析中的一个重要概念。频域传递函数是指当结构体系受到一简谐输入 (力或位移) 激励时，体系的稳态输出 (反应) 与输入的比值。下面先利用单自由度体系介绍频域传递函数的概念。

单自由体系的运动方程为

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (5.5.1)$$

式中 m 、 c 和 k 分别为体系的质量、阻尼和刚度, $\ddot{u}(t)$ 、 $\dot{u}(t)$ 、 $u(t)$ 和 $p(t)$ 分别表示结构质点的加速度、速度、位移和已知荷载。

对式 (5.5.1) 两边作关于时间 t 傅氏变换可得

$$(-m\omega^2 + i c \omega + k)U(\omega) = P(\omega) \quad (5.5.2)$$

式中

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (5.5.3)$$

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (5.5.4)$$

分别为体系位移 $u(t)$ 和已知荷载 $p(t)$ 的傅氏谱。则频域传递函数为

$$H(i\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + i c \omega + k} \quad (5.5.5)$$

是一复函数。 $H(i\omega)$ 也可以直接利用频域传递函数的定义, 令输入激励 $p(t) = \exp(i\omega t)$ 代入式 (5.5.1) 求得。

体系的频域解可以用传递函数表示

$$U(\omega) = H(i\omega)P(\omega) \quad (5.5.6)$$

利用体系的传递函数, 由式 (5.5.6) 求得体系的频域解后, 由傅氏逆变换

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (5.5.7)$$

即可获得单自由度结构体系的时域解。在实际分析中, 式 (5.5.4) 和 (5.5.7) 的傅氏变换计算可以采用快速傅氏变换 (FFT) 完成。

由以上论证可知, 用频域分析方法进行线性结构体系动力反应分析的基本步骤是:

- (1) 根据体系运动方程求出频域传递函数 $H(i\omega)$;
- (2) 采用快速傅氏变换 (FFT) 技术求出荷载的傅氏谱 $P(\omega)$;
- (3) 应用频域传递函数和荷载的傅氏谱计算体系每一频率分量的频域解 $U(\omega)$;
- (4) 采用快速傅氏逆变换将频域解转化为时域解 $u(t)$ 。

当输入荷载为地震动时, 单自由度体系的运动方程为

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (5.5.8)$$

式中 $\ddot{u}_g(t)$ 为地面加速度时程, 而 $u(t)$ 为体系的相对位移反应。此时, 体系相对位移 $u(t)$ 对地震动输入 $\ddot{u}_g(t)$ 的频域传递函数为

$$H(i\omega) = \frac{m}{m\omega^2 - i c \omega - k} \quad (5.5.9a)$$

如果令 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\zeta = c/2m\omega_0$, 由 (5.5.9a) 给出的传递函数为

$$H(i\omega) = \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 - 2i\zeta\omega_0\omega} \quad (5.5.9b)$$

对于多自由度体系的频域分析方法与上述单自由体系的步骤是相同的。新的特殊性在于多自由度体系一般是多输入、多输出系统, 因此, 频域传递函数具有交叉性, 结构体系的传递函数变为传递函数矩阵。例如, 当自由度为 N 时, 体系完整的频域传递函数具有

如下形式

$$[H(i\omega)] = \begin{bmatrix} H_{11}(i\omega) & H_{12}(i\omega) & \cdots & H_{1k}(i\omega) & \cdots & H_{1N}(i\omega) \\ H_{21}(i\omega) & H_{22}(i\omega) & \cdots & H_{2k}(i\omega) & \cdots & H_{2N}(i\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ H_{l1}(i\omega) & H_{l2}(i\omega) & \cdots & H_{lk}(i\omega) & \cdots & H_{lN}(i\omega) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1}(i\omega) & H_{N2}(i\omega) & \cdots & H_{Nk}(i\omega) & \cdots & H_{NN}(i\omega) \end{bmatrix} \quad (5.5.10)$$

式中 $H_{lk}(i\omega)$ 是指在第 k 个自由度处输入单位简谐激励时所引起的第 l 个自由度的输出反应值。

对多自由度体系运动方程式 (5.4.1) 两边作傅氏变换可得

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])\{U(\omega)\} = \{P(\omega)\} \quad (5.5.11)$$

为求得多自由度体系的传递函数矩阵, 可令式 (5.5.11) 中右边激励振幅 $\{P(\omega)\}$ 中的某一项为 1, 而其余项为 0, 比如令第 k 项为 1, 这相当于在第 k 个自由度处输入单位简谐激励, 由式 (5.5.11) 即可以求出在第 k 个自由度处输入单位简谐激励时体系第 1 至 N 自由度上的输出反应值, 即得到了 $H_{1k}(i\omega)$, $H_{2k}(i\omega)$, \cdots , $H_{Nk}(i\omega)$ 。重复以上工作即可以得到多自由度体系的传递函数矩阵。

仔细分析以上求解过程可以发现, 多自由度体系的频域传递函数矩阵实际由下式给出

$$[H(i\omega)] = (-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])^{-1} \quad (5.5.12)$$

在获得结构体系的频域传递函数矩阵后, 多自由度体系的频域解可以用传递函数矩阵表示为

$$\{U(\omega)\} = [H(i\omega)]\{P(\omega)\} \quad (5.5.13)$$

如果激励是一维地震作用, 多自由度体系的运动方程为

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{I\}\ddot{u}_g \quad (5.5.14)$$

式中 $\{I\}$ 为与地震作用有关的向量, 当结构是一维串联多自由度体系时, $\{I\}$ 成为单位向量。对式 (5.5.14) 两边作傅氏变换, 从而得到

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])\{U(\omega)\} = -[M]\{I\}\dot{U}_g(\omega) \quad (5.5.15)$$

将体系的频域解写成用传递函数表示的形式

$$\{U(\omega)\} = [H(i\omega)]\dot{U}_g(\omega) \quad (5.5.16)$$

则体系相对位移 $\{u(t)\}$ 对地震动输入 $\ddot{u}_g(t)$ 的频域传递函数矩阵为

$$[H(i\omega)] = -(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])^{-1}[M]\{I\} \quad (5.5.17)$$

上面给出了频域传递函数的表达式, 在实际计算传递函数时, 必须求解联立方程组 (5.5.11) 或 (5.5.10), 这是一项很费机时的工作。

在利用频域传递函数矩阵求得多自由度体系的频域解后, 利用傅氏逆变换即可算出体系相应的时域反应 $\{u(t)\}$ 。

采用频域传递函数概念进行多自由度体系频域分析的优点在于它提供了一个一般的理论框架, 就具体计算而言, 这种分析相当繁琐。因此, 实际应用中往往利用振型分解法。即先将多自由度体系转化为一系列等效单自由度体系, 然后计算每一单自由度体系的反

应，最后应用振型叠加原理给出体系的总体反应。

5.6 振型叠加法与反应谱理论

线性体系的时域分析方法与频域分析方法都是从对输入的离散化着手进行体系动力反应的分析。振型叠加法则通过对结构振动特征的离散化来实现体系动力反应的离散化。振型叠加法又称为模态叠加法，它以系统无阻尼的振型（模态）为坐标基，通过坐标变换使体系运动方程（5.4.1）或（5.5.14）解耦，进而通过叠加各阶振型的贡献以求得体系的反应。在振型叠加法中首先要进行体系的振型分析。

5.6.1 振型分析

对多自由度线性体系求取自振频率和振型的工作也叫做自振特性或模态分析。无阻尼多自由度线性体系的自由振动方程为

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\} \quad (5.6.1)$$

设体系的位移反应为

$$\{u(t)\} = \{U\}\sin(\omega t + \theta) \quad (5.6.2)$$

式中， $\{U\}$ 为仅与位置坐标有关的向量， ω 和 θ 为两常数，一般称为频率和相角。

将式（5.6.2）代入式（5.6.1）并利用 $\sin(\omega t + \theta)$ 不恒为零的条件可以得到运动方程的特征方程

$$([K] - \omega^2[M])\{U\} = \{0\} \quad (5.6.3)$$

式（5.6.3）是一个关于 $\{U\}$ 的齐次线性方程组，根据线性代数的知识，特征方程存在非零解的充分必要条件是系数行列式等于零，即

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (5.6.4)$$

上式是关于 ω 的多项式方程，叫做频率方程。对于稳定结构体系，其质量与刚度矩阵具有实对称性和正定性，所以相应的频率方程的根都是正实根。对于 N 个自由度的体系，频率方程是一个关于 ω^2 的 N 次方程，由此可以解得 N 个根（ $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \dots, \omega_N^2$ ）， ω_j （ $j=1, 2, \dots, N$ ）即为体系的自振频率，其中量值最小的频率 ω_1 叫基本频率。

根据式（5.6.3），对应于每一个自振频率 ω_j ，都存在特征方程的一个非零解 $\{U\}_j$ ，称为振型向量（或模态）。由于特征方程的齐次性质，这个振型向量是不定的，只有人为地给定向量中的某一个值才能确定振型向量的其余值。换句话说，振型向量的幅值是任意的，只有振型的比例形状是唯一的。因此，振型定义为结构位移形状保持不变的振动形式。根据式（5.6.2）可知，若结构体系按某一振型振动，则体系的所有质点将按其自振频率作简谐振动。

为了对不同自振频率的振型进行形状上的比较，需要将其化为无量纲形式，这种转化过程称为振型的归一化。振型归一化的方法可以采用下述三种方法之一：

- （1）特定坐标的归一化方法：指定振型向量中某一坐标值为 1，其它元素值按比例确定；
- （2）最大位移值的归一化方法：将振型向量各元素分别除以其中的最大值；
- （3）正交归一化方法：令

$$\{\Phi\}_j = \{U\}_j / \sqrt{M_j}, j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.5)$$

式中

$$M_j = \{U\}_j^T [M] \{U\}_j, j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.6)$$

在以下分析中,体系的振型均采用其归一化的形式,用 $\{\phi\}_1, \{\phi\}_2, \dots, \{\phi\}_N$ 表示。归一化振型仍满足特征方程式 (5.6.3)。

自振频率不等的振型两两加权正交,权因子可以是刚度、质量,甚至其链式乘积形式。对离散体系,可证明如下:

对于任意两振型 $\{\Phi\}_n, \{\Phi\}_m$ 满足运动的特征方程式 (5.6.3)

$$[K]\{\Phi\}_n = \omega_n^2 [M]\{\Phi\}_n \quad (5.6.7)$$

$$[K]\{\Phi\}_m = \omega_m^2 [M]\{\Phi\}_m \quad (5.6.8)$$

将式 (5.6.7) 两边乘以 $\{\Phi\}_m^T$, 式 (5.6.8) 两边乘以 $\{\Phi\}_n^T$, 即有

$$\{\Phi\}_m^T [K] \{\Phi\}_n = \omega_n^2 \{\Phi\}_m^T [M] \{\Phi\}_n \quad (5.6.9)$$

$$\{\Phi\}_n^T [K] \{\Phi\}_m = \omega_m^2 \{\Phi\}_n^T [M] \{\Phi\}_m \quad (5.6.10)$$

注意到上式两端皆为一标量,转置后其值不变,而 $[K], [M]$ 均为对称矩阵,故转置后等于自身。对式 (5.6.10) 两端做转置运算后有

$$\{\Phi\}_m^T [K] \{\Phi\}_n = \omega_m^2 \{\Phi\}_m^T [M] \{\Phi\}_n \quad (5.6.11)$$

式 (5.6.11) 减式 (5.6.9) 得

$$(\omega_m^2 - \omega_n^2) \{\Phi\}_m^T [M] \{\Phi\}_n = 0 \quad (5.6.12)$$

若 $m \neq n$, 则有

$$\{\Phi\}_m^T [M] \{\Phi\}_n = 0 \quad (m \neq n) \quad (5.6.13)$$

上式代入式 (5.6.9) 则有

$$\{\Phi\}_m^T [K] \{\Phi\}_n = 0 \quad (m \neq n) \quad (5.6.14)$$

式 (5.6.13) 与式 (5.6.14) 即为振型的加权正交表达式。

振型的正交性说明它们具备作为一类线性空间基的基本条件。事实上,由振型向量所形成的线性空间正是一般动力反应空间,在这空间中的任一点表示一个特定的动力反应,并且这一点的坐标值可由关于基(振型)的广义坐标给出。

应该注意,振型向量是加权正交的,各振型向量构成加权正交函数系,而振型向量本身并不正交。

5.6.2 动力反应的振型分解

由于体系的自振振型为完备正交系,所以结构体系的动力反应都可以用其振型展开。下面首先以无阻尼体系为例,介绍多自由度体系动力反应的振型分解。将体系的相对位移向量用振型向量表示为

$$\{u(t)\} = \sum_{j=1}^N \{\Phi\}_j q_j(t) \quad (5.6.15)$$

式中 $q_j(t)$ 是表示振型幅值变化的广义坐标,反映了在时间 t 第 j 振型对体系总体运动贡献的大小,由于 $q_j(t)$ 随时间变化,所以同一振型在不同时刻对总运动贡献的大小是不一样的。

无阻尼体系的运动方程可令式 (5.4.1) 中的阻尼阵为 0 得到

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{p(t)\} \quad (5.6.16)$$

将式 (5.6.15) 代入运动方程式 (5.6.16)，并将等式两边同时前乘 $\{\Phi\}_j^T$ ，根据振型正交条件，原来耦联的运动方程组将转化为等效的广义单自由度运动方程

$$M_j \ddot{q}_j(t) + K_j q_j(t) = p_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.17)$$

式中， M_j 、 K_j 和 $p_j(t)$ 分别为广义质量、广义刚度和为广义荷载，具体表达式为

$$\left. \begin{aligned} M_j &= \{\Phi\}_j^T [M] \{\Phi\}_j \\ K_j &= \{\Phi\}_j^T [K] \{\Phi\}_j \\ p_j(t) &= \{\Phi\}_j^T \{p(t)\} \end{aligned} \right\} \quad (5.6.18)$$

解耦单自由度方程 (5.6.17) 对应于一个质量为 M_j ，刚度为 K_j 的单自由度体系。多自由度体系运动方程的解耦使分析工作大为简化。式 (5.6.17) 的解可以直接用单自由度体系分析方法，例如 Duhamel 积分给出。

无阻尼运动方程可以实现解耦的根本原因在于振型关于质量矩阵和刚度矩阵的加权正交特性，因此，对于有阻尼多自由度体系，运动方程能实现解耦的条件将要求振型关于阻尼阵正交，即满足

$$\{\Phi\}_m^T [C] \{\Phi\}_n = 0 \quad (m \neq n) \quad (5.6.19)$$

此条件称为阻尼正交性条件。阻尼正交假定多种多样，最简单的是 Rayleigh 阻尼，即假定

$$[C] = a[M] + b[K] \quad (5.6.20)$$

式中 a 和 b 为两常数，可由选定的体系的两个振型阻尼比和相应的自振频率确定。

下面将讨论地震作用下多自由度体系反应问题的振型分解，体系的运动方程由式 (5.5.14) 给出。同样利用式 (5.6.15) 将体系的相对位移向量用振型向量表示，将式 (5.6.15) 代入式 (5.5.14) 并采用类似于无阻尼体系的处理办法，可得相应的广义单自由度方程为

$$M_j \ddot{q}_j(t) + (aM_j + bK_j) \dot{q}_j(t) + K_j q_j(t) = -\{\Phi\}_j^T [M] \{I\} \ddot{u}_g(t), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.21)$$

式中，广义质量、广义刚度表达式同式 (5.6.18)。用广义质量 M_j 除各项，并令

$$\omega_j^2 = \frac{K_j}{M_j} \quad (5.6.22)$$

$$\zeta_j = \frac{a}{2\omega_j} + \frac{b\omega_j}{2} \quad (5.6.23)$$

$$\gamma_j = \frac{\{\Phi\}_j^T [M] \{I\}}{\{\Phi\}_j^T [M] \{\Phi\}_j} \quad (5.6.24)$$

则可将式 (5.6.21) 写为

$$\ddot{q}_j(t) + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = -\gamma_j \ddot{u}_g(t), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.25)$$

式中， ω_j 即为结构体系的第 j 阶自振频率（这一点可通过式 (5.6.3) 证明）； ζ_j 为第 j 阶

振型的振型阻尼比: γ_j 被称为第 j 阶振型的振型参与系数, 可以认为 γ_j 是对地震作用 $\ddot{u}_g(t)$ 的一种分解, 反映了第 j 阶振型地震反应在体系总体反应中所占比例的大小。容易证明

$$\sum_{j=1}^n \gamma_j \{\Phi\}_j = \{I\} \quad (5.6.26)$$

式中 $\{I\}$ 为单位向量。

式 (5.6.25) 给出了振型反应的运动方程, 它相应于一有阻尼等效单自由度体系, 其解仍可以用 Duhamel 积分给出 (假定初始条件为 $q_j(0) = 0, \dot{q}_j(0) = 0$), 积分公式为

$$q_j(t) = -\frac{\gamma_j}{\omega_{1j}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \exp[-\zeta_j \omega_j(t-\tau)] \sin \omega_{1j}(t-\tau) d\tau \quad (5.6.27)$$

式中 $\omega_{1j} = \sqrt{1 - \zeta_j^2} \omega_j$ 。

由于地震加速度时程 $\ddot{u}_g(t)$ 为非规则时间函数, 在实际求解式 (5.6.25) 时, 通常是利用关于线性单自由度体系的时域分析方法或频域分析方法。

5.6.3 振型叠加法

式 (5.6.15) 既是动力反应的分解式, 也是动力反应的合成式。利用振型分解原理, 将耦合的运动方程化求解耦的等效单自由度方程分别求解, 然后将各振型反应叠加起来, 获得体系的总动力反应, 这就是振型叠加法。

根据广义坐标的时间特性, 在不同的时刻, 同一振型对总运动贡献的大小是不一样的。一般说来, 由于高振型的振幅依次低于较低振型的振幅, 因此在体系的整个运动过程中, 具有较低自振频率的几个振型所起的贡献较大, 在不同时刻, 前几个低阶振型的运动将在总运动中依次占主导地位。因此在用振型叠加法求解线性结构的地震反应时, 要首先确立选取多少个振型参与叠加。对于大量的较低的一般性建筑或动力自由度较少的问题, 一般只用前 1~3 个振型分析即够用, 对于高层建筑或动力自由度较多的问题, 一般可选取前 9~15 个振型, 而对于大跨桥梁, 由于结构自振频率密集, 则需要采用更多的振型。在采用有限元法分析时, 由于可能存在对结构整体动力反应影响不大、自振频率又相对不高的局部振型, 也需采用更多的振型分析, 以保证在分析中有数目足够的低阶整体振型。

式 (5.6.15) 是关于位移的振型分解叠加关系式。对于其他反应参数, 例如各种结构构件中的内力和应力都能直接由位移求出。一般对于线性多自由度体系, 其弹性内力的计算公式可表示为

$$\{f_e(t)\} = [K_e]\{u(t)\} \quad (5.6.28)$$

式中 $\{f_e(t)\}$ 表示由结构构件内力组成的向量; $[K_e]$ 为与构件刚度有关的矩阵, 它是 $M \times N$ 维的, M 为待求构件内力数目, N 为体系自由度数。以式 (5.6.15) 代入式 (5.6.28) 并取叠加振型数为 n , 则得到弹性内力的振型叠加关系式为

$$\{f_e(t)\} = \sum_{j=1}^n [K_e]\{\Phi\}_j q_j(t) \quad (5.6.29)$$

上述两式均可用于求解结构弹性内力。如果记

$$\{f\}_j = [K_e]\{\Phi\}_j \quad (5.6.30)$$

则结构弹性内力为

$$\{f_c(t)\} = \sum_{j=1}^n \{f\}_j q_j(t) \quad (5.6.31)$$

可见振型内力叠加式 (5.6.31) 与振型位移叠加式 (5.6.15) 具有相同的形式, 故称 $\{f\}_j$ 为线性体系相应于第 j 阶振型的振型内力。式 (5.6.31) 和 (5.6.15) 可统一写作

$$\{s(t)\} = \sum_{j=1}^n \{s(t)\}_j = \sum_{j=1}^n \{X\}_j q_j(t) \quad (5.6.32)$$

式 (5.6.32) 即是最一般的振型叠加公式, $\{s(t)\}$ 表示结构总的内力反应或相对位移反应; $\{s(t)\}_j$ 表示第 j 阶振型对总反应的贡献。 $\{X\}_j$ 表示结构按第 j 阶振型发生变形时的结构内力或相对变位。

利用振型叠加法计算线性多自由度结构体系的地震反应, 可以用时域方法或频域方法作为计算等效单自由度体系动力反应的手段, 由此演化出振型时域分析法和振型频域分析法两种计算类型。

1. 时域分析法

时域分析法可遵循下列步骤进行:

- (1) 建立体系运动方程, 进行体系自振特性分析, 获得自振频率 ω_j 和振型 $\{\Phi\}_j$, $j=1, 2, \dots, N$;
- (2) 计算广义质量 M_j 、广义刚度 K_j 、振型参与系数 γ_j , 确定振型阻尼比 ξ_j ;
- (3) 按体系初始条件计算相应于各振型的初始条件

$$\{q(0)\}_j = \{\Phi\}_j^T [M] \{u(0)\} / M_j$$

$$\{\dot{q}(0)\}_j = \{\Phi\}_j^T [M] \{\dot{u}(0)\} / M_j$$

- (4) 按本章第 5.4 节所述的任一种逐步积分法计算各等效单自由度体系的位移反应, 也可以采用数值积分方法计算等效单自由度体系的 Duhamel 积分求得位移反应 $q_j(t)$;

- (5) 按式 (5.6.15) 叠加各振型位移反应给出总体位移反应。并由位移反应计算内力反应。

2. 频域分析法

频域分析法的前后处理步骤与上述时域法基本类同, 差别仅仅在于计算位移反应 $q_j(t)$ 的方法, 具体步骤如下:

- (1) 建立体系运动方程, 求解体系自振特性;
- (2) 计算体系广义质量、广义刚度、振型参与系数, 确定振型阻尼比;
- (3) 计算第 j 振型的频域传递函数 $H_j(i\omega)$;
- (4) 采用快速傅氏变换技术将输入 $\ddot{u}_g(t)$ 分解为频域上的函数 $\ddot{U}_g(\omega)$;
- (5) 利用频域传递函数 $H_j(i\omega)$ 和输入地震动的傅氏谱 $\ddot{U}_g(\omega)$ 计算振型频域反应 $Q_j(\omega)$;
- (6) 用快速傅氏逆交换技术将 $Q_j(\omega)$ 转化为时域振型反应 $q_j(t)$;
- (7) 按式 (5.6.15) 叠加各振型位移反应给出体系位移反应。并按此位移反应计算内力反应。在用频域分析法时, 一般采用零初始条件假设。

5.6.4 振型分解反应谱理论

振型叠加法给出的是全时程动力反应, 即振型叠加是针对每一个时刻进行的。而工程

上往往最关心的是结构最大动力反应，尤其是地震内力的最大值。此时可以应用振型分解反应谱理论，用较少的计算量求取结构体系的这种最大反应。振型分解反应谱理论的基本假设是：

- (1) 结构的地震反应是线弹性的，可以采用叠加原理进行振型组合；
- (2) 结构的基础是刚性的，所有支承处地震动完全相同；
- (3) 结构物最不利地震反应为其最大地震反应；
- (4) 地震动过程是平稳随机过程。

以上假设中，第(1)、(2)项实际上是振型叠加法的基本要求，第(3)项是需要采用反应谱分析法的前提，而第(4)项是振型分解反应谱理论的自身要求。

1. 基本原理

在振型分解反应谱法中，首先采用振型分解法，由式(5.6.15)将多自由度体系的相对位移向量 $\{u(t)\}$ 用振型向量表示，即

$$\{u(t)\} = \sum_{j=1}^N \{\Phi\}_j q_j(t)$$

这样，将地震作用下多自由度体系运动方程(5.5.14)化为如式(5.6.25)所示的解耦的广义单自由度动力方程，即

$$\ddot{q}_j(t) + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = -\gamma_j \ddot{u}_g(t), \quad j = 1, 2, \dots, N$$

为把上式化成单自由度体系在地震动 $\ddot{u}_g(t)$ 作用下的标准运动方程，做下面变量代换

$$q_j(t) = \gamma_j \delta_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.33)$$

将式(5.6.33)代入式(5.6.25)，得到用广义坐标 $\delta_j(t)$ 表示的运动方程

$$\ddot{\delta}_j(t) + 2\zeta_j \omega_j \dot{\delta}_j(t) + \omega_j^2 \delta_j(t) = -\ddot{u}_g(t), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.34)$$

式(5.6.34)即是自振频率为 ω_j 、阻尼比为 ζ_j 的单自由度体系在地震动 $\ddot{u}_g(t)$ 作用下的标准运动方程。

将式(5.6.33)代入振型叠加公式(5.6.15)，得到用 $\delta_j(t)$ 表示的体系的相对位移

$$\{u(t)\} = \sum_{j=1}^N \gamma_j \{\Phi\}_j \delta_j(t) \quad (5.6.35)$$

在用式(5.6.34)求得 $\delta_j(t)$ 后，利用式(5.6.33)和(5.6.32)，即得到结构体系反应的一般振型叠加公式

$$\{s(t)\} = \sum_{j=1}^n \{s(t)\}_j = \sum_{j=1}^n \{X\}_j \gamma_j \delta_j(t) \quad (5.6.36)$$

式中 n 为选定叠加振型数。

振型反应谱方法的着眼点在于上述振型反应的最大值，并采用反应谱来计算这个最大值。为此，设振型反应 $\{s(t)\}_j$ 的最大值为 $\{S\}_j$ ，即令

$$\{S\}_j = \|\{X\}_j \gamma_j \delta_j(t)\|_{\max} = \{X\}_j \gamma_j \|\delta_j(t)\|_{\max} \quad (5.6.37)$$

由于 $\delta_j(t)$ 满足单自由度体系在地震动 $\ddot{u}_g(t)$ 作用下的标准运动方程，因此 $\|\delta_j(t)\|_{\max}$ 即

等于相对位移反应谱 $S_d(\omega_j, \zeta_j)$ 。则振型反应最大值 $\{S\}_j$ 可以用反应谱表示为

$$\{S\}_j = \{X\}_j \gamma_j S_d(\omega_j, \zeta_j) \quad (5.6.38)$$

利用相对位移反应谱 $S_d(\omega_j, \zeta_j)$ 与绝对加速度反应谱 $S_a(\omega_j, \zeta_j)$ 之间的关系式,

$$S_d(\omega_j, \zeta_j) = \frac{1}{\omega_j^2} S_a(\omega_j, \zeta_j)$$

$\{S\}_j$ 也可以用绝对加速度反应谱表示

$$\{S\}_j = \{X\}_j \gamma_j S_a(\omega_j, \zeta_j) / \omega_j^2 \quad (5.6.39)$$

当地震动过程是平稳随机过程时, 随机振动理论指出, 结构动力反应最大值 $\{S\}$ 与各振型反应最大值 $\{S\}_j$ 的关系可用如下振型组合公式近似描述

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{0,ij} S_i S_j} \quad (5.6.40a)$$

式中, S 为 $\{S\}$ 的任一分量; S_i, S_j 分别为振型反应 $\{S\}_i, \{S\}_j$ 中相应于 S 的分量; $\rho_{0,ij}$ 为振型互相关函数, 可按下式近似解计算:

$$\rho_{0,ij} = \frac{8(\omega_i \zeta_i + \omega_j \zeta_j)(\omega_i \omega_j)^{3/2}(\zeta_i \zeta_j)^{1/2}}{2(\omega_i \zeta_i + \omega_j \zeta_j)^2(\omega_i^2 + \omega_j^2) + (\omega_i^2 - \omega_j^2)^2} \quad (5.6.41)$$

通常, 若体系自振频率满足下列关系式

$$\omega_i < \frac{0.2}{0.2 + \zeta_i + \zeta_j} \omega_j, i < j \quad (5.6.42)$$

则可认为体系自振频率相隔较远, 此时, 可取 $\rho_{0,ij} = 0 (i \neq j)$, 而振型自相关系数等于 1, 于是, 振型组合式 (5.6.40a) 变为

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^n S_j^2} \quad (5.6.40b)$$

式 (5.6.40b) 也称为平方和开平方公式。

式 (5.6.38) 与式 (5.6.40) 构成了按振型分解反应谱方法计算结构最大地震内力或位移的基本公式。其中式 (5.6.40a) 用于振型密集型结构, 如考虑平移、扭转耦联振动的线性结构系统。式 (5.6.40b) 用于主要振型的周期均不相近的场所, 如串联多自由度体系。

2. 地震作用

实际工程中, 习惯于用地震作用计算振型地震内力, 这样可以把地震作用作为一个荷载加于结构上, 然后像处理静力问题一样计算振型地震内力, 最后按式 (5.6.40) 加以组合, 给出结构总体的最大地震内力分布。与这一做法相对应, 工程实际中往往采用与平均反应谱相对应的地震影响系数 α 谱曲线作为计算地震作用的依据。地震影响系数 α 与地震动绝对加速度反应谱 S_a 之间关系为

$$\alpha(\omega, \zeta) = S_a(\omega, \zeta) / g \quad (5.6.43)$$

式中 g 为重力加速度。

所谓地震作用, 就是地震动在结构上引起的惯性力。根据动力学原理, 地震作用等于体系质量与绝对加速度的乘积的负值, 即

$$\{f(t)\} = -[M][\ddot{u}(t) + \{I\}\ddot{u}_g(t)] \quad (5.6.44)$$

将式 (5.6.35) 代入式 (5.6.44), 并利用关系式

$$\sum_{j=1}^N \gamma_j \{\Phi\}_j = \{I\}$$

可得

$$\{f(t)\} = - \sum_{j=1}^N [M] \{\Phi\}_j \gamma_j (\ddot{\delta}_j(t) + \ddot{u}_g(t)) \quad (5.6.45)$$

记 $\{f(t)\}_j$ 为相应于第 j 振型的地震作用, 则可将上式写为

$$\{f(t)\} = - \sum_{j=1}^N \{f(t)\}_j \quad (5.6.46)$$

而

$$\{f(t)\}_j = [M] \{\Phi\}_j \gamma_j (\ddot{\delta}_j(t) + \ddot{u}_g(t)) \quad (5.6.47)$$

取 $\{f(t)\}_j$ 的最大值为 $\{F\}_j$, 则

$$\{F\}_j = [M] \{\Phi\}_j \gamma_j |\ddot{\delta}_j(t) + \ddot{u}_g(t)|_{\max} \quad (5.6.48)$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

而 $|\ddot{\delta}_j(t) + \ddot{u}_g(t)|_{\max}$ 即等于地震动绝对加速度反应谱 $S_a(\omega_j, \zeta_j)$, 再利用地震影响系数 α 谱与 S_a 之间的关系式 (5.6.43), 最大振型地震作用为

$$\{F\}_j = [G] \{\Phi\}_j \gamma_j \alpha_j, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5.6.49)$$

式中

$$\alpha_j = \alpha(\omega_j, \zeta_j) \quad (5.6.50)$$

是当频率 ω 等于体系自振频率 ω_j 时, 地震影响系数的值; $[G]$ 为与质量矩阵相应的重量矩阵

$$[G] = [M]g \quad (5.6.51)$$

式 (5.6.49) 即为一般计算第 j 振型最大地震作用的公式。对于地震作用, 不存在类似于式 (5.6.40) 那样的振型组合式。这是因为对于一般情况, 总的地震作用最大值与各振型地震作用最大值之间不存在这种类似关系。因此, 应该特别强调, 振型反应谱法是针对结构体系的反应进行组合的, 而不应对地震作用进行组合。应用上述地震作用求地震内力时, 要先针对每一振型求地震作用 $\{F\}_j$, 再按静力法计算相应的地震反应 S_j (内力或位移), 最后按式 (5.6.40) 进行振型组合, 给出结构体系总体的最大反应。

3. 计算步骤

规范给出的反应谱是阻尼比确定的, 以周期 T 为自变量的地震影响系数 $\alpha(T)$ 。此时, 采用反应谱法计算多自由度体系地震反应时, 可按下列步骤进行:

(1) 首先进行模态分析, 求出结构的前 n 阶自振周期 T_j ($T_j = 2\pi/\omega_j$)、振型 $\{\Phi\}_j$ 和振型参与系数 γ_j ;

(2) 由地震影响系数 α 谱曲线确定与 T_j 相应的前 n 个 α_j ;

(3) 由 $\{F\}_j = [G] \{\Phi\}_j \gamma_j \alpha_j$ 求得相应的振型地震作用的标准值;

(4) 将 $\{F\}_j$ 施加在结构上, 用静力学方法求得各振型地震反应 $\{S\}_j$;

(5) 用式 (5.6.40) 完成振型组合获得结构总体地震反应的最大值。

以上是一般书籍所述步骤。对于自由度较多的结构体系, 如果机械地按上述步骤进行

计算,则实际工作量会增加很大,因为在第(4)步时需要求解 n 个形如

$$[K]\{S\}_j = \{F\}_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

的联立方程组,相当于求解 n 个与之等价的静力问题。实际计算过程中可以避免求解联立方程组,参照式(5.6.39)给出的公式,将第(3)、(4)步改为

(3)'由 $\{U\}_j = \gamma_j (\alpha_j / \omega_j^2) g \{\Phi\}_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$),求得相应于各振型位移反应最大值;

(4)'根据各振型位移求各振型内力及所有需要的振型地震反应 $\{S\}_j$ 。

采用后面的计算方法避免了求联立方程组,使计算量下降。

参 考 文 献

- 1 Clough, R.W. and Penzien, J. 著,王光远等译. 结构动力学. 北京: 科学出版社, 1985
- 2 Chopra, Anil K., Dynamics of Structures: Theory and applications to earthquake engineering, Prentice Hall, Inc., 1995
- 3 胡聿贤. 地震工程学. 北京: 地震出版社, 1988
- 4 李杰, 李国强. 地震工程学导论. 北京: 地震出版社, 1992
- 5 徐稼轩, 郑铁生. 结构动力分析的数值方法. 西安: 西安交通大学出版社, 1983
- 6 王松涛, 曹资. 现代抗震设计方法. 北京: 中国建筑工业出版社, 1987
- 7 李桂清. 抗震结构计算理论和方法. 北京: 地震出版社, 1985
- 8 王光远. 应用分析动力学. 北京: 人民教育出版社, 1981
- 9 户川隼人著, 殷荫龙等译. 振动分析的有限元法. 北京: 地震出版社, 1985
- 10 Newmark, N. M. A method of computation for structural dynamics, ASCE, Vol.85, EM.3, 1959
- 11 李德葆. 关于复模态理论的数学方法、物理概念及其与实模态的统一性. 清华大学学报, 1985 (3)
- 12 朱镜清. 论结构动力分析中的数值稳定性. 力学学报, 1983 (4)
- 13 金瑞椿, 徐植信. 加权全量法和一种新的逐步积分格式. 同济大学学报, 1982 (1)
- 14 孙焕纯. 关于非线性结构振动方程的求解—二级近似加速度逐步积分法. 大连工学院学报, 1980 (3)
- 15 刘季. 结构多维地震反应的组合问题. 哈尔滨建工学院学报, 1987 (2)
- 16 Mario Paz 著, 李裕澈等译. 结构动力学—理论与计算. 北京: 地震出版社, 1993

第 6 章 具有分布参数体系的线性分析

第 5 章介绍了具有离散坐标的多自由度体系结构动力反应分析的方法, 具有离散坐标的结构模型为动力荷载作用下结构分析提供了方便而实用的方法。然而, 由于采用有限数目的位移坐标来描述体系的运动, 得到的只能是近似解。虽然增加分析中考虑的自由度数, 可以使结果的精度达到要求的程度, 但是, 对于具有连续分布特性的真实结构, 原则上要取无限多个坐标才可以收敛于精确解。

研究具有连续分布参数结构动力反应的数学方法是用微分方程, 其中取位置坐标为独立变量。因为在动力问题中时间也是一个独立变量, 所以按此途径形成运动方程时将得到偏微分方程。连续体系可按描绘它们物理性质的分布所需的独立自变量数来分类。例如, 对于均匀剪切梁和弯曲梁, 其物理性质 (质量、刚度等) 可用单独一个尺度, 即沿梁轴线的位置来描述, 它们为一维结构; 地震学和地球物理学中的一般波动问题可以属于三维问题。

本章将运用偏微分运动方程, 研究具有连续分布参数体系的动力理论和特性。首先研究了最简单的具有连续分布参数的结构—剪切直梁, 以说明建立连续体偏微分运动方程的方法, 并研究了其动力性质; 然后讨论了弯曲梁问题; 最后简单介绍了三维波动方程, 地震波的类型及波的折射和反射等。由于偏微分方程的积分一般比离散动力系统的常微分方程的求解更复杂, 连续体系的动力分析在实际应用中受到限制。尽管如此, 连续体系的某些简单结构的分析并不需要做更多的工作, 但其结果在评估基于离散模型的近似方法时确是非常重要的。

6.1 具有均匀分布质量的剪切梁

具有均匀分布质量的剪切变形直梁模型示于图 6.1.1 (下称匀直剪切梁)。直梁的物理参数是剪切刚度 K (当梁的横截面上剪应力分布均匀时, K 等于剪切模量 G 与梁横截面积之积), 直梁单位长度的质量 m 。在梁上作用随空间位置和时间变化的横向荷载 $p(x, t)$ 。剪切变形直梁的横截面仅在与梁轴线垂直的方向上平移, 在平移过程中截面形状和大小保持不变 (图 6.1.1)。因此, 梁的运动状态完全由直梁轴线横向位移 u 描述

$$u = u(x, t) \quad (6.1.1)$$

式中, 空间坐标 x 固定在未变形状态的梁轴上, t 为时间坐标。剪切变形直梁的运动学参数可以由式 (6.1.1) 导出。例如, 剪应变 γ 由下式定义 (见图 6.1.1)

$$\gamma = \partial u(x, t) / \partial x \quad (6.1.2)$$

由于匀直剪切梁只有剪切变形, 它的受力状态可以用作用于横截面上的剪力 F 描述 (图 6.1.1), 它也是一维空间坐标 x 和时间 t 的函数

$$F = F(x, t) \quad (6.1.3)$$

对于弹性剪切变形梁, 本构方程可用剪力 F 和剪应变 γ 的对应关系表示

$$F = K\gamma \quad (6.1.4)$$

这是应力与应变成正比的线性本构关系，是虎克（Hooke）定律的一维表达式。

为建立匀直剪切梁的运动方程，考虑图 6.1.1 中梁的微单元隔离体，其长度为 dx ，边界平面与未变形状态的梁轴线垂直，作用于单元上的内力如图所示，它们是剪力 F 和 $F + (\partial F / \partial x) dx$ ；横向荷载 $p dx$ ；惯性力 $(m dx) \partial^2 u / \partial t^2$ 。

其中 $p = p(x, t)$ 为梁上单位长度的分布荷载。匀直剪切梁的运动方程可通过单元 dx (图 6.1.1) 上合力为零条件得到

$$\left(F + \frac{\partial F}{\partial x} dx - F \right) + p dx = m dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6.1.5)$$

将本构关系式 (6.1.4) 代入式 (6.1.5) 并利用式 (6.1.2) 得到匀直剪切梁的运动方程为

$$K \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + p(x, t) \quad (6.1.6)$$

令剪切梁上分布荷载 $p = 0$ ，式 (6.1.6) 可改写成如下形式

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (6.1.7)$$

其中

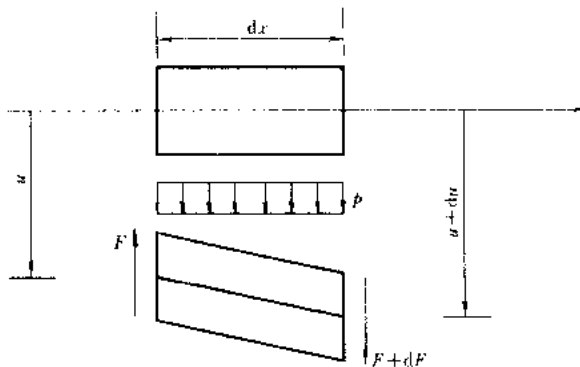
$$c = \sqrt{K/m} \quad (6.1.8)$$

方程 (6.1.7) 即为匀直剪切梁的自由振动微分方程；在弹性波动理论中为一维标准波动方程，而参数 c 被称为波速。

匀直剪切梁的运动方程 (6.1.6) 或一维标准波动方程 (6.1.7) 及其赖以建立的力学模型很简单，但却很有用。因为，在一定条件下，这个简单模型抓住了问题的关键。例如，研究在水平地震动作用下多层框架房屋的整体地震反应时可以采用这一力学模型。严格地说，水平地震动引起的框架房屋的变形很复杂：不仅有楼层间的错动，而且楼层的横梁和楼板要变形，立柱也会发生纵向变形。然而在许多情况下层间柱子的抗剪刚度远小于其纵向刚度，而楼板及横梁变形对结构整体变形的影响不大，因此，框架房屋的整体变形主要受层间错动控制。由于作用在房屋上的水平地震力主要取决于整体运动，因此，就估计作用在多层框架房屋上的水平地震力而言，剪切变形梁是一个合理的模型。对多层框架房屋自振周期的实测结果表明，实测整体自振频率非常接近于理论模型的推测值。因此，这个简单模型就估计房屋整体水平方向的运动而言具有相当高的精确性。

为研究匀直剪切梁的动力特性，需要分析梁的自由振动微分方程 (6.1.7)。其分析方法有两种：振动分析方法和波动分析方法。振动分析方法将给出剪切梁的固有自振频率和振型；而波动分析方法可给出梁对振动的传播性能，即波动特性。下面先用振动分析方法

图 6.1.1 匀直剪切梁的横向运动



研究剪切梁的自振特性。

6.1.1 均直剪切梁的自振特性

振动分析方法采用分离变量方法。与多自由度体系类似，为讨论体系的自振特性，设剪切梁的位移反应为如下形式

$$u(x, t) = U(x) \sin(\omega t + \theta) \quad (6.1.9)$$

式中， $U(x)$ ， ω 和 θ 分别为振型函数、自振频率和相角。

将式 (6.1.9) 代入式 (6.1.7) 可得

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} + \kappa^2 U(x) = 0 \quad (6.1.10)$$

式中

$$\kappa^2 = \frac{m}{K} \omega^2 = (\omega/c)^2 \quad (6.1.11)$$

而

$$\omega = \kappa \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (6.1.12)$$

式 (6.1.10) 为一常微分方程，其解为

$$U(x) = A \sin \kappa x + B \cos \kappa x \quad (6.1.13)$$

式中 A ， B 为两积分常数，由边界条件确定。

对于实际工程问题，剪切梁为有限长，利用梁端给出的两个边界条件，可建立关于常数 A ， B 和 κ (或 ω) 的两个方程。由此两方程可确定常数 A ， B 中的一个，或其比例关系，同时给出求解 κ 或频率 ω 的频率方程。由频率方程可解得在特定边界条件下剪切梁的自振频率；再将求得的自振频率和常数 A 与 B 的关系代入式 (6.1.13) 又可得到结构的振型函数 $U(x)$ 。下面以悬臂匀直剪切梁的自由振动说明确定体系自振特性的方法。而悬臂匀直剪切梁的研究也具有实际意义，许多建筑及构筑物的横向振动都可采用这种计算简图进行分析。

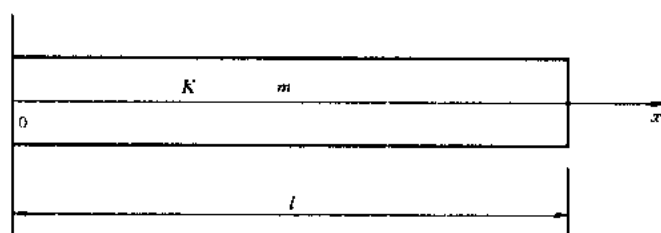


图 6.1.2 悬臂匀直剪切梁模型

悬臂匀直剪切梁模型和坐标示于图 6.1.2，梁长为 l ，梁两端的边界条件为一端固定、另一端自由：

$$\left. \begin{aligned} u(x, t) \Big|_{x=0} &= 0 \\ \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.1.14)$$

将式 (6.1.9) 代入式 (6.1.14)，得到用 $U(x)$ 表示的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} U(x)|_{x=0} &= 0 \\ \frac{dU(x)}{dx}|_{x=l} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.1.15)$$

式 (6.1.13) 代入边界条件式 (6.1.15) 可解得 $B=0$ 和

$$\cos \kappa l = 0 \quad (6.1.16)$$

因为 $A \neq 0$, 否则得到的是表示体系不振动的零解。式 (6.1.16) 即为频率方程, 其解为

$$\kappa_j l = \frac{(2j-1)\pi}{2}, j = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1.17a)$$

即

$$\kappa_j = \frac{(2j-1)\pi}{2l}, j = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1.17b)$$

再利用式 (6.1.12) 得悬臂剪切梁的自振频率为

$$\omega_j = \frac{(2j-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{K}{m}}, j = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1.18)$$

由此可知, 并不是对任意给定频率, 剪切梁都可以作稳态自由振动, 稳态自由振动仅出现在特定的频率 $\omega = \omega_j$, ω_j 称为 j 阶固有圆频率, $f_j = \omega_j/2\pi$ 和 $T_j = 1/f_j$ 分别称为 j 阶固有频率和固有周期。当 $j=1$ 时, T_1 和 f_1 分别称为基本周期和基本频率。就悬臂匀直剪切梁而言, $f_1:f_2:f_3:\dots = 1:3:5:\dots$ 。一些较为规则的多层框架房屋振动特性测量结果表明, 它们的自振频率几乎精确地符合这一比例关系, 因此, 简单的匀直剪切梁有时是分析建筑物整体地震反应的一个很好的力学模型。对于每一自振圆频率 ω_j , 梁的自由振动形式可以由 κ_j 代入式 (6.1.13) 得到

$$U_j(x) = A_j \sin \frac{(2j-1)\pi}{2l} x \quad (6.1.19a)$$

常量因子 A_j 可是任意数, 可以令 $A_j = (2/ml)^{1/2}$ 使振型函数归一化, 用 Φ_j 表示归一化振型函数, 则得第 j 阶归一化振型函数为

$$\Phi_j(x) = \left(\frac{2}{ml}\right)^{1/2} \sin \frac{(2j-1)\pi}{2l} x \quad (6.1.19b)$$

对于任何封闭的线弹性系统均可通过考察稳态自由振动用类似方法引入自振频率 ω_j 和振型函数 Φ_j 的概念。不过, 在一般情形下 $\Phi_j(x)$ 为位置矢量 x 的矢量函数。封闭线弹性系统的振型函数有两个基本性质: 正交性和完备性。

振型函数的正交性是指对于任意两个不同的振型函数 $\Phi_i(x)$ 和 $\Phi_j(x)$, 满足

$$\int_0^l m(x) \Phi_i(x) \Phi_j(x) dx = 0, i \neq j \quad (6.1.20)$$

上式可以直接应用 Betti 定理得到。在一般情形下, 式 (6.1.20) 中 $m(x)$ 表示介质的质量密度, 可以是空间位置的函数, 式中的积分则表示沿整个封闭系统求积, 而乘积 $\Phi_i(x) \Phi_j(x)$ 应理解为点积。此式的物理含意是封闭的线弹性系统按任一振型振动时的惯性力在另一振型位移上作的功为零, 因此, 任意两个不同振型的固有振动之间没有能量交换。利用式 (6.1.20) 也可以容易地证明振型关于刚度 $K(x)$ 的正交性, $K(x)$ 表示刚度可以随空间位置变化。

振型函数的完备性可表示为

$$u(x, t) = \sum_j \Phi_j(x) q_j(t) \quad (6.1.21)$$

其含意是任何满足边界条件和运动学状态限制的位移场 $u(x, t)$ 都可以表示成振型的线性组合, 即任意位移场 $u(x, t)$ 可以理解为以振型函数 $\Phi_j(x)$ 为坐标基矢量的多维或无穷维线性空间中的一点, 此点的位置由广义坐标 $q_j(t)$, $j=1, 2, \dots$ 确定。

对于这里讨论的匀直剪切梁, 振型函数的上述性质可以直接验证。例如, 为了看出正交性, 将式 (6.1.19b) 代入式 (6.1.20) 得到

$$\int_0^l m \Phi_i(x) \Phi_j(x) dx = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (6.1.22)$$

就式 (6.1.19) 给出的振型函数而言, 利用傅氏变换容易证明其完备性, 即任何满足运动状态约束条件的直梁位移皆可以用式 (6.1.19) 给出的坐标基矢量表示为线性空间中的一点。至于一般封闭线弹性体系情形。对这两个性质可作如下理解: 如果体系是有限自由度系统, 在一般振动教科书内均可找到上述性质的证明; 如果体系是连续的, 它可以看作离散的有限自由度弹性系统的极限情形, 因此, 振型函数的上述性质也存在。正交性和完备性是封闭弹性系统的两个极其重要的普遍性质。根据完备性, 我们可以用振型函数作为坐标基, 并用相应的广义坐标表示体系运动学状态, 根据正交性, 系统的动力反应分析可以简化为单自由度振子的动力反应的计算和叠加。振型函数的正交性和完备性是地震工程中广泛运用的反应谱方法的理论基础。

利用振型函数的正交性, 可以采用第 5 章中处理多自由度体系的振型叠加法同样的原理, 根据式 (6.1.21), 用振型函数对梁的剪切位移 $u(x, t)$ 展开。将式 (6.1.21) 代入剪切梁的运动方程 (6.1.6), 利用振型函数之间的正交性式 (6.1.22), 可以得到一系列独立的关于广义坐标 $q_j(t)$ 的二阶常微分方程。这些二阶常微分方程类似于第 5 章介绍的单自由度体系的运动方程, 因此可以采用逐步积分法或 Duhamel 积分求得广义坐标反应 $q_j(t)$ 。将 $q_j(t)$ 代入式 (6.1.21) 则得到在任意横向荷载 $p(x, t)$ 作用下的解。实际计算时可取有限个振型函数。这样, 就把偏微分方程问题化为常微分方程求解。

通过以上分析, 可以得到一般匀直剪切直梁自振特性, 总结如下:

1. 均质剪切梁具有无限多个离散的自振频率及相应的振型函数。对于封闭的线弹性系统, 其振型函数具有正交性和完备性。

2. 悬臂匀直剪切梁的自振频率为:

$$\omega_j = \frac{(2j-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{K}{m}}, j=1, 2, 3, \dots$$

对于其他边界条件, 一般可表示为:

$$\omega_j = \kappa_j \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{\alpha_j}{l} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

式中 κ_j 为频率方程的根, 而 $\alpha_j = l\kappa_j$ (l 为梁长), α_j 只与边界条件有关。

3. 剪切梁沿截面不同方向的自振频率是相同的, 例如对矩形截面而言, 沿长轴和短轴向的自振频率相同。这是因为梁的剪切刚度 K 仅与剪切模量 G 与梁横截面积有关, 而与截面方向无关。

第3条结论有时很重要。在工程实践中，常将这一结论作为判断结构的变形究竟是属于弯曲变形，还是剪切变形的一个主要准则。弯曲自由振动的频率与抗弯刚度 EI 有关（在6.3节将看到）。因此，只要沿截面二个主轴方向的 EI 不同，则沿此二方向的弯曲自由振动频率也就不同。如果在结构动力特性现场测量中发现，结构沿不同两个方向上的抗弯刚度不同，但自振频率却是相同或极为接近，则一般可以断定这种结构的变形，从整体上说，不是以弯曲变形为主，而是以剪切变形为主。

6.1.2 均直剪切梁的波动性质

在波动分析方法中，方程（6.1.7）的一般解可以用初等方法求出。作如下变量代换

$$\begin{cases} \xi = x - ct \\ \eta = x + ct \end{cases} \quad (6.1.23)$$

用链式微分法则容易证明

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right) \end{cases} \quad (6.1.24)$$

将式（6.1.24）代入式（6.1.7）得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \quad (6.1.25)$$

上式的积分为

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (6.1.26)$$

一般解（6.1.26）中 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 是两个任意函数。文献中称式（6.1.26）为达朗贝尔（D'Alembert）解。函数 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 的具体形式需要由边界条件和初始条件确定。函数 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 的自变量是空间坐标 x 和时间坐标 t 的特殊组合， $x - ct$ 和 $x + ct$ 称为波动自变量或波的行进特征，它是任何波动现象的本质表征，透彻地理解波动自变量的运动学含义极其重要。下面将利用波动自变量分析标准波动方程一般解的含意。首先考虑式（6.1.26）中的第一项，设 $u(x, t) = f(x - ct)$ 。在 $t = 0$ 时刻，位移形状，也称波型为 $u(x, 0) = f(x)$ ；在任意时刻 t 的波型即为 $u(x, t) = f(x - ct)$ 。如果建立一个动坐标系 X ，设动坐标系 X 与固定坐标系 x 的关系为 $x = X + ct$ ，由数学知识可知，这是一个坐标平移变换，相当于动坐标系沿 x 轴的正向平移了一段距离 ct 。在 $t = 0$ 时，两个坐标系重合，在任意时间 t ， X 坐标系沿 x 的移动距离是 ct ，说明 X 坐标系是以速度 c 沿 x 轴的正向移动。下面我们在动坐标系 X 中观察波形的变化，在 $t = 0$ 时刻，两坐标系重合，在 X 坐标系中观察到的波形为 $u(X, 0) = f(X)$ ，在任意时刻 t ，将坐标平移变换关系式 $x = X + ct$ 代入 $u(x, t) = f(x - ct)$ ，得到波形为 $u(X, t) = f(X)$ ，这说明在 X 坐标系中于不同时刻看到的波形是不变的。换言之，固定的波形 $f(X)$ 随着坐标系 X 以相同速度 c 沿着 x 轴正方向移动。用类似方法可以看出， $g(x + ct)$ 表示沿着负 x 轴方向以速度 c 传播的波动。由此可见，波动方程（6.1.7）中的常数 c 表示波形传播速度。

波动也可以理解为振动的传播。考虑在固定点 $x = x_1$ 上质点的运动

$$u(x_1, t) = f(x_1 - ct) \quad (6.1.27)$$

在另一固定点 $x = x_2$ ($x_2 > x_1$) 上质点的运动可以写成

$$u(x_2, t) = f(x_2 - ct) = f\left[x_1 - c\left(t - \frac{x_2 - x_1}{c}\right)\right] \quad (6.1.28)$$

比较式 (6.1.28) 和式 (6.1.27) 可得质点 x_2 和质点 x_1 运动的关系

$$u(x_2, t) = u\left[x_1, t - (x_2 - x_1)/c\right] \quad (6.1.29)$$

上式表示在点 x_2 和点 x_1 处 u 随时间的变化规律完全相同, 仅在时间上滞后 $(x_2 - x_1)/c$, 即波穿过点 x_1 和 x_2 这段距离需用的时间。因此, 波速 c 亦表示质点振动的传播速度。任何一点的振动要传到另一点需要一定时间, 这是波动现象所具有的本质特征。这一特征就是用波动自变量来反映的。只要一个物理量可以表示成波动自变量的函数, 那么, 该量的振动和波形就以波速 c 传播。由于 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 为任意函数, 波动自变量方程的一般解式 (6.1.26) 也可以写成其他形式, 例如

$$u(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (6.1.30)$$

除匀直剪切梁外, 在其它连续介质模型中也存在不同类型的波动传播, 表 6.1.1 给出了若干常见的一维波动模型, 包括固体介质中的波动, 空气中的声波和电磁波等各种物理性质极为不同的波动, 它们的运动微分方程均与匀直剪切梁的自由振动微分方程 (6.1.7) 相同。

常见的一维波动模型^[1]

表 6.1.1

波动模型	u 的物理意义	波速 c	波动模型	u 的物理意义	波速 c
均匀剪切梁横向运动	横向位移	$\sqrt{K/m}$, K —剪切刚度, m —单位长质量	均匀弹性介质平面剪切波	横向位移	$\sqrt{\mu/\rho}$, μ —剪切模量, ρ —质量密度
均匀弦线横向运动	横向位移	$\sqrt{T/m}$, T —弦内张力, m —单位长质量	均匀弹性介质平面压缩波	纵向位移	$\sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, λ , μ —拉梅常数, ρ —质量密度
均匀直杆纵向运动	纵向位移	$\sqrt{E/\rho}$, E —杨氏模量, ρ —质量密度	平面电磁波	电场强度或磁场强度	光速 ($\approx 3 \times 10^8$ m/s) (真空)
均匀直杆扭转运动	扭转角	$\sqrt{K_T/J}$, K —扭转刚度, J —截面转动惯量	平面声波	压力	声速 (≈ 332 m/s) (标准状态下的空气)

6.2 具有非均匀分布质量的剪切梁

这里所说的非均匀分布质量是指沿梁轴上剪切梁单位长度的质量 m 不再是常数, 而是位置的函数 $m = m(x)$, 通常这是由于剪切梁的横截面积非均匀引起的, 下面也称为变截面剪切梁。由于梁的截面发生变化, 因此, 剪切刚度 K 也成为空间位置的函数 $K = K(x)$ 。采用与 6.1 节相同的方法, 并注意到剪切刚度 K 不再是常数, 可以得到非均匀剪切梁的运动方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right] = m(x) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - p(x) \quad (6.2.1)$$

对于变截面剪切梁, 设梁的横截面积为 $A(x)$, 可随空间位置变化; G 和 ρ 分别为介质的剪切模量和密度, 为常数。则剪切梁单位长度的质量 m 和剪切刚度 K 为

$$\begin{cases} m(x) = \rho A(x) \\ K(x) = GA(x) \end{cases} \quad (6.2.2)$$

在本节将主要讨论非均匀剪切梁的振动特性。为此可令 $p(x) = 0$ ，并利用式 (6.2.2) 得到变截面剪切梁自由振动方程

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad (6.2.3)$$

设剪切梁的简谐振动为

$$u(x,t) = \Phi(x) \sin(\omega t + \theta) \quad (6.2.4)$$

将式 (6.2.4) 代入式 (6.2.3) 可得变截面剪切梁的振型函数 $\Phi(x)$ 的微分方程为

$$\frac{d^2 \Phi(x)}{dx^2} + \frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} \frac{d\Phi(x)}{dx} + \frac{\rho \omega^2}{G} \Phi(x) = 0 \quad (6.2.5)$$

对比式 (6.2.5) 和 (6.1.10) 可见，由于梁的横截面不再是常数，使得梁的振型函数的微分方程—特征方程变得复杂，无法得到梁的横截面积 $A(x)$ 为任意函数的统一解式，而只能对具体的、 $A(x)$ 按简单函数式变化时的解。下面给出横截面积 $A(x)$ 按两种函数—幂函数和指数规律变化时的解。这两种函数式虽然简单，但对于工程中的高耸、高层及桁架等结构，可以通过适当选择函数中的系数较好地描述实际问题。

6.2.1 截面积 $A(x)$ 按幂函数规律变化

设 $A(x)$ 按如下幂函数规律变化

$$A(x) = A_0(1 + bx)^n \quad (6.2.6)$$

式中 A_0 为 $x=0$ 时梁的横截面积； n 为任意正整数； b 为常数，可调整用于模拟不同截面的变化规律。

做变量代换

$$y = 1 + bx \quad (6.2.7)$$

式 (6.2.6) 代入式 (6.2.5) 并利用式 (6.2.7) 可得

$$\frac{d^2 \Phi}{dy^2} + \frac{n}{y} \frac{d\Phi}{dy} + \lambda^2 \Phi = 0 \quad (6.2.8)$$

式中

$$\lambda^2 = \frac{\rho}{Gb^2} \omega^2 \quad (6.2.9)$$

如果令

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= (\lambda y)^\nu Z \\ \nu &= \frac{1-n}{2} \end{aligned} \right\} \quad (6.2.10)$$

则特征方程式 (6.2.8) 可化为

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{dZ}{dy} + \left(\lambda^2 - \frac{\nu^2}{y^2} \right) Z = 0 \quad (6.2.11)$$

式 (6.2.11) 为 ν 阶贝塞尔 (Bessel) 方程，其通解为

$$Z = C_1 J_\nu(\lambda y) + C_2 J_{-\nu}(\lambda y) \quad (6.2.12)$$

式中 $J_\nu(\cdot)$ 为第一类 ν 阶贝塞尔函数； C_1 和 C_2 为两待定常数，将由剪切梁的边界条件确定。

下面分别就不同的 n 值，即就梁的不同的截面积变化规律求频率方程及振型函数。

1. n 为偶数 (即 ν 不为整数及零)

振型函数的通解为

$$\Phi(x) = (1+bx)^{\nu} \{ C_1 J_{\nu}[\lambda(1+bx)] + C_2 J_{-\nu}[\lambda(1+bx)] \} \quad (6.2.13)$$

悬臂剪切梁的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x) \Big|_{x=0} &= 0 \\ \frac{d\Phi(x)}{dx} \Big|_{x=l} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.2.14)$$

由以上边界条件, 并利用贝塞尔函数之间的如下关系式

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{\nu}(x)}{dx} &= -J_{\nu+1}(x) + \frac{\nu J_{\nu}(x)}{x} \\ \frac{dJ_{-\nu}(x)}{dx} &= J_{\nu-1}(x) - \frac{\nu J_{-\nu}(x)}{x} \end{aligned}$$

可得

$$\left. \begin{aligned} C_1 J_{\nu}(\lambda) + C_2 J_{-\nu}(\lambda) &= 0 \\ C_1 J_{\nu+1}[\lambda(1+bl)] - C_2 J_{1-\nu}[\lambda(1+bl)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.2.15)$$

由方程有非零解的条件要求式 (6.2.15) 的系数行列式为零, 则

$$J_{\nu}(\lambda) J_{1-\nu}[\lambda(1+bl)] + J_{-\nu}(\lambda) J_{\nu+1}[\lambda(1+bl)] = 0 \quad (6.2.16)$$

式 (6.2.16) 即为频率方程。

由式 (6.2.16) 可解得一系列 λ_j ($j=1, 2, \dots$), 代入式 (6.2.9) 可得到变截面悬臂剪切梁的自振频率

$$\omega_j = b\lambda_j \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (6.2.17)$$

而振型函数为

$$\Phi_j(x) = (1+bx)^{\nu} \left\{ J_{\nu}[\lambda_j(1+bx)] - \frac{J_{\nu}(\lambda_j)}{J_{-\nu}(\lambda_j)} J_{-\nu}[\lambda_j(1+bx)] \right\} \quad (6.2.18)$$

2. n 为奇数 (即 ν 为整数)

采用同样分析方法可得, 悬臂剪切梁的频率方程为

$$J_{\nu}(\lambda) Y_{\nu}[\lambda(1+bl)] - Y_{\nu}(\lambda) J_{\nu}[\lambda(1+bl)] = 0 \quad (6.2.19)$$

振型函数为

$$\Phi_j(x) = (1+bx)^{\nu} \left\{ J_{\nu}[\lambda_j(1+bx)] - \frac{J_{\nu}(\lambda_j)}{Y_{\nu}(\lambda_j)} Y_{\nu}[\lambda_j(1+bx)] \right\} \quad (6.2.20)$$

式中 $Y_{\nu}(\cdot)$ 为第二类 ν 阶贝塞尔函数。

3. $n=2$ (即 $\nu=-1/2$)

当 $n=2$ 时, 剪切梁的横截面积按圆面积变化, 可用于具有圆形截面的剪切型结构, 例如烟囱等结构的动力特性分析。下面我们直接从式 (6.2.18) 出发进行推导。令式 (6.2.18) 中的 $n=2$, 且设 $Z=y\Phi$, 则该式转为常系数微分方程:

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} + \lambda^2 Z = 0 \quad (6.2.21)$$

从而得到振型函数的通解为：

$$\Phi(x) = \frac{1}{1+bx} \{ C_1 \sin \lambda(1+bx) + C_2 \cos \lambda(1+bx) \} \quad (6.2.22)$$

式 (6.2.22) 也可以直接在式 (6.2.13) 中令 $\nu = -1/2$ ，并利用贝塞尔函数的性质

$$J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$$

$$J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$$

直接得到。

悬臂剪切梁的频率方程由边界条件式 (6.2.14) 求得为

$$\operatorname{tg} \lambda b l = \lambda(1+bl) \quad (6.2.23)$$

式 (6.2.23) 是一超越方程，用数值方法可以求解其根 λ_j ($j=1, 2, \dots$)。

振型函数为

$$\Phi_j(x) = \frac{1}{1+bx} \sin \lambda_j b x \quad (6.2.24)$$

将 λ_j 代入式 (6.2.17) 即得到剪切梁的自振频率 ω_j ($j=1, 2, \dots$)。

如果令 $b = -1/l$ ，得到圆锥形悬臂剪切梁的情形 (图 6.2.1)

此时可直接将 $b = -1/l$ 代入式 (6.2.23) 得到圆锥形悬臂剪切梁的频率方程为

$$\sin(-\lambda) = 0 \quad (6.2.25)$$

由式 (6.2.25) 可解得

$$\lambda_j = -j\pi, j = 1, 2, \dots \quad (6.2.26)$$

式 (6.2.26) 分别代入式 (6.2.17) 和式 (6.2.24)，得到圆锥形悬臂剪切梁的自振频率和振型函数为

$$\omega_j = \frac{j\pi}{l} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (6.2.27)$$

$$\Phi_j(x) = \frac{l}{l-x} \sin \frac{j\pi x}{l} \quad (6.2.28)$$

6.2.2 截面积 $A(x)$ 按指数规律变化

设 $A(x)$ 按如下指数规律变化

$$A(x) = A_0 \exp\left(-b \frac{x}{l}\right) \quad (6.2.29)$$

式中 A_0 为 $x=0$ 时梁的横截面积； b 为可调常数。

将式 (6.2.29) 代入式 (6.2.5)，得一个常微分方程为

$$\frac{d^2 \Phi(x)}{dx^2} - \frac{b}{l} \frac{d\Phi(x)}{dx} + \lambda^2 \Phi(x) = 0 \quad (6.2.30)$$

式中

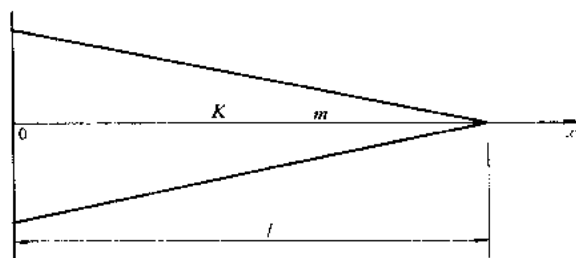


图 6.2.1 圆锥形悬臂剪切梁模型

$$\lambda^2 = \frac{E}{G} \omega^2 \quad (6.2.31)$$

当 $4\lambda^2 - b^2/l^2 \leq 0$ 时, 不难由边界条件证明式 (6.2.30) 的解只是一个零解 ($\Phi = 0$); 当 $4\lambda^2 - b^2/l^2 > 0$ 时, 式 (6.2.30) 的解为

$$\Phi(x) = \exp\left(\frac{bx}{2l}\right) \left(C_1 \cos \frac{\eta x}{l} + C_2 \sin \frac{\eta x}{l} \right) \quad (6.2.32)$$

式中

$$\eta = \frac{l}{2} \sqrt{4\lambda^2 - \frac{b^2}{l^2}} \quad (6.2.33)$$

悬臂剪切梁的频率方程可将式 (6.2.32) 代入边界条件式 (6.2.14) 得到

$$\operatorname{tg} \eta = -\frac{2}{b} \eta \quad (6.2.34)$$

此频率方程可用数值方法求根。在求得 η_j ($j=1, 2, \dots$) 后, 将 η_j 代入式 (6.2.33) 和式 (6.2.32) 可得到悬臂剪切梁的自振频率和振型函数为

$$\omega_j = \frac{1}{l} \sqrt{\eta_j^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (6.2.35)$$

$$\Phi_j(x) = \exp\left(\frac{bx}{2l}\right) \sin \frac{\eta_j x}{l} \quad (6.2.36)$$

6.3 具有分布质量的弯曲梁

本节介绍的梁的弯曲计算基于通常工程中使用的简单弯曲理论。该分析方法基于著名的伯努利—欧拉 (Bernoulli—Euler) 的力学模型。这一模型对大多数梁的横向运动是一个很好的近似。按照这一模型, 弯曲梁的受力状态可用在横截面上的弯矩 M 和剪力 V 的作用描述; 运动状态则用梁中心线的横向位移 $u(x, t)$ 描述, 假定 $u(x, t)$ 为小量, 且横截面在运动过程中保持平面且形状和大小不变, 同时, 只考虑横截面的转动变形。依据对受力状态和运动状态的以上限制, 利用线弹性本构关系可得出受力状态与运动状态之间的如下关系:

$$M = -EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (6.3.1)$$

式中 E 为杨氏弹性模量; I 是横截面积相对于过形心中心轴的惯性矩。 EI 也称为弯曲刚度。

考虑图 6.3.1 中梁的微单元隔离体图, 微元长为 dx , 边界平面与梁轴线垂直, 作用于该单元的内力和弯矩如图所示, 它们是剪力 V 和 $V + (\partial V / \partial x) dx$; 弯矩 M 和 $M + (\partial M / \partial x) dx$; 横向荷载 $p dx$; 惯性力 $(m dx) \partial^2 u / \partial t^2$ 。其中 m 为单位长度的质量, $p = p(x, t)$ 为单位长度的荷载。如果梁的挠度很小, 梁段在无荷载位置的倾斜也很小。在这些条件下, 垂直于变形梁 x 轴方向的运动方程可通过隔离体 (图 6.3.1) 对垂直于梁轴线的合力为零求得, 即

$$\frac{\partial V}{\partial x} = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p(x, t) \quad (6.3.2)$$

应用对微单元隔离体中心合力矩为零条件, 并略去高阶小量, 可得

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (6.3.3)$$

对均匀梁, 合并式 (6.3.1)、(6.3.2) 和 (6.3.3) 得

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (6.3.4)$$

$$V = EI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \quad (6.3.5)$$

式 (6.3.4) 是四阶偏微分方程, 它是一个近似的方程, 仅考虑剪力引起的横向弯曲变形, 而由横截面转动 (转动惯性) 导致的惯性力和剪力引起的变形被忽略了。运动方程中包含剪切变形和转动惯性将大大增加问题的复杂性。考虑剪切变形和转动惯性的方程就是著名的铁木辛柯 (Timoshenko) 方程。微分方程 (6.3.4) 也不包含作用于梁上的轴力产生的弯曲效应。

6.3.1 自由振动的一般解

式 (6.3.4) 中 $p(x, t) = 0$ 得到弯曲梁的自由振动微分方程

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (6.3.6)$$

自由振动的解仍设为如下简谐振动的形式

$$u(x, t) = \Phi(x) \sin(\omega t + \theta)$$

把上式代入式 (6.3.6) 得

$$\frac{d^4 \Phi(x)}{dx^4} + a^4 \Phi(x) = 0 \quad (6.3.7)$$

其中

$$a^4 = \frac{m\omega^2}{EI} \quad (6.3.8)$$

式 (6.3.7) 可以通过令

$$\Phi(x) = C \exp(sx) \quad (6.3.9)$$

求解。把式 (6.3.9) 代入式 (6.3.7) 得

$$(s^4 - a^4) C \exp(sx) = 0 \quad (6.3.10)$$

因此, 对非零解, 需要有

$$(s^4 - a^4) = 0 \quad (6.3.11)$$

式 (6.3.11) 的根为

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= a \\ s_2 &= ai \\ s_3 &= -a \\ s_4 &= -ai \end{aligned} \right\} \quad (6.3.12)$$

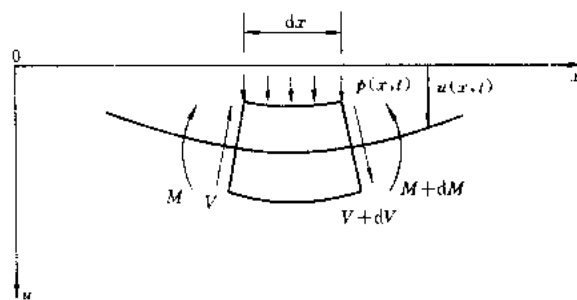


图 6.3.1 弯曲梁微单元隔离体图

其中 $i = \sqrt{-1}$ 。把这些根代入式 (6.3.9) 得式 (6.3.7) 的解, 通解则由这四个可能解的叠加给出, 即

$$\Phi(x) = C_1 \exp(ax) + C_2 \exp(-ax) + C_3 \exp(iax) + C_4 \exp(-iax) \quad (6.3.13)$$

式中 C_1, C_2, C_3 和 C_4 是积分常数。式 (6.3.13) 中的指数函数可以通过关系式

$$\begin{aligned} \exp(\pm ax) &= \cosh ax \pm \sinh ax \\ \exp(\pm iax) &= \cos ax \pm i \sin ax \end{aligned}$$

用三角函数和双曲函数来表示。把这些关系式代入式 (6.3.13) 得到

$$\Phi(x) = A \sin(ax) + B \cos(ax) + C \sinh(ax) + D \cosh(ax) \quad (6.3.14)$$

其中, A, B, C 和 D 是新的积分常数。这四个积分常数确定了梁的振型, 这些常数通过梁端边界条件来确定。下面通过具体的边界条件讨论梁的振型和自振频率。

6.3.2 弯曲悬臂梁的振型和自振频率

在悬臂梁的固定端 ($x=0$), 位移和转角为零; 在悬臂梁的自由端 ($x=l$), 弯矩和剪力为零。因此悬臂梁的边界条件为

在 $x=0$ 处

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x) \Big|_{x=0} &= 0 \\ \frac{d\Phi(x)}{dx} \Big|_{x=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.3.15)$$

在 $x=l$ 处

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\Phi(x)}{dx^2} \Big|_{x=l} &= 0 \\ \frac{d^3\Phi(x)}{dx^3} \Big|_{x=l} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.3.16)$$

把式 (6.3.14) 代入这些边界条件得

$$\Phi(x) \Big|_{x=0} = B + D = 0 \quad (6.3.17a)$$

$$\frac{d\Phi(x)}{dx} \Big|_{x=0} = a(A + C) = 0 \quad (6.3.17b)$$

$$\frac{d^2\Phi(x)}{dx^2} \Big|_{x=l} = a^2[-A \sin(al) - B \cos(-al) + C \sinh(al) + D \cosh(al)] = 0 \quad (6.3.17c)$$

$$\frac{d^3\Phi(x)}{dx^3} \Big|_{x=l} = a^3[-A \cos(al) + B \sin(-al) + C \cosh(al) + D \sinh(al)] = 0 \quad (6.3.17d)$$

由式 (6.3.17) 的系数行列式为零, 得到悬臂梁的频率方程

$$\cos(al) \cosh(al) + 1 = 0 \quad (6.3.18)$$

由式 (6.3.18) 可求得一系列根 a_j ($j=1, 2, \dots$), 再由式 (6.3.8) 得到每一个根对应的自振频率

$$\omega_j = a_j^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (6.3.19)$$

悬臂梁的标准振型为

$$\Phi_j(x) = [\cosh(a_j x) - \cos(a_j x)] - \frac{\cos(a_j l) + \cosh(a_j l)}{\sin(a_j l) + \sinh(a_j l)} [\sinh(a_j x) - \sin(a_j x)] \quad (6.3.20)$$

以上给出了弯曲悬臂梁的自振频率和振型，对于其它边界条件，例如简支边界、固定边界，自由边界，以及组合边界条件可以采用相同的方法求解梁的动力特性。

对于弯曲梁可以证明振型的正交性，对于任意荷载 $p(x, t)$ 作用下的动力反应问题，同样可以采用振型叠加法求解。

6.4 三维波动方程

以上各节讨论了一维连续介质中的振动，并用简单的匀直剪切梁模型介绍了波动的概念、以及波动与振动的关系。这对建立波动问题的基本概念是有用的。对于连续地球介质的动力问题一般采用波动分析方法研究。在地球介质中波动问题变得更复杂，下面主要讨论相对简单的均匀连续介质中波动的一些基本问题。

考虑一个质量密度为 ρ 的线性弹性、均匀、各向同性体。采用直角坐标系 x, y, z ，相应的位移为 u, v, w ；单位体积力为 p_x, p_y, p_z 。则弹性体的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho \left(p_x - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho \left(p_y - \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho \left(p_z - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.4.1)$$

式中 σ 代表正应力，而 τ 代表剪应力，这个方程可以直接从达朗贝尔 (D'Alembert) 原理导得。

弹性介质的应力—应变关系为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \lambda \Theta + 2\mu \epsilon_x \\ \sigma_y &= \lambda \Theta + 2\mu \epsilon_y \\ \sigma_z &= \lambda \Theta + 2\mu \epsilon_z \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = 2\mu \gamma_{yz} \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} = 2\mu \gamma_{zx} \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = 2\mu \gamma_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (6.4.2)$$

式中 ϵ 为正应变； γ 为剪应变；而

$$\Theta = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad (6.4.3)$$

为体积应变，是材料单位体积的变化，它与坐标系选择无关。式中 λ 和 μ 称为拉梅 (Lame) 常数，为介质的弹性常数。

连续介质小变形的几何关系为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6.4.4)$$

将式 (6.4.2)、(6.4.3) 和 (6.4.4) 代入式 (6.4.1), 并令体积力等于零, 即得到一般三维波动方程如下

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (6.4.5)$$

式中 ∇^2 是拉普拉斯微分算子

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (6.4.6)$$

方程 (6.4.5) 是线弹性介质中的一般三维波动方程, 由方程 (6.4.5) 可以解出地震学中各种典型的波, 其中一些将在下面讨论。

赋予 Lamé 常数以特殊值, 可以得到特殊的理想介质。例如, $\mu = \infty$ 表示物体是刚体; 如果 $0 < \mu < \infty$, 物体是弹性固体; 如果 $\mu = 0$, 则为理想流体。Lamé 常数也常用其它力学参数来代替, 其关系如下

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} & \mu &= \frac{E}{2(1 + \nu)} \\ E &= \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} & \nu &= \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \end{aligned} \right\} \quad (6.4.7)$$

这里, E 是杨氏弹性模量, ν 是泊松比, 而 $\mu = G$ 也称为剪切模量。

6.5 体波

地震波的种类很多, 最基本的波包括体波和面波, 体波可以在无限介质体内传播, 而面波只沿连续介质的界面传播。最基本的体波包括两类: P 波和 S 波, 而 S 波又分为 SV 波和 SH 波。首先介绍 P 波。

6.5.1 P 波

P 波又称为纵波、压缩波或无旋波等。P 波的特点是介质的振动方向与波的传播方向平行，P 波只产生拉伸和压缩，而不产生旋转。根据 P 波的特点，介质的位移场应满足以下关系

$$\left. \begin{aligned} \Omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0 \\ \Omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \\ \Omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.5.1)$$

式中 Ω_x , Ω_y , Ω_z 分别为介质微元体绕 x , y , z 轴的旋转分量。根据这一条件，介质的位移应取为

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (6.5.2)$$

式中 $\phi = \phi(x, y, z, t)$ 是位移势函数。将式 (6.5.2) 代入式 (6.5.1) 可以证明由此确定的位移场 u , v , w 满足无旋条件。

由式 (6.4.3)、(6.4.4) 和 (6.5.2) 可得到体积应变 Θ 与位移势函数 ϕ 的关系

$$\Theta = \nabla^2 \phi \quad (6.5.3)$$

将式 (6.5.2) 和式 (6.5.3) 代入波动方程 (6.4.5)，可以证明，如果位移势函数 ϕ 满足方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c_p^2 \nabla^2 \phi \quad (6.5.4)$$

则由位移势函数 ϕ 确定的位移场 u , v , w 满足波动方程。式 (6.5.4) 中

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (6.5.5)$$

对式 (6.5.4) 的两边分别对坐标 x , y , z 求偏导，并考虑式 (6.5.2) 也可以得到 P 波的位移分量所满足的波动方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c_p^2 \nabla^2 u \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= c_p^2 \nabla^2 v \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= c_p^2 \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (6.5.6)$$

以上分析表明，P 波的三维波动方程仅由一个参数 c_p 控制， c_p 即是 P 波的传播速度。

下面给出简要的证明。假设波动是一维的，传播方向平行于 x 轴，由于质点的振动方向与 P 波的传播方向平行，因此，位移分量为

$$\left. \begin{aligned} u &= u(x, t) \\ v &= 0 \\ w &= 0 \end{aligned} \right\}$$

上式代入式 (6.5.6)，得到一维 P 波的波动方程为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (6.5.7)$$

这是一维标准波动方程。根据本章 6.1 节可知， c_p 即为 P 波传播的波速，它与 Lamé 常数和介质密度有关。

6.5.2 S 波

S 波又称为剪切波、横波或等容波等。S 波的特点是介质的振动方向与波的传播方向垂直，S 波只产生剪切变形，而不产生体积应变，即体积应变 $\Theta = 0$ 。对于 S 波也可以用位移势函数 ϕ 表示， ϕ 是矢量势， $\phi = [\phi_x(x, y, z, t), \phi_y(x, y, z, t), \phi_z(x, y, z, t)]$ 。S 波的位移分量 u, v, w 与位移势函数 ϕ 之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi_z}{\partial y} - \frac{\partial \phi_y}{\partial z} \\ v &= \frac{\partial \phi_x}{\partial z} - \frac{\partial \phi_z}{\partial x} \\ w &= \frac{\partial \phi_y}{\partial x} - \frac{\partial \phi_x}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (6.5.8)$$

由式 (6.5.8) 确定的位移场满足等容条件 $\Theta = 0$ 。

与 P 波的推导过程类似，S 波的波动方程可用下式代替

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} &= c_s^2 \nabla^2 \phi_x \\ \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} &= c_s^2 \nabla^2 \phi_y \\ \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial t^2} &= c_s^2 \nabla^2 \phi_z \end{aligned} \right\} \quad (6.5.9)$$

其中

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (6.5.10)$$

根据式 (6.5.8) 和式 (6.5.9) 可以得到 S 波的位移分量需满足的波动方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c_s^2 \nabla^2 u \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= c_s^2 \nabla^2 v \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= c_s^2 \nabla^2 w \end{aligned} \right\} \quad (6.5.11)$$

实际上可以将 S 波满足的等容条件 $\Theta = 0$ 直接代入三维波动方程 (6.4.5) 得到式

(6.5.11)。

应当注意的是，式 (6.5.11) 仅是一个必要条件，任意一个 S 波均满足式 (6.5.11) 给出的波动方程；但满足式 (6.5.11) 的位移场可能并不满足等容条件 $\Theta = 0$ ，即不满足波动方程 (6.4.5)。例如，设如下形式的位移场

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 \\ v &= f\left(t - l_x \frac{x}{c_s} - l_y \frac{y}{c_s} - l_z \frac{z}{c_s}\right) \\ w &= 0 \end{aligned} \right\}$$

而方向余弦满足

$$l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1$$

当 l_y 不等于零时，如此定义的位移场可以满足式 (6.5.11)，但并不满足等容条件 $\Theta = \partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0$ ，因此也不满足波动方程 (6.4.5)。在实际问题求解时，可以通过先求位移势函数，再通过位移势函数求位移场的步骤获得问题的解。对于 P 波问题也存在相似的情况。

式 (6.5.11) 即是 S 波的三维波动方程（必要条件）。根据 S 波的特点，采用与 P 波类似的证明方法，可以证明式 (6.5.11) 给出的 c_s 为 S 波的波速。对比式 (6.5.6) 和式 (6.5.11)，可见，P 波与 S 波的波动方程具有同样的形式，不同的是它们的波速。

在地震学中又把 S 波分为 SV 波和 SH 波两种。如果把波的传播方向射线和垂直于地球表面的竖直线构成的平面为参考面，则当 S 波的质点振动方向在参考面内时，称为 SV 波；当波的振动方向与参考面垂直时为 SH 波。因此也称 SV 波为平面内波动，SH 波为平面外波动。从以上定义可知，SH 波质点的振动方向与地面平行。

由式 (6.5.5) 和式 (6.5.10) 得到 P 波和 S 波的波速比为

$$\frac{c_p}{c_s} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\mu}} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad (6.5.12)$$

可见，P 波的波速大于 S 波波速。这也是将这两种类型的波称为 P 波 (Primary wave) 和 S 波 (Secondary wave) 的原因。当泊松比 $\nu = 0.25$ 时， $c_p/c_s = \sqrt{3}$ 。对于地壳中的大多数岩石， $\nu = 0.25$ 这个假定具有良好的精度。

在离开震源足够远的观测点处，可以把体波看作平面波。对于地震学中的很多问题，这个看法都是适合的，因为与震源尺度相比，到场地的距离常常很大。

值得注意的是， c_p 和 c_s 与波的频率无关。因此，一旦 P 波和 S 波变成平面波，它们在弹性、均匀介质中传播时，将不再发生畸变或频散。在介质没有能量耗散的假定下，这是正确的。在粘弹性介质中，衰减和波速，或者至少其中之一，是频率的函数。因此，即使是平面波，在粘弹性介质中传播时，也要改变形状。

在均匀、各项同性、弹性介质的内部，不同类型的体波可以彼此无关地在介质中传播而不发生耦联。这一点对于在自由表面或不同介质的界面附近并非总是正确，在这些地方，为满足介质界面上的应力平衡和位移连续条件，体波可能产生耦合，同时可能产生其它类型的波，除体波外，还可能存在瑞利 (Rayleigh) 波，洛夫 (Love) 波和其它类型的面波。

6.6 面波

面波是指沿介质表面（地面）或介质的界面传播的波。由于地壳表面物质形成的年代不同等原因，地壳呈层状结构，很容易产生面波，所以面波是地震波研究中的主要内容之一。在地震工程中常考虑的面波是 Rayleigh 波和 Love 波。地震面波是离开震中一定距离以后，由体波入射到地面或介质界面时产生的转换波。面波的特点是其能量局限在地表面或界面附近的区域，波动振幅随深度或离开界面距离的增加而减小。

6.6.1 Rayleigh 波

将直角坐标系的原点设于地表面， z 轴竖直向下。设 Rayleigh 波沿 x 轴正向传播，则 Rayleigh 波具有如下形式

$$\left. \begin{aligned} u &= u(x, z, t) \\ v &= 0 \\ w &= w(x, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (6.6.1)$$

可见 Rayleigh 波的位移限于 x - z 平面内。对于一般的成层介质结构，Rayleigh 波的位移场在地表及各层界面上需要满足应力平衡条件及位移连续条件，与前述具有分布质量的一维结构类似，通过这些界面条件可以建立求解 Rayleigh 波振型函数及波速—频率关系的特征方程组。求解特征方程组即可得到 Rayleigh 波的解。本节仅介绍弹性半空间情况，对于成层介质情形可参阅专门的教科书^[9]。Rayleigh 波的解也同样可以采用位移势函数的方法获得，与体波不同的是，Rayleigh 波既有等容波也有无旋波成份，其位移与势函数 ϕ 和 ψ 均有关。仔细观察式 (6.6.1)、(6.5.2) 和 (6.5.8)，可得用位移势函数是 ϕ 和 $\psi = 0$ ， $\psi_y(x, z, t), 0$ 表示的 Rayleigh 波位移为

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ v &= 0 \\ w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (6.6.2)$$

设位移势函数为

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, z, t) &= f(z) \exp[i(kx - \omega t)] \\ \psi_y(x, z, t) &= g(z) \exp[i(kx - \omega t)] \end{aligned} \right\} \quad (6.6.3)$$

式中， $k = \omega/c_R$ ， c_R 为 Rayleigh 波的传播速度； ω 为圆频率； $f(z)$ 和 $g(z)$ 为待求函数。式 (6.6.3) 中的变量 $kx - \omega t = \omega(x/c_R - t)$ 是另外一种形式的波动自变量。

将式 (6.6.3) 的两个方程分别代入式 (6.5.4) 和式 (6.5.9)，得到以下两个微分方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 f}{dz^2} - (k^2 - k_p^2) f &= 0 \\ \frac{d^2 g}{dz^2} - (k^2 - k_s^2) g &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.6.4)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} k_p &= \omega/c_p \\ k_s &= \omega/c_s \end{aligned} \right\} \quad (6.6.5)$$

当考虑到 $z \rightarrow \infty$ 处, 振幅必须有限这一条件, $f(z)$ 和 $g(z)$ 的解为

$$\left. \begin{aligned} f(z) &= A \exp(-\sqrt{k^2 - k_p^2} z) \\ g(z) &= B \exp(-\sqrt{k^2 - k_s^2} z) \end{aligned} \right\} \quad (6.6.6)$$

式中 A 、 B 为待定常数。将式 (6.6.6) 代入式 (6.6.3) 得到位移势函数 ϕ 和 ψ_y

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, z, t) &= A \exp(-\sqrt{k^2 - k_p^2} z) \exp[i(kx - \omega t)] \\ \psi_y(x, z, t) &= B \exp(-\sqrt{k^2 - k_s^2} z) \exp[i(kx - \omega t)] \end{aligned} \right\} \quad (6.6.7)$$

再由式 (6.6.2) 和 (6.6.7) 得到 Rayleigh 波的位移为

$$\left. \begin{aligned} u &= [ik \exp(-\sqrt{k^2 - k_p^2} z) A + \sqrt{k^2 - k_s^2} \exp(-\sqrt{k^2 - k_s^2} z) B] \exp[i(kx - \omega t)] \\ w &= [-\sqrt{k^2 - k_p^2} \exp(-\sqrt{k^2 - k_p^2} z) A + ik \exp(-\sqrt{k^2 - k_s^2} z) B] \exp[i(kx - \omega t)] \end{aligned} \right\} \quad (6.6.8)$$

由此也可以得到各应力分量。

自由地表处的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z|_{z=0} &= 0 \\ \tau_{xz}|_{z=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.6.9)$$

由此得到

$$\left. \begin{aligned} (2k^2 - k_s^2)A + 2ik\sqrt{k^2 - k_s^2}B &= 0 \\ -2ik\sqrt{k^2 - k_p^2}A + (2k^2 - k_s^2)B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.6.10)$$

上式中 A 与 B 有非零解的条件为系数行列式为零, 即

$$(2k^2 - k_s^2)^2 - 4k^2 \sqrt{k^2 - k_p^2} \sqrt{k^2 - k_s^2} = 0 \quad (6.6.11)$$

式 (6.6.11) 左边的函数式也称为 Rayleigh 函数。将式 (6.6.5) 和 $k = \omega/c_R$ 代入上式得

$$\left(\frac{2}{c_R^2} - \frac{1}{c_s^2}\right)^2 - \frac{4}{c_R^2} \sqrt{\frac{1}{c_R^2} - \frac{1}{c_p^2}} \sqrt{\frac{1}{c_R^2} - \frac{1}{c_s^2}} = 0 \quad (6.6.12)$$

式 (6.6.12) 与频率无关, 说明弹性半空间中的 Rayleigh 波是无频散的。再令

$$\eta = c_s^2/c_R^2 \quad (6.6.13)$$

代入式 (6.6.12), 则有

$$(2\eta - 1)^2 - 4\eta\sqrt{\eta - (c_s/c_p)^2}\sqrt{\eta - 1} = 0 \quad (6.6.14)$$

由式 (6.5.12) 可知, 式 (6.6.14) 仅与泊松比有关。当泊松比 $\nu = 0.25$ 时, $(c_s/c_p)^2 = 1/3$, 由式 (6.6.14) 可以得到一个满足条件的解为

$$\eta = \frac{3 + \sqrt{3}}{4}$$

由此可以得到 Rayleigh 波速为

$$c_R = c_s/\sqrt{\eta} \approx 0.92c_s \quad (6.6.15)$$

由此可见, Rayleigh 波速略小于 S 波速。

Rayleigh 波位移场的实部可写为如下形式

$$u = A \left[2 \frac{c_s^2}{c_R^2} \exp(-\sqrt{k^2 - k_p^2} z) + \left(1 - 2 \frac{c_s^2}{c_R^2} \right) \exp(-\sqrt{k^2 - k_s^2} z) \right] \sin(kx - \omega t)$$

$$w = DA \left[\left(1 - 2 \frac{c_s^2}{c_R^2} \right) \exp(-\sqrt{k^2 - k_p^2} z) + 2 \frac{c_s^2}{c_R^2} \exp(-\sqrt{k^2 - k_s^2} z) \right] \cos(kx - \omega t) \quad (6.6.16)$$

式中 $D = 2 \sqrt{1 - c_R^2/c_p^2} / (2 - c_R^2/c_s^2)$ 是常数, 等于地面上竖直和水平位移分量振幅比; A 为待定常数。

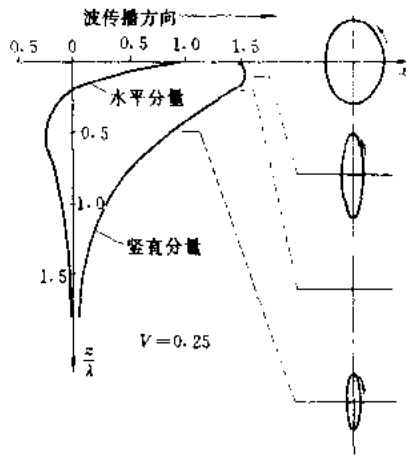


图 6.6.1 Rayleigh 波竖直和水平分量振幅

图 6.6.1 绘出泊松比 $\nu = 0.25$ 时弹性半空间 Rayleigh 波竖直和水平分量振幅随深度 z 变化曲线 (取 $A = 1$) 和质点运动轨迹, 图中 λ 为 Rayleigh 波的波长。可见在自由地表附近, Rayleigh 波的运动轨迹为逆进椭圆, 在地面上 ($z = 0$) 竖直和水平振幅之比为 1.468, 波的振幅沿深度衰减很快, 在一个波长后即衰减到 1/5 左右。Rayleigh 波是由 S 体波以超临界角入射时产生的, 在震中附近并不出现, 大约在震中距大于 $hc_s/\sqrt{c_p^2 - c_s^2}$ 后才出现 (h 为震源深度)。

6.6.2 Love 波

在地震波中存在外一种与 Rayleigh 波不同的面波—Love 波, 它的质点振动方向平行于地表面且与波动的传播方向垂直, 这种面波先在地震观测中发现, 后由 Love 从理论上证明其存在。如果弹性半无限空间之上存在一厚度均匀的覆盖层, 且覆盖层的剪切波速小于半空间时, 则存在 Love 面波, Love 波是一种 SH 型面波。

设均匀覆盖层厚度为 H , 直角坐标系的原点设于自由地表面, z 轴竖直向下, Love 波沿 x 轴正向传播, 其位移场具有如下形式

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 \\ v &= f(z) \exp[i(kx - \omega t)] \\ w &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.6.17)$$

直接将式 (6.6.17) 代入三维波动方程 (6.4.5) 得到 Love 波应满足的波动方程如下

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - (k^2 - k_s^2) f = 0 \quad (6.6.18)$$

式 (6.6.18) 的一般解为

$$f(z) = A \exp(-\sqrt{k^2 - k_s^2} z) + B \exp(\sqrt{k^2 - k_s^2} z) \quad (6.6.19)$$

式中 $k = \omega/c_L$, c_L 为 Love 波速; $k_s = \omega/c_s$; A, B 为待定常数。

由式 (6.6.17) 和 (6.6.19) 可知 Love 波有如下形式的解

$$\left. \begin{aligned} v &= [A_1 \exp(-\sqrt{k^2 - k_{s1}^2} z) + B_1 \exp(\sqrt{k^2 - k_{s1}^2} z)] \exp[i(kx - \omega t)], 0 \leq z \leq H \\ v &= [A_2 \exp(-\sqrt{k^2 - k_{s2}^2} z) + B_2 \exp(\sqrt{k^2 - k_{s2}^2} z)] \exp[i(kx - \omega t)], H \leq z \end{aligned} \right\} \quad (6.6.20)$$

式中 $k_{s1} = \omega/c_{s1}$, $k_2 = \omega/c_2$, c_{s1} 和 c_2 分别是覆盖层和弹性半空间中剪切波速; A_1 、 B_1 、 A_2 和 B_2 为待定常数。

Love 波需满足的边界条件为: 在自由地表 ($z=0$), 剪应力为零; 在 $z \rightarrow \infty$ 时, 振幅有界; 在覆盖层与半空间交界面上 ($z=H$), 满足力的平衡和位移连续条件。这些边界条件可用如下形式给出

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0 \\ v \Big|_{z \rightarrow \infty} &= 0 \\ \mu_1 \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=H-0} &= \mu_2 \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=H+0} \\ v \Big|_{z=H-0} &= v \Big|_{z=H+0} \end{aligned} \right\} \quad (6.6.21)$$

式中 μ_1 、 μ_2 为剪切模量。由式 (6.6.21) 给出的第一个边界条件得 $A_1 = B_1$; 第二个边界条件得 $B_2 = 0$; 由其余两个 $z=H$ 处的力的平衡和位移连续边界条件给出剩下两个待定系数必需满足的方程如下

$$\left. \begin{aligned} 2\cos(i\sqrt{k^2 - k_{s1}^2}H)A_1 - \exp(-\sqrt{k^2 - k_2^2}H)A_2 &= 0 \\ 2i\mu_1\sqrt{k^2 - k_{s1}^2}\sin(i\sqrt{k^2 - k_{s1}^2}H)A_1 - \mu_2\sqrt{k^2 - k_2^2}\exp(-\sqrt{k^2 - k_2^2}H)A_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.6.22)$$

由式 (6.6.22) 的系数行列式为零, 得到

$$\tan(\sqrt{k_{s1}^2 - k^2}H) = \frac{\mu_2\sqrt{k^2 - k_2^2}}{\mu_1\sqrt{k_{s1}^2 - k^2}} \quad (6.6.23)$$

式 (6.6.23) 也可以用波速表示

$$\tan\left[\omega H \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c_L^2}}\right] = \frac{\mu_2\sqrt{\frac{1}{c_L^2} - \frac{1}{c_2^2}}}{\mu_1\sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c_L^2}}} \quad (6.6.24)$$

由式 (6.6.24) 可以发现, 只有当 Love 波速 c_L 大于覆盖层中的剪切波速 c_{s1} , 但又小于半空间中的剪切波速 c_2 时, 式 (6.6.24) 才有解, 即仅当波速满足 $c_{s1} < c_L < c_2$ 时, Love 波才存在。

在用式 (6.6.24) 解得 Love 波速 c_L 后, 并将 $A_1 = B_1$ 和 $B_2 = 0$ 代入式 (6.6.20) 得到 Love 波位移为

$$\left. \begin{aligned} v &= 2A_1 \cos\left[\omega \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c_L^2}} z\right] \exp\left[i\omega\left(\frac{x}{c_L} - t\right)\right], 0 \leq z \leq H \\ v &= 2A_1 \cos\left[\omega \sqrt{\frac{1}{c_{s1}^2} - \frac{1}{c_L^2}} H\right] \exp\left[-\omega \sqrt{\frac{1}{c_L^2} - \frac{1}{c_2^2}}(z - H)\right] \exp\left[i\omega\left(\frac{x}{c_L} - t\right)\right], H \leq z \end{aligned} \right\} \quad (6.6.25)$$

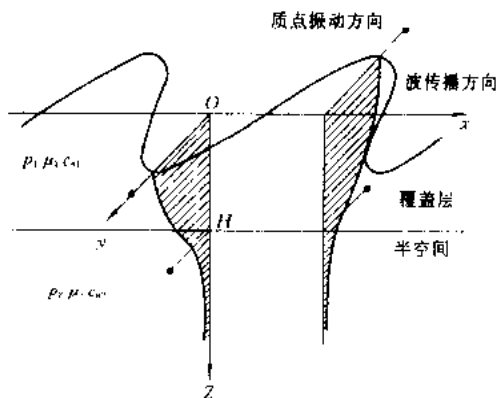


图 6.6.2 Love 波振幅及传播图

式 (6.6.24) 和 (6.6.25) 表明, Love 以波速 c_L 传播, 波动传播方向与质点振动方向垂直; 其波速为频率的函数, 即 Love 波是频散的; 振幅在覆盖层内为一余弦函数, 而在半空间中随深度呈指数衰减。图 6.6.2 绘出 Love 波振幅及传播图。

Love 波实际有无限多组振型函数, 这一点可从对方程 (6.6.24) 的详细分析获得, 限于篇幅本文不再赘述, 更详细的讨论可参阅文献 [10]。

6.7 波的反射与折射

在均匀介质中体波沿直线传播, 当波入射到不同介质的交界面或自由表面时, 将产生反射波和折射波 (也称为透射波)。对复杂情况下波的反射与折射规律的研究, 例如波在弯曲界面上反射、折射规律是繁复的, 最简单的情形是平面波在平直界面上的反射与折射规律, 在一般情况下这可以满足地震工程研究工作的要求。

采用直角坐标系, x 和 y 轴位于不同介质的交界面或自由表面内, z 轴与界面垂直。设入射平面波的射线在 x - z 平面内, 则反射平面波与折射平面波的射线均在 x - z 平面内, 称 x - z 平面为入射面。通常, 一个入射 P 波可以产生两种 P、SV 反射波和两种 P、SV 折射波; 而一个入射 SV 波也可以产生两种 P 和 SV 反射与折射波; 但入射波为 SH 波时, 反射和折射波仅是 SH 波。这三种可能的人射、反射和折射类型示于图 6.7.1。图中符号的定义如表 6.7.1。

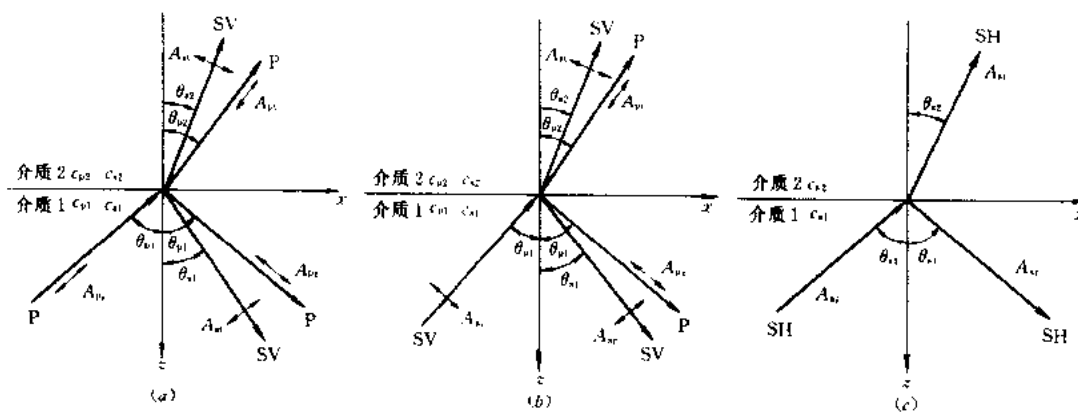


图 6.7.1 波的三种入射、反射和折射类型

(a) P 波入射; (b) SV 波入射; (c) SH 波入射

波的反射与折射规律分析中符号的定义

表 6.7.1

符 号	定 义	符 号	定 义
P, S, SV, SH	代表 P 波、S 波、SV 波和 SH 波	θ	波传播射线与界面法线之间的夹角
c_p, c_s	P 波和 S 波的传播速度	下标 i, r, t	代表入射波、反射波和折射波
A	波的振幅	下标 1 和 2	表示位于界面的人射一侧和折射一侧的介质

各种波的人射、反射和折射角 θ 之间的关系由斯内尔 (Snell) 定律给出

$$\frac{c_{p1}}{\sin\theta_{p1}} = \frac{c_{s1}}{\sin\theta_{s1}} = \frac{c_{p2}}{\sin\theta_{p2}} = \frac{c_{s2}}{\sin\theta_{s2}} \quad (6.7.1)$$

因此, 只要已知波的人射角和介质的波速, 则波的反射角和折射角即可由 Snell 定律确定。

在入射波已知时 (即入射角 θ 和振幅 A_i 已知), 由于波的反射角和折射角由式 (6.7.1) 确定, 因此波的反射和折射规律仅需确定反射波和折射波的振幅。这将由界面上的应力平衡和位移连续条件确定。下面给出平面波的反射和折射规律。

6.7.1 P 波的反射和折射

已知 P 波的人射角 θ_{p1} 和振幅 A_{pi} , 入射 P 波的位移为

$$\begin{Bmatrix} u_{pi} \\ w_{pi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin\theta_{p1} \\ -\cos\theta_{p1} \end{Bmatrix} A_{pi} \exp\left[i\omega\left(\frac{\sin\theta_{p1}}{c_{p1}}x - \frac{\cos\theta_{p1}}{c_{p1}}z - t\right)\right] \quad (6.7.2a)$$

同理, 反射 P 波和 SV 波的位移为

$$\begin{Bmatrix} u_{pr} \\ w_{pr} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin\theta_{p1} \\ \cos\theta_{p1} \end{Bmatrix} A_{pr} \exp\left[i\omega\left(\frac{\sin\theta_{p1}}{c_{p1}}x + \frac{\cos\theta_{p1}}{c_{p1}}z - t\right)\right] \quad (6.7.2b)$$

$$\begin{Bmatrix} u_{sr} \\ w_{sr} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin\theta_{p1} \\ -\cos\theta_{p1} \end{Bmatrix} A_{sr} \exp\left[i\omega\left(\frac{\sin\theta_{p1}}{c_{s1}}x + \frac{\cos\theta_{p1}}{c_{s1}}z - t\right)\right] \quad (6.7.2c)$$

折射 P 波和 SV 波的位移为

$$\begin{Bmatrix} u_{p1} \\ w_{p1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin\theta_{p2} \\ -\cos\theta_{p2} \end{Bmatrix} A_{p1} \exp\left[i\omega\left(\frac{\sin\theta_{p2}}{c_{p2}}x - \frac{\cos\theta_{p2}}{c_{p2}}z - t\right)\right] \quad (6.7.2d)$$

$$\begin{Bmatrix} u_{s1} \\ w_{s1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sin\theta_{p2} \\ -\cos\theta_{p2} \end{Bmatrix} A_{s1} \exp\left[i\omega\left(\frac{\sin\theta_{p2}}{c_{s2}}x - \frac{\cos\theta_{p2}}{c_{s2}}z - t\right)\right] \quad (6.7.2e)$$

式 (6.7.2) 中下标的含义见表 6.7.1。

界面 $z=0$ 处的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} u_{pi} + u_{pr} + u_{sr} &= u_{p1} + u_{s1} \\ w_{pi} + w_{pr} + w_{sr} &= w_{p1} + w_{s1} \\ \sigma_{zpi} + \sigma_{zpr} + \sigma_{zsr} &= \sigma_{zp1} + \sigma_{zs1} \\ \tau_{xzip} + \tau_{xzpr} + \tau_{xzs1} &= \tau_{xzp1} + \tau_{xzs1} \end{aligned} \right\} \quad (6.7.3)$$

而应力由下式确定

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \lambda\Theta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} = \rho \left[(c_p^2 - 2c_s^2)\Theta + 2c_s^2 \frac{\partial w}{\partial z} \right] \\ \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \rho c_s^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6.7.4)$$

将式 (6.7.2)、式 (6.7.4) 代入边界条件式 (6.7.3), 得到关于反射和折射波振幅与已知入射 P 波振幅比的方程组

$$\begin{bmatrix} \sin\theta_{p1} & \cos\theta_{s1} & -\sin\theta_{p2} & \cos\theta_{s2} \\ -\cos\theta_{p1} & \sin\theta_{s1} & -\cos\theta_{p2} & -\sin\theta_{s2} \\ \sin 2\theta_{p1} & \frac{c_{p1}}{c_{s1}} \cos 2\theta_{s1} & \frac{\rho_2 c_{s2}^2 c_{p1}}{\rho_1 c_{s1}^2 c_{p2}} \sin 2\theta_{p2} & -\frac{\rho_2 c_{s2}^2 c_{p1}}{\rho_1 c_{s1}^2 c_{p2}} \cos 2\theta_{s2} \\ -\cos 2\theta_{s1} & \frac{c_{s1}}{c_{p1}} \sin 2\theta_{s1} & \frac{\rho_2 c_{p2}}{\rho_1 c_{p1}} \cos 2\theta_{s2} & \frac{\rho_2 c_{s2}}{\rho_1 c_{p1}} \sin 2\theta_{s2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{A_{pr}}{A_{pi}} \\ \frac{A_{sr}}{A_{pi}} \\ \frac{A_{p1}}{A_{pi}} \\ \frac{A_{s1}}{A_{pi}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sin\theta_{p1} \\ -\cos\theta_{p1} \\ \sin 2\theta_{p1} \\ \cos 2\theta_{s1} \end{Bmatrix} \quad (6.7.5)$$

当界面是自由表面时, 可以采用式 (6.7.5) 后两个表示应力平衡的条件, 并通过令 $\rho_2 = 0$, 得到计算反射波振幅的方程。此时可解得

$$\begin{Bmatrix} \frac{A_{pr}}{A_{pi}} = \frac{c_{s1}^2 \sin 2\theta_{s1} \sin 2\theta_{p1} - c_{p1}^2 \cos^2 2\theta_{s1}}{c_{s1}^2 \sin 2\theta_{s1} \sin 2\theta_{p1} + c_{p1}^2 \cos^2 2\theta_{s1}} \\ \frac{A_{sr}}{A_{pi}} = \frac{2c_{p1} c_{s1} \cos 2\theta_{s1} \sin 2\theta_{p1}}{c_{s1}^2 \sin 2\theta_{s1} \sin 2\theta_{p1} + c_{p1}^2 \cos^2 2\theta_{s1}} \end{Bmatrix} \quad (6.7.6)$$

6.7.2 SV 波的反射和折射

对于 SV 波入射, 采用与 P 波入射时相同的方法, 可以得到关于反射和折射波振幅与已知入射 SV 波振幅比的方程组

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_{s1} & \sin\theta_{p1} & \cos\theta_{s2} & -\sin\theta_{p2} \\ \sin\theta_{s1} & -\cos\theta_{p1} & -\sin\theta_{s2} & -\cos\theta_{p2} \\ \cos 2\theta_{s1} & \frac{c_{s1}}{c_{p1}} \sin 2\theta_{p1} & -\frac{\rho_2 c_{s2}}{\rho_1 c_{s1}} \cos 2\theta_{s2} & -\frac{\rho_2 c_{s2}^2}{\rho_1 c_{p2} c_{s1}} \sin 2\theta_{p2} \\ \sin 2\theta_{s1} & -\frac{c_{p1}}{c_{s1}} \cos 2\theta_{s1} & \frac{\rho_2 c_{s2}}{\rho_1 c_{s1}} \sin 2\theta_{s2} & \frac{\rho_2 c_{p2}}{\rho_1 c_{s1}} \cos 2\theta_{s2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{A_{sr}}{A_{si}} \\ \frac{A_{pr}}{A_{si}} \\ \frac{A_{s1}}{A_{si}} \\ \frac{A_{p1}}{A_{si}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos\theta_{s1} \\ -\sin\theta_{s1} \\ -\cos 2\theta_{s1} \\ \sin 2\theta_{s1} \end{Bmatrix} \quad (6.7.7)$$

当界面为自由表面时

$$\begin{Bmatrix} \frac{A_{sr}}{A_{si}} = \frac{c_{s1}^2 \sin 2\theta_{s1} \sin 2\theta_{p1} - c_{p1}^2 \cos^2 2\theta_{s1}}{c_{s1}^2 \sin 2\theta_{s1} \sin 2\theta_{p1} + c_{p1}^2 \cos^2 2\theta_{s1}} \\ \frac{A_{pr}}{A_{si}} = \frac{2c_{p1} c_{s1} \sin 2\theta_{s1} \cos 2\theta_{s1}}{c_{s1}^2 \sin 2\theta_{s1} \sin 2\theta_{p1} + c_{p1}^2 \cos^2 2\theta_{s1}} \end{Bmatrix} \quad (6.7.8)$$

6.7.3 SH 波的反射和折射

对于 SH 波入射, 反射和折射波也是 SH 波。波动位移场为 $\{0, v, 0\}$, 即仅有垂直于入射面的位移分量, 波的反射和折射规律研究大为简化, 可得到反射、折射波与入射波振幅比为

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_{sr}}{A_{si}} &= \frac{\rho_1 c_{s1} \cos \theta_{s1} - \rho_2 c_{s2} \cos \theta_{s2}}{\rho_1 c_{s1} \cos \theta_{s1} + \rho_2 c_{s2} \cos \theta_{s2}} \\ \frac{A_{st}}{A_{si}} &= \frac{2 \rho_1 c_{s1} \cos \theta_{s1}}{\rho_1 c_{s1} \cos \theta_{s1} + \rho_2 c_{s2} \cos \theta_{s2}} \end{aligned} \right\} \quad (6.7.9)$$

当界面为自由表面时 (令 $\rho_2 = 0$), 反射波与入射波振幅比为

$$\frac{A_{sr}}{A_{si}} = 1 \quad (6.7.10)$$

当 SH 波向自由表面入射, 不存在折射波, 而反射波与入射波振幅相等, 称为全反射。此时, 与入射波比, 自由表面位移放大二倍, 这一点从式 (6.7.9) 的第二式也可以发现。对于两种介质中波速和质量密度的一定组合, 可存在一个入射角, 在该入射角, 没有反射波 SH 波。

用 Snell 定律式 (6.7.1) 可以说明 Rayleigh 波出现的原因和条件。根据 Snell 定律, SV 波入射时, P 波的反射角满足 $\sin \theta_{p1} = (c_{p1}/c_{s1}) \sin \theta_{s1}$, 由于 $c_{p1}/c_{s1} > 1$, 当 SV 波的入射角 θ_{s1} 大于某一量值时, 将出现 $\sin \theta_{p1} > 1$, 表明 θ_{p1} 成为虚数。此时反射 P 波成为非均匀波, 振幅沿深度衰减, 这就是 Rayleigh 波产生的原因。而 $\sin \theta_{p1} = 1$ 是 Rayleigh 波产生的临界条件, 即当 $\sin \theta_{s1} \geq c_{s1}/c_{p1}$ 时, 将产生 Rayleigh 波, 这是 Rayleigh 波产生的条件。如果震源深度为 h , 震中距为 Δ , 则用简单的几何关系可以将 Rayleigh 波产生的条件 $\sin \theta_{s1} \geq c_{s1}/c_{p1}$ 改写为 $\Delta \geq hc_{s1}/\sqrt{c_{p1}^2 - c_{s1}^2}$, 在 6.6.1 节曾给出了这一条件。同样应用 Snell 定律也可以证明 P 波入射时, 不会产生 Rayleigh 波。

参 考 文 献

- 1 廖振鹏. 工程波动理论导引. 北京: 科学出版社, 1996
- 2 Clough, R.W., Penzien, J., Dynamics of Structures, Second Edition, McGraw-Hill, Inc., 1993
- 3 李桂清. 抗震结构计算理论和方法. 北京: 地震出版社, 1985
- 4 Mario Paz 著, 李裕澈等译. 结构动力学—理论与计算. 北京: 地震出版社, 1993
- 5 胡聿贤. 地震工程学. 北京: 地震出版社, 1988
- 6 王阜, 廖振鹏. 烟囱竖向地震反应的行波分析. 土木工程学报, 1984, 17 (1)
- 7 王阜, 廖振鹏. 多层剪切型结构水平地震反应的行波分析. 地震学报, 1986, 8 (4)
- 8 谷口修 主编, 尹传家译. 振动工程大全. 北京: 机械工业出版社, 1983
- 9 Kennett, B.L.N., Seismic Wave Propagation in Stratified Media, Cambridge University Press, New York, 1983
- 10 Aki, K. and Richards, P.G. 著, 李钦祖等译. 定量地震学—理论和方法. 北京: 地震出版社, 1986
- 11 Newmark, N.N., Rosenblueth, E. 著, 叶耀先等译. 地震工程学原理. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986

第7章 实用振动分析

7.1 概述

在弹性范围内求解多自由度体系动力反应的过程中,振型叠加法无疑是行之有效的。一般来说,在确定前几阶模态和频率之后,任何线性结构动力反应的近似解都很容易求得。应该说明,我们所面临的结构范围十分广泛,从只有几个自由度的高度简化了的数学模型、只需要考虑一、二阶模态就能求得动力反应的近似解,一直到包含几百甚至几千个自由度的高度复杂的有限单元模型,其中可能有 50 或 100 阶模态对反应有重要影响。显然,要求解各类结构要求阶数的模态和频率,完全利用行列式方程的解法是行不通的。从数学的观点看,求解各类结构的模态和频率属于矩阵特征值问题,自然地,可以利用矩阵特征值的求解技术来处理求解结构模态和频率的问题。本章将介绍这些在实践中证明行之有效的振动分析方法。

首先介绍的是基于矩阵迭代的振动分析方法,包括基本模态的迭代方法和高阶模态的迭代方法,然后介绍在结构广义坐标和能量守恒原理基础上建立起来的瑞利 (Raleigh) 和瑞利—里兹 (Raleigh—Ritz) 法,最后简要介绍一种估算系统基频的简单方法,即邓克萊 (S. Dunkerley) 方法。

7.2 基本模态的迭代方法

运用矩阵迭代法来分析结构的基本模态是一种非常古老的方法,这种方法最初以其创始者命名为 Stodola 法。现在矩阵迭代法被认为是矩阵结构力学分支的一部分,它的应用以式 (7.2.1) 所示的无阻尼自由振动方程为出发点,即

$$K\hat{u}_n = \omega_n^2 M\hat{u}_n \quad (7.2.1)$$

方程 (7.2.1) 表明由于系统变形产生的弹性恢复力必须与由于质量运动导致的惯性力相平衡,显然,只有位移向量 \hat{u}_n 表示一个真实的模态时,方程 (7.2.1) 才得以满足,令方程右边的惯性力为

$$f_{I_n} = \omega_n^2 M\hat{u}_n \quad (7.2.2)$$

通过求解静力挠曲方程可得到位移向量

$$\hat{u}_n = K^{-1}f_{I_n} \quad (7.2.3)$$

或者利用方程 (7.2.1)

$$\hat{u}_n = \omega_n^2 K^{-1} M\hat{u}_n \quad (7.2.4)$$

方程 (7.2.4) 中 $K^{-1}M$ 代表结构所有的动力特性,称之为动力矩阵 D , 即

$$D \equiv K^{-1}M$$

引入 D , 式 (7.2.4) 变为

$$\hat{u}_n = \omega_n^2 D \hat{u}_n \quad (7.2.5)$$

在运用迭代法分析结构基本模态时，先假设一个经过标准化的初时位移向量 $u_1^{(0)}$ ，其中下标 1 标志基本模态；上标 (0) 表示假设的初始位移向量。把该向量代入式 (7.2.5) 的右面，得到一个新的向量，即

$$u_1^{(1)} = \omega_1^2 D u_1^{(0)} \quad (7.2.6)$$

式中上标 (1) 表示第一次迭代循环后的结构模态。一般说，如果假设的初始位移向量不是一个真实的模态，则新向量与初始向量是不一样的，定义

$$\bar{u}_1^{(1)} \equiv D u_1^{(0)} \quad (7.2.7)$$

通过标准化向量 $\bar{u}_1^{(1)}$ 可得到改进后的迭代向量，即将 $\bar{u}_1^{(1)}$ 除以其最大分量 $\max(\bar{u}_1^{(1)})$ ，即

$$u_1^{(1)} = \frac{\bar{u}_1^{(1)}}{\max(\bar{u}_1^{(1)})}$$

现在假设计算得到的位移向量与初始位移向量相同，则可以得到基本频率的近似值，由式 (7.2.6) 和 (7.2.7)

$$u_1^{(1)} = \omega_1^2 \bar{u}_1^{(1)} \cong u_1^{(0)}$$

考虑任意第 k 个自由度的位移，则结构基本频率的近似值可表示为

$$\omega_1^2 \cong \frac{u_{k1}^{(0)}}{u_{k1}^{(1)}} \quad (7.2.8)$$

若假设的位移向量是一个真实的模态，则考虑结构每一个自由度的位移后得到的频率是相同的。一般说，计算得到的位移向量 $u_1^{(1)}$ 与 $u_1^{(0)}$ 是不同的，则采用结构不同自由度位移计算得到的频率也不相同。由此，结构真实基本频率应位于方程 (7.2.8) 所求的最大值与最小值之间，即

$$\left(\frac{u_{k1}^{(0)}}{u_{k1}^{(1)}} \right)_{\min} \leq \omega_1^2 \leq \left(\frac{u_{k1}^{(0)}}{u_{k1}^{(1)}} \right)_{\max} \quad (7.2.9)$$

由于这个事实，显然用取平均值的方法能求得一个较好的频率近似值。通常取平均值的最好的方法是把质量分布作为一个加权因子，即写出式 (7.2.8) 的向量等式，在两边前乘 $(\bar{u}_1^{(1)})^T M$ ，解出 ω_1^2 为

$$\omega_1^2 \cong \frac{(\bar{u}_1^{(1)})^T M u_1^{(0)}}{(\bar{u}_1^{(1)})^T M \bar{u}_1^{(1)}} \quad (7.2.10)$$

一般说，方程 (7.2.10) 表示从任意假定的向量 $u_1^{(0)}$ 出发，迭代一次以后所求得的最佳近似频率值。然而，与原始假定 $u_1^{(0)}$ 比较，算得的向量 $u_1^{(1)}$ 更接近第一振型。因此，假如在式 (7.2.8) 或 (7.2.10) 中用 $u_1^{(0)}$ 和它导得的向量 $\bar{u}_1^{(2)}$ ，那么求得的频率近似值会比按初始假定求得的值精确一些。多次重复这个过程，就能够把基本模态的近似解改善到所要求的精度标准。换言之， s 次循环以后

$$\bar{u}_1^{(s)} = \frac{1}{\omega_1^2} u_1^{(s-1)} \cong \frac{1}{\omega_1^2} \phi_1 \quad (7.2.11)$$

其中 $\bar{u}_1^{(s)}$ 和 $\bar{u}_1^{(s-1)}$ 间的比例数可以精确到任意指定的小数位数。

当迭代收敛到此程度时，任何自由度上的位移比都能够得出真正的频率，但是，最好

的结果是通过选取具有最大位移的自由度求得，于是频率可表示为

$$\omega_1^2 = \frac{\max(u_1^{(s-1)})}{\max(\bar{u}_1^{(s)})} = \frac{1}{\max(\bar{u}_1^{(s)})} \quad (7.2.12)$$

式 (7.2.12) 表明结构基本频率等于最后迭代步中所用标准化因子的倒数，当迭代完全收敛时，就没有必要用式 (7.2.10) 的平均方法来改善所得的结果。

从基本模态迭代法的计算过程可以证明它必定收敛到基本模态，多数参考书给出了其物理上的解释，即首先计算与假设的位移向量对应的惯性力，并计算由这些力产生的挠度，再计算由算得的挠度而产生的惯性力等等。本节重点给出基本模态迭代方法收敛于基本模态的数学证明。

设

$$u_1^{(0)} = \phi Y^{(0)} = \sum_{i=1}^n \phi_i Y_i^{(0)} \quad (7.2.13)$$

且 $Y^{(0)} \neq 0$ ，则经过 s 次迭代可得

$$\begin{aligned} u_1^{(s)} &= Du_1^{(s-1)} / \max(Du_1^{(s-1)}) = \dots \\ &= D^s u_1^{(0)} / \max(Du_1^{(s-1)}) \max(Du_1^{(s-2)}) \dots \max(Du_1^{(0)}) \end{aligned} \quad (7.2.14)$$

式 (7.2.14) 右边项分母是一个常数，而向量 $u_1^{(s)}$ 与向量 $D^s u_1^{(0)}$ 差一个常数因子，而 $u_1^{(s)}$ 的最大分量为 1，故有

$$u_1^{(s)} = D^s u_1^{(0)} / \max(D^s u_1^{(0)}) \quad (7.2.15)$$

将式 (7.2.13) 代入式 (7.2.15)，当 $s \rightarrow \infty$ 时，有

$$u_1^{(s)} = \frac{\phi_1 Y_1^{(0)} + \sum_{i=2}^n Y_i^{(0)} \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^{2s} \phi_i}{\max \left(\phi_1 Y_1^{(0)} + \sum_{i=2}^n Y_i^{(0)} \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^{2s} \phi_i \right)} \rightarrow \frac{\phi_1}{\max(\phi_1)} \quad (7.2.16)$$

而且

$$\begin{aligned} \bar{u}_1^{(s)} &= Du_1^{(s-1)} = \frac{D \cdot D^{(s-1)} u_1^{(0)}}{\max(D^{(s-1)} u_1^{(0)})} \\ \max(\bar{u}_1^{(s)}) &= \frac{\max(D^s u_1^{(0)})}{\max(D^{(s-1)} u_1^{(0)})} \\ &= \frac{1}{\omega_1^2} \cdot \frac{\max \left(\phi_1 Y_1^{(0)} + \sum_{i=2}^n Y_i^{(0)} \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^{2s} \phi_i \right)}{\max \left(\phi_1 Y_1^{(0)} + \sum_{i=2}^n Y_i^{(0)} \left(\frac{\omega_1}{\omega_i} \right)^{(2s-2)} \phi_i \right)} \rightarrow \frac{1}{\omega_1^2} \end{aligned} \quad (7.2.17)$$

式 (7.2.16) 和 (7.2.17) 说明 $\max(\bar{u}_1^{(s)})$ 收敛于 $\frac{1}{\omega_1^2}$ ，而 $u_1^{(s)}$ 收敛于对应 $\frac{1}{\omega_1^2}$ 规范化了的特征向量，即收敛于结构的基本模态。

7.3 高阶模态的迭代方法

7.3.1 二阶模态的迭代方法

前面对基本模态迭代方法的收敛性证明也表明了我们可以按照指出的步骤同样地用于

计算较高阶模态。方程 (7.2.16) 中如果假设在假定位移中基本模态的贡献为零 ($Y_1^{(0)} = 0$)，那么对位移贡献起支配作用的将会是结构的二阶模态，即迭代过程将收敛于二阶模态。类似地，如果 $Y_1^{(0)}$ 和 $Y_2^{(0)}$ 都为零，则迭代过程将收敛于三阶模态，可以一般地表示为如果 $Y_1^{(0)}, Y_2^{(0)} \dots Y_i^{(0)}$ 都为零，则迭代过程将收敛于 $(i+1)$ 阶模态。在仅仅计算结构的二阶模态时，假设的初始位移向量 $\tilde{u}_2^{(0)}$ 不包括基本模态分量 (符号上面的 \sim 表示不包含基本模态贡献的一个向量)。

正交条件提供了从任意假定的二阶模态中消除基本模态分量的方法。随意假定一个二阶模态向量，用模态分量表示如下：

$$u_2^{(0)} = \phi Y^{(0)} \quad (7.3.1)$$

用 $\phi_1^T M$ 前乘此式两边，并引入模态正交条件

$$\phi_1^T M u_2^{(0)} = \sum_{i=1}^n \phi_1^T M \phi_i Y_i^{(0)} = \phi_1^T M \phi_1 Y_1^{(0)} \quad (7.3.2)$$

由式 (7.3.2) 可得 $u_2^{(0)}$ 中基本模态分量的幅值

$$Y_1^{(0)} = \frac{\phi_1^T M u_2^{(0)}}{\phi_1^T M \phi_1} = \frac{\phi_1^T M u_2^{(0)}}{M_1}$$

这样，如果从假定的位移向量中消去这个分量，则剩下的向量可以说成是经过净化了的：

$$\tilde{u}_2^{(0)} = u_2^{(0)} - \phi_1 Y_1^{(0)} \quad (7.3.3)$$

现在，这个净化了的初始向量在迭代过程中向二阶模态收敛。然而，由于在数值运算中产生的舍入误差会引起基本模态分量在初始向量中再现，因此必须在迭代求解的每一步中重复净化运算以保证收敛到二阶模态。

在初始向量中消除基本模态分量的常用的办法是应用所谓淘汰矩阵，将式 (7.3.2) 代入式 (7.3.3) 可得

$$\tilde{u}_2^{(0)} = u_2^{(0)} - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M u_2^{(0)} \equiv S_1 u_2^{(0)} \quad (7.3.4)$$

这里称 S_1 为基本模态的淘汰矩阵，记为

$$S_1 \equiv I - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M \quad (7.3.5)$$

由式 (7.3.4) 可知，用基本模态的淘汰矩阵前乘任意的初始向量，则得到的是消除基本模态分量后的向量，以此向量为迭代初始向量，则迭代收敛于二阶模态，即

$$\frac{1}{\omega_2^2} u_2^{(1)} = \tilde{D} u_2^{(0)} \quad (7.3.6)$$

将式 (7.3.4) 代入 (7.3.6)

$$\frac{1}{\omega_2^2} u_2^{(1)} = D S_1 u_2^{(0)} \equiv D_2 u_2^{(0)}$$

式中

$$D_2 \equiv D S_1$$

是一个新的动力矩阵，它从任何初始向量 $u_2^{(0)}$ 中消除基本模态分量，并自动向二阶模态收敛。当用 D_2 时，二阶模态的分析与上面讨论的基本模态分析完全一样。因此可以用与式 (7.2.10) 等价的式子近似地计算频率：

$$\omega_2^2 \approx \frac{(\bar{u}_2^{(1)})^T M u_2^{(0)}}{(\bar{u}_2^{(1)})^T M u_2^{(1)}} \quad (7.3.7)$$

式中

$$\bar{u}_2^{(1)} = D_2 u_2^{(0)}$$

分析也可进行到所要求的收敛程度，用这个方法确定二阶模态以前，显然必须先求得基本模态。再则，如果想要得到满意的结果，在计算淘汰矩阵 S_1 时，用到的基本模态 ϕ_1 必须具有非常高的精度。二阶模态的精度比基本模态大致上降低一位有效数字。

7.3.2 三阶模态和更高阶模态的迭代方法

我们可以将同样的淘汰过程推广到从初始向量中清除基本模态和二阶模态分量，由此迭代过程将向三阶模态收敛。类似于式 (7.3.3)，净化了的三阶模态初始向量可表示为

$$\tilde{u}_3^{(0)} = u_3^{(0)} - \phi_1 Y_1^{(0)} - \phi_2 Y_2^{(0)} \quad (7.3.8)$$

利用 $\tilde{u}_3^{(0)}$ 正交于 ϕ_1 和 ϕ_2 的条件

$$\phi_1^T M \tilde{u}_3^{(0)} = 0 = \phi_1^T M u_3^{(0)} - M_1 Y_1^{(0)}$$

$$\phi_2^T M \tilde{u}_3^{(0)} = 0 = \phi_2^T M u_3^{(0)} - M_2 Y_2^{(0)}$$

推导出初始向量 $u_3^{(0)}$ 中基本模态和二阶模态幅值的表达式

$$Y_1^{(0)} = \frac{1}{M_1} \phi_1^T M u_3^{(0)} \quad (7.3.9a)$$

$$Y_2^{(0)} = \frac{1}{M_2} \phi_2^T M u_3^{(0)} \quad (7.3.9b)$$

将上式代入式 (7.3.8) 中，可得

$$\tilde{u}_3^{(0)} = u_3^{(0)} - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M u_3^{(0)} - \frac{1}{M_2} \phi_2 \phi_2^T M u_3^{(0)}$$

或

$$\tilde{u}_3^{(0)} = \left[I - \frac{1}{M_1} \phi_1 \phi_1^T M - \frac{1}{M_2} \phi_2 \phi_2^T M \right] u_3^{(0)} \quad (7.3.10)$$

等式 (7.3.10) 表明，只要从式 (7.3.5) 给出的基本模态淘汰矩阵中减去二阶模态的项，就能得到从 $u_3^{(0)}$ 中同时消除基本模态和二阶模态分量的淘汰矩阵 S_2 。即

$$S_2 = S_1 - \frac{1}{M_2} \phi_2 \phi_2^T M \quad (7.3.11)$$

这里淘汰矩阵的作用表示为

$$\tilde{u}_3^{(0)} = S_2 u_3^{(0)} \quad (7.3.12)$$

由此可以写出分析三阶模态的迭代关系式：

$$\frac{1}{\omega_3^2} u_3^{(1)} = D \tilde{u}_3^{(0)} = D S_2 u_3^{(0)} \equiv D_3 u_3^{(0)} \quad (7.3.13)$$

因此，这个修正的动力矩阵 D_3 起到了从初始向量 $u_3^{(0)}$ 中消除基本模态和二阶模态分量的作用，并向三阶模态收敛。

显然这同样的过程能继续推广用来分析体系更高的模态。例如求四阶模态，计算淘汰矩阵 S_3 如下：

$$S_3 = S_2 - \frac{1}{M_3} \phi_3 \phi_3^T M \quad (7.3.14)$$

这里它起的作用是

$$\tilde{u}_4^{(0)} = S_3 u_4^{(0)} \quad (7.3.15)$$

相应的动力矩阵是

$$D_4 = DS_3$$

依次类推，很容易得到适合于计算任意阶模态的矩阵，即

$$S_n = S_{n-1} - \frac{1}{M_n} \phi_n \phi_n^T M$$

$$D_{n+1} = DS_n$$

显然这个方法最重要的限制条件是在求任意指定的高阶模态以前，必须先计算所有较低阶的模态。还有一点是如要使高阶模态的淘汰矩阵行之有效，必须用很高精度计算较低阶的模态。

7.3.3 最高阶模态的迭代方法

有的时候我们须要估计结构的最高阶振动频率，显然应用逐步淘汰矩阵的方法来求结构最高阶模态是不经济的。这样要求有直接求解结构最高阶模态的方法。

结构无阻尼自由振动的方程可写为

$$\frac{1}{\omega^2} \ddot{u} = -Mu$$

用 $\omega^2 M^{-1}K$ 前乘上式可得

$$\omega^2 \ddot{u} = -Eu \quad (7.3.16)$$

其中

$$E \equiv M^{-1}K \equiv D^{-1}$$

现在这个矩阵中包含了体系的动力特性。如果代入最高（第 N 阶）模态的初始向量，式 (7.3.16) 变成

$$\omega_N^2 u_N^{(1)} = -Eu_N^{(0)} \quad (7.3.17)$$

类似于式 (7.2.8) 和 (7.2.10)，给出第 N 阶模态频率的近似值为

$$\omega_N^2 \cong \frac{\overline{u_{kN}^{(1)}}}{u_{kN}^{(0)}} \quad (7.3.18a)$$

或

$$\omega_N^2 \cong \frac{(u_N^{(1)})^T M \overline{u_N^{(1)}}}{(\overline{u_N^{(1)}})^T M u_N^{(0)}} \quad (7.3.18b)$$

其中

$$\overline{u_N^{(1)}} = Eu_N^{(0)}$$

此处计算得的向量 $\overline{u_N^{(1)}}$ 是一个比初始向量好一些的最高阶模态近似解；如果把它作为新的迭代初始向量，并且重复上述迭代过程足够多次，就能按所要求的近似程度确定最高阶模态。

类似地，完全可以应用证明基本模态迭代收敛的方法来证明最高阶模态迭代收敛，这

里不再赘述。

7.4 Rayleigh 法

Rayleigh 法的基本原理是能量守恒定律, 因此对任意的保守系统, 其振动频率可根据 Rayleigh 法由运动过程中最大应变能与最大动能相等而求得。对于具有任意自由度的结构体系, 用 Rayleigh 法求其基频有两种处理方式, 一种是把结构看成连续体系, 通过假设结构在基本模态中的变形形状和运动幅值 (广义坐标) 变化规律, 将连续的结构体系化为单自由度体系, 利用运动过程中最大应变能与最大动能相等的原则求结构基频; 另一种处理方式则是在多自由度离散坐标系中应用同样的方法求解结构基频。本节将重点介绍 Rayleigh 法在多自由度离散坐标系中的原理和应用。

首先把结构的位移用假设的形状和广义坐标幅值来表示

$$V(t) = \phi Z(t) = \phi Z_0 \sin \omega t \quad (7.4.1a)$$

其中 ϕ 是假定的形状向量; $Z(t)$ 是表示它幅值的广义坐标。自由振动中的速度向量是

$$\dot{V}(t) = \phi \omega Z_0 \cos \omega t \quad (7.4.1b)$$

用矩阵形式, 给出结构最大动能为

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \dot{V}_{\max}^T M \dot{V}_{\max} \quad (7.4.2a)$$

最大位能为

$$E_{\max} = \frac{1}{2} V_{\max}^T K V_{\max} \quad (7.4.2b)$$

当从式 (7.4.1) 得到位移和速度的最大值, 并代入式 (7.4.2) 中, 则

$$T_{\max} = \frac{1}{2} Z_0^2 \omega^2 \phi^T M \phi \quad (7.4.3)$$

$$E_{\max} = \frac{1}{2} Z_0^2 \phi^T K \phi$$

然后使最大动能等于最大位能求得基频, 于是

$$\omega^2 = \frac{\phi^T K \phi}{\phi^T M \phi} \equiv \frac{k^*}{m^*} \quad (7.4.4)$$

显然, 若假设的初始形状 ϕ 与结构基本模态一致, 则由式 (7.4.4) 求得的频率为结构基频的精确值。事实上, 在求出基频之前是不大可能得知结构正确的基本模态的。但是, 我们可以从理论上证明用一个不太精确的初始向量通过 Rayleigh 法得到较为精确的基频近似值。

Rayleigh 驻值原理指出: 由下式所确定的 Rayleigh 商

$$Re(\phi) = \frac{\phi^T K \phi}{\phi^T M \phi} \quad (7.4.5)$$

在主模态处取驻定值, 也就是说, 当初始位移向量 ϕ 接近基本模态时, 由式 (7.4.5) 所确定的 Rayleigh 商将非常接近于结构基频的平方, 即

$$Re(\phi) = \frac{\phi^T K \phi}{\phi^T M \phi} \cong \omega_1^2 \quad (7.4.6)$$

再把选取的初始向量 ϕ 表示为结构固有模态向量的线性组合, 即

$$\psi = \sum_{i=1}^n \phi_i Y_i = \phi Y \quad (7.4.7)$$

其中 ϕ 是归一化后的模态矩阵； Y 为相应的广义坐标向量。将式 (7.4.7) 代入式 (7.4.6) 所示的 Rayleigh 商式，并引入模态正交条件，得到

$$Re(\psi) = \frac{Y^T \phi^T K \phi Y}{Y^T \phi^T M \phi Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2 \omega_i^2}{\sum_{i=1}^n Y_i^2} \quad (7.4.8)$$

我们假定任选初始向量 ψ 与基本模态向量只有微小差别，即在式 (7.4.7) 的展开式中， Y_i ($i \neq 1$) 与 Y_1 相比非常之小，可以表达为

$$Y_i = \epsilon_i Y_1 \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (7.4.9)$$

其中 ϵ_i 是一个远小于 1 的量。用 Y_1^2 去除式 (7.4.8) 的分子和分母，得到

$$Re(\psi) = \frac{\omega_1^2 + \sum_{i=2}^n \omega_i^2 \epsilon_i^2}{1 + \sum_{i=2}^n \epsilon_i^2} \cong \omega_1^2 + \sum_{i=2}^n (\omega_i^2 - \omega_1^2) \epsilon_i^2 \quad (7.4.10)$$

结合式 (7.4.7)、(7.4.9) 和 (7.4.10) 进行比较，可见当初始向量 ψ 与基本模态向量的差别为一阶小量时，用 Rayleigh 法求出的基频的误差为二阶小量，由此从理论上保证了我们可以用一个不太精确的初始向量而得到较为精确的基频近似值。

由式 (7.4.10) 可看出，不论什么样的初始向量，用 Rayleigh 商所求得的近似频率将是基频的上限。再则，从 Rayleigh 商的计算公式中可以直观地看到，Rayleigh 商将随着 M 和 K 变化而变化，可以证明，当增强结构的刚性或减弱结构惯性时，基频增高，反之降低。

7.5 Rayleigh - Ritz 法

在许多结构中，虽然用 Rayleigh 法能对结构基频提供令人满意的近似解，但是在动力分析中，为了得到足够精确的结果，常常需要一阶以上的模态和频率。Rayleigh 法的 Ritz 扩展可以求得系统前若干阶固有频率的近似值，同时还可获得相应阶数的模态。

设已知 s 个线性独立的列向量 $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_s$ ，组成一个 $n \times s$ 阶矩阵

$$\psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_s] \quad (s < n) \quad (7.5.1)$$

它构成 n 阶多自由度系统的假设模态集。系统作自由振动时，设其可能位移向量 ψ 可以用上述假设模态的线性组合来表示，即

$$V = \psi Z = \sum_{i=1}^s \psi_i Z_i \quad (7.5.2)$$

把式 (7.5.2) 代入式 (7.4.2) 中，得到体系最大动能和最大位能的表达式：

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \frac{1}{2} \omega^2 Z^T \psi^T M \psi Z \\ E_{\max} &= \frac{1}{2} Z^T \psi^T K \psi Z \end{aligned} \quad (7.5.3)$$

然后令它们相等，导得频率表达式

$$\omega^2 = \frac{Z^T \psi^T K \psi Z}{Z^T \psi^T M \psi Z} = \frac{\tilde{K}(Z)}{\tilde{M}(Z)} \quad (7.5.4)$$

当然，式 (7.5.4) 不是振动频率的显式；分子和分母都是迄今未知的广义坐标幅值 Z 的函数。计算这些值还要利用 Rayleigh 分析法，它可以提供固有频率的上限。换言之，由假设的形状求得的频率比真实的频率要高，所以对形状的最佳逼近，就是说对 Z 的最好的选择就使得频率最小。

这样，把频率表达式对任何一个广义坐标 Z_n 微分，并令其为零，给出

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial Z_n} = \frac{\tilde{M}(\partial \tilde{K} / \partial Z_n) - \tilde{K}(\partial \tilde{M} / \partial Z_n)}{\tilde{M}^2} = 0 \quad (7.5.5)$$

但是从式 (7.5.4)，知 $\tilde{K} = \omega^2 \tilde{M}$ ；因此从式 (7.5.5) 导得

$$\frac{\partial \tilde{K}}{\partial Z_n} - \omega^2 \frac{\partial \tilde{M}}{\partial Z_n} = 0 \quad (7.5.6)$$

现在根据式 (7.5.4) 给的定义得

$$\frac{\partial \tilde{K}}{\partial Z_n} = 2Z^T \psi^T K \psi \frac{\partial}{\partial Z_n}(Z) = 2Z^T \psi^T K \psi_n \quad (7.5.7a)$$

类似地

$$\frac{\partial \tilde{M}}{\partial Z_n} = 2Z^T \psi^T M \psi_n \quad (7.5.7b)$$

把式 (7.5.7) 代入式 (7.5.6)，并转置，给出

$$\psi_n^T K \psi Z - \omega^2 \psi_n^T M \psi Z = 0 \quad (7.5.8)$$

依次对每一个广义坐标使频率最小，则对每一个形状向量 ψ_n 得到一个式 (7.5.8) 那样的方程式，这样整组方程可表示为

$$\psi^T K \psi Z - \omega^2 \psi^T M \psi Z = 0$$

采用符号

$$\begin{aligned} K^* &= \psi^T K \psi \\ M^* &= \psi^T M \psi \end{aligned} \quad (7.5.9)$$

则得

$$(K^* - \omega^2 M^*) \hat{Z} = 0 \quad (7.5.10)$$

这里 \hat{Z} 代表满足这个特征方程的每一个特征向量 (Z 的相对值)。

由式 (7.5.10) 可以看出，Rayleigh-Ritz 分析法有着减少体系自由度的效果，它将用几何坐标 V 表示的 N 个自由度体系转化为用 s 个广义坐标 Z 和相应的假设形状表示的 s 个自由度的体系。等式 (7.5.1) 是坐标变换，式 (7.5.9) 是广义质量和广义刚度 ($s \times s$ 维的)。这些矩阵的每一个元素是一个广义质量或广义刚度项，即

$$\begin{aligned} k_{mn}^* &= \psi_m^T K \psi_n \\ m_{mn}^* &= \psi_m^T M \psi_n \end{aligned} \quad (7.5.11)$$

假设的形状 ψ_n 一般不具有真实振型的正交特性，因此这些广义质量和广义刚度矩阵中的非对角线项不为零；然而适当选择假设的形状会使得非对角线项非常小。总之，用数目减

少了的 s 个坐标求解动力反应总是要比按原始 N 个方程容易得多。

可以认为, Rayleigh - Ritz 法实质上是对原系统施加了一组约束变换, 用受约束系统的主模态来近似地描述原系统的主模态。Rayleigh 约束原理指出, 对于承受 s 个独立的线性约束系统, 有

$$\omega_r \leq P_r^s \leq \omega_{r+s} \quad (r = 1, 2, \dots, n-s) \quad (7.5.12)$$

其中 P_r^s 表示受到 s 个线性约束系统的第 r 阶固有频率。Rayleigh 约束原理表明, 受 s 个线性约束系统的 $n-s$ 个频率均不低于原系统阶数相同的频率, 但也不超过原系统阶数比它大 s 的那个频率。可以进一步证明, 受 s 个约束系统的 $n-s$ 个固有频率是规则地交错分布在未约束系统的 $n-s+1$ 个固有频率之间, 即

$$\omega_1 \leq P_1 \leq \omega_2 \leq P_2 \leq \dots \leq P_{n-s} \leq \omega_{n-s+1} \quad (7.5.13)$$

由此, Rayleigh 约束原理说明了原系统和受约束系统固有频率之间的关系, 从而从理论上证明了 Rayleigh - Ritz 法的有效性。

Rayleigh - Ritz 法的步骤可以简述如下:

(1) 建立假设模态集 $\psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_s]$ ($s < n$), 并设 $V = \psi Z$ 。通常将假设模态中的各列向量称为 Ritz 基;

(2) 作变换 $K^* = \psi^T K \psi$ 和 $M^* = \psi^T M \psi$, 得到缩减了的矩阵 K^* 和 M^* ;

(3) 解矩阵 K^* 和 M^* 的特征值问题 (7.5.10), 得 s 个特征值 $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_s^2$ 和对应的特征向量 $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2, \dots, \hat{Z}_s$;

(4) 求得系统的固有频率 ω_i , 固有模态 $V_i = \psi \hat{Z}_i$ ($i = 1, 2, \dots, s$)。

7.6 Dunkerley 法

在本章的最后, 简要介绍一种估算系统基频下限的简单方法, 即所谓 Dunkerley (邓克莱) 法。

对于特征值问题

$$\left(D - \frac{1}{\omega^2} I\right) \bar{u} = 0 \quad (7.6.1)$$

其特征行列式为

$$\begin{vmatrix} d_{11} - \lambda & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} - \lambda & \dots & d_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ d_{n1} & \dots & \dots & d_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (7.6.2)$$

其中 d_{ij} 是动力矩阵 D 的元素, $\lambda = \frac{1}{\omega^2}$, 且 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ 成立。展开上述行列式可得

$$\lambda^n - (d_{11} + d_{22} + \dots + d_{nn}) \lambda^{n-1} + \dots = 0 \quad (7.6.3)$$

根据代数知识可知, 上述 n 次方程的各根之和等于方程中 λ^{n-1} 项系数的负值。

记上述方程的根为 λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$), 则

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n d_{ii} = \text{tr} D \quad (7.6.4)$$

即

$$\frac{1}{\omega_1^2} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{\omega_i^2} = \text{tr}D \quad (7.6.5)$$

令基频的近似值为 $\omega_D = \sqrt{\frac{1}{\text{tr}D}}$, 则由上式可见 $\frac{1}{\omega_1^2} < \frac{1}{\omega_D^2}$ 成立, 亦即 $\omega_D < \omega_1$ 。

综上所述, Dunkerley 法取矩阵 D 迹的倒数的平方根作为基频的近似值 ω_D , 它总是低于真实的固有频率。换言之, S. Dunkerley 法计算的基频近似值是系统基频的下限, 显然, 它和估算基频上限的 Rayleigh 法相结合就可以方便地得到所求频率的区间范围。

参 考 文 献

- 1 Clough, R. W., Penzien, J., Dynamics of Structures, Second Edition, McGraw—Hill, Inc, 1993
- 2 R. W 克拉夫, J. 彭津著, 王光远等译, 结构动力学, 北京: 科学出版社, 1985
- 3 阎盛海, 建筑结构抗震分析, 北京: 中国建材工业出版社, 1999
- 4 王文亮等, 结构动力学, 上海: 复旦大学出版社, 1991
- 5 胡海昌, 多自由度结构固有振动理论, 北京: 科学出版社, 1987
- 6 关治, 陈景良, 数值计算方法, 北京: 清华大学出版社, 1989
- 7 梁启智, 高层建筑结构分析与设计, 广州: 华南理工大学出版社, 1992

第 8 章 线性结构随机振动分析

结构地震作用的分析方法可归结为两类,一类是确定性分析方法,另一类是随机振动分析方法。所谓确定性分析方法是指地震地面运动的加速度 $\ddot{x}_g(t)$ 是时间 t 的已知和确定的函数,根据这个地震作用求出结构反应 $x(t)$,也是时间 t 的确定函数。所谓随机振动分析方法,就是指地震地面运动的加速度 $\ddot{x}_g(t)$ 不是时间 t 的确定函数,对任何一个固定的 t , $\ddot{x}_g(t)$ 为一个随机变量,其地面加速度 $\ddot{x}_g(t)$ 为随机过程,而结构反应也是一个随机过程。

对于已经发生过的地震,并有该地震的时程记录,则研究这次地震引起的结构反应,显然应该采用确定性的分析方法。对于未来的某一次地震,还不能确切给出其地面加速度 $\ddot{x}_g(t)$,研究结构的反应应采用随机振动的方法。

目前地震作用分析所采用的反应谱方法,基本上属于确定性分析方法,因为它根据过去的地震记录 $\ddot{x}_g(t)$,按确定性分析方法求得反应谱,由于抗震设计反应谱是几百条地震波的平均值给予平滑化,因此它也部分地考虑了地震作用的随机性,但是仅用结构最大反应平均值的反应谱还不能体现结构反应的离散性,也就给不出抗震设计取值的可靠性。

8.1 随机过程的定义和数学描述

与确定性地震反应分析相比,随机地震反应分析的突出特点在于,只能确定反应量的概率分布和统计特征。这是问题的概率性特征所决定的。因此,当已知地震动输入的概率分布或概率统计特征后,确定结构反应(输出)的概率分布或概率统计特征是随机振动分析要解决的问题。

8.1.1 随机变量的概率统计特征

1. 一维随机变量

概率表示随机事件出现的可能性的统计规律。因此,若能把随机变量在可能取值范围上的概率情况搞清楚,就可认为该随机变量为已知。随机变量的特征可以用其概率密度函数或概率分布函数来描述。

设 X 为一随机变量,则概率密度函数 $f_x(x)$ 表示变量 X 发生于 $(x, x+dx)$ 区间中的概率,即 X 出现的可能性;则概率分布函数 $F(x)$ 为:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f_x(x) dx \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (8.1.1)$$

则表示小于等于随机变量 X 概率。

随机变量 X 的数学期望 u_x 为:

$$u_x = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx \quad (8.1.2)$$

除数学期望外,还用到其它一系列特征量来描述分析的性质,最常用的是矩。矩在力

学中广泛应用, 概率论中采用了力学中同样的定义, 较常用原点矩和中心矩两种形式。

n 阶原点矩的定义为:

$$E[X^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_x(x) dx \quad (8.1.3)$$

显然 n 阶原点矩也可看作对 x^n 取数学期望。

n 阶中心矩的定义为:

$$E[(X - u_x)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - u_x)^n f_x(x) dx \quad (8.1.4)$$

其二阶中心矩为

$$\begin{aligned} E[(X - u_x)^2] &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - u_x)^2 f_x(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - 2xu_x + u_x^2) f_x(x) dx \\ &= E[X^2] - 2u_x E[X] + u_x^2 \\ &= E[X^2] - u_x^2 \\ &= \sigma_x^2 \end{aligned} \quad (8.1.5)$$

二阶中心矩 $E[(X - u_x)^2]$ 称为 x 的方差, 它的正平方根 σ_x 称为 x 的标准差。

2. 多维随机变量

多维随机变量的概率分布函数定义为:

$$F_{x_1 x_2 \dots x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = p[(X_1 \leq x_1) \cap (X_2 \leq x_2) \dots \cap (X_n \leq x_n)] \quad (8.1.6)$$

相应的联合概率密度函数定义为:

$$f_{x_1 x_2 \dots x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^n}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} F_{x_1 x_2 \dots x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (8.1.7)$$

对于多维随机变量有联合矩或者称相关矩。现以二多维随机变量 X 、 Y 为例, 给出 $(n+m)$ 阶联合原点矩的定义:

$$E[X^n Y^m] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^n y^m f_{xy}(x, y) dx dy \quad (8.1.8)$$

当 $n=1, m=0$ 时

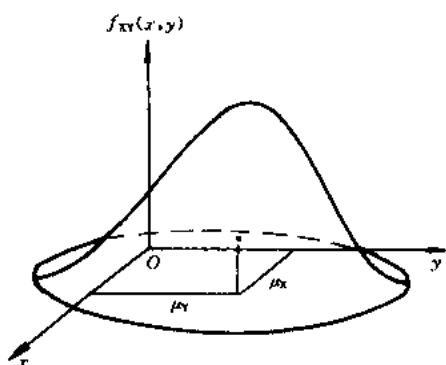


图 8.1.1 二维随机变量 μ_x 和 μ_y 的几何意义

$$\begin{aligned} E[X] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x f_{xy}(x, y) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = \mu_x \end{aligned}$$

同样, 当 $n=0, m=1$ 时,

$$\begin{aligned} E[Y] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y f_{xy}(x, y) dx dy \\ &= \mu_y \end{aligned}$$

显然, μ_x 、 μ_y 表示二维随机变量 X 、 Y 的联合概率密度函数曲面下体积质量的质心位置, 如图 8.1.1 所示。

当 $n=2, m=0$ 时

$$E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_{xy}(x, y) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x(x) dx$$

它是体积质量绕 Oy 轴的惯性矩。

同样, 当 $n=0, m=2$ 时

$$E[Y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 f_{xy}(x, y) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} y^2 f_y(y) dy$$

是体积质量绕 Ox 轴的惯性矩。

当 $n=1, m=1$ 时, 得到 X, Y 之间的相关矩

$$E[XY] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_{xy}(x, y) dx dy \quad (8.1.9)$$

它是体积质量绕 Ox, Oy 轴的惯性矩。当随机变量 X 和 Y 相互独立时,

$$f_{xy}(x, y) = f_x(x) f_y(y)$$

因此

$$\begin{aligned} E[XY] &= \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} y f_y(y) dy \\ &= E[X] E[Y] = \mu_x \mu_y \end{aligned} \quad (8.1.10)$$

由此得到结论: 互相独立的随机变量的乘积的数学期望等于各自数学期望值的乘积。这个结论可以推广到多个互相独立随机变量乘积的情况。

如果

$$E[XY] = 0 \quad (8.1.11)$$

则称随机变量 X 和随机变量 Y 是正交的。

对于 $(n+m)$ 阶联合中心矩的定义为:

$$\begin{aligned} &E[(X - \mu_x)^n (Y - \mu_y)^m] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^n (y - \mu_y)^m f_{xy}(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (8.1.12)$$

当 n 和 m 取相应值时, 可得到

$$\begin{aligned} E[X - \mu_x] &= E[Y - \mu_y] = 0 \\ E[(X - \mu_x)^2] &= E[X^2] - \mu_x^2 = \sigma_x^2 \\ E[(Y - \mu_y)^2] &= E[Y^2] - \mu_y^2 = \sigma_y^2 \\ E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f_{xy}(x, y) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (xy - x\mu_y - y\mu_x + \mu_x\mu_y) f_{xy}(x, y) dx dy = E[XY] - \mu_x\mu_y \\ &= K_{xy} \end{aligned} \quad (8.1.13)$$

K_{xy} 称为随机变量 X 和随机变量 Y 之间的协方差, 它反映两个随机变量之间的关联情况。

对于多维随机变量, 协方差是其一个很重要的数字特征。在一般情况下, 它是不等于零的。如果两个随机变量的协方差为零, 即

$$K_{xy} = 0 \quad (8.1.14)$$

就称随机变量 X 和随机变量 Y 之间是不相关的。

根据协方差的定义，两个互相独立的随机变量是不相关的。这是由于两个互相独立的随机变量 $E[XY] = \mu_x \mu_y$ ，则使得 $K_{xy} = 0$ 。这里要指出的是，不相关并不能保证两个随机变量互相独立。因此，不相关与互相独立是两个既有联系又相区别的概念。

常用无量纲的相关系数表示两个随机变量之间的相关程度。相关系数的定义为：

$$\rho_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (8.1.15)$$

相关系数 ρ_{xy} 反映了 X 和 Y 随机变量是线性相关的程度。如果完全线性相关，则 $\rho_{xy} = \pm 1$ ；完全不相关，则 $\rho_{xy} = 0$ ；部分相关，则 $-1 < \rho_{xy} < 1$ 。

3. 随机变量的特征函数

虽然各阶矩能描述随机变量概率密度函数的特征，但从理论上说，只知道少数几个矩时还不能唯一地确定出概率密度函数。为此，要想法找到一个函数，它和概率密度函数之间存在一一对应关系，并且经过一定的运算又可方便地得到同样的矩。这类函数中的一种是特征函数。

(1) 特征函数的定义

对连续随机变量 X ，称复随机变量 $e^{i\theta x}$ 的数学期望 $E[e^{i\theta x}]$ 为 X 的特征函数 $M_x(\theta)$ ，即

$$M_x(\theta) = E[e^{i\theta x}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\theta x} f_x(x) dx \quad (8.1.16)$$

式中， θ 是实数； i 为虚数单位。

显然，上式可以看成是 $f(x)$ 和 $M_x(\theta)$ 之间的一个傅里叶变换。根据 $f(x)$ 的性质：非负函数；在 $-\infty < x < \infty$ 上的积分等于 1。符合经典傅里叶变换存在的绝对可积条件。因此，上述变换式对每个随机变量总存在。那末，按傅里叶变换理论可得到另一个变换式即逆变换

$$f_x(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} M_x(\theta) e^{-i\theta x} d\theta \quad (8.1.17)$$

对离散随机变量 X ，用 δ 函数表示它的概率密度函数时，

$$f_x(x) = \sum_j p_j \delta(x - x_j)$$

根据 δ 函数的性质，可得到它的特征函数是一个傅里叶级数，即

$$\begin{aligned} M_x(\theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\theta x} \left[\sum_j p_j \delta(x - x_j) \right] dx \\ &= \sum_j p_j e^{i\theta x_j} \end{aligned} \quad (8.1.18)$$

显然，这种特征函数的逆变换也是存在的。

由此可见，特征函数能唯一地确定概率密度函数。在实际问题中，有时正是利用特征函数的这种性质，先求出它，再经傅里叶变换得到概率密度函数。这种做法常常比直接确定概率密度函数要方便。

(2) 特征函数与矩

特征函数的另一个重要性质是它同概率密度函数的各阶矩的简单关系。为了建立这种关系,把 $M_x(\theta)$ 在 $\theta=0$ 处展成泰勒级数,又称麦克劳林(Maclaurin)级数。

$$M_x(\theta) = M_x(0) + \theta \frac{dM_x(0)}{d\theta} + \frac{\theta^2}{2!} \frac{d^2 M_x(0)}{d\theta^2} + \dots \quad (8.1.19)$$

其中
$$\frac{d^n M_x(0)}{d\theta^n} = \left. \frac{d^n M_x(\theta)}{d\theta^n} \right|_{\theta=0}$$

根据定义(8.1.16)得到

$$M_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1$$

$$\frac{dM_x(0)}{d\theta} = i \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = iE[X] \quad (8.1.20a)$$

$$\frac{d^2 M_x(0)}{d\theta^2} = i^2 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x(x) dx = i^2 E[X^2] \quad (8.1.20b)$$

⋮

$$\frac{d^n M_x(0)}{d\theta^n} = i^n \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_x(x) dx = i^n E[X^n] \quad (8.1.20c)$$

如果这些都存在,代入(8.1.19)式

$$M_x(\theta) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i\theta)^n}{n!} E[X^n] \quad (8.1.21)$$

因为 $f(x)$ 由 $M_x(\theta)$ 唯一确定,所以从上式可知,要通过概率密度函数的各阶矩来描述一个随机变量,一般说来需要从一阶到无穷阶矩才能完整。但实际上高阶矩难于统计得到,因而只用少数几个低阶矩来描述随机变量总是近似的,除非随机变量是高斯的。

(3) 多维随机变量的特征函数

上述特征函数的概念可以推广到多维随机变量的情况。现以二维随机变量 X 、 Y 的特征函数为例,其定义为:

$$\begin{aligned} M_{xy}(\theta, \beta) &= E[e^{i(\theta x + \beta y)}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) e^{i(\theta x + \beta y)} dx dy \end{aligned} \quad (8.1.22)$$

把上式看成二维情况下的傅里叶变换,那末存在逆变换

$$f_{xy}(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{xy}(\theta, \beta) e^{-i(\theta x + \beta y)} d\theta d\beta \quad (8.1.23)$$

因此,二维特征函数也能唯一地确定二维概率密度函数。

如果二维随机变量的 n 阶联合矩存在,那末其特征函数 n 阶混合偏导数也存在,即

$$\frac{\partial^n M_{xy}(\theta, \beta)}{\partial \theta^{(n-k)} \partial \beta^k} = i^n E[X^{(n-k)} Y^k e^{i(\theta x + \beta y)}]$$

式中 $k=0, 1, \dots, n$ 。由此得到联合矩与混合偏导数的关系式

$$\begin{aligned}
 M_{xy}(\theta, \beta) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) e^{i(\theta x + \beta y)} dx dy \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) e^{i\theta x} dx \int_{-\infty}^{\infty} f_y(y) e^{i\beta y} dy \\
 &= M_x(\theta) M_y(\beta)
 \end{aligned} \tag{8.1.24}$$

若令 (8.1.22) 式中的 $\theta = \beta$, 就可得到两个随机变量和的特征函数, 即 $Z = X + Y$

$$M_z(\theta) = M_{xy}(\theta, \theta) = E[e^{i\theta(x+y)}] \tag{8.1.25}$$

当式中 X 和 Y 互相独立, 则

$$M_z(\theta) = M_x(\theta) M_y(\theta) \tag{8.1.26}$$

8.1.2. 随机过程的定义及其描述

在前面关于随机变量的讨论中, 是没有考虑它与某种参数如时间、地点等有依赖关系。可是在许多实际问题中, 不仅需要独立地研究随机变量, 而且更重要地要研究它随某种参数变化的演变过程, 揭示在演变过程中的概率规律。例如随机地震激励下的结构振动反应等。对于这类问题的研究, 发展形成了随机过程论。物理上比较习惯地把演变过程看作是随时间变化的过程, 为此下面总把参数看成是时间 (t), 实际上参数的含义还可以表示地点的坐标或其它物理量。而且阐述的数目可以同时有好几个, 不仅是时间, 而且还有三个空间坐标都是其参数, 有所谓随机场。为了简单, 今后只讨论单参数的情况。

1. 随机过程的定义

对随机变量 X 作多次连续地观测记录, 得到一个 $X(t)$, 即使观测的条件完全相同, 而这个时间函数在重复测量中却都不一样, 就称它为时间的随机函数。凡是观测结果由随机函数来表示的物理过程称为随机过程。把随机函数看作是物理的随机过程的数学表示之后, 这两个名词可以认为有着同一含义, 在叙述中能够混用。至于就某一固定时刻如 $t = t_1$ 的随机函数的值来说, 因为重复测量的记录都不同, 所以 $X(t_1)$ 就是通常意义下的随机变量, 工程上常称为随机过程的状态。把一次观测得到的时间函数记录称为随机过程的样本函数或称实现。就这个样本函数而言, 它是时间 t 的确定函数。随机函数的随机性是通过各个样本之间的区别, 以及这种区别的不可预测来体现的。因此, 要有许许多多以至

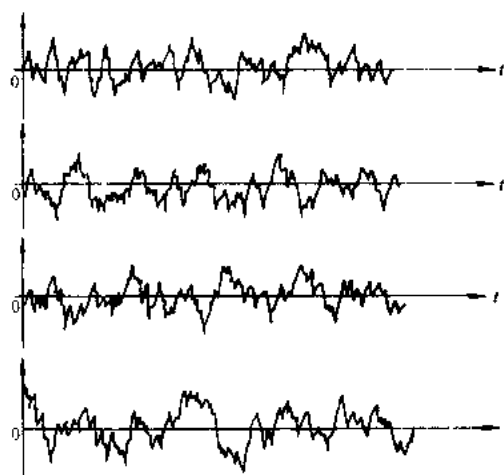


图 8.1.2 随机过程的不同样本

至无穷的样本组成的总体才能完整地表示随机函数。也就是说, 只有通过分析样本总体才能掌握随机过程的统计规律。图 8.1.2 表示随机函数的不同样本。

按上面的分析, 随机函数即随机过程 $X(t)$ 可以看成是状态变量 x 和时间变量 t 的二元函数。在它们给定的范围上, 对具体的 x 和 t 就是具体确定概率的随机变量。

根据在每个时刻的随机变量是离散的或连续的, 以及它是参数 t 的离散或连续函数, 随机过程可以分成下述四种:

- (1) 离散变量的离散函数随机过程;

- (2) 离散变量的连续函数随机过程;
- (3) 连续变量的离散函数随机过程;
- (4) 连续变量的连续函数随机过程。

根据随机振动的需要, 主要讨论第四种, 而道理对其它类型也完全适用。

上述分类方法是按取值的形式分类。更深入的分类是按过程的概率结构的特点, 这主要根据两个方面: 过程在统计规律上的均匀一致性以及记忆性如何。

按均匀一致性, 过程可以分为:

- (1) 平稳随机过程;
- (2) 非平稳随机过程。

按记忆性, 过程可以分为:

- (1) 纯粹随机过程;
- (2) 马尔可夫过程等等。

按照定义, 随机过程也可以看作是由一系列固定时刻上的随机变量, 即 $X(t_1)$ 、 $X(t_2)$ 、... 等所构成的多维随机变量。于是, 有关多维随机变量的许多概念和处理方法, 在这里都能推广应用。

2. 随机过程的概率结构

一般随机过程 $X(t)$ 的概率结构是由下列的一些量所构成的:

$$\left. \begin{aligned} f_{x_1}(x_1, t_1) \\ f_{x_2}(x_1, t_1; x_2, t_2) \\ f_{x_3}(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) \end{aligned} \right\} \quad (8.1.27)$$

式中, $t_1, t_2, \dots, t_n \in T$ 。这些量分别称为随机过程的一阶、二阶、... n 阶概率密度函数。一般, 这些函数当 t_1, t_2, \dots, t_n 变化时是不同的。因此, 它们不仅是状态变量 x_1, x_2, \dots, x_n 的函数, 而且还是 t_1, t_2, \dots, t_n 的函数。

显然, 一阶概率密度函数只描述了随机过程在各个孤立时刻状态的统计特性, 它不能反映随机过程在不同时刻状态之间的联系, 因此需要二阶以至更高阶的概率密度函数。

由于多维概率密度函数经过积分可以得到其维数较低的概率密度函数, 即

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1}(x_1, t_1; \dots; x_{n-k}, t_{n-k}; \dots; x_n, t_n) dx_{n-k+1} \dots dx_n \\ = f_{x_1}(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_{n-k}, t_{n-k}) \end{aligned} \quad (8.1.28)$$

因而, 掌握的联合概率密度函数的维数越高, 随机过程就被描述得越完全。

对于由两个随机函数 $X(t)$ 和 $Y(u)$ 所构成的联合随机过程, 为描述它所需要的联合概率密度函数序列为:

$$\left. \begin{aligned} f_{|x| | y|}(x_1, t_1; y_1, u_1) \\ f_{|x| | y|}(x_1, t_1; x_2, t_2; y_1, u_1) \\ f_{|x| | y|}(x_1, t_1; y_1, u_1; y_2, u_2) \\ f_{|x| | y|}(x_1, t_1; x_2, t_2; y_1, u_1; y_2, u_2) \end{aligned} \right\} \quad (8.1.29)$$

3. 随机过程的特征函数

随机过程也可以用概率密度函数的傅里叶变换—特征函数序列来描述它, 即

$$\begin{aligned}
M_{|x|}(\theta_1, t_1) &= E[e^{j\theta_1 x(t_1)}] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\theta_1 x(t_1)} f_{|x|}(x_1, t_1) dx_1 \\
M_{|x|}(\theta_1, t_1; \theta_2, t_2) &= E[e^{j(\theta_1 x(t_1) + \theta_2 x(t_2))}] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\theta_1 x_1 + \theta_2 x_2)} f_{|x|}(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 \\
M_{|x|}(\theta_1, t_1; \dots; \theta_n, t_n) &= E[e^{j(\theta_1 x(t_1) + \dots + \theta_n x(t_n))}] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n)} f_{|x|}(x_1, t_1; \dots; x_n, t_n) dx_1 \dots dx_n
\end{aligned} \tag{8.1.30}$$

由此可见，要完整地描述一个随机过程，需要所有各阶矩函数，而在实际应用中多半只是一阶、二阶矩函数。

$$E[X(t)] = \mu_x(t) \tag{8.1.31}$$

称为随机过程 $X(t)$ 的均值函数。

$$E[X(t_1)X(t_2)] = \Phi_{xx}(t_1, t_2) \tag{8.1.32}$$

称为随机过程 $X(t)$ 的自相关函数。这里所以称为自相关函数，是因为 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 属于同一个随机函数的。

当 $t_1 = t_2 = t$ 时，自相关函数就成为随机过程 $X(t)$ 的均方函数，即

$$E[X^2(t)] = \Phi_{xx}(t, t) \tag{8.1.33}$$

在由两个随机函数构成的联合随机过程中，就会有分别属于两个随机函数的随机变量之间的相关函数，其定义为

$$\begin{aligned}
E[X(t_1)Y(t_2)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_{|x|, |y|}(x, t_1; y, t_2) dx dy \\
&= \Phi_{xy}(t_1, t_2)
\end{aligned} \tag{8.1.34}$$

称为随机过程 $X(t)$ 和随机过程 $Y(t)$ 之间的互相关函数。

除了原点矩函数之外，还有各阶中心矩函数，其中最主要的是二阶中心矩函数，其定义为

$$\begin{aligned}
&E\{[X(t_1) - \mu_x(t_1)][X(t_2) - \mu_x(t_2)]\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - \mu_x(t_1)][x_2 - \mu_x(t_2)] f_{|x|}(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 \\
&= \Phi_{xx}(t_1, t_2) - \mu_x(t_1)\mu_x(t_2) \\
&= K_{xx}(t_1, t_2)
\end{aligned} \tag{8.1.35}$$

称为随机过程 $X(t)$ 的自协方差函数或协方差函数。

当 $t_1 = t_2 = t$ 时，自协方差函数就成为相应的方差函数，并以 $\sigma_x^2(t)$ 标记

$$\begin{aligned}
K_{xx}(t, t) &= E\{[X(t) - \mu_x(t)]^2\} \\
&= \sigma_x^2(t)
\end{aligned} \tag{8.1.36}$$

同样，在不同的随机过程之间有二阶联合中心矩函数，其定义为

$$\begin{aligned}
& E\{[X(t_1) - \mu_x(t_1)][Y(t_2) - \mu_y(t_2)]\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - \mu_x(t_1)][y_2 - \mu_y(t_2)] f_{x_1, y_2}(x_1, t_1; y_2, t_2) dx_1 dy_2 \\
&= \Phi_{xy}(t_1, t_2) - \mu_x(t_1)\mu_y(t_2) = K_{xy}(t_1, t_2)
\end{aligned} \quad (8.1.37)$$

称为随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 之间的互协方差函数。

标准化的协方差函数称为相关系数函数，其符号和定义如下：

$$\begin{aligned}
\rho_{xx}(t_1, t_2) &= \frac{K_{xx}(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_x(t_2)} \\
\rho_{xy}(t_1, t_2) &= \frac{K_{xy}(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_y(t_2)}
\end{aligned} \quad (8.1.38)$$

在这里要再强调一下随机过程的一阶、二阶统计特性的重要性，正如在随机变量中的数学期望和方差那样。首先，对有些随机过程如工程上常使用的高斯随机过程，完全由它的一阶、二阶统计特性描述的；其次，从随机现象的实际观测记录，要得到比较准确的二阶以上的统计特征性比较困难。所以，实际上往往要依靠一阶、二阶统计特性来描述随机过程的概率规律。一般随机过程的均值函数常为零或某一常数，于是相关函数或协方差函数就成为随机过程的最重要的描述。因此，在研究结构对随机激励的反应时特别强调二阶统计特性。

8.2 单自由度线性体系的随机激励反应

线性体系的随机振动理论已经发展得比较成熟，尤其是平稳随机激励下的反应分析。在本节我们讨论单自由度线性体系的随机激励反应。

8.2.1 单自由度线性体系随机激励反应的一般表达式

单自由度线性体系受到的激励不再是确定的力函数 $f(t)$ ，而是随机过程 $F(t)$ ，则体系的运动也就不再是确定函数 $X(t)$ ，而是随机过程 $X(t)$ 。但是，该体系的运动微分方法在形式上仍与确定性的方程式一样，即

$$\ddot{X}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (8.2.1)$$

然而，在性质上式 (8.2.1) 已经是一个随机微分方程。

通常自由振动的运动由于阻尼的作用而逐渐消失，所以我们只关心激励引起的强迫反应。当采用脉冲反应函数法计算时，其激励引起的强迫反应为：

$$\begin{aligned}
X(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(\tau)h(t-\tau)d\tau \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} F(t-\tau)h(\tau)d\tau
\end{aligned} \quad (8.2.2)$$

要完整地描述一个随机过程，需要它的一整套概率结构，实际上这是得不到的，一般只是通过某些统计的数字特征量如矩函数，把过程的主要随机特征反映出来。把式 8.2.2 代入随机积分的数字特征公式中，就可得到 $X(t)$ 的 n 阶矩函数

$$\begin{aligned}
& E[X(t_1)X(t_2)\cdots X(t_n)] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} E[F(\tau_1)F(\tau_2)\cdots F(\tau_n)]h(t_1-\tau_1)h(t_2-\tau_2) \\
&\quad \cdots h(t_n-\tau_n)d\tau_1 d\tau_2 \cdots d\tau_n
\end{aligned} \quad (8.2.3)$$

如果 (8.2.3) 式中的积分存在, 则反应过程的矩函数是存在的。

式 (8.2.3) 是单自由度系统在随机激励下反应的统计特性的一般表达式。它把激励过程的统计特性与反应过程的统计特性联系起来了。显然, 要求得系统的随机反应的统计特性, 必须已知系统本身的振动特性——脉冲反应函数或频率反应函数, 以及激励的统计特性。

根据概率论中论证过的中心极限定理, 在多种随机因素共同作用下的过程, 其概率规律是渐近于高斯的, 所以工程上在处理实际问题时, 常常把许多激励过程假设为高斯过程, 以简化处理的复杂性, 而同时使得分析结果仍然具有一定的精度。因为高斯过程经过线性变换之后仍然是高斯的, 所以线性系统受到高斯过程的激励作用时, 其反应也必然是高斯的。即使对于非高斯过程, 它的头两阶矩函数也提供了关于过程的最重要的统计信息, 它们在判断系统受到随机激励时的可靠性估计中还是很有用的。为此, 一般所说的随机响应分析主要指响应过程的一阶及二阶统计特性的分析计算。式 (8.2.3) 的一阶和二阶矩函数为:

$$\begin{aligned} E[X(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} E[F(\tau)] h(t-\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} E[F(t-\tau)] h(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (8.2.4)$$

$$\begin{aligned} E[X(t_1)X(t_2)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E[F(\tau_1)F(\tau_2)] h(t_1-\tau_1) h(t_2-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E[F(t-\tau_1)F(t_2-\tau_2)] h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned} \quad (8.2.5)$$

8.2.2 单自由体系线平稳随机激励的反应

随机激励的平稳性是处理许多实际工程问题时的经常作的一个假定, 这是因为在许多随机现象的观察中发现, 当一些能够加以控制的影响因素保持基本稳定时, 记录到的随机过程常常具有平稳性。

当激励 $F(t)$ 是平稳随机过程时, 力过程的均值应该是常数, 而自相关函数应该是时间差的函数, 即

$$E[F(\tau)] = E[F(t-\tau)] = \mu_F \quad (8.2.6)$$

$$E[F(\tau_1)F(\tau_2)] = R_{FF}(\tau_1 - \tau_2) = R_{FF}(\tau_2 - \tau_1)$$

$$\begin{aligned} E[F(t_1 - \tau_1)F(t_2 - \tau_2)] &= R_{FF}(t_1 - t_2 - \tau_1 + \tau_2) \\ &= R_{FF}(t_2 - t_1 + \tau_1 - \tau_2) \end{aligned} \quad (8.2.7)$$

对于这样的激励, 下面来讨论不考虑激励起点影响、考虑激励起点影响以及白噪激励三种情况下随机反应的计算。

1. 不计激励起点影响的情况

由于系统中阻尼的作用, 一般激励起点的影响在经过一定时间之后就会消失, 因此可以不计激励起点的影响。而这间隔的长短取决于阻尼等系统的性质和初始条件, 为了包括各种可能, 常把这种情况用激励从 $t = -\infty$ 时起就已作用到系统上来表示的。于是, 把式 (8.2.6) 代入式 (8.2.4) 则为:

$$\begin{aligned}
 E[X(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \mu_F h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \mu_F h(\tau) d\tau \\
 &= \mu_F \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau \\
 H(\omega = 0) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) d\tau \\
 E[X(t)] &= H(0) \mu_F \quad (8.2.8)
 \end{aligned}$$

这表明反应的均值也是一个常数，并且它同激励力均值的比等于 $H(0)$ 。若激励力的均值 μ_F 为零，则反应的均值也为零。一般为了方便，假定激励力的均值为零，倘若实际的均值并不为零，可运用线性体系的迭加原则来处理。这样，使得分析工作主要集中在反应的二阶矩特征上。

把式 (8.2.7) 代入式 (8.2.5) 得到

$$E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(t_1 - t_2 - \tau_1 + \tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (8.2.9)$$

上式右边的积分结果是 $t_1 - t_2$ 的函数，所以反应过程的自相关函数与时间的具体值无关，仅仅取决于时间差。因而得到反应自相关函数与激励自相关关系式为

$$R_{XX}(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(t_1 - t_2 - \tau_1 + \tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (8.2.10)$$

根据式 (8.2.9) 和式 (8.2.10)，反应过程的均值是常数，自相关函数仅仅是时间差的函数。由此可见，线性体系受到一个平稳随机过程的激励，并且不计激励起点影响时，其反应过程也是平稳随机过程。

由于平稳随机过程的自相关函数同功率谱密度函数之间构成一对傅里叶变换，则激励力反应过程分别为：

$$S_{FF}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (8.2.11)$$

$$S_{XX}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (8.2.12)$$

令 $\tau = t_1 - t_2$ ，将式 (8.2.10) 代入式 (8.2.12)，并改变积分次序可得：

$$\begin{aligned}
 S_{XX}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(\tau - \tau_1 + \tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right] d\tau \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau_1} h(\tau_1) d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau_2} h(\tau_2) d\tau_2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(\tau - \tau_1 + \tau_2) e^{-i\omega(\tau - \tau_1 - \tau_2)} d\tau \\
 &= H(\omega) H^*(\omega) S_{FF}(\omega) \quad (8.2.13)
 \end{aligned}$$

式中， $H^*(\omega)$ 为 $H(\omega)$ 的共轭复数。由于

$$|H(\omega)|^2 = H(\omega) H^*(\omega)$$

$$\text{所以} \quad S_{XX}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{FF}(\omega) \quad (8.2.14)$$

上式表明线性系统在平稳随机激励下，反应的功率谱密度函数与激励的功率密度函数之间存在着简单的关系。通常称 $|H(\omega)|^2$ 为传递函数，以描述各种频率的能量通过系统传递的能力。图 8.2.1 示出了平稳的激励谱密度与其反应的谱密度函数的关系。

根据反应的功率谱密度函数 $S_{XX}(\omega)$ ，能计算出均方反应：

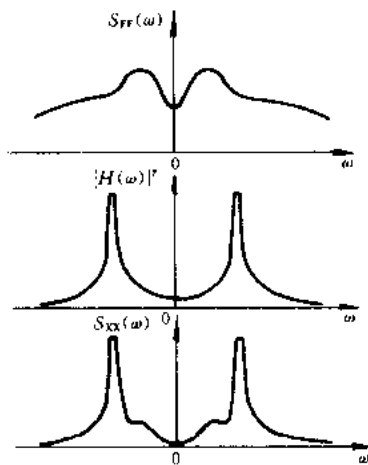


图 8.2.1 平稳的激励谱密度与反应谱密度函数关系

$$\begin{aligned}
 E[X^2(t)] &= R_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(\omega) d\omega \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{FF}(\omega) d\omega
 \end{aligned}
 \quad (8.2.15)$$

把单自由度体系的 $H(\omega)$ 代入, 则得到

$$E[X^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_{FF}(\omega)}{m^2[(\omega_0 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2]} d\omega
 \quad (8.2.16)$$

假如激励过程不仅平稳而且是高斯的, 那末线性系统的反应过程亦是高斯的。因此, 在已知反应过程的均值和均方值, 就完全确定了它的概率密度函数。

另外, 对反应同激励之间的互相关函数和互谱密度函数, 也可建立相应的关系式。根据定义, 激励和反应之间的互相关函数为

$$\begin{aligned}
 E[F(t_1)X(t_2)] &= E[F(t_1) \int_{-\infty}^{\infty} F(t_2 - \tau_1)h(\tau_1)d\tau_1] \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} E[F(t_1)F(t_2 - \tau_1)]h(\tau_1)d\tau_1 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(t_2 - t_1 - \tau_1)h(\tau_1)d\tau_1
 \end{aligned}
 \quad (8.2.17)$$

令 $\tau = t_2 - t_1$, 对平稳随机激励情况, 则得到

$$R_{FX}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(\tau - \tau_1)h(\tau_1)d\tau_1
 \quad (8.2.18)$$

对上式两边作傅里叶变换, 并根据

$$S_{FX}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{FX}(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau
 \quad (8.2.19)$$

于是

$$\begin{aligned}
 S_{FX}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} \left[\int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(\tau - \tau_1)h(\tau_1)d\tau_1 \right] d\tau \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau_1} h(\tau_1) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{FF}(\tau - \tau_1)e^{-i\omega(\tau - \tau_1)}d\tau \right] d\tau_1
 \end{aligned}
 \quad (8.2.20)$$

因而得到

$$S_{FX}(\omega) = H(\omega)S_{FF}(\omega)
 \quad (8.2.21)$$

由于 $S_{FF}(\omega)$ 总是一个实值函数, 而 $H(\omega)$ 是个复函数, 所以一般 $S_{FX}(\omega)$ 也总是个复函数。

根据互相关函数的性质

$$R_{XF}(\tau) = R_{FX}(-\tau)$$

于是还可以得出下述关系式

$$S_{XF}(\omega) = S_{FX}^*(\omega) = H^*(\omega)S_{FF}(\omega)
 \quad (8.2.22)$$

2. 考虑激励起点影响的情况

假定激励过程本身是平稳的，它始终存在着，只是 $t = 0$ 时刻起作用在系统上，现在来分析从作用后系统的反应。在这种情况下式 (8.2.9) 积分下限由 $-\infty$ 变为 0，即

$$E[X(t_1)X(t_2)] = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} R_{FF}(t_1 - t_2 - \tau_1 + \tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (8.2.23)$$

并用 $S_{FF}(\omega)$ 的傅里叶变换代替 $R_{FF}(t_1 - t_2 - \tau_1 + \tau_2)$ 得到

$$\begin{aligned} E[X(t_1)X(t_2)] &= \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{FF}(\omega) e^{i\omega(t_1 - t_2 - \tau_1 + \tau_2)} h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{FF}(\omega) e^{i\omega(t_1 - t_2)} \left[\int_0^{t_1} h(\tau_1) e^{-i\omega\tau_1} d\tau_1 \right] \left[\int_0^{t_2} h(\tau_2) e^{-i\omega\tau_2} d\tau_2 \right] d\omega \quad (8.2.24) \end{aligned}$$

线性系统对弱平稳随机激励的反应，当考虑激励起点的影响时，开始是非平稳的。对于足够大的 t_1 和 t_2 ，则

$$E[X(t_1)X(t_2)] \rightarrow R_{xx}(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{FF}(\omega) e^{i\omega(t_1 - t_2)} d\omega$$

因而

$$S_{XX}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{FF}(\omega)$$

而且对于足够大的 t

$$E[X^2(t)] \rightarrow R_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{FF}(\omega) d\omega$$

说明系统受到弱平稳随机激励足够时间之后，运动会由非平稳逐步过渡到弱平稳的。不管系统起初是否处于静止，这个结论都是对的。因为初始条件的影响，在稳定系统中会随着时间的增加而消失。

在 $t = 0$ 时

$$E[X^2(t)] = 0$$

因为原先假设系统起初处于静止，所以得到这个结论是必然的。

关于非平稳阶段要持续多长时间，对于一定的初始激励的条件，显然主要取决于系统中阻尼的大小。在不同阻尼情况下的各种具体非平稳的过渡阶段可参考图 8.2.2。只有在这个时间之后，把系统的响应作为弱平稳随机过程来处理才是正确的。认识到这点很有意义，尤其对于正确进行随机振动测量、试验。在试验中刚加上弱平稳随机激励，或者中途改变激励情况，都要注意到会有一个非平稳的过渡阶段，只有经过一

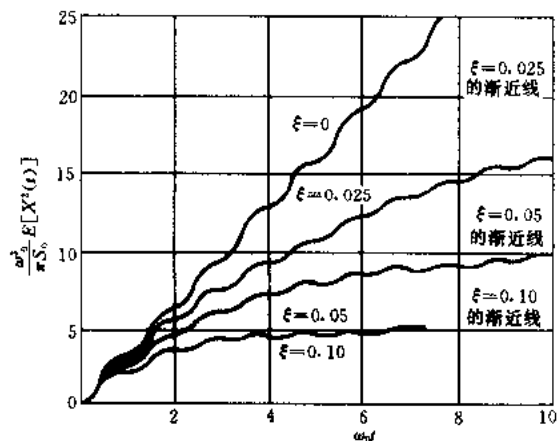


图 8.2.2 不同阻尼情况下的非平稳过渡

定时间之后,才能得到具有弱平稳性质的记录。这点与一般激励实验中需要有一个稳定阶段,以便自由振动衰减很相象。

3. 白噪声激励下的响应

白噪声是指在 $-\infty \sim \infty$ 的整个频率范围上功率谱密度保持常数的平稳随机过程,它的自相关函数仅仅在时间差为零(即 $\tau=0$)处存在一个 δ 函数。假如线性系统受到功率谱密度为 S_0 的白噪声激励,根据式(8.2.15)可得到不计激励起点影响的均方响应为

$$E[X^2(t)] = S_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (8.2.25)$$

这时计算得到了明显的简化,但是,白噪声在物理上是不存在的,仅仅是在相当宽的频率范围上具有几乎相同功率谱密度函数实际过程的一种数学抽象。

8.3 多自由度线性体系对平稳随机激励的反应

n 自由度系统在随机激励下的运动微分方程为

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{F(t)\} \quad (8.3.1)$$

假定系统的无阻尼的各阶固有频率及其正则化了的振型向量已经求得,分别为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 和 $\{A_N^{(1)}\}, \{A_N^{(2)}\}, \dots, \{A_N^{(n)}\}$ 。并且认为系统的阻尼是正交阻尼,比如有一种正交阻尼的形式是比例阻尼,即

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (8.3.2)$$

其中 α 和 β 是由系统特性确定的常数。

作上述方程的变换,令

$$\{X(t)\} = [A_N]\{Q(t)\} \quad (8.3.3)$$

其中

$$[A_N] = [\{A_N^{(1)}\}, \{A_N^{(2)}\}, \dots, \{A_N^{(n)}\}]$$

这就是说,每个随机过程 $X_j(t)$ 可以表示成随机过程向量 $\{Q(t)\}$ 的线性组合,即

$$X_j(t) = \sum_{r=1}^n A_N^{(r)} Q_r(t) \quad (8.3.4)$$

于是就有:

$$\{\ddot{Q}(t)\} + [2\zeta\omega]\{\dot{Q}(t)\} + [\omega^2]\{Q(t)\} = [A_N]^T\{F(t)\} \quad (8.3.5)$$

这是 n 个互相独立的方程,每个方程在形式上都同单自由度系统的完全一样,其中第 j 个元素的方程为

$$\ddot{Q}_j(t) + 2\zeta_j\omega_j\dot{Q}_j(t) + \omega_j^2Q_j(t) = \{A_N^{(j)}\}^T\{F(t)\} \quad (8.3.6)$$

显然,随机响应 $Q_j(t)$ 可用单自由度系统的公式来计算,在不考虑激励起点影响的情况下

$$\begin{aligned} Q_j(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_j(t-\tau) \{A_N^{(j)}\}^T F(\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h_j(\tau) \{A_N^{(j)}\}^T F(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (8.3.7)$$

其中

$$h_j(t) = \frac{1}{\omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2}} e^{-\xi_j \omega_j t} \sin \sqrt{1 - \xi_j^2} \omega_j t \quad (8.3.8)$$

这样就得到以矩阵表示的随机过程 $\{Q_j(t)\}$ 为

$$\{Q(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau)][A_N]^T \{F(t - \tau)\} d\tau \quad (8.3.9)$$

因为式 (8.3.5) 表示的是一个互相不耦合的方程组, 相应的脉冲响应函数也是互相独立的, 所以由它们构成的脉冲响应函数矩阵应该是一个对角阵, 即

$$[h(t)] = \begin{bmatrix} h_1(t) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_2(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_n(t) \end{bmatrix}$$

把式 (8.3.9) 代入式 (8.3.3) 式, 就得到通过系统的各阶正则坐标表达式的随机响应过程的矩阵公式

$$\{X(t)\} = [A_N] \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau)][A_N]^T \{F(t - \tau)\} d\tau \quad (8.3.10)$$

利用式 (8.3.10), 可以计算反应过程的一阶、二阶统计特性为

$$E[\{X(t)\}] = [A_N] \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau)][A_N]^T E[\{F(t - \tau)\}] d\tau \quad (8.3.11)$$

$$\begin{aligned} & E[\{X(t_1)\} \{X(t_2)\}^T] \\ &= [A_N] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau_1)][A_N]^T \\ & \quad E[\{F(t_1 - \tau_1)\} \{F(t_2 - \tau_2)\}^T] [A_N] [h(\tau_2)] d\tau_1 d\tau_2 [A_N]^T \end{aligned} \quad (8.3.12)$$

如果激励随机过程是弱平稳的, 则可得到

$$E[\{X(t)\}] = [A_N] \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau)] d\tau [A_N]^T \{\mu_F\} \quad (8.3.13)$$

$$\begin{aligned} E[\{X(t_1)\} \{X(t_2)\}^T] &= [R_{xx}(t_1 - t_2)] \\ &= [A_N] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau_1)][A_N]^T [R_{FF}(t_1 - t_2 - \tau_1 + \tau_2)] \\ & \quad [A_N] [h(\tau_2)] d\tau_1 d\tau_2 [A_N]^T \end{aligned} \quad (8.3.14)$$

对式 (8.3.14) 两边作傅里叶积分变换, 就得到反应的功率谱密度函数矩阵和激励的功率谱密度函数矩阵之间的关系式为

$$[S_{xx}(\omega)] = [A_N] [H(\omega)] [A_N]^T [S_{FF}(\omega)] [A_N] [H^*(\omega)] [A_N]^T \quad (8.3.15)$$

其中, $[H(\omega)]$ 是系统经变换后的频率响应函数矩阵, 它与 $[H(\tau)]$ 构成傅里叶变换对, 即

$$[H(\omega)] = \begin{bmatrix} H_1(\omega) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & H_2(\omega) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & H_n(\omega) \end{bmatrix}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau)] e^{-i\omega\tau} d\tau$$

利用反应功率谱密度函数矩阵 $[S_{xx}(\omega)]$ 中的对角元素, 即各个位移反应的自谱密度函数, 就可求得的各个自由度的均方反应函数。令

$$[A_{Nj}] = [A_{Nj}^{(1)}, A_{Nj}^{(2)}, \dots, A_{Nj}^{(n)}]$$

$$E[X_j^2(t)] = R_{x_j x_j}(0)$$

$$= [A_{Nj}] \int_{-\infty}^{\infty} [H(\omega)] [A_N]^T [S_{FF}(\omega)] [A_N] [H^*(\omega)] d\omega [A_N]^T$$

(8.3.16)

8.4 随机影响的门槛交叉及峰值分布问题

前边讨论了随机反应的一阶、二阶统计特性, 对单自由度系统是均值 μ_X 、相关函数 $R_{XX}(\tau)$ 及均方值 $E[X^2]$; 对多自由度系统是均值矢量 $\{\mu_{XX}\}$ 、相关函数矩阵 $[R_{XX}(\tau)]$ (其中包括各个自由度上反应的均方值)。如果激励过程还是高斯的, 根据高斯过程线性变换后仍然是高斯的性质, 则线性系统的反应必定还是高斯的。因此, 这种情况下的一阶、二阶统计特性也就完全确定了反应过程的概率结构。然而, 对于一般的结构设计而言, 求得这些统计信息, 还并不是作随机反应分析的最终目的。在结构反应分析中采用随机过程理论的最终目的, 是要能判断为承受随机激励而设计的结构的可靠性, 也就是可靠概率。

任何一个工程结构, 总存在着比较薄弱的环节, 其破坏一般有以下两种形式:

1. 结构的反应一次达到结构承载能力 (或变形能力) 的限值, 结构就发生破坏, 称为首次偏移破坏。
2. 结构反应比较小或中等, 但出现多次, 当累积损伤的总数达到某个限值时就发生破坏, 称为疲劳破坏。

针对这两种破坏形式, 要判断结构是否达到了破坏, 除了要恰当地给出反应的最大值或者损伤积累的总量外, 都涉及随机反应过程在一定时间内波动的大小与次数。因此, 下面分别来讨论, 随机反应过程与某一门槛值交叉的次数的概率特性, 即所谓门槛值交叉问题, 以及超过一定水平的峰数 (或谷数) 的概率特性, 即所谓峰分布问题。至于反应的最大值或损伤积累限值应该取多少, 应在大量的试验的基础上, 综合考虑了许多因素之后确定的。

8.4.1 随机响应的门槛值交叉问题

为一般起见, 设有一随机过程 $X(t)$, 它是一个连续取值的, 对于参数 t 也是连续并且

均方可微的过程，其中两个样本函数如图 8.4.1 所示。现在要研究在某个时间间隔 (t_1, t_2) 内过程 $X(t)$ 自下而上或自上而下越过阈值 $x=a$ 的次数的统计特性。越过的次数在图上表示为样本函数 $X(t)$ 与水平线 $x=a$ 的相交，越过次数就是交点的数目。显然，在同一时间间隔内，对于一定的阈值来说，不同样本函数的越过次数是不同的，它是一个随机变量。而对于不同的阈值和时间间隔来说，它就是一个随机过程。下面先以比较直观的方法，讨论一下在单位时间间隔里自下而上即以正斜率越过阈值的交叉期望值（若讨论自上而下即以负斜率越过阈值的情况也一样）。

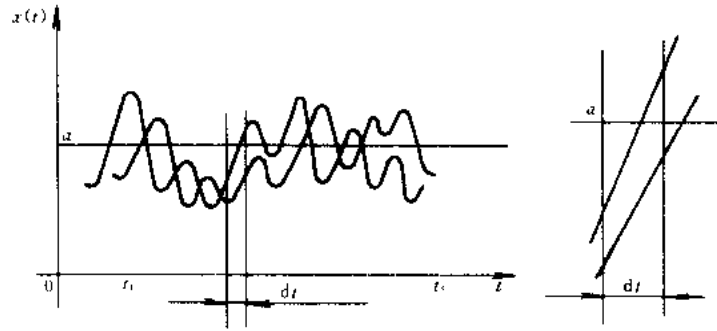


图 8.4.1 两个样本函数超越阈值的情况

首先考虑在 t 时刻的取值，按照图 8.4.1，可以想象在所有样本函数中，显然只有一部分样本的取值小于 a 。并且在这样本函数中，在 dt 间隔内能与 $x=a$ 的水平线相交的又只是其中的一部分。现在来分析一下，能够交叉的条件。由于 dt 取得很小，样本函数在这范围内都可以近似看成直线，从图上的几何关系很容易得到样本函数在 t 时刻的正斜率必须满足下述关系式

$$\dot{x}(t) \geq \frac{a - x(t)}{dt} \quad (8.4.1)$$

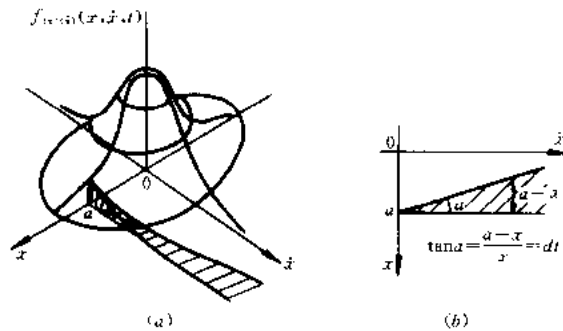


图 8.4.2

它才能保证与 $x=a$ 的水平线相交。这个条件在 $x(t)$ 和 $\dot{x}(t)$ 的取值平面（常称相平面）上确定了一个变化范围，如图 8.4.2b 所示。如图已知了随机过程 $x(t)$ 和 $\dot{x}(t)$ 的联合概率密度函数 $f_{|x|,|\dot{x}|}(x, \dot{x}, t)$ ，通过在这范围上的积分，那末就能求得在 dt 间隔内对应的概率值，这个概率也就是相应以正斜率交叉的期望值。令单位时间内的正斜率交叉的期望值为 $E[n^+(a, t)]$ ，其中上角标“+”表示以正斜率交叉，则这积分为

$$E[n^+(a, t)]dt = \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{x} \int_{-\infty - \dot{x}dt}^{\infty} f_{|x|,|\dot{x}|}(x, \dot{x}, t) dx \quad (8.4.2)$$

上式中的积分限是根据图 8.4.2a 确定的。由于 dt 很小，其中第二重积分可足够正确地等于 $f_{|x|,|\dot{x}|}(a, \dot{x}, t) dx$ 。于是，两边除 dt ，并令 $dt \rightarrow 0$ ，就得到

$$E[n^+(a, t)] = \int_0^{\infty} \dot{x} f_{|x|,|\dot{x}|}(a, \dot{x}, t) d\dot{x} \quad (8.4.3)$$

为了使讨论更深入,不仅要能确定交叉率的期望值,还要确定它的相关函数等,这里用一个计数随机过程 $N(a, t_1, t_2)$ 来表示 $X(t)$ 在间隔 (t_1, t_2) 内与阈值 $x = a$ 的交叉数。要具体写出这个计数过程,根据其物理含义,先设计一个随机过程 $Y(t)$ 如下

$$Y(t) = U[X(t) - a] \quad (8.4.4)$$

其中 $U[\]$ 是单位阶跃函数,它有如下性质

$$Y(t) = \begin{cases} 1 & X(t) > a \\ \frac{1}{2} & X(t) = a \\ 0 & X(t) < a \end{cases} \quad (8.4.5)$$

现在让随机过程 $Y(t)$ 在形式上对 t 取导数,并引进单位阶跃函数的导数为相应的 δ 函数,而得到

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t) &= \frac{d}{dt} U[X(t) - a] \\ &= \dot{X}(t) \delta[X(t) - a] \end{aligned} \quad (8.4.6)$$

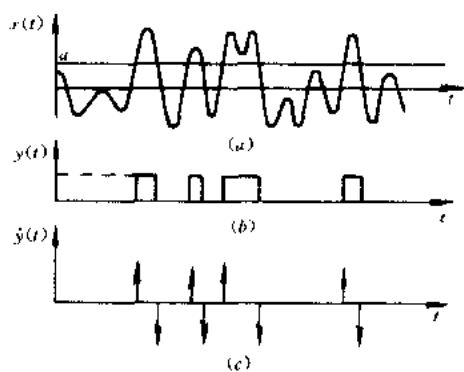


图 8.4.3

对于某个样本函数来说, $x(t)$ 和 $y(t)$ 、 $\dot{y}(t)$ 的关系如图 8.4.3 所示。它表示当样本函数 $x(t)$ 在越过阈值时,在 $y(t)$ 上出现一个单位高度的矩形函数,而在 $\dot{y}(t)$ 图上在对应各个交叉点处出现一系列单位脉冲,正脉冲表示自下而上交叉,负脉冲表示自上而下交叉。如果不计脉冲的正负,累积在时间间隔 (t_1, t_2) 上脉冲的数目,就对应交叉点的数目 $N(a, t_1, t_2)$ 。这样就可以把计数过程表达为

$$N(a, t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |\dot{X}(t)| \delta[X(t) - a] dt \quad (8.4.7)$$

这里要注意,对于一个具体样本函数来说, $\dot{x}(t)$ 的作用仅给出一个正负,但对整个样本函数的总体即过程来说,它还包含着具体数值的大小。另外,从物理上考虑单位时间内不可能发生无穷多次交叉,这在数学上反映为被积函数是一个有界函数,因而对积分区间不必去追究是开区间还是闭区间。

现在可以利用上式来求计数随机过程 $N(a, t_1, t_2)$ 的统计特性,它的数学期望为

$$\begin{aligned} E[N(a, t_1, t_2)] &= \int_{t_1}^{t_2} E[|\dot{X}(t)| \delta[X(t) - a]] dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}(t)| \delta[x(t) - a] f_{|X|\dot{X}}(x, \dot{x}, t) dx d\dot{x} dt \end{aligned} \quad (8.4.8)$$

根据 δ 函数的性质, 可以先对 x 作积分, 而得到

$$E[N(a, t_1, t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}(t)| \cdot f_{|X|\dot{X}}(a, \dot{x}, t) d\dot{x} dt \quad (8.4.9)$$

把单位时间内阈值交叉率定义为 $n(a, t)$, 则

$$N(a, t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} n(a, t) dt \quad (8.4.10)$$

比较式 (8.4.7) 和式 (8.4.10) 式, 显然得到

$$n(a, t) = |\dot{X}(t)| \delta[X(t) - a] \quad (8.4.11)$$

那末 $n(a, t)$ 的期望值如果存在, 则为

$$\begin{aligned} E[n(a, t)] &= E[|\dot{X}(t)| \delta[X(t) - a]] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}(t)| \cdot f_{|X|\dot{X}}(a, \dot{x}, t) d\dot{x} \end{aligned} \quad (8.4.12)$$

利用式 (8.4.11) 还可求得门檻交叉率 $n(a, t)$ 的相关函数

$$\begin{aligned} &E[n(a, t_1)n(a, t_2)] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{x}_1| |\dot{x}_2| f_{|X|\dot{X}}(a, \dot{x}_1; a, \dot{x}_2, t_2) d\dot{x}_1 d\dot{x}_2 \end{aligned} \quad (8.4.13)$$

其中

$$\begin{aligned} |\dot{x}_1| &= |\dot{x}(t_1)| \\ |\dot{x}_2| &= |\dot{x}(t_2)| \end{aligned}$$

$f_{|X|\dot{X}}(x_1, \dot{x}_1, t_1; x_2, \dot{x}_2, t_2)$ 是 $X(t)$ 和 $\dot{X}(t)$ 在两个不同时刻 t_1 和 t_2 的联合概率密度函数。

从上面的分析可知, 要计算反应过程 $X(t)$ 的阈值交叉率, 必须知道 $X(t)$ 和 $\dot{X}(t)$ 的有关联合概率密度函数。在前面几节的随机反应分析中, 在已知了弱平稳随机激励过程的统计特征的前题下, 能求得的只是弱平稳随机响应的一阶和二阶统计特性。但是, 在一般情况下利用这两阶统计特性还不能确定出上述联合概率密度函数, 这点从特征函数与各阶矩的关系中看得很清楚。而只有反应过程是高斯过程时, 它的联合概率密度函数才完全由它的一阶和二阶矩函数确定的。

设 $X(t)$ 是具有零均值而方差为 σ_x 的平稳高斯过程。对平稳随机过程来说, 同一时刻的 $X(t)$ 和 $\dot{X}(t)$ 互相正交

$$R_{x\dot{x}}(0) = 0$$

即它们互相不相关。对于高斯过程互不相关等价于互相独立, 这就意味着两个随机过程的联合概率密度函数是等于各自概率密度函数的乘积。又由于平稳随机过程的一阶概率密度函数是与时间无关的函数。因此得到

$$\begin{aligned} f_{|X|\dot{X}}(x, \dot{x}) &= f_X(x) f_{\dot{X}}(\dot{x}) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_{\dot{x}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}\right) \end{aligned} \quad (8.4.14)$$

其中 σ_x 、 $\sigma_{\dot{x}}$ 都可以由随机反应分析求得。式 8.4.14 其交零率的期望值为：

$$\begin{aligned} E[n^+(a)] &= \int_0^{\infty} \dot{x} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_{\dot{x}}} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}\right) d\dot{x} \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_x^2}\right) \end{aligned} \quad (8.4.15)$$

当把门槛值取作为零，即

$$a = 0$$

就得到所谓零值交叉问题，尤其对于均值为零的平稳高斯过程，把这个条件代入式 (8.4.15)，得到以正斜率交叉率的期望值为

$$E[n^+(0)] = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \quad (8.4.16)$$

如果把 σ_x 和 $\sigma_{\dot{x}}$ 用功率谱密度函数表示，则

$$E[n^+(0)] = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{xx}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.4.17)$$

8.4.2 随机反应的峰值分布问题

所谓为峰值分布问题，是讨论在随机过程的样本函数总体中关于峰值的概率分布。从物理含义上它同交叉问题有联系，但又有区别。门槛值交叉率只说明在单位时间反应值超过某个门槛值次数的期望值，至于超过门槛值后会达到多大并没有反映。而现在的峰值分布就是要指出单位时间内到达一定值的峰数的概率密度函数。

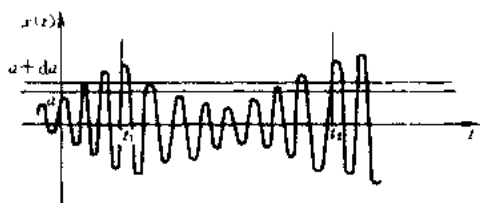


图 8.4.4

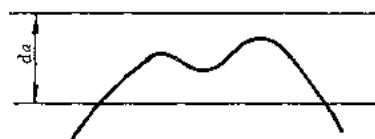


图 8.4.5

设图 8.4.4 表示随机过程 $X(t)$ 的一个样本 $x(t)$ ，在 (t_1, t_2) 间隔上同水平线 $x = a$ 有一系列交叉点，每个正斜率交叉点至少表示有一个高度超过 a 的峰，一般这些峰的高度不会都一样。现在再取小量 da 作另一条水平线，峰值刚好落在这两条水平线之间的又只占那些峰中的一部分，当 da 取得很小，可忽略在这范围内出现波谷的情况，即图 8.4.5 所示的情况。于是在 (t_1, t_2) 间隔上越过门槛值 $a + da$ 的交叉数与越过门槛值 a 的交叉数之间的差就应该等于落在 da 范围内的峰值。当把这个峰数与总峰数之比，并在样本总体上取平均，就得到对应 (t_1, t_2) 间隔上峰值落在 $(a, a + da)$ 范围内的概率。由于一般反应过程大多是窄带过程，可以认为总的峰数等于零值交叉数。当把时间间隔取作单位时间，则得到下述关系

$$\begin{aligned} f_p(a, t) &= \frac{E[n^+(a, t)] - E[n^+(a + da, t)]}{E[n^+(0, t)]} \\ &= -\frac{1}{E[n^+(0, t)]} \frac{d}{da} \{E[n^+(a, t)]\} da \end{aligned} \quad (8.4.18)$$

式中, $f_p(a, t)$ 表示在 t 时刻峰值 $p=a$ 的概率密度函数。假如反应过程是零均值的平稳高斯过程, 式 (8.4.18) 中的阈值交叉率 $E[n^+(a, t)]$ 可按式 (8.4.15) 计算, 经过微分等运算后得到

$$f_p(a) = \frac{a}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (8.4.19)$$

在概率论中, 称这概率密度函数为瑞利分布。这就是说, 线性系统密度是服从相应的瑞利分布的。这结果极为重要。

参 考 文 献

- 1 张炳根, 赵玉芝编, 科学与工程中的随机微分方程, 北京: 海洋出版社, 1980
- 2 郑兆昌, 丁奎元主编, 机械振动 (中册), 北京: 机械工业出版社, 1986
- 3 胡聿贤著, 地震工程学, 北京: 地震出版社, 1988

第9章 结构非线性地震反应分析

建筑结构的抗震性能是选择结构方案的首要问题，为了认识结构从弹性到弹塑性，逐渐开裂、损坏直至倒塌的全过程，研究控制破坏程度的条件，进而寻找防止结构倒塌的措施，需要进行结构的弹塑性地震反应分析。地震作用的一个最主要的特点就是其随机性，为此，在各国的抗震设计规范中，所考虑的设计方法是要兼顾结构的安全性和经济性，抗震设计的基本原则是“小震不坏，大震不倒”。因此，除了要进行结构在“小震”作用下的弹性分析之外，还要进行“大震”作用下的弹塑性动力反应分析。

现在先考虑在地震作用下的 n 自由度的非线性结构，在地震作用下，其二阶微分方程可写为：

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} + \{f(\dot{u}, u)\} = -[M]\{\ddot{u}_g(t)\} \quad (9.0.1)$$

上式中， $[M]$ 为质量阵， $[K]$ 为线性刚度阵， $\{u\}$ 为未知的空间变位向量， $f(\dot{u}, u)$ 为非线性恢复力向量（为 $\{u\}$ 的函数）， $\{\ddot{u}_g(t)\}$ 为输入地震动， $[M]$ 、 $[K]$ 为正定实矩阵。

从式 (9.0.1) 可以看出，为了较准确地研究结构的弹塑性动力反应问题，需要解决的重点及难点问题有：地面运动，结构的恢复力模型，结构计算模型的选取，动力方程的数值解法等。

9.1 恢复力模型

9.1.1 恢复力特性

根据材性试验曲线，材料可以分为弹塑性及脆性材料两种，脆性材料构成的结构为脆性结构，表现在无明显的屈服段。弹塑性材料构成的结构也可能表现为脆性结构，这主要是由于构造措施不当，或有较大的轴压比的情况造成的。

恢复力模型是进行结构非线性分析的基础，由于地震作用过程的变形速度不快，且是反复多次循环加载过程，因此，可以在结构恢复力特性的试验研究基础上，加以综合、理想化而形成特定的恢复力模型。确定恢复力模型的实验方法主要有三种，分别是反复静荷载试验法，周期循环动荷载试验法和振动台试验法。目前多采用反复静荷载试验法来确定恢复力曲线。

恢复力模型主要由两部分组成，一是骨架曲线，二是具有不同特性的滞回曲线。骨架曲线是指各次滞回曲线峰值点的连线。试验证明，这一峰值点连线与单调加载时的力-变形曲线很相近。一般来说，滞回环所围成的面积代表了塑性耗能能力。

构件的恢复力模型分为曲线型和折线型两种。曲线型恢复力模型给出的刚度是连续变化的，与工程实际较为接近，但在刚度的确定及计算方法上不足。目前较为广泛使用的是折线型模型。折线型模型主要分为 7 种，分别是双线型、三线型、四线型（带负刚度段）。

退化二线型、退化三线型、指向原点型和滑移型。

一般来说钢结构多采用双线型，对于钢筋混凝土结构来说，由于裂缝的出现、塑性区的逐步形成过程、多个塑性阶段等因素的影响，一般采用三线型，其中第一次刚度变化发生在出现裂缝时，如图 9.1.5 (b) 中的 M_c 位置。

上述的各种恢复力模型均为单轴加载的恢复力模型，双向或复杂应力状态下的恢复力模型将表现为恢复面。

下面针对单轴恢复力模型加以说明。

1. 双线型模型

双线型模型主要分为三种：理想弹塑性模型（包括刚塑性模型）、线性强化弹塑性模型和具有负刚度特性的弹塑性模型。

双线型模型对于模拟钢构件及简单钢框架的恢复力特性具有较高的精度。

(1) 理想弹塑性力学模型：

材料为脆性材料如低碳钢时，

$$\begin{cases} \sigma = E\varepsilon & \varepsilon \leq \varepsilon_s \\ \sigma = E\varepsilon_s & \varepsilon > \varepsilon_s \end{cases} \quad (9.1.1)$$

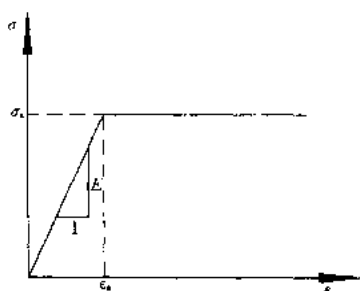


图 9.1.1 理想弹塑性力学模型

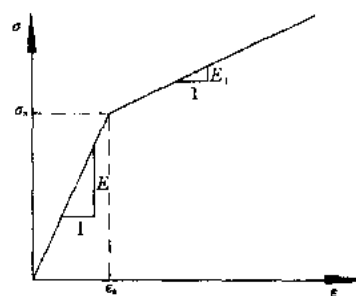


图 9.1.2 线性强化弹塑性模型

(2) 线性强化弹塑性模型：

$$\begin{cases} \sigma = E\varepsilon & \varepsilon \leq \varepsilon_s \\ \sigma = \sigma_s + E_1(\varepsilon - \varepsilon_s) & \varepsilon > \varepsilon_s \end{cases} \quad (9.1.2)$$

(3) 刚塑性模型：

当弹性应变相对于塑性应变可以忽略时，可以简化为刚塑性模型。

(4) 负刚度：

所谓负刚度，是指屈服后增量刚度或切线刚度 $dK = \frac{dF}{d\delta} < 0$ 的现象，如混凝土材性曲线，对于不具有负刚度材性的钢材来说，由于 $P-\delta$ 效应、支撑屈服等因素的影响，其滞回曲线也同样会出现负刚度现象。

定义负刚度系数：

$$\beta = K_2/K_1 \quad (9.1.3)$$

β 受轴压比、剪跨比等诸多因素影响， $0 \leq \beta \leq 1$ ，可以

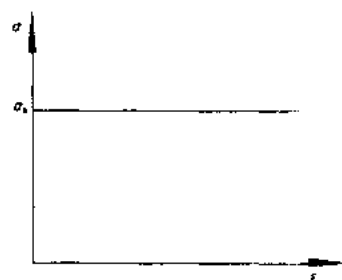


图 9.1.3 刚塑性力学模型

由试验确定, 当 $\beta=0$ 时, 相当于理想塑性模型, 当 $\beta=1$ 时, 相当于脆性材料或结构。

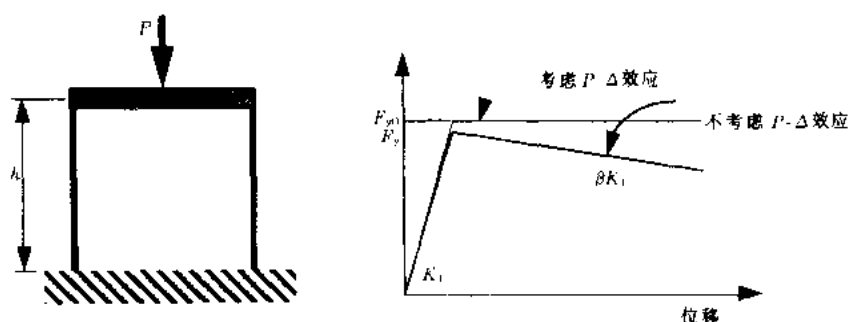


图 9.1.4 负刚度

2. 三线型模型

三线型模型与双线型模型相比, 是在屈服之前增加一个开裂点, 这一处理方法对大变形后的结构性质影响不大, 因此从该开裂点后骨架曲线仍然可以按双线型处理。下面针对恢复力模型中的滞回曲线的几种不同的特性加以说明。

(1) 刚度退化:

对滞回圈的研究表明, 刚度退化对于具有较大位移 (挠度或转角) 的单元杆来说较为明显。为了模拟刚度退化, 假定所有的卸载路径均指向同一点, 其刚度为 K^*

$$K^* = \frac{M_{\max} - \alpha M_p}{\phi_{\max} - \frac{\alpha M_p}{K}} \quad (9.1.4)$$

上式中各变量的说明参见图 9.1.5 (a)。其中 α 为参数, 表明刚度退化的程度, 可以通过试验及参数识别的方法加以确定。

(2) 强度退化:

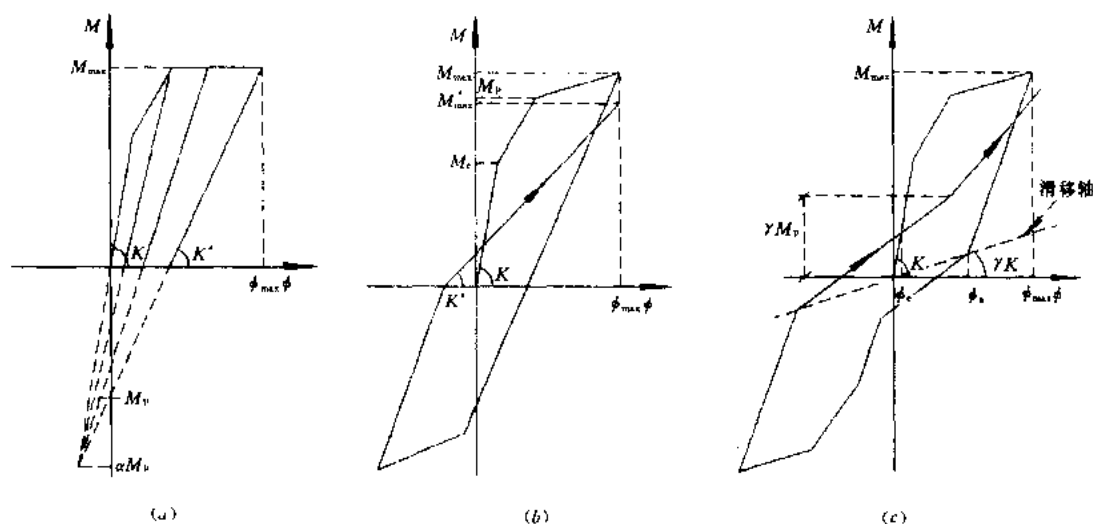


图 9.1.5 退化三线型 (M_c 为开裂荷载, M_p 为屈服荷载)

(a) 刚度退化; (b) 强度退化; (c) 滑移及捏缩效应

$$M_{\max}' = M_{\max}(1 - \beta_1 E_{l(\text{exp})}) \quad (9.1.5)$$

$E_{l(\text{exp})}$ 为每一滞回环所耗散的能量,再次正向加载时,加载路径指向 (M_{\max}', ϕ_{\max}) 从而使得再次加载的强度降低,各变量的说明参见图9.1.5(b)。

(3) 滑移及捏缩效应:

对于许多试件来说,裂缝的开展及闭合运动会导致捏缩效应。对于其模型化,首先确立滑移轴,如图9.1.5(c)所示,滑移轴从原点出发,斜率为 λK , K 为初次加载的弹性模量, λ 为斜率系数。对于再次加载交于滑移轴时,目标点变为 $(\gamma M_p, \phi_p)$ γ 为捏缩系数,定义了捏缩量的大小。

同时可以定义构件上产生滑移及捏缩效应的区域长度:

$$L = \zeta(\phi_s - \phi_c) \quad (9.1.6)$$

上式中, ϕ_s 、 ϕ_c 的定义见图9.1.5(c), ζ 为长度系数。 γ 、 ζ 可以通过试验确定。

3. 曲线型恢复力模型

(1) 幂强化弹塑性模型:

$$\sigma = A\epsilon^n \quad (9.1.7)$$

n 为幂强化系数,取值范围为0到1,当 $n=1$ 时,为线弹性,当 $n=0$ 时为理想刚塑性, n 为其他值时为非线弹性,适用于应变较大的情况。

(2) Ramberg-Osgood 模型:

非线性公式为

$$\epsilon = \sigma/E + (\sigma/\sigma_0)^m \quad (9.1.8) \quad \text{图 9.1.6 幂强化模型}$$

式中 σ 为真应力; ϵ 为对数应变; σ_0 , m 为待定常数, σ_0 与 σ 同量纲; E 为弹性模量。 σ_0 , m 可以根据试验采用最小二乘法确定。由于试验点为名义应力和应变,要根据体积不变原则,转化为真应力、对数应变。

(3) Masing 模型:

Masing 模型的卸载及加载遵循以下关系:

$$\frac{f-f'}{2} = f_1(x) \left(\frac{x-x'}{2} \right) \quad (9.1.9)$$

上式中, f' 和 x' 分别为最近一次所经历的荷载反向点的力和变形, $f_1(x)$ 为骨架曲线方程。同时规定,如按上式的变形途径与前一循环的回线相交时,则以后沿该回线的路径变形。

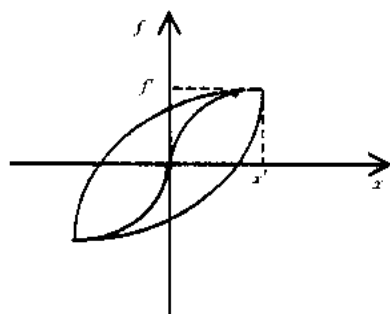


图 9.1.7 Masing 模型

9.1.2 钢筋混凝土结构

1. 单轴的三线型恢复力模型和钢筋粘结滑移模型

9.1.1 节对三线型模型作了简要的说明,下面介绍钢筋混凝土结构的退化三线型恢复力模型。

根据实测的弯矩-曲率关系和弯矩-粘结滑移转角滞回曲线的特征,可以简化成如图9.1.8所示

的退化三线型恢复力模型。

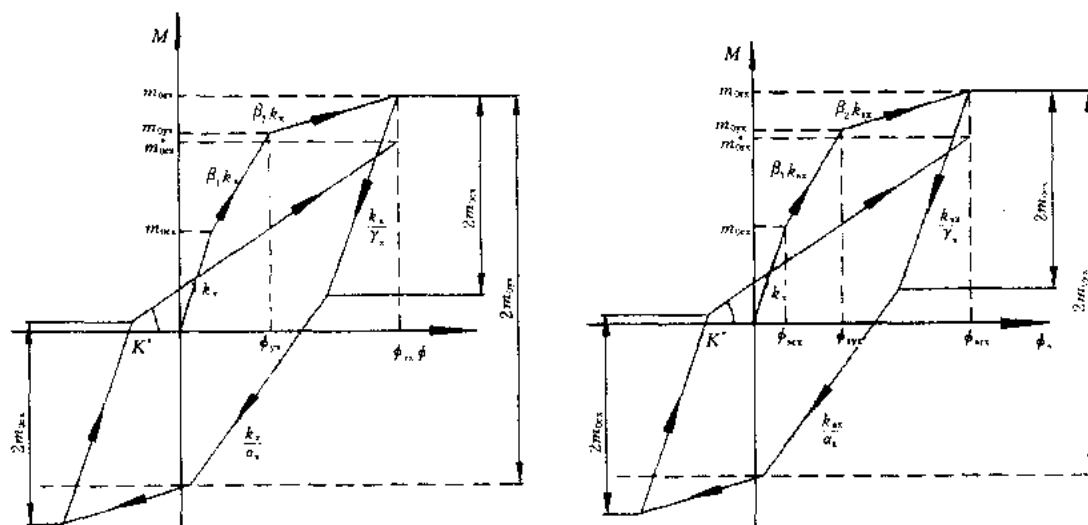


图 9.1-8 钢筋混凝土退化三线型恢复力模型和钢筋粘结滑移恢复力模型

(1) 屈服前加载刚度

$$k_x = 0.85E_c I_{ox} \quad (9.1.10)$$

上式中, I_{ox} 为对 x 轴的惯性矩

$$I_{ox} = \frac{bh^3}{12} \left(1 + \frac{6E_s A_s}{E_c bh} \right) \quad (9.1.11)$$

E_s 、 E_c 分别为钢筋、混凝土的弹性模量; b 、 h 为截面沿 x 、 y 轴方向的尺寸; A_s 为截面纵筋总面积。

$$k_{sx} = \frac{m_{0cx}}{\phi_{scx}} \quad (9.1.12)$$

(2) 屈服后加载刚度系数 r_x 、 r_{sx}

$$r_x = \left(\frac{\phi_{rx}}{\phi_{yx}} \right)^{\rho} \quad (9.1.13a)$$

$$r_{sx} = \left(\frac{\phi_{srx}}{\phi_{syx}} \right)^{\rho_s} \quad (9.1.13b)$$

上式中, ϕ_{rx} 、 ϕ_{yx} 的意义见图 9.1.8, ρ 、 ρ_s 为刚度退化系数。

$$I_{ox} = \frac{bh^3}{12} \left(1 + \frac{6E_s A_s}{E_c bh} \right) \quad (9.1.14)$$

E_s 、 E_c 分别为钢筋、混凝土的弹性模量; b 、 h 为截面沿 x 、 y 轴方向的尺寸; A_s 为截面纵筋总面积。

(3) 反向再加载刚度系数 α_x

$$\alpha_x = \frac{k_{(s)x}((\phi_{sx})^+ - (\phi_{sx})^-) - 2r_{(s)x}m_{0cx}}{m_x^+ - m_x^- - 2m_{0cx}} \quad (9.1.15)$$

上式中, m_x^+ 、 m_x^- 分别为加载历史上达到的正、反向最大弯矩; ϕ^+ 、 ϕ^- 分别为加载历史上达到的正、反向最大曲率。

模型的特征系数可采用

$$\begin{aligned}\rho &= 1.15 & \rho_s &= 0.354 \\ \theta_{syx} &= (1.2 + 4.0\xi) \times 10^{-3} \\ \theta_{sux} &= (11.0 - 7.0\xi) \times 10^{-3} \\ \theta_{scx} &= \frac{\theta_{syx}}{6} \\ \xi &= \mu \frac{f_y}{f_{mc}} - \mu' \frac{f'_y}{f_{mc}} + \frac{N}{f_{mc}bh_0}\end{aligned}\quad (9.1.16)$$

式中, μ 、 μ' 分别为受拉、受压钢筋的含钢率; f_y 、 f'_y 分别为受拉、受压钢筋的屈服强度; f_{mc} 为混凝土弯曲抗压强度; N 为轴向力; h_0 为截面的有效高度。

2. 双轴的截面恢复力模型和钢筋粘结滑移模型

利用塑性理论中的正交流动法则和 Mroz 硬化规则, 将单轴的恢复力模型扩展成双轴的恢复力模型, 并且考虑两轴间恢复力特性的相互耦合影响。

在加载过程中, 构件截面有三种受力状态: 弹性状态、开裂状态和屈服状态。在弯矩空间可用开裂加载曲面和屈服加载曲面来表示这三种受力状态。这三种受力状态分别对应于卸载、反向再加载和沿骨架曲线加载。

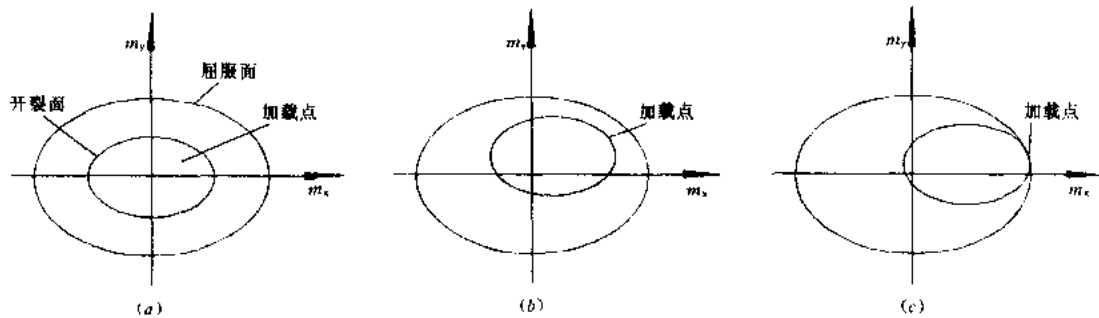


图 9.1.9 截面的受力状态
(a) 弹性状态; (b) 开裂状态; (c) 屈服状态

(1) 加载曲面函数

1) 屈服加载曲面函数

$$F_y = \left(\frac{|m_x - m_x^y|}{m_{0x}^y} \right)^n + \left(\frac{|m_y - m_y^y|}{m_{0y}^y} \right)^n - 1 = 0 \quad (9.1.17)$$

m_x 、 m_y 为 x 轴和 y 轴的弯矩, m_x^y 、 m_y^y 为屈服加载曲面中心坐标, 随屈服加载曲面的移动而改变, m_{0x}^y 、 m_{0y}^y 为单轴加载时 x 轴和 y 轴的屈服弯矩, n 为曲面指数。

2) 开裂加载曲面函数

$$F_c = \left(\frac{|m_x - m_x^c|}{m_{0x}^c} \right)^n + \left(\frac{|m_y - m_y^c|}{m_{0y}^c} \right)^n - 1 = 0 \quad (9.1.18)$$

m_x 、 m_y 为 x 轴和 y 轴的弯矩, m_x^c 、 m_y^c 为开裂加载曲面中心坐标, 随开裂加载曲面

的移动而改变, m_{0x}^c 、 m_{0y}^c 为单轴加载时 x 轴和 y 轴的开裂弯矩, n 为曲面指数。

虽然 F_c 所表示的曲面为开裂加载曲面, 但其实际作用是规定卸载范围。因此没有必要将 m_{0x}^c 、 m_{0y}^c 取为实际的开裂弯矩, 可以取 $m_{0x}^c = m_{0x}^y/3$, $m_{0y}^c = m_{0y}^y/3$ 。

(2) 加载曲面的移动规则

当加载点位于开裂加载曲面内时, 截面处于弹性受力状态。当加载点到达开裂加载曲面上, 截面开始开裂。若继续加载, 开裂曲面与加载点一起运动。当加载点到达屈服面时, 截面发生屈服。此时, 开裂曲面内切屈服面于加载点处。如果继续加载, 则两个曲面与加载点一起运动。

加载曲面的运动服从随动硬化规则, 即加载曲面运动时, 它的形状和大小不发生变化, 仅发生移动, 随动硬化规则能够较好地模拟 Bauschinger 效应。

为了定义截面变形和钢筋粘结滑移的硬化性能。根据 Mroz 硬化规则可以得到一下加载曲面中心移动增量向量表达式:

$$\{dM_y\} = \frac{(|M| - |M_y|) \frac{\partial F_y}{\partial |M|} |dM|}{\left(\frac{\partial F_y}{\partial |M|}\right)^T (|M| - |M_y|)} \quad (9.1.19)$$

$$\{dM_c\} = \frac{[(|M_u| - |I|)|M| - (|M_u| |M_c| - |M_y|)] \frac{\partial F_c}{\partial |M|} |dM|}{\left(\frac{\partial F_c}{\partial |M|}\right)^T (|M| - |M_y|) [(|M_u| - |I|)|M| - (|M_u| |M_c| - |M_y|)]} \quad (9.1.20)$$

上式中, $\{dM\}$ 为弯矩增量向量, $\{dM\} = \begin{Bmatrix} dm_x \\ dm_y \end{Bmatrix}$;

$\{dM_c\}$ 为开裂加载曲面中心移动增量向量, $\{dM_c\} = \begin{Bmatrix} dm_x^c \\ dm_y^c \end{Bmatrix}$;

$\{dM_y\}$ 为屈服加载曲面中心移动增量向量, $\{dM_y\} = \begin{Bmatrix} dm_x^y \\ dm_y^y \end{Bmatrix}$;

$$[M_u] = \text{diag} \left[\frac{m_{0x}^y}{m_{0x}^c}, \frac{m_{0y}^y}{m_{0y}^c} \right]$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial |M|} \text{ 为屈服加载曲面中心移动增量向量, } \frac{\partial F_i}{\partial |M|} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial m_x} \\ \frac{\partial F_i}{\partial m_y} \end{Bmatrix} \quad (i = c \text{ 或 } y)$$

(3) 塑性流动法则

假定塑性流动沿加载曲面上加载点处的法向方向, 而塑性变行为加载点所在加载曲面产生的塑性变形之和, 因此可以得到

$$\{dv_p\} = \left[\sum_i \frac{\left(\frac{\partial F_i}{\partial |M|}\right) \left(\frac{\partial F_i}{\partial |M|}\right)^T}{\left(\frac{\partial F_i}{\partial |M|}\right)^T [K_{vi}] \left(\frac{\partial F_i}{\partial |M|}\right)} \right] \{dM\} \quad (i = c, y) \quad (9.1.21)$$

$\{dv_p\}$ 为总塑性变形增量向量;

$[K_{vi}]$ 为塑性刚度阵。

(4) 本构关系

截面变形或钢筋粘结滑移角等于弹性分量和塑性分量之和。因此, 根据上式可得到与不同的受力状态相应的本构关系表达式。

1) 弯矩曲率本构关系

弹性状态:

$$\{d\phi\} = [K_e]^{-1} \{dM\} \quad (9.1.22)$$

开裂状态:

$$\{d\phi\} = \left[[K_e]^{-1} + \frac{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right) \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right)^T}{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right)^T [K_c] \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right)} \right] \{dM\} \quad (9.1.23)$$

屈服状态:

$$\{d\phi\} = \left[[K_e]^{-1} + \frac{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right) \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right)^T}{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right)^T [K_c] \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}} \right)} + \frac{\left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}} \right) \left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}} \right)^T}{\left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}} \right)^T [K_y] \left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}} \right)} \right] \{dM\} \quad (9.1.24)$$

其中: $\{d\phi\}$ 为截面曲率增量向量, $[K_c]$ 为截面开裂塑性刚度阵, $[K_y]$ 为截面屈服塑性刚度阵。而且,

$$\begin{aligned} [K_c] &= \text{diag}[k_x^c, k_y^c] \\ [K_y] &= \text{diag}[k_x^y, k_y^y] \end{aligned} \quad (9.1.25)$$

将 (9.1.22)、(9.1.23)、(9.1.24) 式代入单轴加载时的恢复力模型, 可得

$$\begin{aligned} [K_e] &= \text{diag}[r_x^{-1} k_x, r_y^{-1} k_y] \\ [K_c] &= \text{diag}[(\alpha_x - r_x)^{-1} k_x, (\alpha_y - r_y)^{-1} k_y] \\ [K_y] &= \text{diag}[(p_x - \alpha_x)^{-1} k_x, (p_y - \alpha_y)^{-1} k_y] \end{aligned} \quad (9.1.26)$$

r_x 、 r_y 可按式 (9.1.13) 计算, α_x 、 α_y 可按 (9.1.15) 式计算。

双向弯曲作用时, 截面的受力性能是相当复杂的, 某一轴的恢复力特性对另一正交轴的恢复力特性有较大的影响。为了考虑这种影响, 用 r'_x 、 r'_y 、 α'_x 、 α'_y 、分别代替上式中的 r_x 、 r_y 、 α_x 、 α_y 。

$$\begin{aligned} r'_x &= r'_y = \max(r_x, r_y) \\ \alpha'_x &= \alpha_x + q\alpha_y \\ \alpha'_y &= \alpha_y + q\alpha_x \end{aligned} \quad (9.1.27)$$

上式中, q 为截面的双轴恢复力特性耦合系数。

(9.1.27) 式的意义在于: (1) 当一个轴的卸载刚度退化时, 即使截面在另一正交轴的变形很小, 没有超过单轴加载时的屈服变形, 该轴的卸载刚度也发生退化, 且两轴的卸载刚度退化程度相同; (2) 截面在两轴上的变形历史是相互影响的, 这利用系数 q 来修正单轴的 α_x 和 α_y 值, 以此来考虑这种影响。

因此 (9.1.26) 式可改写成

$$\begin{aligned}
[K_e] &= \text{diag}[(r'_x)^{-1}k_x, (r'_y)^{-1}k_y] \\
[K_c] &= \text{diag}[(\alpha'_x - r'_x)^{-1}k_x, (\alpha'_y - r'_y)^{-1}k_y] \\
[K_y] &= \text{diag}[(p_x - \alpha'_x)^{-1}k_x, (p_y - \alpha'_y)^{-1}k_y]
\end{aligned} \quad (9.1.28)$$

2) 弯矩-粘结滑移转角本构关系

弹性状态:

$$\{d\phi_s\} = [K_{sc}]^{-1} \{dM\} \quad (9.1.29)$$

开裂状态:

$$\{d\phi_s\} = \left[[K_{sc}]^{-1} + \frac{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right) \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right)^T}{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right)^T [K_{sc}] \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right)} \right] \{dM\} \quad (9.1.30)$$

屈服状态:

$$\{d\phi_s\} = \left[[K_{sc}]^{-1} + \frac{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right) \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right)^T}{\left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right)^T [K_{sc}] \left(\frac{\partial F_c}{\partial \{M\}}\right)} + \frac{\left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}}\right) \left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}}\right)^T}{\left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}}\right)^T [K_{sy}] \left(\frac{\partial F_y}{\partial \{M\}}\right)} \right] \{dM\} \quad (9.1.31)$$

其中: $\{d\phi_s\}$ 为粘结滑移转角增量向量

$$\begin{aligned}
[K_{sc}] &= \text{diag}[(r'_{sx})^{-1}k_{sx}, (r'_{sy})^{-1}k_{sy}] \\
[K_{sc}] &= \text{diag}[(\alpha'_{sx} - r'_{sx})^{-1}k_{sx}, (\alpha'_{sy} - r'_{sy})^{-1}k_{sy}] \\
[K_{sy}] &= \text{diag}[(p_{sx} - \alpha'_{sx})^{-1}k_{sx}, (p_{sy} - \alpha'_{sy})^{-1}k_{sy}] \\
r'_{sx} &= r'_{sy} = \max(r_{sx}, r_{sy}) \\
\alpha'_{sx} &= \alpha_{sx} + q_s \alpha_{sy} \\
\alpha'_{sy} &= \alpha_{sy} + q_s \alpha_{sx}
\end{aligned} \quad (9.1.32)$$

上式中, q_s 为粘结滑移双轴恢复力特性耦合系数。 r_{sx} 按 (9.1.13) 式计算, 式 (9.1.33) 为考虑双轴恢复力特性耦合作用的情况。否则用 r_x 、 r_y 、 α_x 、 α_y 分别代替式中的 r'_{sx} 、 r'_{sy} 、 α'_{sx} 、 α'_{sy} 。

(5) 加载和卸载的判断准则

根据 Drucker 塑性公设, 可以得到加载和卸载的判断准则

$$\left(\frac{\partial F_i}{\partial \{M\}}\right)^T [K_{e\Delta}] \{d\Delta\} \begin{cases} > 0 & \text{加载} \\ = 0 & \text{中性变载} \\ < 0 & \text{卸载} \end{cases}$$

$[K_{e\Delta}]$ 为弹性刚度, $\{d\Delta\}$ 为变形增量向量。

9.1.3 钢结构

钢材本身并不具有负刚度特性, 但是钢框架由于 $P-\delta$ 效应、支撑屈服等因素的影响, 其滞回曲线也同样会出现负刚度现象。同时, 钢框架剪力墙结构在强震作用下, 会出现明显的捏缩效应。因此, 对钢结构恢复力特性的研究主要包括六个方面, 刚度退化, 强度退化, 捏缩效应以及 Bauschinger 效应、应变强化、负刚度问题。

弹塑性模型是建立在弹塑性理论基础上的本构模型。它将应变分为弹性和塑性，分别采用弹性理论和塑性增量理论计算。塑性增量理论包括：屈服面理论、流动规划和强化准则理论。对建筑用钢材而言，初始屈服面满足 Mises 屈服准则，流动规则为 Prandtl - Ruses 规则已成为共识；而对强化准则，各国学者提出了不同见解，归纳起来可分为 3 种类型：各向同性强化、随动强化和复合强化准则。

Hill 较早提出了各向同性强化理论，在应力空间中该理论允许屈服面膨胀、收缩。各向同性强化只适用于单调加载情况，不能反映循环塑性中的包辛格效应。

为了提高循环荷载下结构分析的精度，Ishlinsky 和 Prager 首先提出了后经 Ziegler 修正的随动强化理论。该理论假定屈服面在应力空间中平移，但不能转动、膨胀及收缩。随动强化理论比各向同性强化理论有所进步，但对于单轴应力循环，它预测一个循环之后即达到循环稳定状态，而试验结果是数个循环之后才能达到稳定状态，且随动强化只能反映微小的应变强化。

对复杂加载情况，各向同性强化和随动强化都不能真实描述循环滞回特性。许多学者致力于对以上两种理论的改进，分别提出了不同的模型，如多表面模型、多屈服面模型、中等应变界面模型及其它可适用于有塑性平台的材料和不同强化准则的模型。然而，这些模型较复杂，不便于数值分析，因此有必要提出一种既能客观地反映钢材循环塑性性能，又便于应用的本构模型。

结构的恢复力模型主要分为折线型和曲线型两种。折线型为分段线性，实际结构尤其是钢结构其恢复力关系为非线性关系，而不是分段线性关系，这就会对结构的弹塑性动力反应分析带来误差。并且由于分段线性假定，在进行时程分析时，在假定的折线刚度发生突变时，会对该时段的分析产生较大误差，从而影响整个时程分析过程。

1. 构件单元模型：

杆件的弹塑性单元刚度分析是框架结构弹塑性静力和动力分析中的核心问题。对于钢框架结构，梁柱的弹塑性刚度一般采用 Clough 双分量模型进行分析，该模型将在 9.5 节中加以介绍。

然而，采用双分量模型有以下缺陷。首先，钢杆件截面实际的弯矩 - 曲率关系并不是双线性关系，而非线性关系如图 9.1.11 所示，这之间的差别会给结构的弹塑性分析带来误差。其次，按双分量模型进行结构弹塑性分析时，在杆件从弹性状态到弹塑性状态的转化区段，由于杆件计算刚度发生突变，会使该区段的分析产生较大的误差，进而影响结构全过程的分析结果。如果采用分割区段的方法来减小刚度突变带来的误差，又会使计算工作量大大增加。

为了克服上述双分量模型的缺陷，可以采用弹塑性铰的概念，并基于此建立了刚框架结构弹塑性单元刚度的连续化分析方法，已用于钢框架结构弹塑性静力分析或动力分析。

2. 考虑 Bauschinger 效应的滞回模型

对于无轴力平面受力杆件，定义屈服函数

$$\Gamma = \left| \frac{M}{M_p} \right| \quad (9.1.34)$$

和曲率参数

$$\phi = \left| \frac{\Phi}{\Phi_p} \right| \quad (9.1.35)$$

M, Φ 为杆件截面弯矩和曲率, M_p, Φ_p 为杆件截面一次加载完全屈服弯矩及与之对应的区率, 在反复加载下, 可建立杆件 Γ 与 ϕ 的非线性滞回模型如图 9.1.10 所示。其中, $\Gamma_{s,n}, \Gamma_{s,n+1}$ 分别为杆件第 $n, n+1$ 次加载的初始屈服函数值, $\Gamma_{p,n}, \Gamma_{p,n+1}$ 分别为杆件第 $n, n+1$ 次加载的完全屈服函数值, $\Gamma_{u,n}$ 为杆件第 n 次卸载时的屈服函数值。由于 Bauschinger 效应, 有 $\Gamma_{s,n+1} < \Gamma_{s,n}$, 由于应变强化效应有 $\Gamma_{p,n} < \Gamma_{p,n+1}$, 由于强度退化效应有 $\Gamma_{p,n+1} < \Gamma_{u,n}$ 。为此令

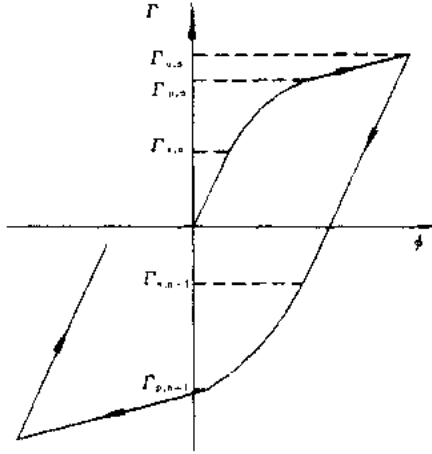


图 9.1.10 Γ - ϕ 滞回关系

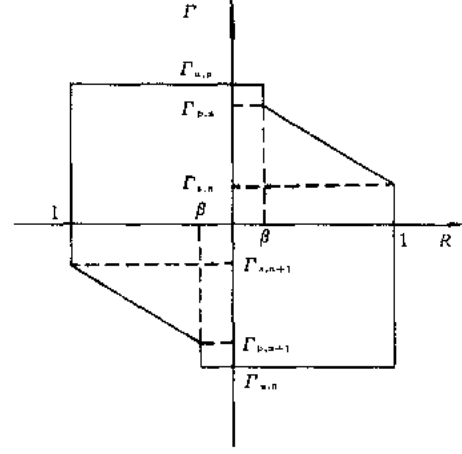


图 9.1.11 Γ - R 滞回关系

$$\begin{aligned} \Gamma_{s,n+1} &= \Gamma_s - \lambda(\Gamma_{b,n+1} - 1) \\ \Gamma_{p,n+1} &= 1 + \eta(\Gamma_{b,n+1} - 1) \\ \Gamma_{b,n+1} &= \begin{cases} \Gamma_{u,n} & \Gamma_{u,n} > \Gamma_{b,n} \\ \Gamma_{s,n} & \Gamma_{u,n} \leq \Gamma_{b,n} \end{cases} \end{aligned} \quad (9.1.36)$$

上式中, $\Gamma_{b,n}$ 为杆件第 n 次加载屈服函数的特征值, 杆件首次加载的屈服函数特征值 $\Gamma_{b,1} = 1$, λ 为 Bauschinger 效应系数, $0 < \lambda < 1$; η 为强度退化系数, $0 < \eta < 1$; 参数 λ, η 可以通过试验和参数识别技术确定。 Γ_s 为杆件首次加载的初始屈服函数值

$$\Gamma_s = \left| \frac{M_s}{M_p} \right| \quad (9.1.37)$$

M_s 为杆件截面一次加载的初始屈服弯矩。

定义无轴力平面受力杆件的恢复力参数

$$R = \frac{M_p \Phi_s d\Gamma}{M_s \Phi_p d\phi} \quad (9.1.38)$$

对于第 n 次加载

$$R = \begin{cases} 1 & \Gamma < \Gamma_{s,n} \\ \beta & \Gamma > \Gamma_{p,n} \\ 1 - \frac{\Gamma - \Gamma_{s,n}}{\Gamma_{p,n} - \Gamma_{s,n}} & \Gamma_{s,n} \leq \Gamma \leq \Gamma_{p,n} \end{cases} \quad (9.1.39)$$

β 为材料应变强化系数, 图 9.1.11 表示了 Γ 与 R 的滞回关系。

对于有轴力平面受力杆件, 定义其屈服函数为:

$$\Gamma = \left| \frac{M}{M_p} \right| + c \left| \frac{N}{N_p} \right|^\alpha \quad (9.1.40)$$

其中, N_p 为杆件屈服轴力, c 、 α 为参数, 由杆件截面屈服方程确定。 Γ 表征杆件截面的屈服程度, 与有无轴力关系不大。因此图 9.1.11 所示的 Γ - R 滞回关系仍适用于轴力平面受力杆件的情况。

以下的分析讨论是针对框架梁进行的。对于框架柱, 只要在框架梁的基础上考虑柱的轴向变形刚度和几何刚度即可。

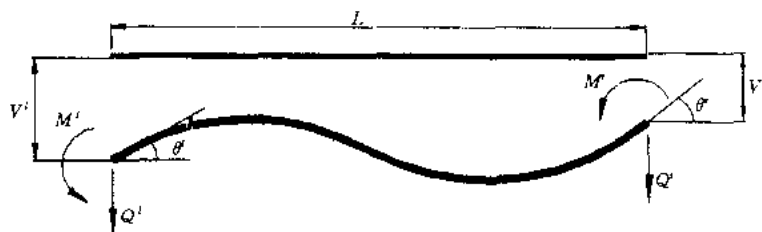


图 9.1.12 杆件受力变形状态

设杆件已处于图 9.1.12 所示的状态。在杆端力增量

$$\{df\} = [dQ^l, dM^l, dQ^r, dM^r]^T \quad (9.1.41)$$

作用下, 杆端产生位移增量。

$$\{d\delta\} = [dV^l, d\theta^l, dV^r, d\theta^r]^T \quad (9.1.42)$$

在杆件的任意受力状态下, 杆端变形增量总包含弹性变形增量和塑性变形增量两部分

$$\{d\delta\} = \{d\delta_e\} + \{d\delta_p\} \quad (9.1.43)$$

即认为杆端恒为弹塑性铰。将杆端变形按杆端表示为

$$\begin{aligned} \{d\delta\} &= [\{d\delta^l\}^T, \{d\delta^r\}^T]^T \\ \{d\delta^l\} &= [dV^l, d\theta^l]^T \\ \{d\delta^r\} &= [dV^r, d\theta^r]^T \end{aligned} \quad (9.1.44)$$

注意到

$$\begin{aligned} \{d\delta_p^l\} &= [0, d\theta_p^l]^T = [g] \{1\} d\theta_p^l \\ \{d\delta_p^r\} &= [0, d\theta_p^r]^T = [g] \{1\} d\theta_p^r \end{aligned} \quad (9.1.45)$$

上式中,

$$\begin{aligned} [g] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \{1\} &= [1, 1]^T \end{aligned} \quad (9.1.46)$$

将杆端力增量也分解为两个分量 $\{df_t\}$ 、 $\{df_n\}$, 即

$$\{df\} = \{df_t\} + \{df_n\} \quad (9.1.47)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \{df_l\} &= [\{df_l^l\}^T, \{df_l^r\}^T]^T \\ \{df_l^l\} &= [dQ^l, 0]^T \\ \{df_l^r\} &= [dQ^r, 0]^T \end{aligned} \right\} \quad (9.1.48)$$

$$\left. \begin{aligned} \{df_n\} &= [\{df_n^l\}^T, \{df_n^r\}^T]^T \\ \{df_n^l\} &= [0, dM^l]^T \\ \{df_n^r\} &= [0, dM^r]^T \end{aligned} \right\} \quad (9.1.49)$$

显然、 $\{df_l\}$ 、 $\{df_n\}$ 为 $\{df\}$ 相互正交的两个分量。杆端力增量 $\{df\}$ 与杆端弹性变形增量 $\{d\delta_e\}$ 间保持有不变的关系

$$\{df\} = [K_e] \{d\delta_e\} \quad (9.1.50)$$

同时, 令

$$\{df_n\} = [K_n] \{d\delta_n\} \quad (9.1.51)$$

其中

$$[K_n] = \begin{bmatrix} [K_n^l] & 0 \\ 0 & [K_n^r] \end{bmatrix} \quad (9.1.52)$$

上式中

$$[K_n^s] = \begin{bmatrix} B_s^l & 0 \\ 0 & B_s^r \end{bmatrix} \quad s = l, r \quad (9.1.53)$$

其中

$$B_s^i = \alpha_s K_{eii}^s \quad i = 1, 2; s = l, r \quad (9.1.54)$$

式中, k_{eii}^{ll} 、 k_{eii}^{rr} 分别为矩阵 $[K_e^{ll}]$ 、 $[K_e^{rr}]$ 中的第 i 行第 i 列元素; α_l 、 α_r 分别为杆件 l 端和 r 端的弹塑性铰参数

$$\alpha_s = \frac{R_s}{1 - R_s} \quad s = l, r \quad (9.1.55)$$

$[K_e]$ 为杆件的弹性刚度阵

将上式写成分块的形式

$$\begin{Bmatrix} \{df^l\} \\ \{df^r\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_e^{ll}] & [K_e^{lr}] \\ [K_e^{rl}] & [K_e^{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta_e^l\} \\ \{d\delta_e^r\} \end{Bmatrix} \quad (9.1.56)$$

则有

$$\begin{aligned} \{df_l\} &= \{df\} - \{df_n\} \\ &= \begin{bmatrix} [K_e^{ll}] & [K_e^{lr}] \\ [K_e^{rl}] & [K_e^{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta_e^l\} \\ \{d\delta_e^r\} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [K_n^l] & 0 \\ 0 & [K_n^r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta_p^l\} \\ \{d\delta_p^r\} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [K_e^{ll}] & [K_e^{lr}] \\ [K_e^{rl}] & [K_e^{rr}] \end{bmatrix} \left[\begin{Bmatrix} \{d\delta_e^l\} \\ \{d\delta_e^r\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{d\delta_p^l\} \\ \{d\delta_p^r\} \end{Bmatrix} \right] - \begin{bmatrix} [K_n^l] & 0 \\ 0 & [K_n^r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta_p^l\} \\ \{d\delta_p^r\} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [K_e^{ll}] & [K_e^{lr}] \\ [K_e^{rl}] & [K_e^{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta\} \\ \{d\delta^r\} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [K_n^l] + [K_e^{ll}] & [K_e^{lr}] \\ [K_e^{rl}] & [K_n^r] + [K_e^{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta_p^l\} \\ \{d\delta_p^r\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (9.1.57)$$

由于向量 $\{d\delta_p\}$ 与向量 $\{df_n\}$ 平行, 则 $\{d\delta_p\}$ 与向量 $\{df_t\}$ 正交。即

$$\left. \begin{aligned} \{d\delta_p\}^T \{df_t\} &= ([g] \{1\} d\theta_p^t)^T \{df_t\} = d\theta_p^t \{1\}^T [g]^T \{df_t\} = 0 \\ \{d\delta_p\}^T \{df_t\} &= ([g] \{1\} d\theta_p^r)^T \{df_t\} = d\theta_p^r \{1\}^T [g]^T \{df_t\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9.1.58)$$

下面分几种情况分别讨论:

(1) 杆件两端均屈服

此时

$$d\theta_p^t \neq 0 \quad d\theta_p^r \neq 0 \quad (9.1.59)$$

则

$$\left. \begin{aligned} \{1\}^T [g]^T \{df_t\} &= 0 \\ \{1\}^T [g]^T \{df_t\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9.1.60)$$

将 (9.1.57) 式代入上式得

$$\left. \begin{aligned} \{1\}^T [g]^T ([K_e^t] + [K_n^t]) [g] \{1\} d\theta_p^t + \{1\}^T [g]^T [K_e^r] [g] \{1\} d\theta_p^r \\ = \{1\}^T [g]^T [K_e^t] \{d\delta^t\} + \{1\}^T [g]^T [K_e^r] \{d\delta^r\} \\ \{1\}^T [g]^T ([K_e^r] + [K_n^r]) [g] \{1\} d\theta_p^r + \{1\}^T [g]^T [K_e^t] [g] \{1\} d\theta_p^t \\ = \{1\}^T [g]^T [K_e^r] \{d\delta^r\} + \{1\}^T [g]^T [K_e^t] \{d\delta^t\} \end{aligned} \right\} \quad (9.1.61)$$

由此可解得

$$\begin{Bmatrix} d\theta_p^t \\ d\theta_p^r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k^{tt} & k^{tr} \\ k^{rt} & k^{rr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [H^t] & [H^r] \\ [H^t] & [H^r] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta^t\} \\ \{d\delta^r\} \end{Bmatrix} \quad (9.1.62)$$

$$\left. \begin{aligned} k^{tt} &= \{1\}^T [g]^T ([K_e^t] + [K_n^t]) [g] \{1\}; k^{tr} = \{1\}^T [g]^T [K_e^r] [g] \{1\} \\ k^{rt} &= \{1\}^T [g]^T ([K_e^r] + [K_n^r]) [g] \{1\}; k^{rr} = \{1\}^T [g]^T [K_e^t] [g] \{1\} \\ [H^t] &= \{1\}^T [g]^T [K_e^t]; [H^r] = \{1\}^T [g]^T [K_e^r] \\ [H^r] &= \{1\}^T [g]^T [K_e^r]; [H^t] = \{1\}^T [g]^T [K_e^t] \end{aligned} \right\} \quad (9.1.63)$$

$$\text{令} \quad [G] = \begin{bmatrix} [g] & [0] \\ [0] & [g] \end{bmatrix} \quad [E] = \begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [1] \end{bmatrix} \quad (9.1.64)$$

$$[L^r] = \begin{bmatrix} k^{tt} & k^{tr} \\ k^{rt} & k^{rr} \end{bmatrix}^{-1} \quad (9.1.65)$$

则由式 (9.1.45)、(9.1.62)、(9.1.63) 可得

$$\{d\delta_p\} = [G][E][L^r][E]^T[G]^T[K_e]\{d\delta\} \quad (9.1.66)$$

将式 (9.1.43)、(9.1.66) 代入式 (9.1.50) 可得

$$\{df\} = ([K_e] - [K_e][G][E][L^r][E]^T[G]^T[K_e])\{d\delta\} \quad (9.1.67)$$

由此得到杆件两端均屈服时的弹塑性刚度矩阵

$$[K_p] = [K_e] - [K_e][G][E][L^r][E]^T[G]^T[K_e] \quad (9.1.68)$$

(2) 杆件仅 l 端屈服

$$d\theta_p^t \neq 0 \quad d\theta_p^r = 0 \quad (9.1.69)$$

此时, 由式 (9.1.58)、(9.1.61) 可得

$$\{1\}^T [g]^T ([K_e^t] + [K_n^t]) [g] \{1\} d\theta_p^t = \{1\}^T [g]^T [K_e^t] \{d\delta^t\} + \{1\}^T [g]^T [K_e^r] \{d\delta^r\} \quad (9.1.70)$$

$$d\theta_p^l = \frac{1}{k^{ll}} (\{1\}^T [g]^T [K_e^{ll}] \{d\delta^l\} + \{1\}^T [g]^T [K_e^{lr}] \{d\delta^r\}) \quad (9.1.71)$$

写成矩阵形式

$$\begin{Bmatrix} d\theta_p^l \\ d\theta_p^r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k^{ll}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [H^{ll}] & [H^{lr}] \\ [H^{rl}] & [H^{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\delta^l\} \\ \{d\delta^r\} \end{Bmatrix} \quad (9.1.72)$$

令

$$[L^l] = \begin{bmatrix} \frac{1}{k^{ll}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.1.73)$$

则同样可得杆件仅 l 端屈服时的弹塑性刚度矩阵

$$[K_p] = [K_e] - [K_e][G][E][L^l][E]^T[G]^T[K_e] \quad (9.1.74)$$

(3) 杆件仅 r 端屈服

$$d\theta_p^l = 0 \quad d\theta_p^r \neq 0 \quad (9.1.75)$$

类似地, 令

$$[L^r] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k^{rr}} \end{bmatrix} \quad (9.1.76)$$

则同样可得杆件仅 r 端屈服时的弹塑性刚度矩阵

$$[K_p] = [K_e] - [K_e][G][E][L^r][E]^T[G]^T[K_e] \quad (9.1.77)$$

综上所述, 杆件的弹塑性刚度矩阵恒可表示为

$$[K_p] = [K_e] - [K_e][G][E][L][E]^T[G]^T[K_e] \quad (9.1.78)$$

其中矩阵 $[L]$ 分别按下列情形确定

杆件两端均未屈服

$$[L] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.1.79)$$

杆件仅 l 端屈服

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{1}{k^{ll}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9.1.80)$$

杆件仅 r 端屈服

$$[L] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k^{rr}} \end{bmatrix} \quad (9.1.81)$$

杆件两端均屈服

$$[L] = \begin{bmatrix} k^{ll} & k^{lr} \\ k^{rl} & k^{rr} \end{bmatrix}^{-1} \quad (9.1.82)$$

9.2 非线性问题的数值解法

对于非线性静力问题, 其求解非线性方程组的方法有迭代法和增量法。对于非线性动

力问题，求解方法有数学规划法和数值积分法。

数值积分法要求在每一个增量步内进行结构的变形形态判断，识别各构件的力学状态，及时修改刚度阵。数学规划法则避免了刚度阵的修正，代之以抵抗塑性变形的自平衡力的计算。目前最常用的方法仍然是数值积分方法。

无论是层间模型还是杆系模型，都要利用二阶微分方程 (9.0.1)，将其改写成

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{\ddot{u}_g(t)\} \quad (9.2.1)$$

对于整个加载过程来说，刚度阵 $[K]$ 为非线性的，但是如果将 (9.2.1) 式改写成增量方程的形式，则在逐步积分的每一个增量步内可以将 $[K]$ 当作线性矩阵，从而简化了计算。(9.2.1) 式的增量形式如下式所示。

$$[M]\{du\} + [C]\{du\} + [K]\{du\} = -[M]\{d\ddot{u}_g(t)\} \quad (9.2.2)$$

9.2.1 非线性阻尼阵的处理

从 (9.2.2) 式中可以看出，求解非线性方程的核心问题在于对非平衡力的处理，目的是要在每一个增量步内寻找一组位移向量 $\{u\}$ 使得非平衡力为零。问题的另一个难点在于阻尼阵 $[C]$ 的处理，为此有如下三种方法：

(1) 假定高振型的阻尼较小，认为阻尼阵与质量阵成正比：

$$[C] = \alpha[M] \quad (9.2.3)$$

(2) 假定阻尼随频率的提高而加大，阻尼阵与刚度阵成正比：

$$[C] = \beta[K] \quad (9.2.4)$$

(3) Releigh 阻尼假定，认为阻尼 $[C]$ 为 $[M]$ 、 $[K]$ 的函数，即

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (9.2.5)$$

为了计算 α 及 β ，利用模态分析所得到的前二阶圆频率及阻尼比，

$$\alpha + \beta\omega_1^2 = 2\omega_1\xi_1 \quad (9.2.6)$$

$$\alpha + \beta\omega_2^2 = 2\omega_2\xi_2 \quad (9.2.7)$$

联立求解可得：

$$\alpha = \frac{2(\omega_2^2\omega_1\xi_1 - \omega_1^2\omega_2\xi_2)}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}$$

$$\beta = \frac{2(\omega_2\xi_1 - \omega_1\xi_2)}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)} \quad (9.2.8)$$

9.2.2 结构静力非线性方程组的解法

静力非线性问题可写为：

$$\overline{K}(\overline{U})\overline{U} = \overline{P} \quad (9.2.9)$$

求解非线性方程的算法是将其线性化，主要有两种方法，即迭代法和增量法。迭代法比较有代表性的是牛顿-拉夫生 (Newton-Raphson) 算法，增量法比较有代表性的是欧拉-柯西 (Euler-Cauchy) 算法。

1. 牛顿-拉夫生 (Newton-Raphson) 算法

定义非平衡力：

$$\overline{F}(\overline{U}) = \overline{R}(\overline{U}) - \overline{P} \quad (9.2.10)$$

内部节点力向量 \overline{R} 是结构位移向量的函数，

$$\bar{R}(\bar{U}) = \bar{K}(\bar{U}) \bar{U} \quad (9.2.11)$$

式中, $\bar{K}(\bar{U})$ 为割线刚度阵。利用 Taylor 公式在第 n 个增量步内按照 \bar{U}_n 展开, 同时注意到在每一个增量步内, 非平衡力为 0, 可得:

$$\bar{F}(\bar{U}_{n+1}) = \bar{F}(\bar{U}_n) + \left(\frac{\partial \bar{F}(\bar{U})}{\partial \bar{U}} \right)_n (\Delta \bar{U}_n) = 0 \quad (9.2.12)$$

其中

$$\bar{U}_{n+1} = \bar{U}_n + \Delta \bar{U}_n \quad (9.2.13)$$

由于三类非线性问题中除了边界非线性中的 \bar{P} 为 \bar{U} 的函数外, 对于材料非线性和几何非线性来说, \bar{P} 与 \bar{U} 无关, 因此对于材料非线性和几何非线性问题来说, 利用 (9.2.9) 及 (9.2.10) 式可得:

$$\left(\frac{\partial \bar{F}(\bar{U})}{\partial \bar{U}} \right)_n = \left(\frac{\partial \bar{R}(\bar{U})}{\partial \bar{U}} \right)_n = \bar{K}(\bar{U}_n) \quad (9.2.14)$$

上式中, 很明显 $\bar{K}(\bar{U}_n)$ 为切线刚度阵。由式 (9.2.11) 及 (9.2.13) 可得:

$$(\Delta \bar{U}_n) = -(\bar{K}(\bar{U}_n))^{-1} \bar{F}(\bar{U}_n) \quad (9.2.15)$$

利用 (9.2.9) 及 (9.2.10) 式可得:

$$\bar{K}(\bar{U}_n) \Delta \bar{U}_n + \bar{P} = 0 \quad (9.2.16)$$

从而有

$$\Delta \bar{U}_n = (\bar{K}(\bar{U}_n))^{-1} \bar{P} \quad (9.2.17)$$

式 (9.2.16) 即为 Newton-Raphson 迭代公式。但是, 在荷载增量步的每一次迭代中, 都要根据结构的变形而重新修改刚度阵并作三角形分解。对于一个大型结构来说, 三角化过程要占用大量的时间, 此时可以将迭代公式 (9.2.16) 中的 $\bar{K}(\bar{U}_n)$ 改为某一不变的刚度阵如 $\bar{K}(\bar{U}_0)$, 于是就得到修正的 Newton-Raphson 公式, 即

$$\Delta \bar{U}_n = (\bar{K}(\bar{U}_0))^{-1} \bar{P} \quad (9.2.18)$$

Newton-Raphson 迭代公式及修正的 Newton-Raphson 公式求解非线性方程的过程如下图所示。

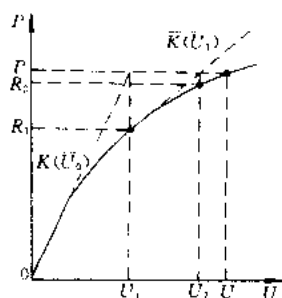


图 9.2.1 Newton-Raphson
迭代公式

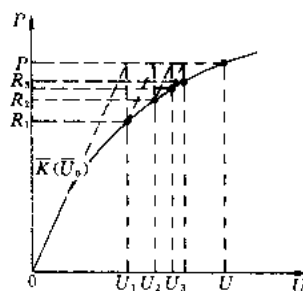


图 9.2.2 修正 Newton-Raphson
迭代公式

图中, (P, U) 点为求解的目标点, 假定迭代初值为 $(0, 0)$ 。

2. 欧拉-柯西 (Euler-Cauchy) 算法

选取一个不变的参考荷载 \bar{P}_0 , 定义荷载变化系数

$$\bar{P} = \lambda \bar{P}_0 \quad (9.2.19)$$

于是有

$$\bar{F}(\bar{U}) = \bar{R}(\bar{U}) - \lambda \bar{P}_0 = 0 \quad (9.2.20)$$

将式 (9.2.19) 对 λ 微分, 有

$$\frac{\partial \bar{R}(\bar{U})}{\partial \bar{U}} \frac{d\bar{U}}{d\lambda} - \bar{P}_0 = \{0\} \quad (9.2.21)$$

利用 (9.2.13) 式, 并将 (9.2.20) 式两端同乘以 $d\lambda$, 有

$$\bar{K}(\bar{U}) d\bar{U} - d\lambda \bar{P}_0 = d\bar{P} \quad (9.2.22)$$

从而有

$$d\bar{U} = (\bar{K}(\bar{U}))^{-1} d\bar{P} \quad (9.2.23)$$

写成增量形式, 有

$$\Delta \bar{P}_i = \Delta \lambda_i \bar{P}_0 \quad (9.2.24)$$

$$\Delta \bar{U}_i = (\bar{K}(\bar{U}_i))^{-1} \Delta \bar{P}_i \quad (9.2.25)$$

$$\bar{U}_{i+1} = \bar{U}_i + \Delta \bar{U}_i \quad (9.2.26)$$

式 (9.2.25) 即为 Euler-Cauchy 公式。运用 Euler-Cauchy 公式求解非线性方程的过程如下图所示。

迭代的目标点是 (P, U) 点, 当 P_i 沿 P 坐标达到 P 值时, 如果 $\delta \leq$ 容许误差, 则求解过程结束, 否则修改迭代步长, 继续进行迭代过程直至满足 $\delta \leq$ 容许误差。

9.2.3 收敛准则

采用迭代方法求解非线性方程组时, 必须在各个增量步中针对平衡路径给出一个收敛判据即容许误差范围, 当迭代过程中如果结构进入了这一误差范围, 则认为迭代已经收敛, 于是终止本增量步的迭代过程。如果假定的误差过大, 则计算出的结构平衡路径可能成为波浪型, 而且以前迭代增量步中累计的误差较大而影响本增量步内的迭代过程, 甚至导致不收敛。

目前, 常用的收敛准则有三种:

1. 位移判据

$$\frac{\|\{\Delta U\}_n\|}{\|\{U\}_n\|} \leq \alpha_D \quad (9.2.27)$$

其中范数 $\|\cdot\|$ 常取 Euclid 范数 $\|\cdot\|_2$, 定义为:

$$\|\{S\}_n\|_2 = \left(\sum_{i=1}^m |S_{ni}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9.2.28)$$

m 表示节点自由度总数。 α_D 为收敛容差, 常取为

$$0.1\% \leq \alpha_D \leq 5\% \quad (9.2.29)$$

当结构或构件硬化严重时, 此时结构很小的变形将引起相当大的外部荷载。此外, 当相邻两次迭代的位移增量范数之比跳动较大时, 将把一个本来收敛的问题判定为不收敛。

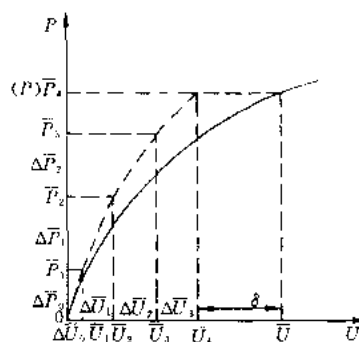


图 9.2.3 Euler-Cauchy 求解过程

在这两种情况之下不能采用位移判据

2. 非平衡力判据

$$\frac{\|\{\bar{F}(\bar{U}_n)\}\|}{\|\{\bar{P}\}\|} \leq \alpha_D \quad (9.2.30)$$

上式中, 各函数的定义见 (9.2.18)、(9.2.19) 式。

当物体软化严重或材料为理想塑性时, 结构在很小的荷载作用下将产生较大的变形, 此时不能采用非平衡力判据作为收敛依据。

3. 能量判据

比较好的判据是能量判据, 因为它能同时控制位移增量和非平衡力, 它计算出迭代过程中内能的增量即非平衡力在位移增量上所作的功, 并将其与初始内能增量相比较, 即

$$\frac{(\Delta \bar{U}_n)^T \bar{F}(\bar{U}_n)}{(\Delta \bar{U}_1)^T \bar{F}(\bar{U}_1)} \leq \alpha_D \quad (9.2.31)$$

9.2.4 结构动力问题的数值积分方法

数值积分法的原理是将时间划分为足够小的若干时间段, 将上一时间段末算出的结果作为本次时间段计算的初始条件, 根据体系的运动方程, 算出本时间段内的刚度阵, 并认为刚度阵在本时间段内保持不变, 算得本时间段末的结构反应, 重复上述过程, 使结构经过整个动力历程。

运动方程式 (9.2.1) 可写为增量形式:

$$[M]\{\Delta \ddot{u}\} + [C]\{\Delta \dot{u}\} + [K]\{\Delta u\} = -[M]\{\Delta \ddot{u}_g(t)\} \quad (9.2.32)$$

将上式中的非线性恢复力、阻尼力、惯性力函数曲线 Δt 时间段内的割线斜率以切线斜率代替, 将造成非平衡力, 非平衡力的处理将在下节进一步加以说明。

增量方程 (9.2.32) 的求解方法有线性加速度法、中点加速度法以及 Wilson- θ 法等。下面加以介绍。

1. 线性加速度法

线性加速度法应用较多, 但是有条件稳定的, 当 Δt 取得较大时, 结果容易发散。假定 $u(t)$ 在时间段 Δt 中为线性变化的, 有

$$\Delta \dot{u}(t) = \dot{u}(t)\Delta t + \Delta \ddot{u}(t) \frac{\Delta t}{2} \quad (9.2.33)$$

$$\Delta u(t) = \dot{u}(t)\Delta t + \ddot{u}(t) \frac{\Delta t^2}{2} + \Delta \ddot{u}(t) \frac{\Delta t^2}{6} \quad (9.2.34)$$

将增量位移 $\Delta u(t)$ 作为基本变量, 有

$$\Delta \ddot{u}(t) = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta u(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{u}(t) - 3\ddot{u}(t) \quad (9.2.35)$$

$$\Delta \dot{u}(t) = \frac{3}{\Delta t} \Delta u(t) - 3\dot{u}(t) - \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}(t) \quad (9.2.36)$$

代入 (9.2.32) 有

$$\Delta u(t) = \frac{-[M]\{\Delta \ddot{u}_g(t)\} + M\left[\frac{6}{\Delta t} \dot{u}(t) + 3\ddot{u}(t)\right] + C(t)\left[3\dot{u}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}(t)\right]}{K_T(t) + \frac{6}{\Delta t^2}M + \frac{3}{\Delta t}C(t)} \quad (9.2.37)$$

综上所述,线性加速度法首先利用(9.2.37)式求得 $\Delta u(t)$,然后顺次求得 $\Delta \dot{u}(t)$ 、 $\Delta \ddot{u}(t)$,再进行下一个时间段的计算。

2. 中点加速度法

中点加速度法与线性加速度法相比,结果稳定,对于长周期振型,结果不如线性加速度法精确,但完全满足工程要求。中点加速度法求解运动方程的基本思路就是假定 Δt_{i+1} 时间段内加速度保持不变,为 t_i 和 t_{i+1} 两时刻的加速度均值,可得以下关系式:

$$\ddot{u} = \frac{1}{2}(\ddot{u}_i + \ddot{u}_{i+1}) \quad (9.2.38)$$

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + \ddot{u}_i \frac{\Delta t_{i+1}}{2} + \ddot{u}_{i+1} \frac{\Delta t_{i+1}}{2} \quad (9.2.39)$$

$$u_{i+1} = u_i + \dot{u}_i \Delta t_{i+1} + \ddot{u}_i \frac{\Delta t_{i+1}^2}{4} + \ddot{u}_{i+1} \frac{\Delta t_{i+1}^2}{4} \quad (9.2.40)$$

整理以上三式可得 Δt_{i+1} 时间段内加速度增量、速度增量和位移增量的关系式:

$$\Delta \dot{u} = \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i = -2\dot{u}_i + \Delta u \frac{2}{\Delta t_{i+1}} \quad (9.2.41)$$

$$\Delta \ddot{u} = \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i = -2\ddot{u}_i - \dot{u}_i \frac{4}{\Delta t_{i+1}} + \Delta u \frac{4}{\Delta t_{i+1}^2} \quad (9.2.42)$$

采用 Releigh 阻尼,将式(9.2.5)、(9.2.41)、(9.2.42)代入式(9.2.32)中,可得

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{4}{\Delta t_{i+1}^2} + \frac{2\alpha}{\Delta t_{i+1}} \right) [M] + \left(\frac{2\beta}{\Delta t_{i+1}} + 1 \right) [K_T] \right] \cdot \{\Delta u\} \\ & = \{\Delta P\} + 2\beta [K_T] \{\dot{u}_i\} + [M] \left\{ 2\ddot{u}_i + \frac{4}{\Delta t_{i+1}} \dot{u}_i + 2\alpha \ddot{u}_i \right\} \end{aligned} \quad (9.2.43)$$

可计算出 $\{\Delta u\}$,其余过程同线性加速度法。

此外,还有 Wilson- θ 法,这是一种修正的线性加速度法,设加速度线性变化的范围扩大到计算步长 $\tau = \theta \Delta t$,当 $\theta > 1.37$ 时为无条件稳定。

9.2.5 push-over 计算方法

1. Push-over 计算方法原理

如上节所示,动力时程分析法对于研究在强烈地震作用下结构的非线性反应具有很明显的优点,但是计算过程复杂、耗时耗力,近年来,由于 push-over 方法计算原理清晰,并且能在相当程度上给出强震作用下结构物的弹塑性反应情况,已经越来越得到工程界的认可。

Push-over 计算方法主要用于对框架结构进行静力线性或非线性分析,一般采用塑性铰假定,并且假定塑性铰发生在整个截面而非截面的某一区段上。Push-over 的控制方法大体上有两种,一是倒塌控制,当结构物产生足够的塑性铰从而形成机构时停止分析,二是位移或荷载控制,当结构中的控制点按照假定的模态达到预先给定的位移或力时停止分析。

在分析过程中,假定某一地震位移反应模态,在结构上按高度在各层楼板的质量中心

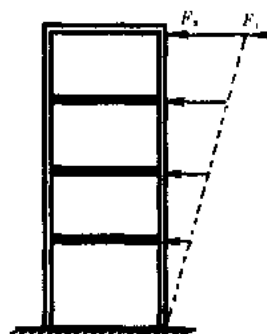


图 9.2.4 Push-over 方法

处施加水平分布荷载以代表地震作用产生的惯性力，荷载按照假定的模态单调增加，直到结构进入塑性，以某一框架为例，假定地震作用 F_x 沿框架高度线性分布， F_1 为附加于顶层的力用以表示高阶模态对顶层的影响。 F_x 从 0 开始单调增加直到达到某一事先定义好的侧向最大荷载，此时整个 push-over 过程结束，因此无法考虑此后结构最大位移的发生情况。

2. Push-over 过程

(1) 结构离散化

将实际结构离散化，求出结构在竖向荷载作用下的内力。按照弹性动力分析方法计算出结构的基本周期 T_i 及侧向刚度 K_i 。

将离散化的结构转化为单自由度体系，将恢复力关系简化为两折线关系，求出该单自由度体系的屈服强度 V_y ，将 V_y 的 60% 作为底部剪力，求出此时体系的有效侧向刚度 K_{eff} ，从而可以求得体系的有效基本周期：

$$T_{eff} = T_i \sqrt{\frac{K_i}{K_{eff}}} \quad (9.2.44)$$

(2) 选择位移模态

所选定的控制点的目标位移应该能够代表设计地震作用下结构所能发生的最大变形，方法之一是可以根据弹塑性反应谱加以确定，如 FEMA 的设计指针中的方法。也可以选取若干条有代表性的地震波，将其输入到简化后的单自由度体系中以求得控制点的目标位移。

(3) 施加水平荷载

对于规则框架，水平力的分配可以按照下述公式

$$F_x = C_{vx} V \quad (9.2.45)$$

式中， F_x 为楼层剪力， V 为底部剪力

$$C_{vx} = \frac{W_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n W_i h_i^k} \quad (9.2.46)$$

n 为总层数， W 为楼层重力荷载， h 为楼层高度， k 的确定方法：

$$k = 1.0, T_{eff} \leq 0.5s = 2.5, T_{eff} \geq 2.5s \quad (9.2.47)$$

当 T_{eff} 为其他值时可以通过插值求得。

(4) 单调增加水平荷载直到结构屈服，这一过程中应该将已经屈服的杆件从体系中去掉。

(5) 非对称结构

对于非规则框架来说，应在结构的两个方向施加侧向力，并取两者中最大变形及内力作为设计依据。

(6) 复杂恢复力关系

对于梁单元来说，采用双分量假定，将整个梁单元划分成弹性梁及塑性梁两部分，如果不考虑轴向变形及梁截面两个方向上弯矩的耦合作用，塑性梁可以采用塑性铰假定及双线性恢复力模型，由于 push-over 过程中荷载为单调增加而非循环加载的，因此不考虑刚度退化。

如果考虑轴向变形及梁截面两个方向上弯矩的耦合作用, 则恢复力关系为四维空间上的超曲面, 对于框架来说, 屈服面方程可写为:

$$\left[\frac{M_i}{M_i^{\max}}\right]^2 + \left[\frac{M_j}{M_j^{\max}}\right]^2 + \left[\frac{T}{T^{\max}}\right]^2 + [AF^2 + BF + C] = 1 \quad (9.2.48)$$

M_i^{\max} 、 M_j^{\max} 、 T^{\max} 分别为屈服面上相应弯矩及扭矩的最大值, A 、 B 、 C 为参数, 可以用屈服面上最大拉伸屈服力、最大压缩屈服力以及与弯矩及扭矩的最大值对应的轴力五点中任意三点计算得到。

9.3 非平衡力及拐点的处理

1. 非平衡力的处理

造成非平衡力的主要原因有两个, 一是由于计算过程中, 将 (9.2.32) 式中非线性恢复力、阻尼力、惯性力函数曲线 Δt 时间段内的割线斜率以切线斜率代替, 二是在程序的时程计算中, 假定每个时间段 Δt 中, 结构刚度矩阵保持不变, 以计算出个节点在 Δt 时间段内的位移增量。如果在 Δt 时间段内结构中所有单元的弹塑性状态都不发生改变, 假定成立。如果在 Δt 时间段内结构中某些单元发生屈服或由屈服状态卸载恢复弹性, 则这些单元根据已知的节点位移增量计算得到的杆端力增量将不等于程序计算所分配的外力, 即结构的刚度将发生变化, 结构变形实际承担的外力 $\{\Delta F_{\text{ad}}\}$ 与程序计算所分配的外力 $\{\Delta F_f\} = [K_T] \{\Delta X\}$ 将不相等, 增量动平衡方程不再成立。

为避免积分步之后, 由于这些不平衡力累积所造成的误差, 程序在每积分一步后, 计算出各单元的未平衡力之和 $\{\Delta F_u\} = \{\Delta F_f\} - \{\Delta F_{\text{ad}}\}$, 并加到下一步的外力增量中去。

2. 拐点的处理

所谓拐点, 就是在体系的变形过程中, 体系的速度为零的点, 在拐点处恢复力反向, 体系的刚度发生很大的变化。

一般来说, 在时程积分过程中, 在某一个时间段 Δt 内, 如果速度发生反向, 则必须修改 Δt 步长以考虑拐点。此时步长由 Δt 修改为 $p\Delta t$ ($0 < p < 1$)。

为了确定 p 值, 可以采用对分法对 $u(t)$ 在 $(t, t + \Delta t)$ 范围内求解令 $u(t) = 0$ 的点, 也可以采用下述方法, 令

$$\dot{u}(t + p\Delta t) = \dot{u}(t) + \Delta \dot{u}(p\Delta t) = 0 \quad (9.3.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{u}(p\Delta t) &= -\dot{u}(t) \\ &= \ddot{u}(t)(p\Delta t) + \frac{\ddot{u}(t)(p\Delta t)^2}{2} \end{aligned} \quad (9.3.2)$$

从而求得新的计算步长 $p\Delta t$, 如果仍然不满足 $\dot{u}(t + p\Delta t) = 0$, 可以重复上述过程, 在 $(t, t + p\Delta t)$ 范围内求解新的 $p_{\text{next}}\Delta t$, 直到精度满足要求为止。

9.4 串联多自由度体系

1. 多自由度运动方程

为了研究结构在地震作用作用下的动力反应, 首先应采取一定的假定, 将结构离散化

形成如下的微分方程：

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + \{f(u(t))\} = -[M]\{\ddot{u}_g(t)\} \quad (9.4.1)$$

上式中， $u(t, x)$ 为相对位移向量； $[M]$ 为质量阵； $[C]$ 为阻尼阵； $\{f(u(t))\}$ 为与加载历史有关的非线性内力。由于所采用的简化模型不同，建立基本刚度阵的方法也有所区别。

为了求解该方程，将反应过程按照一定的时间步长离散，在每一个时间步长内假定为线性问题，该步长内的刚度性质由该时段开始时的变形条件确定，从而逐步形成结构的总体刚度阵，即 § 9.2 中的逐步积分法，可以采用线性加速度法或以线性加速度法为基础改进的中点加速度法或 Wilson- θ 法。

2. 单元模型的选取

根据问题的不同需要采用层间模型或杆系模型。

(1) 层间剪切模型

这种模型是目前使用最多的时程分析法的计算结构模型。总体思路是假设刚性楼板，即不考虑出平面自由度，每层形成一个集中质量、一个自由度，得到的计算结果是层间综合剪力和层间综合剪切位移的弹塑性关系。其主要特点是：

1) 每个楼层的全部柱子及墙片合并组成一个总的层间平均抗剪构件，采用一个恢复力曲线来确定弹塑性恢复力，可以求出综合的初始刚度、开裂层间剪力、屈服层间剪力及开裂后的刚度降低系数。

初始刚度按照武藤清的 D 值法确定，屈服层间剪力

$$V_y = \Sigma(V_y^{\text{柱}} + V_y^{\text{墙}}) \quad (9.4.2)$$

式中， $V_y^{\text{柱}}$ 、 $V_y^{\text{墙}}$ 分别为该层柱或墙的等效层间屈服剪力
开裂层间剪力

$$V_c = \text{average}\left(\frac{M_c}{M_E} V_E\right) \quad (9.4.3)$$

式中， M_c 、 M_E 、 V_E 分别为该层各柱或墙的开裂弯矩、弹性弯矩及剪力。

层开裂后刚度降低率可采用各构件开裂后的刚度降低率的平均值。

2) 刚度阵和阻尼阵均为三对角阵。

3) 计算量较少。由于这一模型忽略了楼层转动自由度的影响，因而对于低矮的建筑物或梁柱刚度比较大的结构较为合理，但对于高层建筑，由于不能忽略弯曲变形的影响，因而不能采用层间剪切模型。

(2) 层间弯曲模型

这种模型是在层间剪切模型的基础上，引进了弯曲弹簧刚度，用以表示上、下层侧向位移的相互关系。

层间剪力可用剪切弹簧力 Q_{si} 和弯曲弹簧力 Q_{bi} 表示

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= Q_{s1} + b_1 Q_{b1} \\ Q_i &= Q_{si} - a_{i-1} Q_{bi-1} + b_i Q_{bi} \\ (i &= 2 \sim n-1) \\ Q_n &= Q_{sn} - a_{n-1} Q_{bn-1} \end{aligned} \right\} \quad (9.4.4)$$

式中, $a_i + b_i = 1$

$$\frac{a_i}{b_i} = \frac{u_i}{u_{i+1}} \quad (9.4.5)$$

u_i 为剪切模型中 i 层的层间位移。

(3) 杆系模型

这种模型以构件作为基本分析单元, 将梁、柱简化为以中性轴表示的无质量杆, 将质量集中于各节点, 利用构件连接处的变形协调条件建立各构件变形关系, 如 9.1 节中所述。再利用构件的恢复力特性集成整个结构的弹塑性刚度。然后采用数值积分方法对结构进行地震反映分析。

它通常是由带刚域的线性杆件所组成的等效平面框架结构, 其主要特点是:

- 1) 取框架的每个杆件作为计算的基本构件, 弹塑性分析时, 除弹性分析时的杆件刚度外, 还要每个杆端的开裂弯矩、屈服弯矩和体现弹塑性状态的状态参数。
- 2) 每个楼层的侧移只有一个, 但每个节点有三个自由度, 不考虑梁的轴向变形。
- 3) 可求出地震作用下每个杆件进入开裂或屈服的先后次序和程度。

其刚度阵的集成过程如下:

- 1) 根据不同的杆件模型 (如单分量模型、双分量模型) 形成单元刚度阵。将杆件的单元刚度阵通过坐标变换由局部坐标转到整体坐标下;

- 2) 将单元刚度阵按顺序排列成 $5n - 2$ 阶对角阵 (n 为柱子数)

$$[\tilde{K}_i] = \text{Diag}[K_{i1}^c, K_{i2}^c, \dots, K_{in}^c, K_{i1}^g, K_{i2}^g, \dots, K_{in-1}^g] \quad (9.4.6)$$

式中, 上标 c 表示柱子, 上标 g 表示梁。

- 3) 建立杆件变形与层间单元节点位移之间的转换阵 $[A_i]$, 从而形成层间刚度阵

$$[K_i] = [A_i]^T [\tilde{K}_i] [A_i] \quad (9.4.7)$$

9.5 平面框架和框架剪力墙体系

9.1 节中给出了钢筋混凝土结构和钢结构的恢复力特性, 对于平面框架来说, 具有以下特点:

- (1) 框架由梁柱两类受力构件组成, 梁主要承受弯曲、剪切作用, 柱承受弯曲、剪切、轴力作用;
- (2) 梁、柱构成成框的框架以抵抗侧向力;
- (3) 忽略几何大变形的影响;
- (4) 杆件之间为刚性连接或铰接。

将平面框架离散化, 大体上可分为层间模型和杆系模型两类

1. 层间剪切模型

这种模型以武藤清的 D 值法为主要代表, 假设刚性楼板, 即不考虑出平面自由度, 每层形成一个集中质量、一个自由度, 得到的计算结果是层间综合剪力和层间综合剪切位移的弹塑性关系。

2. 层间弯剪模型

这种模型是在层间剪切模型的基础上, 引进了弯曲弹簧刚度, 用以表示上、下层侧向位移的相互关系。

3. 杆系模型

这种模型以构件作为基本分析单元, 将梁、柱简化为以中性轴表示的无质量杆, 将质量集中于各节点, 利用构件连接处的变形协调条件建立各构件变形关系, 如 9.1 节所述。再利用构件的恢复力特性集成整个结构的弹塑性刚度。然后采用数值积分方法对结构进行地震反映分析。

杆件的非线性化主要有 Clough 的双分量模型、青山博之的三分量模型、Giberson 的单分量模型等等。

下面以 Clough 的双分量模型加以说明。

所谓双分量模型, 即认为杆件由平行的两部分组成, 一部分为理想弹塑性杆件, 当杆端弯矩超过该杆的屈服弯矩时, 在该杆端形成塑性铰; 另一部分为无限弹性杆件, 双分量模型如下图所示。

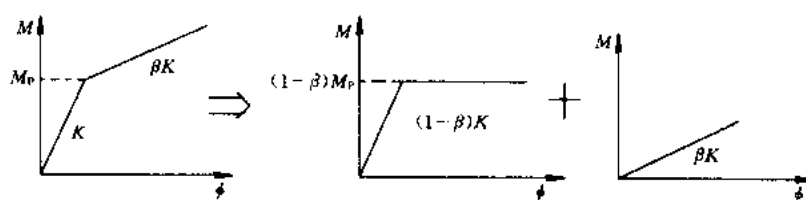


图 9.5.1 双分量模型

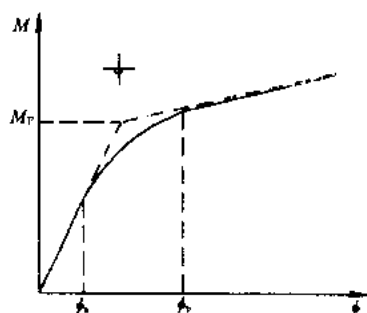


图 9.5.2 一次加载 $M-\phi$ 曲线

弹性梁在任何情况下都保持刚度 βk , 其弯矩增量与转角增量的关系为:

$$\Delta M_i = Bk(\Delta\phi_i + 0.5\Delta\phi_j) \quad (9.5.1)$$

构件的弯矩-转角关系可写为

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_i \\ \Delta M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ii} & S_{ij} \\ S_{ji} & S_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\phi_i \\ \Delta\phi_j \end{Bmatrix} \quad (9.5.2)$$

	S_{ii}	S_{ij}	S_{ji}
i, j 端均无塑性铰	aK	bK	aK
塑性铰在 i 端	$a\beta K$	$b\beta K$	$\left[a - (1-\beta)\frac{b^2}{a}\right]K$
塑性铰在 j 端	$\left[a - (1-\beta)\frac{b^2}{a}\right]K$	$b\beta K$	$a\beta K$
i, j 端均出现塑性铰	$a\beta K$	$b\beta K$	$a\beta K$

表中, $a = \frac{2+\gamma}{1+2\gamma}$, $b = \frac{1-\gamma}{1+2\gamma}$, $K = \frac{2EI}{l}$, $\gamma = \frac{6EI}{AGl^2}$, A 为杆件截面面积, l 为杆件计算长度。

9.6 高层建筑偏心支撑钢框架

随着社会经济的发展, 钢结构以它内在的优良抗震性能, 在建筑中尤其是超高层建筑中的应用已越来越多。其主要的结构形式有抗弯框架(纯框架)、中心支撑框架和偏心支撑框架等(见图 9.6.1 所示)。其中, 抗弯框架(图 9.6.1a)具有较大的延性和一定的耗能能力——其耗能主要是通过梁端塑性弯曲铰的非弹性变形来实现的, 但这种结构形式的刚度较低。中心支撑框架(图 9.6.1b)在小震作用下有着很好的性能, 主要是由于它具有较大刚度和强度, 但在大震作用下, 支撑易屈曲失稳, 造成刚度及耗能能力急剧下降, 直接影响结构的整体性能。偏心支撑框架(图 9.6.1c)是一种比较理想而经济的结构形式, 它的支撑至少有一端偏离梁柱节点, 而是直接连在梁上, 则支撑与柱之间的一段梁即为耗能连梁, 如图 9.6.1c 的 d_i 段。这种形式的框架较好地结合了前两者的长处, 与抗弯框架相比, 它每层加有支撑, 具有更大的抗侧刚度及极限承载力。与中心支撑框架相比, 它在支撑的一端有耗能连梁, 在大震作用下, 耗能连梁在巨大剪力作用下, 先发生剪切屈服, 从而保证支撑的稳定, 使得结构的延性好, 滞回环稳定, 具有良好的耗能能力。近年来, 偏心支撑钢框架由于其固有的优良抗震性能, 在美国的高烈度地震区, 已被数十栋高层建筑采用作为主要抗震结构。

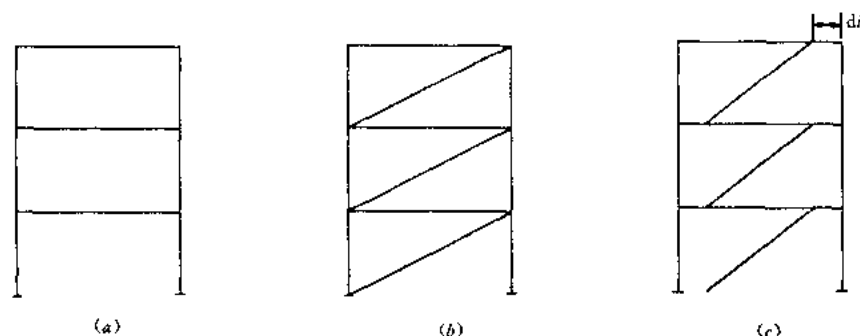


图 9.6.1 几种不同的框架形式

(a) 纯框架结构; (b) 中心支撑框架结构; (c) 偏心支撑框架

9.6.1 偏心支撑框架中耗能连梁的弹塑性性能

偏心支撑框架体系的性能很大程度上取决于耗能连梁。耗能连梁不同于普通的梁, 其跨度小, 高跨度比大, 轴力相对较小, 但同时承受着较大的剪力和弯矩。其屈服形式、剪力 V 和弯矩 M 的相互关系以及屈服后的性能均较复杂。

1. 耗能连梁的理想弹塑性性能

在复杂应力作用下, 材料进入塑性状态时的关系式很复杂。对于同时承受较大剪力和弯矩的耗能连梁, 在不同的假定条件下, 能推导出不同的关系式。Neal 给出了一种简化了的 $(M-V)$ 相互作用关系曲线图, 如图 a 所示, 其曲线可近似地用式 (9.6.1)、(9.6.2) 表示。图 9.6.2a 中的曲线表示, 当截面的 M 、 V 坐标点在曲线内时, 截面仍处于弹性状态; 当坐标点到达曲线时, 截面进入塑性状态。此时如果 $M > M_p^*$, 相当于长梁, 塑性流在弯矩方向上的梯度大, 可近似看作形成弯曲铰; 如果 $M < M_p^*$, 塑性流在剪切方向上的梯度大, 可近似看作形成剪切铰。

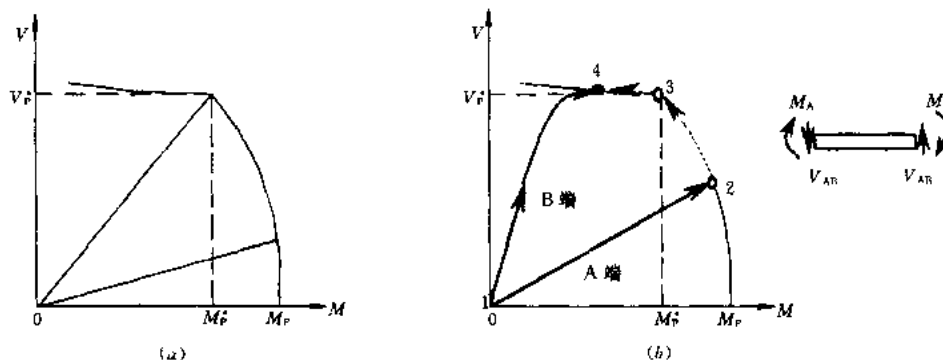


图 9.6.2 耗能连梁理想的弹塑性模型

(a) M 、 V 相互作用关系; (b) V_{AB} 、 M_A 、 M_B 三者由弹性进入塑性的变化过程

$$V \approx V_p \quad (M \leq M_p^*) \quad (9.6.1)$$

$$\left(\frac{M - M_p^*}{M_p - M_p^*} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_p} \right)^2 = 1 \quad (M \geq M_p^*) \quad (9.6.2)$$

对于工字型截面梁, 式中: $M_p = \sigma_y Z$

(塑性极限弯矩)

$$M_p^* = \sigma_y (d - t_f) (b_f - t_w) t_f \quad (\text{剪力作用下的塑性极限弯矩})$$

$$V_p = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} (d - t_f) t_w \quad (\text{塑性极限剪力})$$

图 9.6.2b 表示一耗能连梁典型的理想弹塑性能。当 A 端状态由 1 点到 2 点, 即到达相互作用曲线时, A 截面先进入塑性。由于此时 $V_{AB} < V_p$, 则外力作用下剪力 V_{AB} 可能将继续增大, 而同时 M_A 将减少, 同时由于剪力与弯矩的静力关系, 另一端弯矩 M_B 将增大。当 A 端状态到达 3 点时, V_{AB} 等于 V_p^* , 此后剪力 V_{AB} 基本保持不变, M_A 急剧减少, M_B 继续增大。当到达 4 点时, 进入极限状态。此时, $V_{AB} \approx V_p$, $M_A = M_B$ 。

2. 建议的屈服模型

上述的理论推导以及在其基础上建立起来的简化公式不能很好地解释一些试验现象, 在分析中应用也较为困难。大量试验表明, 工字型耗能连梁屈服时, 弯矩与剪力的相互影响并不明显, 并且剪切屈服后的耗能连梁由于应变硬化效应剪切承载能力将继续增加, 而弯曲屈服后的梁端弯矩将保持不变。因此我们采用了图 9.6.3a 中简化了的弯矩—剪力相互作用关系曲线。

图 9.6.3b 对应的为梁的几种可能的屈服及塑性铰出现顺序。情况 1 对应的连梁长度很短, 连梁发生剪切屈服后, 由于应变硬化效应, 剪力继续增大。但由于梁长度很短, 当连梁发生破坏时, 两端仍未发生弯曲屈服。情况 2 对应的连梁长度较短, 连梁先发生剪切屈服。由于应变硬化效应, 剪切承载力继续增加, 同时两端弯矩继续增加。由于梁长度较短, 当梁剪切变形超过极限变形时, 只有一端发生了弯曲屈服。情况 3 对应一般的连梁, 梁先发生剪切屈服后, 剪力及两端弯矩仍继续增加, 并且两端先后发生弯曲屈服, 进入极限状态。情况 4 对应梁较长, 梁在一端先发生弯曲屈服, 然后出现剪切铰, 直到另一端也发生弯曲屈服。情况 5 对应于长梁, 在极限状态, 梁只在两端发生弯曲屈服。在偏心支撑体系的塑性设计中, 应合理地选择连梁长度, 最好使其长度对应于情况 3。

3. 耗能连梁在不同屈服状态下的耗能计算方法

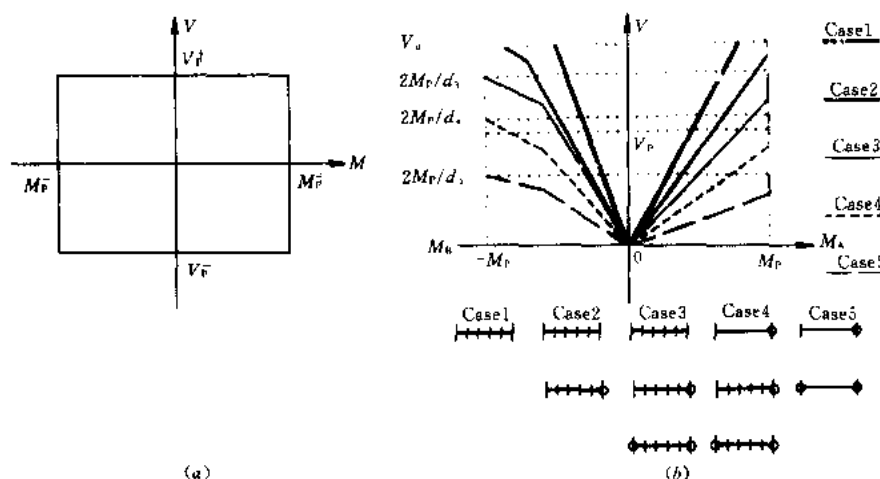


图 9.6.3 耗能连梁的简化弹塑性模型

(a) 简化的 M 、 V 相互作用关系；(b) 塑性铰的形成过程

在偏心支撑框架体系中，主要是利用耗能连梁的塑性变形来吸收能量。在不同的屈服状态下其耗能计算方法也不一样。

剪切屈服并且两端都弯曲屈服时（见图 9.6.4a）：

$$W_1 = M_A \theta'_A + M_B \theta'_B + V_{AB} \gamma_{AB} d \quad (9.6.3)$$

式中： θ'_A 、 θ'_B 分别为 A 端和 B 端的转角； d 为梁的长度； γ_{AB} 为梁的剪切变形角； V_{AB} 为极限状态下连梁中的剪力，即应变硬化后的剪力， $V_{AB} = (M_A + M_B) / d > V_p$ 。代入上式后，经整理得：

$$\begin{aligned} W_1 &= M_A (\theta'_A + \gamma_{AB}) + M_B (\theta'_B + \gamma_{AB}) \\ &= M_A \theta_A + M_B \theta_B \end{aligned} \quad (9.6.4)$$

式中： θ_A 、 θ_B 分别为 A 端和 B 端变形角。

剪切屈服并且其中一端发生弯曲屈服时（假设 A 端屈服，见图 9.6.4b）：

$$W_1 = M_A (\theta'_A - \theta'_B) + V_{AB} (\theta'_B d + \Delta) = M_A \theta_A + V_{AB} \gamma_{AB} \quad (9.6.5)$$

式中： θ'_A 为 A 端的转角； θ'_B 为 B 端的转角， Δ 为连梁两端的相对竖向位移； θ_A 为 A 端实际的塑性变形角。

剪切屈服但两端都未发生弯曲屈服（见图 9.6.4c）：

$$W_1 = V_{AB} \gamma_{AB} d = V_{AB} \Delta \quad (9.6.6)$$

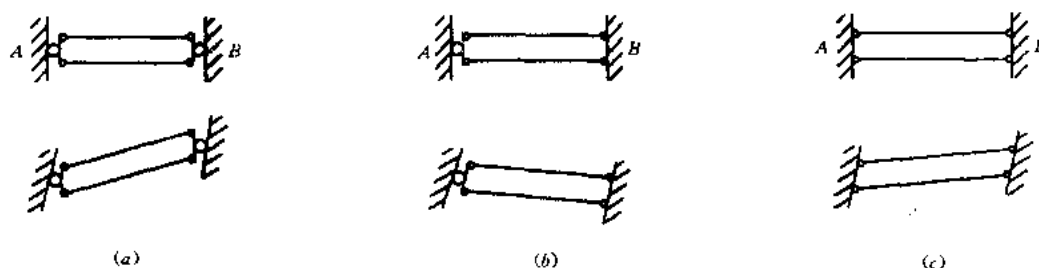


图 9.6.4 各种屈服状态及相应的塑性变形

(a) 剪切屈服且两端都弯曲屈服；(b) 剪切屈服且 A 端发生弯曲屈服；(c) 剪切屈服但两端都未弯曲屈服

9.6.2 弹塑性时程分析程序

已有的平面结构弹塑性时程分析程序适用范围小、功能有限,无法对高层钢结构中的一些新型构件单元进行有效地模拟计算。为了准确的把握偏心支撑框架结构的地震反应,不但需要模拟计算由梁、柱等常见单元组成的结构体系,还应该计算包括耗能连梁等新型单元的偏心支撑框架。程序中关于耗能连梁单元的屈服模型采用了前述的简化屈服模型,即弯矩与剪力的并不相互影响,有弯曲屈服和剪切屈服两种屈服形式。在程序中,我们采用了以下方法对这种单元进行卸载判断。

1. 剪切铰的卸载判断

在 t_i 时刻,如果单元发生了剪切屈服且在 A、B 端同时发生弯曲屈服(如图 9.6.4a 所示),则 $\{\Delta t_{i+1}\}$ 时间段内连梁单元继续保持剪切铰屈服状态,除非梁端的弯曲铰恢复弹性。

在 t_i 时刻,如果单元发生了剪切屈服且在 A 端发生弯曲屈服(如图 9.6.4b 所示),则当 t_i 时刻的杆中剪力 V_y 与 $\{\Delta t_{i+1}\}$ 时间段内 B 端的转角增量 $\Delta\theta_B$ 满足关系式 (9.6.7) 时,连梁单元的剪切铰恢复弹性,反之继续保持剪切屈服状态。同理可判断剪切屈服且在 B 端发生弯曲屈服的情况。

$$V_y \cdot \Delta\theta_B < 0 \quad (9.6.7)$$

在 t_i 时刻,如果连梁单元仅发生了剪切屈服(如图 9.6.4c 所示),则当 t_i 时刻的杆中剪力 V_y 与 $\{\Delta t_{i+1}\}$ 时间段内 A、B 端的转角增量 $\Delta\theta_A$ 、 $\Delta\theta_B$ 满足关系式 (9.6.8) 时,连梁单元的剪切铰恢复弹性,反之继续保持剪切屈服状态。

$$V_y \cdot (\Delta\theta_A + \Delta\theta_B) < 0 \quad (9.6.8)$$

2. 弯曲铰的卸载判断

(1) 耗能连梁未发生剪切屈服

在 t_i 时刻,如果单元仅在 A 端发生弯曲屈服,则当 t_i 时刻的杆端弯矩 M_{Ay} 与 $\{\Delta t_{i+1}\}$ 时间段内两端的转角增量 $\Delta\theta_A$ 、 $\Delta\theta_B$ 满足关系式 (9.6.9) 时,单元恢复弹性,反之继续保持屈服状态。如果在 t_i 时刻,如果单元仅在 B 端发生弯曲屈服,同样判断。

$$M_{Ay} \cdot \left(\Delta\theta_A + \frac{b}{a} \Delta\theta_B \right) < 0 \quad (9.6.9)$$

式中: $a = 2 + \gamma/1 + 2\gamma$, $a = 1 - \gamma/1 + 2\gamma$, $\gamma = 6EI/GA_0 l^2$

在 t_i 时刻,如果单元在 A、B 两端同时发生弯曲屈服,则当 t_i 时刻的杆端弯矩 M_{Ay} 与 $\{\Delta t_{i+1}\}$ 时间段内杆端的转角增量 $\Delta\theta_A$ 满足关系式 $M_{Ay} \cdot \Delta\theta_A < 0$ 时,单元恢复弹性,反之继续保持屈服状态,同理可判断 B 端。

(2) 耗能连梁同时发生剪切屈服

此时连梁单元的弯曲铰卸载判断方法与连梁未发生剪切屈服时基本相同,不同之处在于:如果在 t_i 时刻连梁发生了剪切屈服,则式 (9.6.9) 中的 $\gamma = 6EI/\lambda GA_0 l^2$, λ 为剪切应变硬化系数,以剪切模量的比值给出。

通过对多个算例的计算结果进行分析,我们可看出同等数量材料的情况下,将支撑设为偏心支撑时可以有效的降低地震力;耗能连梁的存在有效地保护了支撑,避免了由于支撑失稳退出工作而造成刚度急剧下降;同时由于连梁良好的延性,结构的滞回环将非常稳定,具有很好的耗能能力。即同样材料的情况下,偏心支撑框架的抗震性能要好于中心支

撑框架的抗震性能。

9.7 多维地震动下的框架结构

对于一般的建筑，只考虑单向水平地震动输入就可以了。然而，实际的地震地面运动是复杂、多维的，即一点的地震动有六个分量，不仅有两个水平方向的运动分量，还有竖向运动分量和转动分量，各种分量的相互关系与地震的震源机制、传播途径有关，既十分复杂，又有明显的随机性和不确定性，对于一般的建筑物来说，可以只考虑水平地震作用，将其转化为等效的侧向力，各国的规范都给出了基于设计反应谱的计算方法。但对重要的建筑，则要考虑多分量地震动的共同作用。

由于柯氏耦合效应的存在，使叠加原理不再适用。这里不考虑柯氏耦合效应（即不考虑地面转角速度及角位移），而只考虑地震动角加速度分量，并假设楼板无限刚，则 n 层结构的运动方程为：

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[M][R]\{U_{gg}\} \quad (9.7.1)$$

式中， $\{U\} = \{u_x, u_y, u_z\}^T$ 为结构相对位移向量； $\{U_{gg}\} = \{\ddot{x}_{gg}, \ddot{y}_{gg}, \ddot{z}_{gg}, \phi_{gg}^x, \phi_{gg}^y, \phi_{gg}^z\}$ 为地面运动加速度向量； $[M]$ 、 $[C]$ 和 $[K]$ 分别为体系的集中质量矩阵、瑞雷阻尼矩阵和刚度矩阵， $[K]$ 可用分块矩阵表示为：

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{xy}] & [K_{xz}] \\ [K_{yx}] & [K_{yy}] & [K_{yz}] \\ [K_{zx}] & [K_{zy}] & [K_{zz}] \end{bmatrix} \quad (9.7.2)$$

矩阵 $[R]$ 可表示为：

$$[R] = \begin{bmatrix} [I] & [0] & [0] & [0] & \{z_c\} & -\{y_c\} \\ [0] & [I] & [0] & -\{z_c\} & [0] & \{x_c\} \\ [0] & [0] & [I] & \{y_c\} & -\{x_c\} & [0] \end{bmatrix} \quad (9.7.3)$$

其中 $[I] = \{1, 1, 1 \cdots 1\}^T$ ， $\{x_c\} = \{x_{1c}, x_{2c} \cdots x_{nc}\}^T$ ， $\{y_c\} = \{y_{1c}, y_{2c} \cdots y_{nc}\}^T$ ， $\{z_c\} = \{z_{1c}, z_{2c} \cdots z_{nc}\}^T$ ， x_{ic} 、 y_{ic} 和 z_{ic} 为第 i 层楼板质心在总体坐标系中的坐标。

为了将基本方程解耦，将 $\{U\}$ 按振型分解：

$$\{U\} = [H]\{q\} = \sum_{j=1}^{3n} [H_j]\{q_j(t)\} \quad (9.7.4)$$

$$\begin{Bmatrix} u_{jx} \\ u_{jy} \\ u_{jz} \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^{3n} \begin{Bmatrix} H_{jx} \\ H_{jy} \\ H_{jz} \end{Bmatrix} \{q_j(t)\} \quad (9.7.5)$$

$$\begin{aligned} & [H_j]^T [M] \sum_{j=1}^{3n} [H_j] \{\ddot{q}_j(t)\} + [H_j]^T [C] \sum_{j=1}^{3n} [H_j] \{\dot{q}_j(t)\} \\ & + [H_j]^T [K] \sum_{j=1}^{3n} [H_j] \{q_j(t)\} \end{aligned}$$

$$= -\{H_j\}^T [M] [R] \{U_{gg}\} \quad (9.7.6)$$

式中, $[H]$ 为振型矩阵, $\{q(t)\}$ 为广义坐标向量。根据振型正交性, 可得广义坐标方程为:

$$\ddot{q}_j + 2\omega_j \xi_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = -[\eta_j]^T \{U_{gg}\} \quad (9.7.7)$$

式中, ω_j 为第 j 振型圆频率, ξ_j 为第 j 振型阻尼比, $\{\eta_j\}^T = \{\eta_j(x), \eta_j(y), \eta_j(z), \eta_j(zy), \eta_j(xz), \eta_j(yx)\}$ 为第 j 振型参与系数向量, 其中

$$\begin{aligned} \eta_j(x) &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i H_{jx}(i)}{D_j} \\ \eta_j(y) &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i H_{jy}(i)}{D_j} \\ \eta_j(z) &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i H_{jz}(i)}{D_j} \\ \eta_j(zy) &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i (H_{jz}(i) y_{ic} - H_{jy}(i) z_{ic})}{D_j} \\ \eta_j(xz) &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i (H_{jz}(i) z_{ic} - H_{jx}(i) x_{ic})}{D_j} \\ \eta_j(yx) &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i (H_{jy}(i) x_{ic} - H_{jx}(i) y_{ic})}{D_j} \\ D_j &= \sum_{i=1}^n m_i (H_{jx}^2(i) + H_{jy}^2(i) + H_{jz}^2(i)) \end{aligned} \quad (9.7.8)$$

式中, $\eta_j(x)$ 、 $\eta_j(y)$ 、 $\eta_j(z)$ 分别为 j 振型 x 、 y 和 z 方向的振型参与系数, $\eta_j(zy)$ 、 $\eta_j(xz)$ 、 $\eta_j(yx)$ 分别为 j 振型 zy 、 xz 和 yx 方向对转动分量 ϕ_x 、 ϕ_y 和 ϕ_z 的耦合振型参与系数。

式 (9.8.7) 的解可表示为:

$$q_j(t) = \sum_k \eta_j(k) \delta_{jk}(t) \quad (k = x, y, z, zy, xz, yx) \quad (9.7.9)$$

式中

$$\delta_{jk}(t) = \int_0^t U_{gg}(\tau) h_j(t-\tau) d\tau = -\frac{1}{\omega_j} \int_0^t U_{gg}(\tau) e^{-\xi_j \omega_j(t-\tau)} \sin[\omega_j(t-\tau)] d\tau \quad (9.7.10)$$

因此, 位移反应为:

$$\{U\} = \sum_{j=1}^n \sum_k \{H_j\} \eta_j(k) \delta_{jk}(t) \quad (9.7.11)$$

9.8 结构倒塌反应分析

结构物在强烈地震作用下,往往处于大变形的弹塑性状态,抗震设计的一个重要原则是保证大震不倒。

从目前研究状况看,对于多自由度结构的弹塑性反应分析一般都把限制结构内部杆件不达到或超过其极限状态作为计算前提,而结构“破坏;”的定义常描述为:某构件或结构某一部分的变形达到一预先假定的值。但是研究表明,结构内杆件达到极限状态后可能导致结构反应出现不稳定现象,而不稳定的结构动力反应将不同于在稳定状态下的一般弹塑性反应;另外,即使结构内的某些重要构件达到或超过极限状态,也不意味着整个结构达到了破坏。因此,结构动力分析中采用的杆件屈服但不达到或超过极限状态的假定对于灾难性大地震下的结构倒塌反应计算或结构内薄弱部件的诊断可能带来不正确的评估。

9.8.1 结构在不稳定状态下的动力反应

为了考虑体系的不稳定状态,单自由度弹塑性体系的层间恢复力模型具有负刚度段特性,带有下降负刚度的弹塑性有阻尼体系任意时刻运动方程的增量形式为:

$$m\Delta \ddot{w} + c\Delta \dot{w} + k(w)\Delta w = 0 \quad (9.8.1)$$

上式的特征根为

$$r_{1,2} = -n \pm \sqrt{n^2 - p} \quad (9.8.2)$$

上式中, $n = \frac{c}{m}$, $p = \frac{k(w)}{m}$

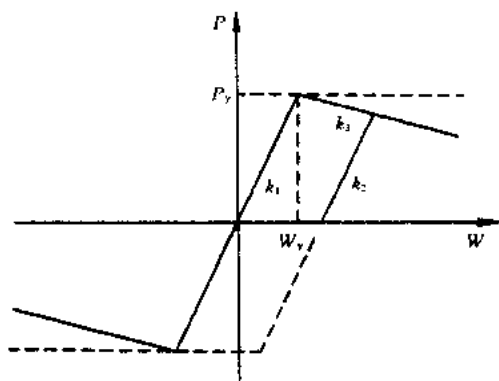


图 9.8.1 考虑负刚度的退化二线型恢复力模型

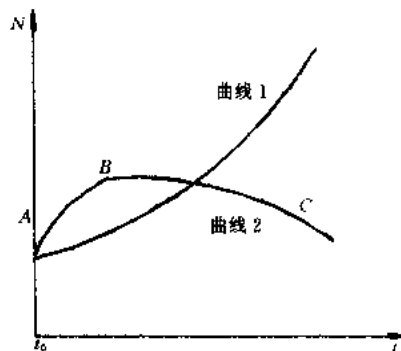


图 9.8.2 位移时程曲线

当层间位移 $w > w_y$ 时, $k(w) = k_2 < 0$, 即 p 为负值, 则 (9.8.2) 式表示了两个不相等的实数根, 其值为一正一负。此时方程 (9.8.1) 具有如下解:

$$\Delta w = c_1 e^{r_1 \Delta t} + c_2 e^{r_2 \Delta t} \quad (9.8.3)$$

上式说明结构此时不表现振动特性, 而是处于变形持续加大的不稳定状态, 如图 9.8.2 所示。

由于体系处于不稳定状态, 因此会产生随时间不断增长的位移, 直到倒塌, 如图中曲线 1。但结构也可能出现曲线 2 所示的位移状态, 此时线段 AB 是由于初始速度 $\dot{w}(t_0) > 0$ 而产生的。方程 (9.8.3) 的形式为曲线 ABC, 但很明显 BC 段并非体系的真实解,

因为当结构位移减小时, $k(w)$ 已不再等于下降负刚度 k_2 , 而应是大于 0 的卸在刚度 k_3 , 显然此时方程 (9.8.1) 又有了振动解。

总之, 当体系处于不稳定状态的自由振动时, 可能会因产生持续增大的位移而倒塌, 也可能恢复到弹塑性振动, 这主要取决于进入不稳定状态时的初始条件以及结构的阻尼、刚度的动力特性。

不难推证, 对于强迫振动, 结构在不稳定状态下受到冲击也会有上述两种变形途径, 这时将主要取决于荷载的大小和方向。

9.8.2 计算假定和基本方程

在计算中采取了下列基本假定:

1. 采用 9.1 节中的钢筋混凝土退化三线型恢复力模型和钢筋粘结滑移恢复力模型。

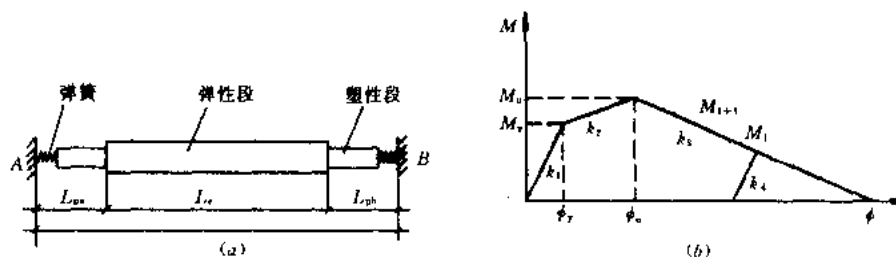


图 9.8.3 单元模型和滞回规则

如上图所示, 杆件单元屈服后分为两种区段, 即弹性和塑性铰区, 塑性铰区又分为屈服塑性铰 ($M_y \leq M \leq M_u$) 和极限塑性铰 (M 进入负刚度段)。

2. 当杆端弯矩 M 达到极限弯矩 M_u 而进入下降负刚度段 k_3 后, 若杆段弯矩 $|M_{i+1}| < |M_i|$ (i 为时间步数), 则恢复到主动卸载段 k_4 , 否则仍在负刚度段 k_3 被动卸载。若弯矩已沿 k_3 被动卸载至 0, 则杆件处理为只受轴力的桁架单元, 以后杆端弯矩一直为 0。

在计算中, 将结构水平位移展开为以下的级数形式:

$$w(s, t) = \sum_{i=1}^n T_i(t) f_i(s) \quad (9.8.4)$$

上式中, $f_i(s)$ 为单位水平位移函数, 它表述了结构的单位水平位移图形, 仅与位置坐标 s 有关, 而 $T_i(t)$ 为广义位移函数, 仅与时间 t 有关, 它表述了结构位移随时间的变化规律。

同样可以将弯矩 M 、剪力 Q 和轴力 N 展开成类似的级数形式:

$$\begin{aligned} M(s, t) &= \sum_{i=1}^n T_i(t) M_i(s) \\ Q(s, t) &= \sum_{i=1}^n T_i(t) Q_i(s) \\ N(s, t) &= \sum_{i=1}^n T_i(t) N_i(s) \end{aligned} \quad (9.8.5)$$

上式中, $M_i(s)$ 、 $Q_i(s)$ 、 $N_i(s)$ 分别为单位弯矩、剪力、轴力函数, 它们表述了结构在单位位移 $f_i(s)$ 作用下所引起的内力图形, 仅与位置坐标 s 有关。

根据虚位移原理, 可得结构在地震作用下的虚功方程:

$$\int_0^L m \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} f_j ds + \int_0^L c \frac{\partial W}{\partial t} f_j ds + \int_0^L \left(M \frac{M_j}{EI} + Q \frac{Q_j}{GA} + N \frac{N_j}{EA} \right) ds = - \int_0^L m \ddot{W}_g f_j ds \quad (9.8.6)$$

将 (9.8.4)、(9.8.5) 式代入 (9.8.6) 中可得:

$$\sum_{i=1}^n [m_{ji} \ddot{T}_i + c_{ji} \dot{T}_i + K_{ji} T_i] = q_j \quad (9.8.7)$$

上式中,

$$\begin{aligned} m_{ji} &= \int_0^L m f_i f_j ds \\ c_{ji} &= \int_0^L c f_i f_j ds \\ K_{ji} &= \int_0^L \frac{M_i M_j}{EI} ds + \int_0^L \frac{Q_i Q_j}{GA} ds + \int_0^L \frac{N_i N_j}{EA} ds \\ q_j &= - \int_0^L m \ddot{W}_g f_j ds \end{aligned} \quad (9.8.8)$$

其中, \ddot{W}_g 为地面运动加速度纪录。

对于非线性结构, 运动方程 (9.8.7) 可写为如下的增量形式:

$$[m] \{\Delta \ddot{T}\} + [c(t)] \{\Delta \dot{T}\} + [k(t)] \{\Delta T\} = \{\Delta q(t)\} \quad (9.8.9)$$

在计算中, 单位位移函数的选取可以是任意的, 但它们之间必须线性独立, 并且应满足边界条件。单位位移函数的个数取决于结构体系的自由度数。结构边界的变形连续条件将由下述结构刚度方程保证:

$$[k] \{\delta\} = 0 \quad (9.8.10)$$

$[k]$ ——由单元刚度矩阵集成的结构静力总刚度矩阵;

$\{\delta\}_i$ ——相应于 $f_i(s)$ 的结构结点变形向量。

一般情况下, 可选择第 i 单位位移状态在相应楼层 k 处 ($k=i$) 产生的水平位移为 1, 其他楼层的水平位移均为 0。此时, 广义位移函数 T_i 就是在楼层 k 处 ($k_i=i$) 的位移值。

参 考 文 献

- 1 赵西安. 高层建筑结构分层模型弹塑性动力分析. 中国建筑科学研究院结构所, 1979.10
- 2 李进宁等. 高层钢结构弹塑性动力分析中弯剪模型参数的研究. 天津大学, 1990.10
- 3 G.S. Cheok, W.C. Stone and S.K. Kunath, Seismic Response of Precast Concrete Frames with Hybrid Connections, ACI STRUCTURAL JOURNAL, no. 95-47, 1998
- 4 李国强, 沈祖炎. 钢框架弹塑性静动力反应的非线性分析模型. 建筑结构学报, (11) 2, 1990.4
- 5 蒋友谅. 非线性有限元法. 北京: 北京工业学院出版社, 1988.6
- 6 S.Setio, H.D.Setio, etc, nonlinear modal analysis on nonlinear multi-degree-of freedom system, The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, v7 n2 p75-93, Apr 1992
- 7 陈国兴等. 多维地震动输入下结构地震反应分析. 南京建筑工程学院学报, 1999, 2
- 8 陈德斌, 高小旺. 考虑节点板剪切变形时高层钢框架结构的分析方法, 1990.10
- 9 ASCE/FEMA 273 Prestandard, NEHRP GUIDELINES FOR THE SEISMIC REHABILITATION OF

BUILDINGS, First Draft, April 12, 1999

- 10 YOUNGKYU JU, CAPACITY DESIGN CONCEPT, 1999
- 11 Peter Reina, Dennis Normile INELASTIC ANALYSIS OF OSAKA CONVENTION CENTER, 1998
- 12 LARGE-SCALE TESTING, MODELLING AND APPLICATION OF KNEE-BRACE-FRAME FOR SEISMIC RESISTANT STEEL BUILDINGS, FEMA Research News, Feb, 1995
- 13 易方民, 高小旺, 张维嶽等. 高层建筑偏心支撑钢框架构件参数的研究, 建筑科学, 2000.3
- 14 R.E. Valles, A.M. Reinhorn, S.K. Kunnath, C.Li and A.Madan, IDARC2D Version 4.0
- 15 林炳昌等. 楼房极限层剪力检核研究. 结构工程, 12 (2) 1997.6
- 16 王亚勇等. 钢筋混凝土框架结构时程法地震反应分析, 建筑结构, 1993, 7
- 17 高小旺. 地震作用下多层剪切型结构弹塑性位移反应的实用计算方法. 土木工程学报, 17 (3), 1984.9
- 18 高桥泰彦等. 日本阪神、淡路大地震中被破坏的钢结构建筑物的修复技术及其实例, 钢结构, 1996 (4)
- 19 Finley A. Charney, Nonlinear Dynamic Time History Analysis of Single Degree of Freedom Systems
- 20 Multiframe, Windows and Macintosh Version 5.1 User Manual, Formation Design Systems Pty Ltd 1999
- 21 "Specification for Structural Steel Buildings, Allowable Stress Design and Plastic Design", American Institute of Steel Construction, June 1, 1989
- 22 冯世平, 沈聚敏. 钢筋混凝土框架结构的地震倒塌反应. 地震工程与工程振动, (9), 1, 1989
- 23 陈国兴等. 多维地震动输入下结构地震反应分析, 南京建筑工程学院学报, 1999, (2)
- 24 童岳生, 钱国芳. 砖填充墙钢筋混凝土框架的刚度及其应用. 西安冶金学院学报, 1984 (6)
- 25 李田, 吴学敏. 高层及复杂结构多维时程弹塑性动力分析. 建筑结构学报, (13) 6
- 26 龚思礼等. 建筑抗震设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994
- 27 易方民. 高层建筑偏心支撑钢框架抗震性能和设计参数的研究, 中国建筑科学研究院博士学位论文, 2000 年 5

第 10 章 结构物的弹塑性随机响应分析^[1,2]

10.1 概述

近年来,关于随机振动分析的研究日益引起土木工程界的兴趣和关注。由于在强烈地震作用下,大多数结构物实际上发生相当大的塑性变形。因此,结构物的弹塑性随机振动分析的研究成了受到广泛重视的热点之一。

与一般的非线性但非滞回的系统有所不同,结构物的弹塑性地震响应表现出很大的滞回特性,因而为这一类系统的统计地震响应分析带来了很大的困难。这是由于在 δ -相关的随机过程激励下,非线性但非滞回的系统的响应为 Markov 过程,而且到目前为止关于非线性随机响应的研究也是以 Markov 过程为其基本前提的。近十几年来经过很多研究者的努力,这一问题得到了很多近似解决方法。其中 Wen, 小堀、南井、浅野、石丸等人的研究使得这个问题的研究得到了很大的进展^[3~15]。他们研究的重点和方法有所不同,但在处理结构物的弹塑性滞回特性时所采用方法的基本点是一致的,那就是通过引入辅助状态变量的方法,在数学上将弹塑性恢复力用非线性但非滞回的函数系统来描述以便应用有关 Markov 过程的理论。

等价线性化方法和 Fokker-Planck 方法被证明在非线性随机振动分析中是非常有效的,被广泛应用,但是,值得研究和改善的地方仍然不少。首先要选择适当的辅助变量,使这一辅助变量的响应为高斯过程的假设不至带来很大的误差,对一些常见的非退化恢复力特性,如双线性这一点不难做到,然而对一些刚度退化型恢复力特性,由于不得不引入恢复力本身作为其辅助变量之一,不可否认其响应为高斯性的假设是勉强的,粗糙的。其次 Fokker-Planck 方法虽被证明是有效的,且精度颇高,然而对各种类型的结构系统由于其数学处理上的复杂性,应用受到很大限制。以上这些问题正是这一领域中正在解决和完善的地方。Fokker-Planck 方法和等价线性化方法虽然有所不同,但在一般情况下系统的响应假设是 Markov-Gauss 的,而且方程推导的结果都是导致响应量的协方差函数的一阶微分方程组。研究结果表明,这两种方法是等价的^[21]。这使等价线性化方法在理论上更加完善。

等价线性化方法可较方便地运用于具有各种不同弹塑性恢复力特性的结构系统中进行随机响应分析。由于在高斯白噪声激励下的线性系统的响应为高斯性的,利用等价线性化方法可以方便地推导出系统响应协方差函数的一阶常微分方程组,从而得到响应的统计量。

数值模拟或 Monte-Carlo 方法从理论上讲是非常基本的解决非线性问题的方法,可以适用于求解任何复杂的多自由度系统的平稳或非平稳响应。它的基本方法是产生一个激励样本,计算相应的反应样本,并经统计可获得响应的统计值。这种方法的弊端是耗时太大,一般仅用在比较和检验其他方法的近似性上。

10.2 弹塑性恢复力的傅里叶积分描述

当进行结构物的统计地震响应分析时,利用引入辅助状态变量的方法可将结构物的非线性的弹塑性恢复力用非滞回的函数去描述,并且通过傅里叶变换最终可以表示为具有至少一阶偏导可微的单值连续函数。这样,对具有弹塑性恢复力特性的结构系统在随机过程激励下的统计地震响应问题可以用如 Fokker-Planck 方法和等价线性化法等手段加以分析和解决^{[9],[16]}。本节讨论双线性型、退化双线性型、顶点指向型、滑移型、顶点指向和滑移特性的结合型恢复力模型的傅里叶积分描述。

10.2.1 双线性型恢复力模型

弹塑性恢复力的傅里叶积分描述需要借助于 Dirac- δ 函数和阶跃函数,根据超越函数理论,它们可以用如下的傅里叶积分来表示:

$$\begin{aligned}\delta(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\beta x) d\beta; i^2 = -1 \\ H(x) &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta} \exp(i\beta x) d\beta \right] \\ H(-x) &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta} \exp(i\beta x) d\beta \right]\end{aligned}\quad (10.2.1)$$

$\delta(x)$ 和 $H(x)$ 分别表示 Dirac- δ 和阶跃函数。

如果分析图 10.2.1 所示函数,其函数值显然可由以下的积分加以描述^[9]:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(W) P_{0,\eta_0}(x-W) dW \quad (10.2.2)$$

$P_{0,\eta_0}(x)$ 为如图 10.2.2 所示,在 $0 \leq x \leq \eta_0$ 范围内具有强度为 1 的矩型脉冲函数。

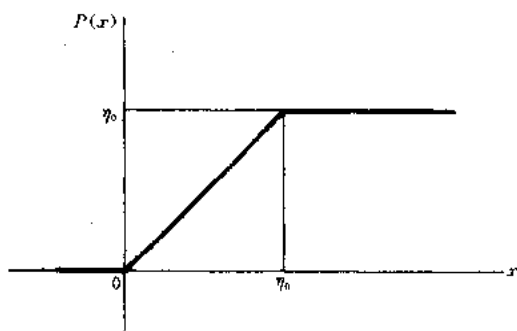


图 10.2.1

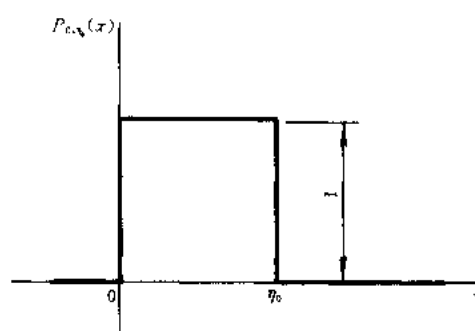


图 10.2.2

于是,图 10.2.3 所示函数可由如下的积分加以描述:

$$\begin{aligned}Q(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(W) P_{0,\eta_0}(y-W) dW \\ &\quad - \int_{-\infty}^{\infty} H(-W) P_{-\eta_0,0}(y-W) dW\end{aligned}\quad (10.2.3)$$

为了能够用式 (10.2.3) 描述如图 10.2.4 所示的理想弹塑性恢复力,设式 (10.2.3) 中的变量 y 为辅助状态变量,并令其具有如下性质: $|y| > \eta_0$, 且 $v = dy/dt = 0$ 时,变量 y 从图中的 D, C 点分别跳跃到 B, A 点,并且这一跳跃瞬时完成。如果令图 10.2.3 和

图 10.2.4 中的 A, B, C, D 各点完全对应, 不难发现图 10.2.3 所示函数恰好能够在时程分析中代替图 10.2.4 中的函数去描述弹塑性恢复力。

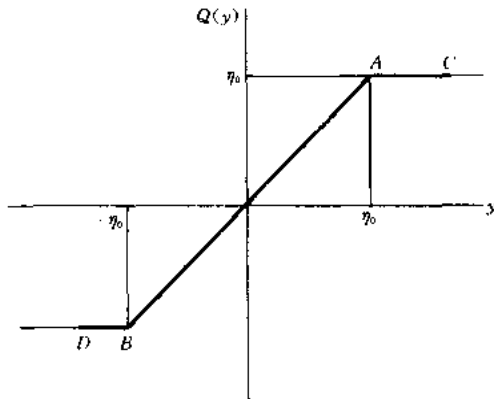


图 10.2.3

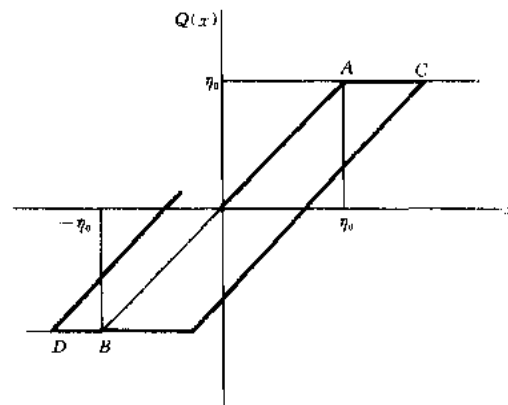


图 10.2.4 双线型恢复力模型

辅助状态变量 y 的上述性质可用如下微分方程加以描述:

$$dy/dt = \dot{y} = v + 2[Q(y) - y]\delta(v) \quad (10.2.4)$$

式中的第二项表示上述 y 的跳跃量。

式 (10.2.4) 的正确性可由下述讨论加以证实: 如图 10.2.3 所示, A 与 C 之间 $Q(y) = \eta_0$, 所以

$$Q(y) - y = - (y - \eta_0) \quad (10.2.5)$$

并且 D 与 B 之间由于 $Q(y) = -\eta_0$, 因而

$$Q(y) - y = - (y + \eta_0) \quad (10.2.6)$$

即, 式 (10.2.5), (10.2.6) 分别表示 C 点到 A 点、D 点到 B 点的跳跃量。

由 Dirac- δ 函数的性质, 对于任意无限小的量 ϵ 均有

$$\int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} \Phi(t) \delta(t - t_0) dt = \Phi(t) \Big|_{t=t_0} \quad (10.2.7)$$

因此, 若设 t_0 为上述 C 到 A 的跳跃时刻, 则 y 的变化量 Δy 为

$$\begin{aligned} \Delta y &= \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} v dt + 2 \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} [Q(y) - y] \delta(v) dt \\ &= 2[Q(y) - y] \Big|_{t=t_0} \end{aligned} \quad (10.2.8)$$

由于 $t = t_0$ 时刻辅助状态变量 y 不连续, 根据超越函数理论

$$[Q(y) - y] \Big|_{t=t_0} = \frac{1}{2} (\eta_0 - y_c) \quad (10.2.9)$$

因此

$$\Delta y = 2 [Q(y) - y] \Big|_{t=t_0} = \eta_0 - y_c \quad (10.2.10)$$

即 Δy 恰好为 $t = t_0$ 时刻 y 从 C 到 A 的跳跃量。式 (10.2.4) 中第二项的系数 2 就是为了考虑上述时刻 y 的不连续性而引入的。当 y 从 D 跳跃到 B 点时亦不难证实式 (10.2.4)

的正确性。

将式 (10.2.1) 代入到式 (10.2.3) 和式 (10.2.4), 即得 $Q(y)$ 和 dy/dt 的傅里叶积分表达式:

$$Q(y) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (10.2.11)$$

$$\begin{aligned} dy/dt = v + & \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y + i\gamma v) d\beta d\gamma \\ & - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma \end{aligned} \quad (10.2.12)$$

对于第一分支刚度与第二分支刚度比 $\gamma \neq 0$ 的一般情况, 其恢复力表达式为

$$Q(x, y) = rx + \frac{(1-r)}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta \eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (10.2.13)$$

10.2.2 退化双线性恢复力模型

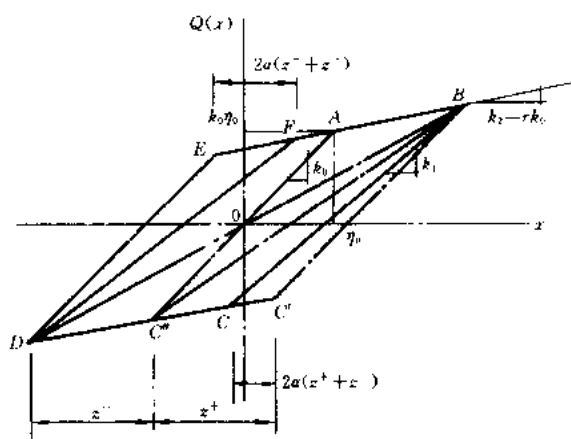


图 10.2.5 退化双线性恢复力模型

为了在结构弹塑性随机响应分析中利用简单的恢复力模型去替代相对复杂的恢复力模型, 以便使随机响应分析变得可能和简便, 徐春锡曾提出如图 10.2.5 所示退化双线性恢复力模型^[14]。

这一退化双线性恢复力模型的刚度 k_1 由下式给出:

$$k_1 = k_0 \frac{r\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0}{\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0} \quad (10.2.14)$$

其中 α , z^+ 和 z^- 分别为刚度退化参数和正负方向最大塑性变形量, 其值随着响应同时变化。 r 和 η_0 分别为第一分

支刚度与第二分支刚度比值和最大弹性变形量。

刚度 k_1 虽然随着最大塑性变形量的增加相应地退化, 但其基本特征由刚度退化参数 α 来确定。如 α 取 0 和 0.5 时该模型相应简化为双线性模型和顶点指向型恢复力模型。就是说, 该模型通过给定适当的参数值 α 来确定模型的退化程度, α 值在 0 到 0.5 之间。

Clough 双线性退化模型能量吸收能力介于双线性模型和顶点指向型之间。在窄带域响应中, 尤其在平稳响应中由于恢复力滞回时程曲线趋于稳定, 利用能量吸收能力等效的原则来确定适当的 α 值, 可用退化双线性恢复力模型近似地替代 Clough 双线性退化模型以进行响应分析。可以证明当给定 α 如下参数值时

$$\alpha = \begin{cases} (\eta_0 - rz^+)/ (4\eta_0); dQ/dx < 0 \\ (\eta_0 - rz^-)/ (4\eta_0); dQ/dx > 0 \end{cases} \quad (10.2.15)$$

对于平稳响应, 上述两个恢复力模型的能量吸收能力相等。实际上当由式 (10.2.15) 给定 α 值时, 图 10.2.6 中 Clough 双线性模型所给出的滞回曲线轨迹 (OABCD'E'FB) 和退化双线性的轨迹 (OABDEGB) 所包络的面积相等。

Clough 双线型退化模型恢复力的傅里叶积分描述的困难在于加载和卸载时其刚度的折线性变化使得不得不增设更多的辅助状态变量。当然,这并不是说这一描述是不可能的。但由于结构弹塑性恢复力模型的多样性,只在数学处理上下功夫并不是唯一可取的。另一方面,能量法或能量原理是力学中的有力手段。实际上现在经常所采用的各种恢复力模型也是将大量的实验数据进行整理,并用能量原理进行模型化即简化的结果。

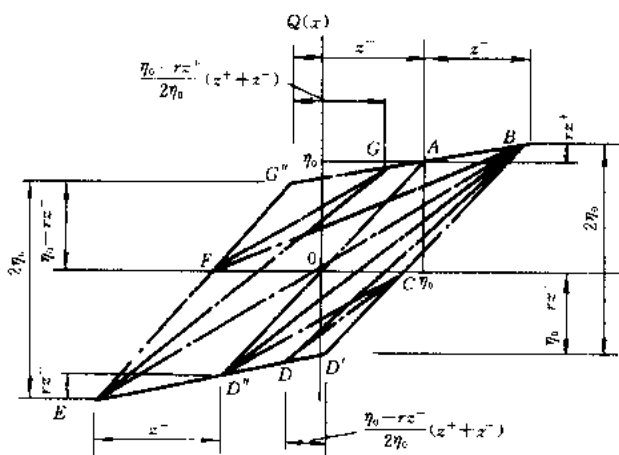


图 10.2.6 退化双线型和 Clough 双线型退化模型能量吸收能力的比较

由于在统计地震响应分析中一般情况下假设窄带域响应是可以接受的,当由式 (10.2.15) 给定 α 值时可以期望由双线型退化模型去替代 Clough 双线型退化模型。图 10.2.7 为具有这两种恢复力特性的单自由度系统在白噪声激励下响应的几个统计量之间的比较。可以认为上述所建议的近似方法是可行的,并且给出偏于安全的结果。

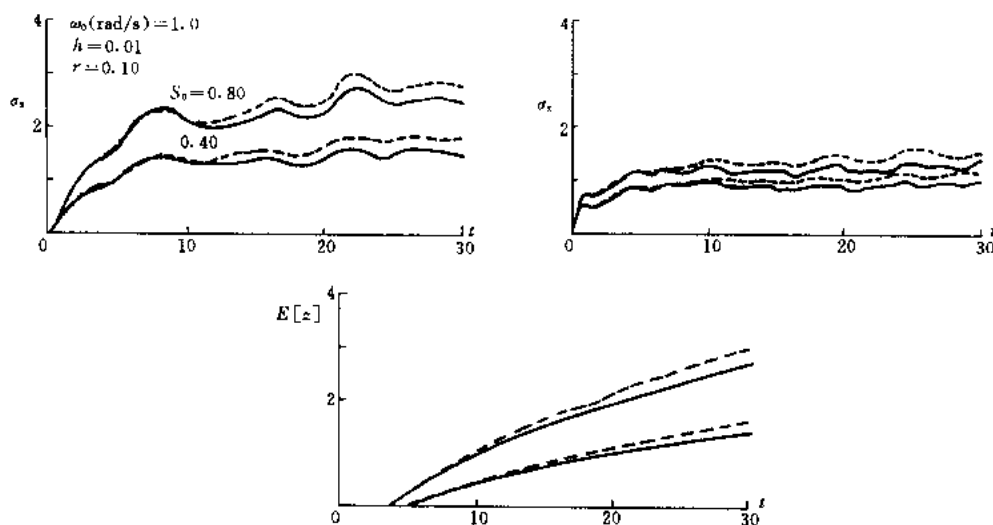


图 10.2.7 徐春锡模型, ——— Clough 模型

利用与处理双线型恢复力模型完全相同的方法可以很方便地对双线型退化恢复力模型进行傅里叶积分描述。

辅助状态变量 y 的变化率 dy/dt 由下面的一阶微分方程给出:

$$dy/dt = v + 2 \left\{ \frac{[\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]}{\eta_0} Q(y) - y \right\} \delta(v) \quad (10.2.16)$$

恢复力 $Q(y)$ 表示为

$$Q(y) = \frac{\eta_0}{\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} H(W) P_{0, [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]}(y - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(-W) P_{-[\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0], 0}(y - W) dW \right\} \quad (10.2.17)$$

利用式 (10.2.1), 由式 (10.2.16), (10.2.17) 最终可以导出 dy/dt 和 $Q(y)$ 的傅里叶积分表达式:

$$dy/dt = v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]}{\beta^2} \exp[i(\beta y + \gamma v)] d\beta d\gamma - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma \quad (10.2.18)$$

$$Q(y) = \frac{\eta_0}{\pi i [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \beta [\alpha(z^+ + z^-) + \eta_0]}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta d\gamma \quad (10.2.19)$$

与双线性恢复力模型不同, 由于在双线性退化模型恢复力的傅里叶积分描述中引入最大塑性变形量为其参变量, 式 (10.2.18), (10.2.19) 中包含 z^+ 、 z^- 。最大塑性变形量 z^+ 、 z^- 为属于加法过程一类的随机过程, 因而与通常可假设为高斯过程的位移、速度、辅助状态变量 y 完全不同, 为此可用如下方法进行统计意义上的近似处理。

首先 z^+ 、 z^- 的变化率 dz^+/dt 、 dz^-/dt 可表示为

$$\begin{aligned} dz^+/dt &= \dot{z}^+ = vH(v)H[x - (z^+ + \eta_0)] \\ dz^-/dt &= \dot{z}^- = -vH(v)H[-x - (z^- + \eta_0)] \end{aligned} \quad (10.2.20)$$

式 (10.2.20) 可作如下解释: 以 \dot{z}^+ 为例, 由于 z^+ 是正方向最大塑性变形量, 仅当 $x \geq z^+ + \eta_0$ 且 $v \geq 0$ 时 z^+ 的变化率与 x 的变化率相同, 其他情况下其变化率为零。 \dot{z}^- 的解释与以上解释相类似, 不再赘述。

为了克服困难以确定最大塑性变形量的概率结构所带来的困难, 当进行理论推导和数值积分时, 经常采用以其期望值去近似的方法。当进行逐步数值积分时, 设时间间隔 Δt 为很小, 则第 i 步逐步积分的 z^+ 、 z^- 的期望值可以表示为

$$\begin{aligned} E[z_i^+] &= E[z_{i-1}^+] + \frac{1}{2} \Delta t (E[\dot{z}_{i-1}^+] + E[\dot{z}_i^+]) \\ E[z_i^-] &= E[z_{i-1}^-] + \frac{1}{2} \Delta t (E[\dot{z}_{i-1}^-] + E[\dot{z}_i^-]) \end{aligned} \quad (10.2.21)$$

若用最大塑性变形量的期望值近似其变化率公式 (10.2.20), 则有

$$\begin{aligned} dz^+/dt &= \dot{z}^+ \approx vH(v)H[x - (E[z^+] + \eta_0)] \\ dz^-/dt &= \dot{z}^- \approx -vH(-v)H[-x - (E[z^-] + \eta_0)] \end{aligned} \quad (10.2.22)$$

令

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_0^+ &= \eta_0 + E[z_{i-1}^+] + \frac{1}{2} \Delta t E[\dot{z}_{i-1}^+] \\ \bar{\eta}_0^- &= \eta_0 + E[z_{i-1}^-] + \frac{1}{2} \Delta t E[\dot{z}_{i-1}^-] \end{aligned} \quad (10.2.23)$$

并对式 (10.2.22) 两边取期望值, 则有

$$\begin{aligned} E[\dot{z}_i^+] &\approx E\left[vH(v)H\left\{x - \left(\bar{\eta}_0^+ + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^+]\right)\right\}\right] \\ E[\dot{z}_i^-] &\approx E\left[-vH(v)H\left\{-x - \left(\bar{\eta}_0^- + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^-]\right)\right\}\right] \end{aligned} \quad (10.2.24)$$

如果第 $i-1$ 步积分已经完成, 由式 (10.2.24) 即可算出第 i 的最大塑性变形量变化率的期望值。这是由于式 (10.2.23) 所表示的 $\bar{\eta}_0^+$, $\bar{\eta}_0^-$ 只与 t_{i-1} 时刻及以前的响应量有关。并且, 如果第 i 步的 x , v 的联合概率密度函数 $f(x, v|i\Delta t)$ 为已知, 则

$$\begin{aligned} E[\dot{z}_i^+] &= \int_0^\infty dv \left[\int_0^\infty dx - \int_0^{\bar{\eta}_0^+ + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^+]} dx \right] vf(x, v|i\Delta t) \\ E[\dot{z}_i^-] &= - \int_{-\infty}^0 dv \left[\int_{-\infty}^0 dx - \int_{-\bar{\eta}_0^- - \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i^-]}^0 dx \right] vf(x, v|i\Delta t) \end{aligned} \quad (10.2.25)$$

如果各状态变量 x , v , y 等的初始值为零, 并且激励是期望值为零的散粒噪声, 则可方便地假设各状态变量是期望值为零的高斯过程。在这种情况下, 为了不失一般性, 可设 $\dot{z}_0^+ = \dot{z}_0^- = 0$ 。在上述假设前提下不难由式 (10.2.25) 看出, $E[\dot{z}_i^+]$ 与 $E[\dot{z}_i^-]$, 进而 $E[\dot{z}_i^+]$ 与 $E[\dot{z}_i^-]$ 、 $\bar{\eta}_0^+$ 与 $\bar{\eta}_0^-$ 均可取相同的值, 以下均记为 $E[\dot{z}_i]$ 、 $E[z_i]$ 、 $\bar{\eta}_0$ 。这样, 式 (10.2.25) 中的两式可以统一写成

$$E[\dot{z}_i] = \int_0^\infty dv \left[\int_0^\infty dx - \int_0^{\bar{\eta}_0 + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_i]} dx \right] vf(x, v|i\Delta t) \quad (10.2.26)$$

因假设 Δt 充分小, 用积分中值定理, 由式 (10.2.26) 可得 $E[\dot{z}_i]$ 的计算公式:

$$\begin{aligned} E[\dot{z}_i] &= A_i/B_i \\ A_i &= \frac{\sigma_v}{2\sqrt{2\pi}} \left\{ 1 - 2\operatorname{erf}\left[\frac{\bar{\eta}_0}{\sigma_x\sqrt{1-\rho_{xv}^2}}\right] + \rho_{xv}\exp\left(-\frac{\bar{\eta}_0^2}{2\sigma_x^2}\right) \left[1 + 2\operatorname{erf}\left[\frac{\rho_{xv}\bar{\eta}_0}{\sigma_x\sqrt{1-\rho_{xv}^2}}\right] \right] \right\} \\ B_i &= 1 + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\sqrt{1-\rho_{xv}^2}}{2\pi} \frac{\sigma_v}{\sigma_x} \exp\left(-\frac{\bar{\eta}_0^2}{2\sigma_x^2(1-\rho_{xv}^2)}\right) + \frac{\rho_{xv}\bar{\eta}_0\sigma_v}{2\sigma_x^2\sqrt{2\pi}} \right. \\ &\quad \left. \times \exp\left(-\frac{\bar{\eta}_0^2}{2\sigma_x^2}\right) \left[1 + 2\operatorname{erf}\left[\frac{\rho_{xv}\bar{\eta}_0}{\sigma_x\sqrt{1-\rho_{xv}^2}}\right] \right] \right\} \end{aligned} \quad (10.2.27)$$

式中 σ_x , σ_v , ρ_{xv} 分别为 x , v 标准差及相关系数函数。

$E[z_i]$, $\bar{\eta}_0$ 分别由下式计算:

$$E[z_i] = E[z_{i-1}] + \frac{\Delta t}{2}(E[\dot{z}_{i-1}] + E[\dot{z}_i]) \quad (10.2.28)$$

$$\bar{\eta}_0 = \eta_0 + E[z_{i-1}] + \frac{\Delta t}{2}E[\dot{z}_{i-1}] \quad (10.2.29)$$

当进行数值积分时, 先算出第 i 步的 σ_x , σ_v 和 ρ_{xv} , 再由式 (10.2.27), (10.2.28), (10.2.29) 分别算出第 i 步的 $E[\dot{z}_i]$, $E[z_i]$ 以及为第 $i+1$ 步计算的 $\bar{\eta}_0$ 值。

10.2.3 顶点指向型恢复力模型

石丸曾研究过顶点指向型和滑移型恢复力模型^[10]。他在论文中指出,若以塑性变形累积量作为参变量(同时引入辅助状态变量 y) 不难对顶点指向型和滑移型模型的恢复力进行傅里叶积分描述。文献 [15] 曾经指出,由于对上述两个模型来说最大塑性变形量和

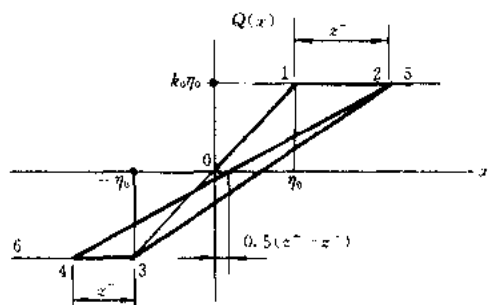


图 10.2.8 顶点指向型恢复力模型

且其骨架曲线为 6-4-3-1-2-5。

如果注意到 $Q(x)$ 骨架曲线对称于 $x = 0.5(z^+ - z^-)$ 点, 不难用与前两节完全相同的方法对 $Q(x)$ 进行傅里叶积分描述。利用阶跃函数和矩型脉冲函数, $Q(x)$ 可以表示为

$$Q(x) = \frac{k_0 \eta_0}{0.5(z^+ + z^-) + \eta_0} \left[\int_{-\infty}^{\infty} H(W - 0.5(z^+ - z^-)) P_{0.5(z^+ - z^-), \eta_0 + z^+}(x - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(0.5(z^+ - z^-) - W) P_{-(z^- + \eta_0), 0.5(z^+ - z^-)}(x - W) dW \right] \quad (10.2.31)$$

由于在前一节中所讨论的条件下, 正方向和负方向最大塑性变形量的期望值相同, 若用最大塑性变形量去近似式 (10.2.31) 或图 10.2.8 中 $Q(x)$ 的骨架曲线就可以发现式 (10.2.31) 中的 $0.5(z^+ - z^-)$ 一项全部消失, 且骨架曲线亦近似地对称于原点。

考虑到上述情况并利用阶跃函数的傅里叶积分表达式, 则顶点指向型模型的恢复力 $Q(x)$ 的傅里叶积分表达式为

$$Q(x) = \frac{k_0 \eta_0}{E[z] + \eta_0} \cdot \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)]}{\beta^2} \exp(i x \beta) d\beta \quad (10.2.32)$$

对于顶点指向型和下面将要讨论的滑移型恢复力模型, $E[z]$ 的计算公式与前述式 (10.2.27), (10.2.28), (10.2.29) 完全相同。

10.2.4 滑移型恢复力模型

如前所述, 在我们所讨论的范围内, 滑移型恢复力模型的傅里叶积分描述不需要引入辅助状态变量。

如图 10.2.9 所示, 设恢复力时程路线为 0-1-2-3-0-4-5-6-0-3-2 等, 则考虑到正方向和负方向最大塑性变形量期望值的相同, 滑移型模型的恢复力可以用下式表示:

$$Q(x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(W - E[z]) P_{E[z], E[z] + \eta_0}(x - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(-W + E[z]) P_{-(E[z] + \eta_0), -E[z]}(x - W) dW \quad (10.2.33)$$

这样, 滑移型模型恢复力的傅里叶积分描述如下:

$$Q(x) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta E[z]]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (10.2.34)$$

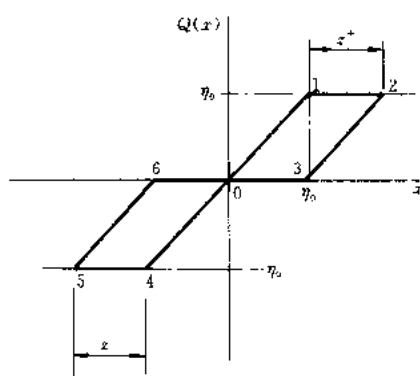


图 10.2.9 滑移型恢复力模型

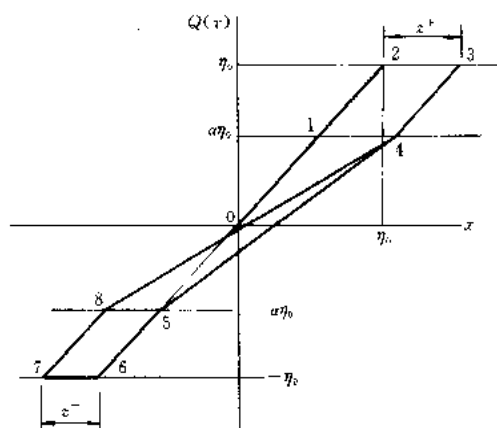


图 10.2.10 结合型恢复力模型

10.2.5 顶点指向和滑移特性结合型恢复力模型

类似图 10.2.10 所示的恢复力模型在结构地震响应分析中经常被采用，它具有顶点指向和滑移两种特性，为此在本书中称之为顶点指向和滑移结合型恢复力模型，或简称为结合型。

参照图 10.2.11 不难对结合型恢复力进行傅里叶积分描述。很明显，图 10.2.11 所表示的结合型恢复力骨架曲线可以分解为顶点指向型和滑移型的线性组合，这样 $Q(x)$ 可写成：

$$Q(x) = \frac{\alpha\eta_0}{0.5(z^+ + z^-) + \alpha\eta_0} \left[\int_{-\infty}^{\infty} H(W - 0.5(z^+ + z^-)) P_{0.5(z^+ - z^-), \alpha\eta_0 + z^+} (x - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H(0.5(z^+ - z^-) - W) P_{-(z^+ + \alpha\eta_0), 0.5(z^+ - z^-)} (x - W) dW \right] + \int_{-\infty}^{\infty} H(W - (\alpha\eta_0 + z^+)) P_{\alpha\eta_0 + z^+, \eta_0 + z^+} (x - W) dW - \int_{-\infty}^{\infty} H((\alpha\eta_0 + z^-) - W) P_{-(\eta_0 + z^-), -(\alpha\eta_0 + z^-)} (x - W) dW \quad (10.2.35)$$

利用最大塑性变形量的期望值去近似上式中的 z^+ , z^- ，结合型的恢复力 $Q(x)$ 傅里叶积分描述最终可以表示为

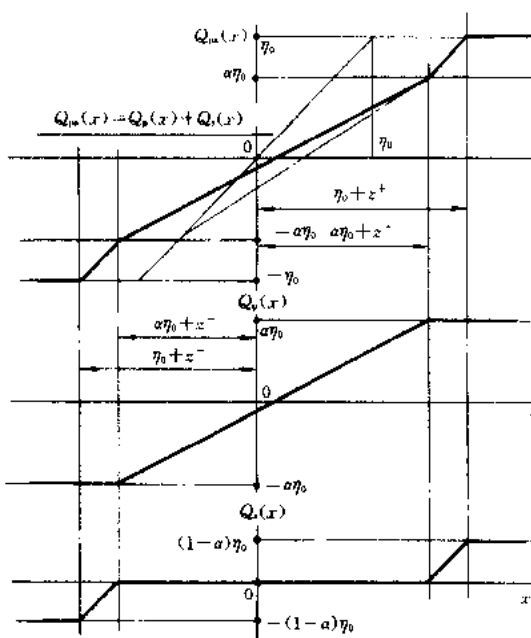


图 10.2.11

$$Q(x) = \frac{\alpha\eta_0}{E[z] + \alpha\eta_0} + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \\ + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(i\beta r) d\beta \quad (10.2.36)$$

10.2.6 公式汇总和几点讨论

前面讨论了双线性、退化双线性、顶点指向型、滑移型和结合型模型恢复力的傅里叶积分描述方法。

双线型和退化双线性模型恢复力的傅里叶积分描述中需要引入辅助状态变量 y ，其变化率的傅里叶积分表达式为：

双线性

$$dy/dt = \dot{y} = v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\beta\eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y + i\gamma v) d\beta d\gamma \\ - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma \quad (10.2.37a)$$

退化双线性

$$dy/dt = v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\beta[\alpha E[z] + \eta_0]}{\beta^2} \exp(i\beta y + i\gamma v) d\beta d\gamma \\ - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y \exp(i\gamma v) d\gamma \quad (10.2.37b)$$

对于第一分支刚性和第二分支刚性比 $r \neq 0$ 的一般情况，需要把恢复力分解为线性部分和 $r=0$ 的弹塑性部分。为此，考虑到 $r \neq 0$ 的一般情况，前几节所讨论的弹塑性恢复力的傅里叶积分表达式需略加修改，它们最后为

双线性

$$Q(x, y) = rx + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\beta\eta_0}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (10.2.38a)$$

退化双线性

$$Q(x, y) = rx + \frac{(1-r)\eta_0}{\pi i(2\alpha E[z] + \eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(2\alpha E[z] + \eta_0)]}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (10.2.38b)$$

顶点指向型

$$Q(x) = rx + \frac{k_0(1-r)\eta_0}{\pi i(E[z] + \eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta E[z] + \eta_0]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (10.2.39a)$$

滑移型

$$Q(x) = rx + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta E[z]]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (10.2.40a)$$

结合型

$$Q(x) = rx + \frac{(1-r)\alpha\eta_0}{\pi i(E[z] + \alpha\eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \\ + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(ix\beta) d\beta \quad (10.2.41a)$$

值得指出的是, 式 (10.2.32), (10.2.34) 和 (10.2.36) 是在不引入辅助状态变量 y 的情况下推导得出的顶点指向型, 滑移型及其结合型恢复力模型的傅里叶积分表达式。如果引入辅助状态变量 y 时, 上述恢复力模型的傅里叶积分描述分别同该三式具有完全相同的形式, 只需把式中的所有 x 改成 y 即可。因此, 在引入辅助状态变量时, 则将式 (10.2.39a), (10.2.40a) 和 (10.2.41a) 右端的第二项中把 x 改成 y , 就可得到以下这三种恢复力模型的傅里叶积分表达式。顶点指向型

$$Q(x, y) = rx + \frac{k_0(1-r)\eta_0}{\pi i(E[z] + \eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta E[z] + \eta_0]}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (10.2.39b)$$

滑移型

$$Q(x, y) = rx + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta E[z]]}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (10.2.40b)$$

结合型

$$Q(x, y) = rx + \frac{(1-r)\alpha\eta_0}{\pi i(E[z] + \alpha\eta_0)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \\ + \frac{1-r}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)] - \sin[\beta(E[z] + \alpha\eta_0)]}{\beta^2} \exp(i\beta y) d\beta \quad (10.2.41b)$$

毫无疑问, 由于增加辅助状态变量相当于增加体系的刚度, 两者的响应量的分析结果是有差异的^[1]。上述三种恢复力模型辅助状态变量 y 的一阶微分方程具有完全相同的形式:

$$dy/dt = v - 2[y - (z + \eta_0)]H[y - (z + \eta_0)]\delta(v) \\ - 2[y + (z + \eta_0)]H[-y - (z + \eta_0)]\delta(v) \quad (10.2.42)$$

因而辅助状态变量 y 的变化率的傅里叶积分描述式亦完全相同, 即:

$$dy/dt = v + \frac{1}{\pi^2 i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\beta(E[z] + \eta_0)]}{\beta^2} \cdot \exp(i\beta y + i\gamma v) d\beta d\gamma \\ - \frac{y}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\gamma v) d\gamma \quad (10.2.43)$$

上述模型最大塑性变形量的期望值公式完全相同, 均可用式 (10.2.27)、(10.2.28)、(10.2.29) 进行数值积分。值得注意的是, 由于最大塑性变形量的期望值只能用逐步积分方法计算, 并且作为参变量它被引进了大部分恢复力表达式中, 因此在平稳响应分析中也只有用逐步积分方法才能得到平稳响应的各统计量的近似值。

值得注意的另一点是, 在推导最大塑性变形量期望值的逐步积分公式时假定了各状态变量是高斯过程。因为即使在高斯激励下, 非线性结构的响应量也是非高斯的, 所以这一假定只是出于一种“使分析成为可能”的需要。但是在本章所讨论的范围内, 因为设激励为散粒噪声, 这一假定是可以接受的。

10.3 Fokker-Planck 方法

散粒噪声激励下的多自由度结构系统弹塑性随机响应分析可以利用 Fokker-Planck 方

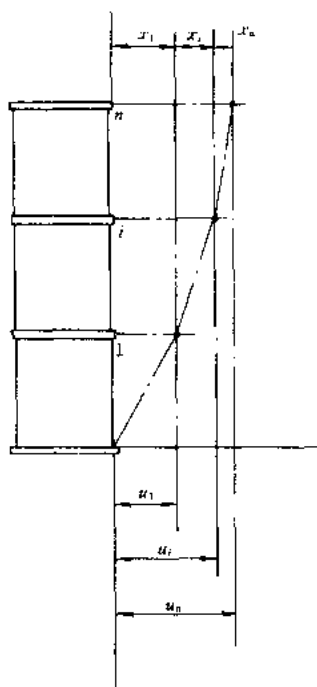


图 10.3.1

法。只是到目前为止这一系统仅限于剪切型串联多自由度系统。如前所述，由于引入辅助状态变量等，弹塑性恢复力可由光滑的至少一阶偏导可微的单值函数（如傅里叶积分表示法）描述，因而在散粒噪声激励下的结构系统的响应量、如位移、速度及辅助状态变量为 Markov 过程。如果这些响应量可以假设为高斯的，则通过傅里叶变换可以得到响应量二阶统计量的一阶常微分方程组。

10.3.1 剪切型多自由度系统的运动方程

为了应用 Fokker-Planck 方法，需要对系统的运动方程进行线性变换。如图 10.3.1 所示，该系统的运动方程是众所周知的：

$$\ddot{\mathbf{M}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_h(t)\mathbf{U} = \mathbf{P}(t) \quad (10.3.1)$$

其中 \mathbf{M} , \mathbf{C} , $\mathbf{K}(t)$, \mathbf{U} , $\mathbf{P}(t)$ 分别为质量、阻尼、剪切刚度矩阵及位移、荷载向量。

注意到式 (10.3.1) 中 \mathbf{U} 为相对于地面的总坐标位移向量，设层间位移向量为 \mathbf{X} ，则有

$$\mathbf{U} = \mathbf{T}\mathbf{X} \quad (10.3.2)$$

其中 \mathbf{T} 为转换矩阵：

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ & 1 & \cdots & 1 \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (10.3.3)$$

将式 (10.3.2) 代入式 (10.3.1) 并在等式两边同时乘 \mathbf{T}^T 最终可得

$$\ddot{\mathbf{X}} + \overline{\mathbf{M}}\mathbf{C}^* \dot{\mathbf{X}} + \overline{\mathbf{M}}\mathbf{K}_h^*(t)\mathbf{X} = \overline{\mathbf{M}}\mathbf{P}(t) \quad (10.3.4)$$

其中

$$\overline{\mathbf{M}} = (\mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T})^{-1} \quad (10.3.5)$$

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} C_n & & & \\ & \ddots & & \\ & & C_i & \\ & & & \ddots \\ & & & & C_1 \end{bmatrix} \quad (10.3.6)$$

$$\mathbf{K}_h^* = \mathbf{T}^T \mathbf{K}_h(t) \mathbf{T} = \begin{bmatrix} k_n(t) & & & \\ & \ddots & & \\ & & k_i(t) & \\ & & & \ddots \\ & & & & k_1(t) \end{bmatrix} \quad (10.3.7)$$

对地面运动响应，可以证明：

$$\overline{MP}(t) = A(t) \quad (10.3.8)$$

$$A(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \ddots \\ u_g(t) \end{Bmatrix} \quad (10.3.9)$$

其中 $\ddot{u}_g(t)$ 为地面运动加速度。

由于在弹塑性响应过程中某一层层的层间剪切刚度 $k_i(t)$ 只与该层层间位移的时程有关, 若引入辅助状态变量 y , 则可令

$$k_{hi}(t)x_i = k_i Q_i(x_i, y_i, t) \quad (10.3.10)$$

式中 k_i 为初始刚度, $Q_i(x_i, y_i, t)$ 为前面所述的屈服强度在 $\eta_0=1$ (并非一定要用 1, 只需标准化即可) 时的弹塑性恢复力。

这样, 剪切型多自由度系统对地面运动的响应方程可以写成

$$\ddot{X} + \overline{MC}^* \dot{X} + \overline{MK}^* Q(t) = A(t) \quad (10.3.11)$$

其中

$$K^* = \begin{bmatrix} k_n & & & \\ & \ddots & & \\ & & k_i & \\ & & & \ddots \\ & & & & k_1 \end{bmatrix} \quad (10.3.12)$$

$$Q(t) = \begin{bmatrix} Q_n(x_n, y_n, t) \\ \vdots \\ Q_i(x_i, y_i, t) \\ \vdots \\ Q_1(x_1, y_1, t) \end{bmatrix} \quad (10.3.13)$$

当在恢复力傅里叶积分描述中需要引入辅助状态变量时, 运动方程中需要增加辅助状态变量的微分方程, 为了不失一般性, 此时运动方程可记作:

$$\begin{aligned} V &= dX/dt \\ dV/dt + \overline{MC}^* V + \overline{MK}^* Q(t) &= A(t) \\ dY/dt &= L \end{aligned} \quad (10.3.14)$$

10.3.2 Fokker-Planck 方程

设 $A(k)$ 为散粒噪声, 即

$$\begin{aligned} E[A(t)] &= 0 \\ E[A(t_1)A^T(t_2)] &= W(t_1)\delta(t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (10.3.15)$$

则由式 (10.3.14) 所描述系统的响应为 Markov 过程, 因而满足以下 Fokker-Planck 方程:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial}{\partial X} \right)^T (B_{XX}f) \frac{\partial}{\partial X} + \left(\frac{\partial}{\partial V} \right)^T (B_{VV}f) \frac{\partial}{\partial V} + \left(\frac{\partial}{\partial Y} \right)^T (B_{YY}f) \frac{\partial}{\partial Y} \right] \\ & + \left[\left(\frac{\partial}{\partial X} \right)^T (B_{XV}f) \frac{\partial}{\partial V} + \left(\frac{\partial}{\partial X} \right)^T (B_{XY}f) \frac{\partial}{\partial Y} + \left(\frac{\partial}{\partial V} \right)^T (B_{VY}f) \frac{\partial}{\partial Y} \right] \end{aligned}$$

$$- \left[\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \right)^T (\mathbf{A}_X f) + \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \right)^T (\mathbf{A}_V f) + \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{Y}} \right)^T (\mathbf{A}_Y f) \right] = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (10.3.16)$$

其中 f 为推移概率密度函数, $f = P_c(\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y} | \mathbf{X}_0, \mathbf{V}_0, \mathbf{Y}_0)$ 。 \mathbf{A}_X , \mathbf{A}_V , \mathbf{A}_Y , \mathbf{B}_{XX} , \mathbf{B}_{VV} , \mathbf{B}_{YY} , \mathbf{B}_{XV} , \mathbf{B}_{XY} , \mathbf{B}_{VY} 由下式定义:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_X &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{X} | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{A}_V &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{V} | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{A}_Y &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{Y} | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{B}_{XX} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{X}^T | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{B}_{VV} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{V} \Delta \mathbf{V}^T | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{B}_{YY} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{Y} \Delta \mathbf{Y}^T | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{B}_{XV} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{V}^T | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{B}_{XY} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{Y}^T | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \\ \mathbf{B}_{VY} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\Delta \mathbf{V} \Delta \mathbf{Y}^T | \mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{Y}, t] \end{aligned} \quad (10.3.17)$$

对于上述所讨论的系统, 可以证明:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_X &= \mathbf{V} \\ \mathbf{A}_V &= -\overline{\mathbf{M}}\mathbf{C}^* \mathbf{V} - \overline{\mathbf{M}}\mathbf{K}^* \mathbf{Q}(t) \\ \mathbf{A}_Y &= \mathbf{L} \\ \mathbf{B}_{XX} &= \mathbf{B}_{YY} = \mathbf{B}_{XV} = \mathbf{B}_{XY} = \mathbf{B}_{VY} = \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{VV} &= \mathbf{W}(t) \end{aligned} \quad (10.3.18)$$

10.3.3 Fokker-Planck 方程的傅里叶变换

由于非线性系统的 Fokker-Planck 方程很难求解, Sveshnikov, 小堀等学者^{[6],[17]}发展了如下简称为 Fokker-Planck 方法的近似法: 在响应为高斯的假设前提下对 Fokker-Planck 方程进行多重傅里叶变换, 最终求出有关响应二阶统计量的常微分方程组。这一方法对我们所讨论的问题也是适用的。

设系统的响应是高斯的, 且其初值为零, 则其特征函数可由下式表示:

$$\Phi = \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{K}_{XVY} \mathbf{S}\right) \quad (10.3.19)$$

其中 \mathbf{K}_{XVY} 为响应量 \mathbf{X} , \mathbf{V} , \mathbf{Y} 的协方差函数矩阵:

$$\mathbf{K}_{XVY} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{XX} & \mathbf{K}_{XV} & \mathbf{K}_{XY} \\ \mathbf{K}_{VX} & \mathbf{K}_{VV} & \mathbf{K}_{VY} \\ \mathbf{K}_{YX} & \mathbf{K}_{YV} & \mathbf{K}_{YY} \end{bmatrix} \quad (10.3.20)$$

对 Fokker-Planck 方程式 (10.3.16) 进行 n 重傅里叶积分变换, 通过非常繁复的推

导和整理, 最终可以得出关于协方差函数的常微分方程组:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{XX} - \mathbf{K}_{XV} - \mathbf{K}_{VX} &= \mathbf{0} \\
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{VV} + \mathbf{E}_1 \mathbf{K}_{XV} + \mathbf{K}_{VX} \mathbf{E}_1^T + \mathbf{E}_2 \mathbf{K}_{VV} + \mathbf{K}_{VV} \mathbf{E}_2^T + \mathbf{E}_3 \mathbf{K}_{YV} + \mathbf{K}_{VY} \mathbf{E}_3^T &= \mathbf{W}(t) \\
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{YY} - \xi_Y \mathbf{K}_{YY} - \mathbf{K}_{YY} \xi_Y - \xi_V \mathbf{K}_{VY} - \mathbf{K}_{YV} \xi_V &= \mathbf{0} \\
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{XV} - \mathbf{K}_{VY} + \mathbf{E}_1 \mathbf{K}_{XX} + \mathbf{E}_2 \mathbf{K}_{VX} + \mathbf{E}_3 \mathbf{K}_{YX} &= \mathbf{0} \\
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{XY} - \mathbf{K}_{VY} - \mathbf{K}_{XY} \xi_Y - \mathbf{K}_{XV} \xi_V &= \mathbf{0} \\
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{VY} + \mathbf{E}_1 \mathbf{K}_{XV} + \mathbf{E}_2 \mathbf{K}_{VY} + \mathbf{E}_3 \mathbf{K}_{YV} - \mathbf{K}_{VY} \xi_V - \mathbf{K}_{VY} \xi_Y &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{10.3.21}$$

上式中

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_1 &= \overline{\mathbf{M}} \mathbf{K}^* \beta_X \\
 \mathbf{E}_2 &= \overline{\mathbf{M}} \mathbf{C}^* \\
 \mathbf{E}_3 &= \overline{\mathbf{M}} \mathbf{K}^* \beta_Y
 \end{aligned} \tag{10.3.22}$$

此处 β_X , β_Y , ξ_V , ξ_Y 分别是以 β_{xi} , β_{yi} , ξ_{vi} , ξ_{yi} 为其对角线元素的对角矩阵, 它们与所采用的结构恢复力模型及其傅里叶积分描述方式有关。对于退化双线性恢复力模型, 它们分别为

$$\begin{aligned}
 \beta_{xi} &= r_i \\
 \beta_{yi} &= \frac{2(1-r_i)\eta_{0i}}{2\alpha_i E[z_i] + \eta_{0i}} \operatorname{erf} \left[\frac{2\alpha_i E[z_i] + \eta_{0i}}{\sigma_{yi}} \right] \\
 \xi_{vi} &= 1 - \frac{\rho_{y,y_i} \sigma_{y_i}}{\sigma_{v_i}} \xi_{yi} \\
 \xi_{yi} &= \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{y_i}} \left[2 \operatorname{erf} \left[\frac{2\alpha_i E[z_i] + \eta_{0i}}{\sigma_{y_i} \sqrt{1-\rho_{y,y_i}}} \right] - 1 \right]
 \end{aligned} \tag{10.3.23}$$

式 (10.3.23) 亦适用于双线性型和顶点指向型恢复力模型, 当取 $\alpha_i = 0$ 和 $\alpha_i = 0.5$ 时分别对应于双线性型和顶点指向型。

当不需要引入辅助状态变量 Y 时, 协方差函数的常微分方程组式 (10.3.21) 变得相对简单:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{XX} - \mathbf{K}_{XV} - \mathbf{K}_{VX} &= \mathbf{0} \\
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{VV} + \mathbf{E}_1 \mathbf{K}_{XV} + \mathbf{K}_{VX} \mathbf{E}_1^T + \mathbf{E}_2 \mathbf{K}_{VV} + \mathbf{K}_{VV} \mathbf{E}_2^T &= \mathbf{W}(t) \\
 \frac{d}{dt} \mathbf{K}_{VX} - \mathbf{K}_{VY} + \mathbf{E}_1 \mathbf{K}_{XX} + \mathbf{E}_2 \mathbf{K}_{VX} &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{10.3.24}$$

对于顶点指向型, 滑移型和结合型恢复力模型, β_{xi} 分别由下式计算:

顶点指向型

$$\beta_{x_i} = r_i + \frac{2(1-r_i)\eta_{0i}}{E[z_i] + \eta_{0i}} \operatorname{erf}\left[\frac{E[z_i] + \eta_{0i}}{\sigma_{x_i}}\right] \quad (10.3.25)$$

滑移型

$$\beta_{x_i} = r_i + 2(1-r_i) \left[\operatorname{erf}\left[\frac{E[z_i] + \eta_{0i}}{\sigma_{x_i}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{E[z_i]}{\sigma_{x_i}}\right] \right] \quad (10.3.26)$$

结合型

$$\beta_{x_i} = r_i + 2(1-r_i) \left[\operatorname{erf}\left[\frac{E[z_i] + \eta_{0i}}{\sigma_{x_i}}\right] - \frac{E[z_i]}{E[z_i] + \alpha_i \eta_{0i}} \operatorname{erf}\left[\frac{E[z_i] + \alpha_i \eta_{0i}}{\sigma_{x_i}}\right] \right] \quad (10.3.27)$$

上述公式中的最大塑性变形量的期望值需要用式 (10.2.27), (10.2.28) 和 (10.2.29) 计算。

10.4 等价线性化方法

Fokker-Planck 方法被认为具有相当好的精度, 然而由于它的复杂性, 其应用范围受到很大限制。因而等价线性化方法是非常有效的近似手法, 具有概念清楚、应用范围广等特点。为了比较 Fokker-Planck 方法和等价线性化方法, 这里讨论如何将等效线性化方法利用于前述的剪切型多自由度系统, 以及得到怎样的结果。

10.4.1 等价线性化方法

由于运动方程式 (10.3.14) 中的 $Q(t)$, dY/dt 均可由至少一阶偏导可微的光滑的单值函数 (傅里叶积分) 描述, 它的等价线性化运动方程便可由下式确定^{[10-16], [10-18]}:

$$\begin{aligned} V &= dX/dt \\ dV/dt + \overline{MC}^* V + \overline{MK}^* C_1 X + \overline{MK}^* C_2 Y &= A(t) \\ dY/dt + C_3 V + C_4 Y &= 0 \end{aligned} \quad (10.4.1)$$

其中 C_1, C_2, C_3, C_4 由下式确定:

$$\begin{aligned} C_1 &= E\left[\frac{\partial}{\partial X} Q^T(t)\right] \\ C_2 &= E\left[\frac{\partial}{\partial Y} Q^T(t)\right] \\ C_3 &= -E\left[\frac{\partial}{\partial V} L^T\right] \\ C_4 &= -E\left[\frac{\partial}{\partial Y} L^T\right] \end{aligned} \quad (10.4.2)$$

10.4.2 响应量协方差函数的常微分方程

由于非线性随机微分方程式 (10.3.28) 难以直接求解, 一般可通过变换得到相应的协方差函数常微分方程。为了推导的方便和书写的简练, 将式 (10.4.1) 改写成如下形式:

$$\frac{d}{dt} U + GU = F(t) \quad (10.4.3)$$

其中

$$\begin{aligned}
 U^T &= (X^T \quad V^T \quad Y^T) \\
 G &= \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ \overline{MK}^* C_1 & \overline{MC}^* & \overline{MK}^* C_2 \\ 0 & C_3 & C_4 \end{bmatrix} \\
 F^T(t) &= (0^T \quad A^T(t) \quad 0^T)
 \end{aligned} \tag{10.4.4}$$

其中, I 为单位矩阵。

对式 (10.4.3) 后乘 U^T , 得

$$\frac{dU}{dt}U^T + GUU^T = F(t)U^T \tag{10.4.5}$$

对式 (10.4.5) 进行转置变换, 得

$$U\left(\frac{dU}{dt}\right)^T + UU^TG^T = UF^T(t) \tag{10.4.6}$$

式 (10.4.5) 和 (10.4.6) 相加, 并对等式两边取期望值, 则有

$$E\left[\frac{d}{dt}(UU^T)\right] + GE[UU^T] + E[UU^T]G^T = E[F(t)U^T + UF^T(t)] \tag{10.4.7}$$

如设 $F(t)$ 中 $A(t)$ 为式 (10.3.15) 所定义的期望值为零的散粒噪声, 则系统的响应量的期望值可设为零 (当初值为零时可以证明), 则

$$E[UU^T] = K_{XVY} \tag{10.4.8}$$

其中 K_{XVY} 的定义与式 (10.3.20) 完全相同, 且可以证明^[19]

$$E[F(t)U^T + UF^T(t)] = W^*(t) \tag{10.4.9}$$

其中

$$W^*(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & W(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{10.4.10}$$

因而式 (10.4.7) 可以写成:

$$\frac{d}{dt}K_{XVY} + GK_{XVY} + K_{XVY}G^T = W^*(t) \tag{10.4.11}$$

由于在散粒噪声激励下线性系统的响应是高斯的, 对于本章中所讨论的所有恢复力模型, 利用式 (10.4.2) 进行推导可以证明 (证明略) C_1, C_2, C_3, C_4 分别等于 Fokker-Planck 方法中所定义的 $\beta_X, \beta_Y, \xi_V, \xi_Y$, 即^[20]

$$C_1 = \beta_X; C_2 = \beta_Y; C_3 = \xi_V; C_4 = \xi_Y \tag{10.4.12}$$

注意式 (10.4.12), 且仔细比较式 (10.4.11) 和式 (10.3.21) 不难发现对所讨论的系统, Fokker-Planck 和等价线性化方法得到完全相同的协方差常微分方程。因此, 由于等价线性化方法概念清楚、推导过程简练, 因而得到广泛应用。尤其在下面讨论的剪弯型多自由度系统的弹塑性随机响应分析中将会看到等价线性化方法是非常有效的。

10.4.3 Monte-Carlo 模拟计算与解析解的比较

为了说明本章所讨论的方法之合理性, 下面仅举单自由度系统随机响应分析结果与单自由度系统的 Monte-Carlo 模拟计算结果的比较。

协方差函数非线性方程式 (10.3.21) 或 (10.4.11) 用龙格—库塔法求解。 $t=0$ 时的初值

$$\begin{aligned}
k_{xx} &= k_{yy} = k_{vv} = k_{xy} = k_{xv} = k_{vy} = 0 \\
\beta_x &= r; \beta_v = (1-r) \\
\xi_v &= 0; \xi_v = 1 \\
E[z] &= 0
\end{aligned}
\tag{10.4.13}$$

时间间隔 $\Delta t = 0.01s$ ，激励为白噪声。

人工地震波由后藤方法^{[21],[22]}产生，其功率谱密度在 $0 \sim 10\pi$ (rad/s) 范围内取定值，在其他域内为零（即有限带域白噪声）。余弦波的累加数为 300，模拟时间为 30s，以此构成一个地震波的样本函数。以此样本函数作为激励对系统进行一次动态分析便可得各响应量的一个样本函数。进行多次动态分析（每次在不同的地震波的样本函数激励下）取得大量响应量的样本函数之后对其进行统计处理，便可得 Monte-Carlo 模拟计算的系统的响应量的各阶统计量。用于统计的样本数取 200。

1. 退化双线性恢复力模型

对于单自由度系统，设圆频率 $\omega_0 = 1$ ，阻尼比 $h = 0.01$ ， $\eta_0 = 1$ ，第一分支刚度和第二分支刚度比 r 取 0.1, 0.2 和 0.3。白噪声功率谱密度 $2\pi S_0$ 分别取 0.8, 0.4, 0.2。图 10.4.1, 10.4.2, 10.4.3 分别表示出 $r=0$, $r=0.1$ 和 $r=0.3$ 时的分析比较结果，实线和点线分别表示解析解和 Monte-Carlo 模拟计算结果。作为统计分析比较来说，除了 $r=$

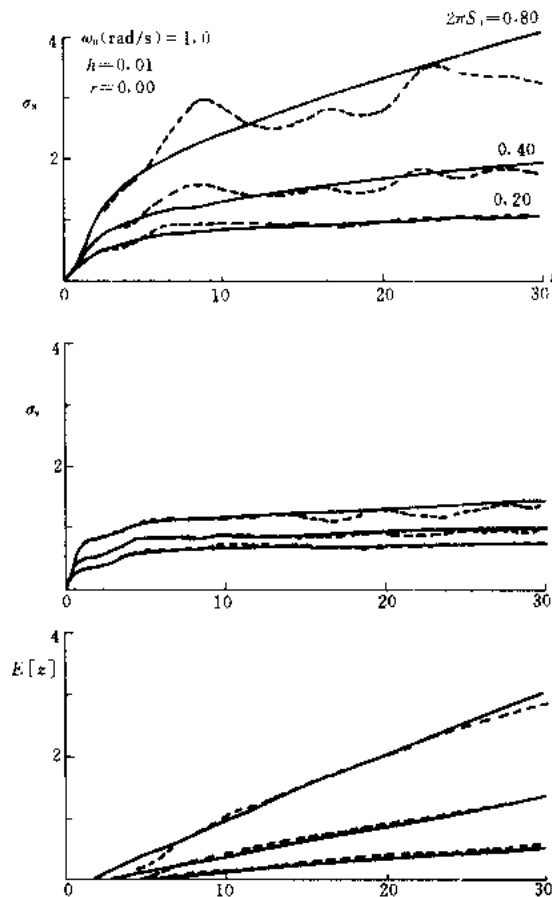


图 10.4.1 解析解与模拟计算结果的比较 (1)

0.3 和功率谱密度 S_0 较大 ($2\pi S_0 = 0.8$) 的情况下解析解多少偏离模拟计算结果以外，可以认为总的吻合程度是良好的，尤其是最大塑性变形量的期望值，无论在什么情况下均显示出相当良好的吻合性。

2. 顶点指向型恢复力模型

图 10.4.4 和 10.4.5 分别为当 $r=0.1$ 和 0.3 时，具有顶点指向型恢复力特性的单自由度体系随机响应解析解和 Monte-Carlo 模拟数值解的比较。该单自由度体系参数同上述算例。求解过程中没有引入辅助状态变量。如图所示，解析解略大于模拟数值解，尤其当 $r=0.1$ 时较为明显。这一结果表明，上述模型的傅里叶积分描述比真实模型具有较小的能量吸收能力。当引入辅助状态变量时，这一现象将得到改善。

3. 顶点指向和滑移结合型恢复力模型

图 10.4.6 和 10.4.7 分别为 $r=0.1$ 和 0.3 时具有顶点指向和滑移结合型恢复力模型的单自由度体系随机响应解析解和 Monte-Carlo 模拟数值解的比较。该体系参数同前述算例，并取 $\alpha = 0.5$ 。求解过程同样未引入辅助状态变量。从上述二图中的结果表明，在

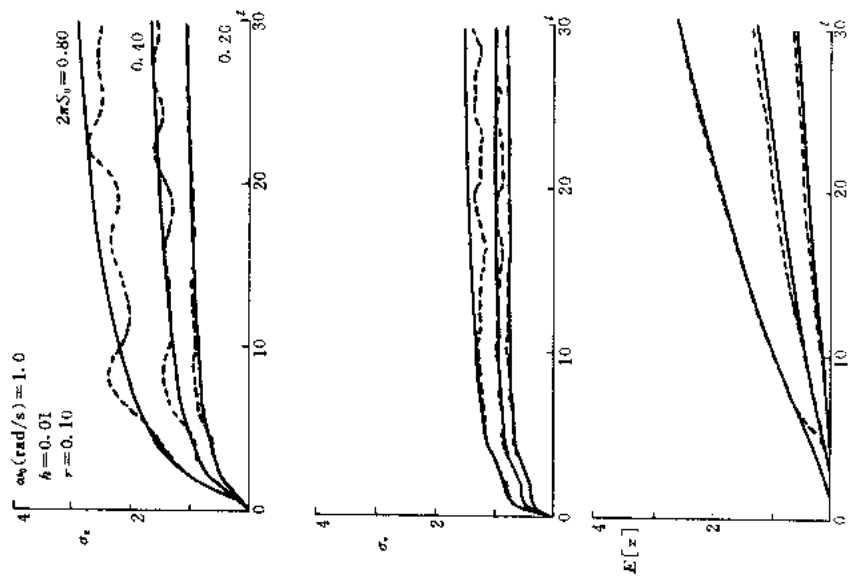


图 10.4.2 解析解与模拟计算结果的比较 (2)

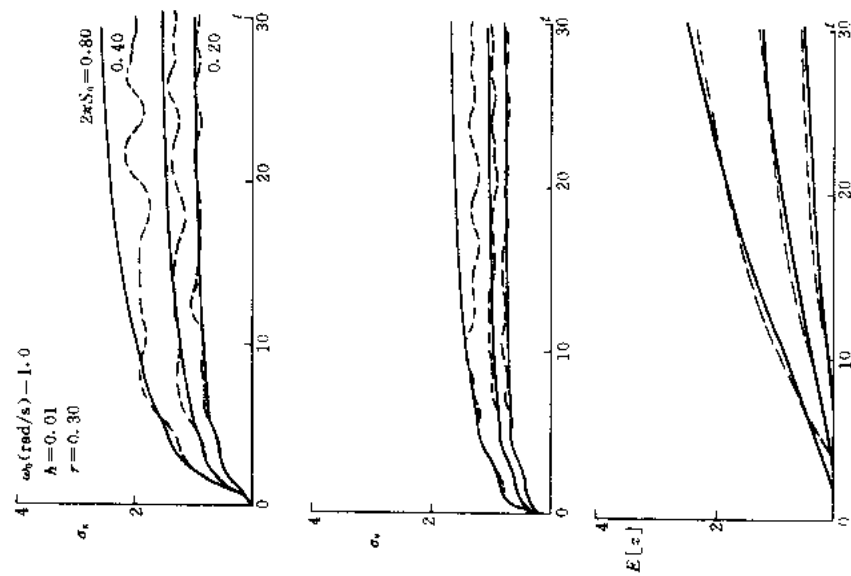


图 10.4.3 解析解与模拟计算结果比较 (3)

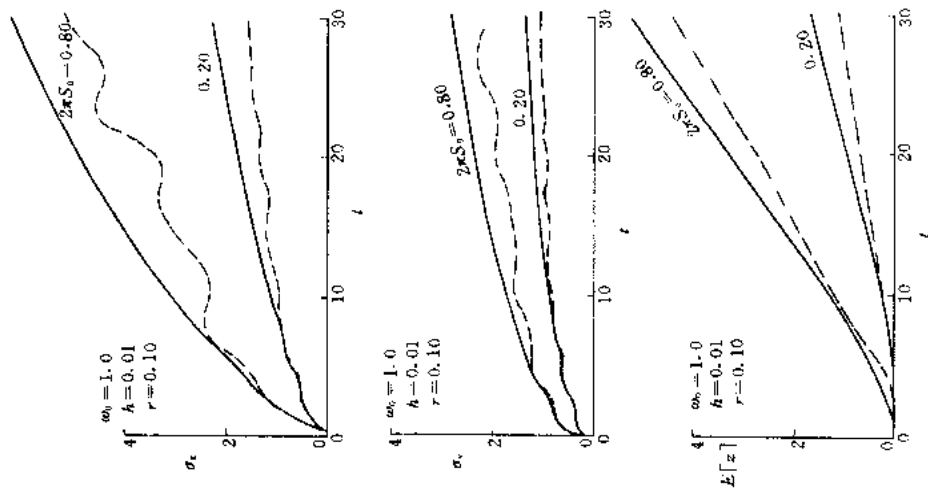


图 10.4.4

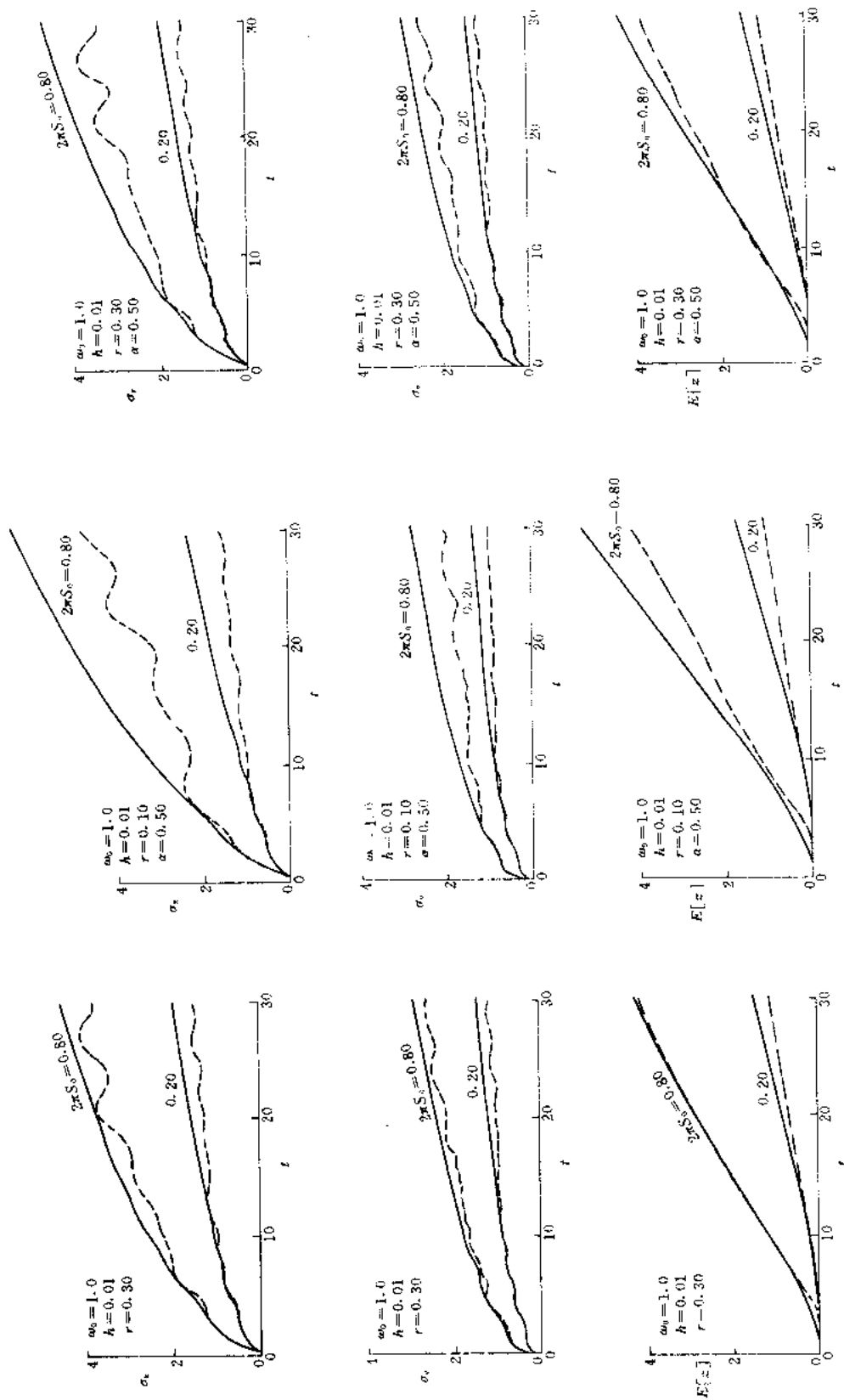


图 10.4.5

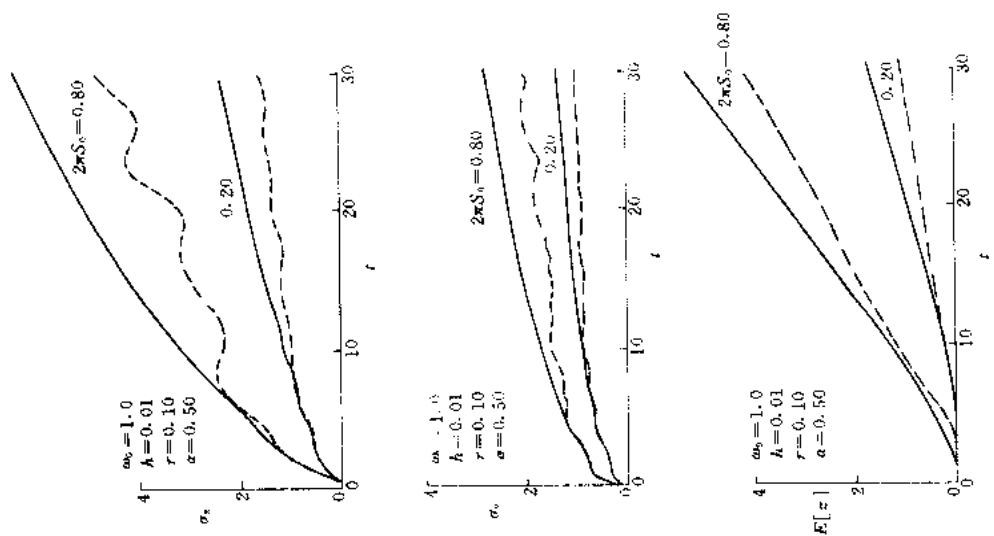


图 10.4.6

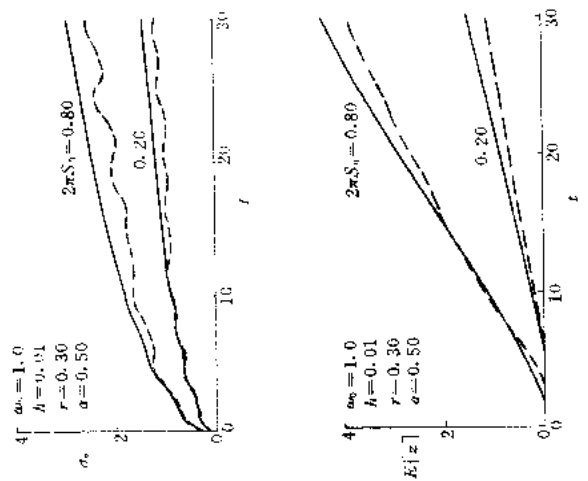


图 10.4.7

采用这种恢复力模型下解析解也略大于模拟数值解, 尤其当 $r=0.1$ 为甚。若引入辅助状态变量, 则二者吻合程度将会得到改善。

10.5 剪弯型多自由度系统非线性随机响应分析

很多实际工程中由于采用剪切型多自由度简化模型带来较大的误差, 往往不得不借助于剪弯型多自由度简化模型来进行抗震分析。因而在以安全性和可靠性评价为其最终目标的结构非线性随机响应分析研究中有必要对剪弯型多自由系统的非线性随机响应分析加以关注, 但由于问题的复杂性, 这一方面的进展极少。尽管如此, 本节下面讨论的内容和分析结果将表明如果假设剪弯型多自由系统的弯曲刚度在响应中一直保持在弹性阶段, 而只有剪切刚度是弹塑性的, 那么这一系统的非线性随机响应分析是可能的。并且需要指出的是, 在很多情况下, 如高层建筑的抗震分析中上述假设是可以接受的。

10.5.1 剪弯型多自由度系统的运动方程

对图 10.5.1 所示的剪弯型多自由度系统可以用与建立剪切型多自由度系统运动方程完全相同的方法建立以层间相对位移为基本未知量的系统的运动方程, 且可以写成

$$\ddot{\mathbf{X}} + \overline{\mathbf{M}}\mathbf{C}^* \dot{\mathbf{X}} + \overline{\mathbf{M}}\mathbf{K}_b^*(t)\mathbf{X}_s = \overline{\mathbf{M}}\mathbf{P}(t) \quad (10.5.1)$$

或者

$$\ddot{\mathbf{X}} + \overline{\mathbf{M}}\mathbf{C}^* \dot{\mathbf{X}} + \overline{\mathbf{M}}\mathbf{K}^* \mathbf{Q}(t) = \mathbf{A}(t) \quad (10.5.2)$$

上式中 \mathbf{X} 为层间总相对位移, 它由层间相对弯曲位移 \mathbf{X}_M 和层间相对剪切位移 \mathbf{X}_S 两部分组成, 即

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_M + \mathbf{X}_S \quad (10.5.3)$$

其他符号规定与前述剪切型多自由度系统完全相同。

如设有弯曲变形引起的总楼层位移为 U_M , 节点转角为 θ_M , 相应的节点荷载为 F , 则节点荷载和弯曲变形之间的关系可由下式表示:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\theta\theta} & \mathbf{K}_{\theta u} \\ \mathbf{K}_{u\theta} & \mathbf{K}_{uu} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ U_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F} \end{Bmatrix} \quad (10.5.4)$$

上式中 $\mathbf{K}_{\theta\theta} \sim \mathbf{K}_{uu}$ 为由弯曲刚度组成的子刚度矩阵, 与一般只考虑弯曲变形的弯曲型多自由度系统刚度矩阵相同。因而总楼层弯曲位移 U_M 可由下式给出:

$$U_M = (\mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\theta}\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1}\mathbf{K}_{\theta u})\mathbf{F} \quad (10.5.5)$$

另一方面节点荷载应相等于相邻层间剪力之差, 即

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ -1 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_n Q_n(x_n, y_n, t) \\ k_{n-1} Q_{n-1}(x_{n-1}, y_{n-1}, t) \\ \vdots \\ k_1 Q_1(x_1, y_1, t) \end{Bmatrix} \\ = (\mathbf{T}^{-1})^T \mathbf{K}^* \mathbf{Q}(t) \quad (10.5.6)$$

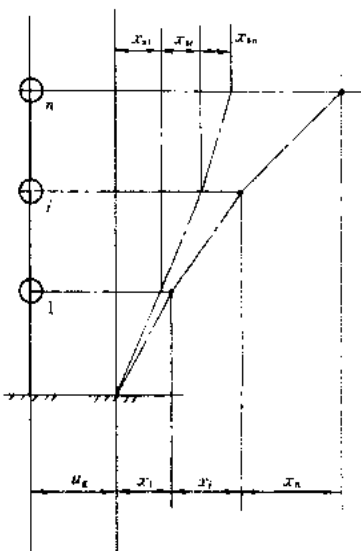


图 10.5.1 剪弯型多自由度结构系统

注意到

$$U_M = TX_M \quad (10.5.7)$$

将式 (10.5.6), (10.5.7) 代入式 (10.5.5), 得

$$X_M = A_M^{-1} K^* Q(t) \quad (10.5.8)$$

上式中

$$A_M = A_M^T = T^T(K_{uu} - K_{u\theta}K_{\theta\theta}^{-1}K_{\theta u})T \quad (10.5.9)$$

对应于式 (10.5.1), 式 (10.5.6) 及 (10.5.8) 亦可表示为

$$F = (T^{-1})^T K_h^*(t) X_S \quad (10.5.6a)$$

$$X_M = A_M^{-1} K_h^*(t) X_S \quad (10.5.8a)$$

将式 (10.5.8a) 代入式 (10.5.3) 可得

$$X_S = (I + A_M^{-1} K_h^*(t))^{-1} X \quad (10.5.10)$$

将式 (10.5.10) 代入式 (10.5.1) 得

$$\ddot{X} + \overline{MC}^* \dot{X} + \overline{MK}_h^*(t)(I + A_M^{-1} K_h^*(t))^{-1} X = \overline{MP}(t) \quad (10.5.11)$$

式 (10.5.11), (10.5.10) 可用于对系统的 Monte-Carlo 模拟计算。

下面讨论对系统在统计意义上的等价线性化。由于对系统的等价线性化实际上是对弹塑性恢复力的等价线性化, 令

$$Q(t) = C_1 X_S + C_2 Y \quad (10.5.12)$$

$$dY/dt + C_3 V_S + C_4 Y = 0 \quad (10.5.13)$$

其中, Y 为辅助状态变量, $V_S = dX_S/dt$ 为层间相对剪切位移的变化率, 即速度。根据前述等价线性化方法, C_1 至 C_4 由式 (10.4.2) 确定。

将式 (10.5.12) 代入式 (10.5.8) 并注意到式 (10.5.3) 可得

$$X_S = (K^* C_1 + A_M)^{-1} (A_M X - K^* C_2 Y) \quad (10.5.14)$$

将式 (10.5.14) 对时间求导, 有

$$dX_S/dt = V_S = (K^* C_1 + A_M)^{-1} (A_M \dot{X} - K^* C_2 \dot{Y}) \quad (10.5.15)$$

将式 (10.5.12), (10.5.14) 代入式 (10.5.2), 又将式 (10.5.15) 代入式 (10.5.13), 经过整理可得剪弯型多自由度系统的等价线性化随机微分方程:

$$\frac{d}{dt} U + GU = F(t) \quad (10.5.16)$$

式 (10.5.16) 中

$$\begin{aligned} U^T &= (X^T \quad V^T \quad Y^T) \\ G &= \begin{bmatrix} 0 & -I & 0 \\ S_X & C & S_Y \\ 0 & R_V & R_Y \end{bmatrix} \\ F^T(t) &= \{0^T \quad A^T(t) \quad 0^T\} \\ S_X &= \overline{MK}^* C_1 (K^* C_1 + A_M)^{-1} A_M \\ C &= \overline{MC}^* \\ S_Y &= \overline{MK}^* [I - C_1 (K^* C_1 + A_M)^{-1} K^*] C_2 \end{aligned} \quad (10.5.17)$$

$$\begin{aligned} R_V &= [I - C_3(K^* C_1 + A_M)^{-1} K^* C_2]^{-1} C_3(K^* C_1 + A_M)^{-1} A_M \\ R_Y &= [I - C_3(K^* C_1 + A_M)^{-1} K^* C_2]^{-1} C_4 \end{aligned}$$

10.5.2 散粒噪声激励下的响应分析

在式 (10.3.15) 所定义的期望值为零的散粒噪声激励下, 由式 (10.5.16) 所描述的等价线性化剪弯型多自由度系统的响应是高斯的。响应量的协方差函数常微分方程可用与前述式 (10.4.11) 的推导完全相同的方法得到, 并且与式 (10.4.11) 具有完全相同的形式:

$$\frac{d}{dt} K_{XVY} + G K_{XVY} + K_{XVY} G^T = W^*(t) \quad (10.5.18)$$

式 (10.5.18) 亦可表示为以下具体的形式:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} K_{XX} - K_{XV} - K_{VX} &= 0 \\ \frac{d}{dt} K_{VV} + S_X K_{XV} + K_{VX} S_X^T + C K_{VV} + K_{VV} C^T + S_Y K_{VY} + K_{VY} S_Y^T &= W(t) \\ \frac{d}{dt} K_{YY} + R_V K_{VY} + R_Y K_{YV} + K_{YV} R_V^T + K_{YY} R_Y^T &= 0 \\ \frac{d}{dt} K_{XV} + K_{XX} S_X^T - K_{VV} + K_{XV} C^T + K_{XY} S_Y^T &= 0 \\ \frac{d}{dt} K_{XY} - K_{VY} + K_{XV} R_V^T + K_{XY} R_Y^T &= 0 \\ \frac{d}{dt} K_{VY} + S_X K_{XV} + C K_{VY} + S_Y K_{YV} + K_{VV} R_V^T + K_{VY} R_Y^T &= 0 \end{aligned} \quad (10.5.18a)$$

式 (10.5.18) 或式 (10.5.18a) 为协方差函数的非线性常微分方程, 因而需要用龙格—库塔法等常微分方程数值解法求解。并且由于恢复力 $Q(t)$ 与层间相对剪切位移 X_S 和它的变化率 V_S 有关, 需要计算 X_S , V_S , Y 的协方差函数, 并用于 $C_1 \sim C_4$ 诸系数矩阵和最大塑性剪切变形量的计算中。

将式 (10.5.13) 代入式 (10.5.14), 并在式 (10.5.14) 中消去 dY/dt 项, 整理可得:

$$V_S = A_S(A_M V + K^* C_2 C_4 Y) \quad (10.5.19)$$

且

$$A_S = [I - (K^* C_1 + A_M)^{-1} K^* C_2 C_3]^{-1} (K^* C_1 + A_M)^{-1} \quad (10.5.20)$$

利用式 (10.5.14), (10.5.19) 可以得到 X_S , V_S , Y 的协方差函数如下:

$$\begin{aligned} K_{X_S X_S} &= E[X_S X_S^T] \\ &= (K^* C_1 + A_M)^{-1} (A_M K_{XX} A_M - K^* C_2 K_{YX} A_M \\ &\quad - A_M K_{XY} C_2 K^* + K^* C_2 K_{YY} C_2 K^*) (K^* C_1 + A_M)^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{V_S V_S} &= E[V_S V_S^T] \\
&= A_S(A_M K_{VV} A_M + A_M K_{VY} C_4 C_2 K^* \\
&\quad + K^* C_2 C_4 K_{YV} A_M + K^* C_2 C_4 K_{YY} C_4 C_2 K^*) A_S^T \\
K_{X_S V_S} &= E[X_S V_S^T] \\
&= (K^* C_1 + A_M)^{-1} (A_M K_{XV} A_M - K^* C_2 K_{YV} A_M \\
&\quad + A_M K_{XY} C_4 C_2 K^* - K^* C_2 K_{YY} C_4 C_2 K^*) A_S^T \quad (10.5.21) \\
K_{X_S Y} &= E[X_S Y^T] \\
&= (K^* C_1 + A_M)^{-1} (A_M K_{XY} - K^* C_2 K_{YY}) \\
K_{V_S Y} &= E[V_S Y^T] \\
&= A_S(A_M K_{VY} + K^* C_2 C_4 K_{YY})
\end{aligned}$$

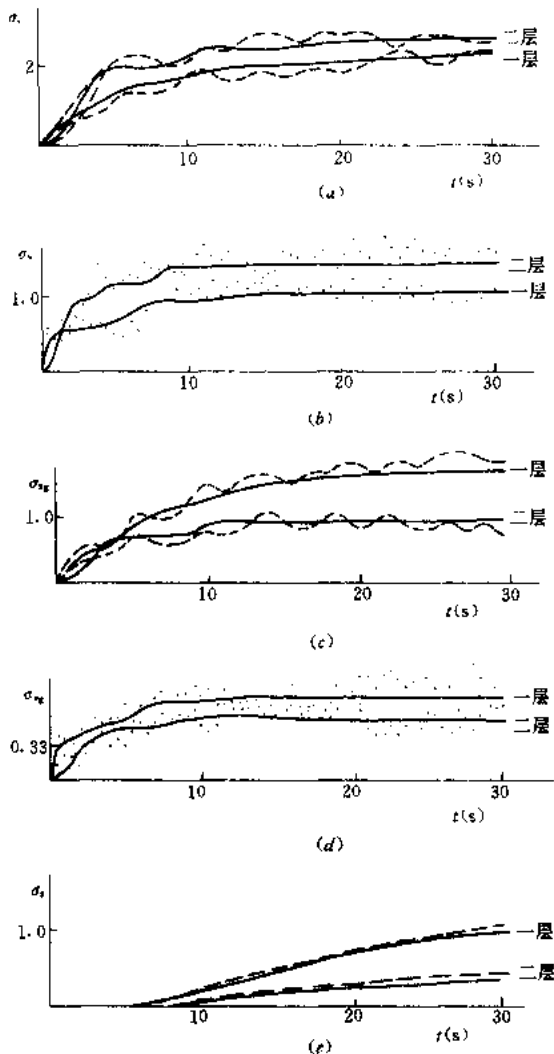


图 10.5.2

10.5.3 算例和讨论

为了验证本章中讨论的剪弯型串联多自由度系统的非线性随机响应分析方法的可靠性,进行了与 Monte-carlo 模拟数值计算结果的比较。比较了不同恢复力模型、刚度比 r 、质量 M 和弯曲刚度 EI 等因素的影响。

算例中的结构均为具有二个侧移自由度的双层剪弯型串联多自由度系统。

人工地震波的形成和模拟的方法与 10.4.3 所述的相同。

数值积分的时间步长为 0.02sec。

1. 双线型恢复力模型

具有双线型剪切恢复力特性的剪弯型串联多自由度系统的随机响应分析共举三例。结构系统的参数和激励水平分别列于各表中,且各参数表中

M ——集中质量;

EI ——弯曲刚度;

C ——阻尼;

GA ——初始剪切刚度(第一分支刚度);

H ——层高;

r ——剪切第一分支刚度和第二分支刚度之比;

η_0 ——剪切弹性极限位移;

S_0 ——地震功率谱密度。

各算例的结果绘于图 10.5.2 至图 10.5.4。图中实线表示解析解，点线表示 Monte-Carlo 模拟数值解。

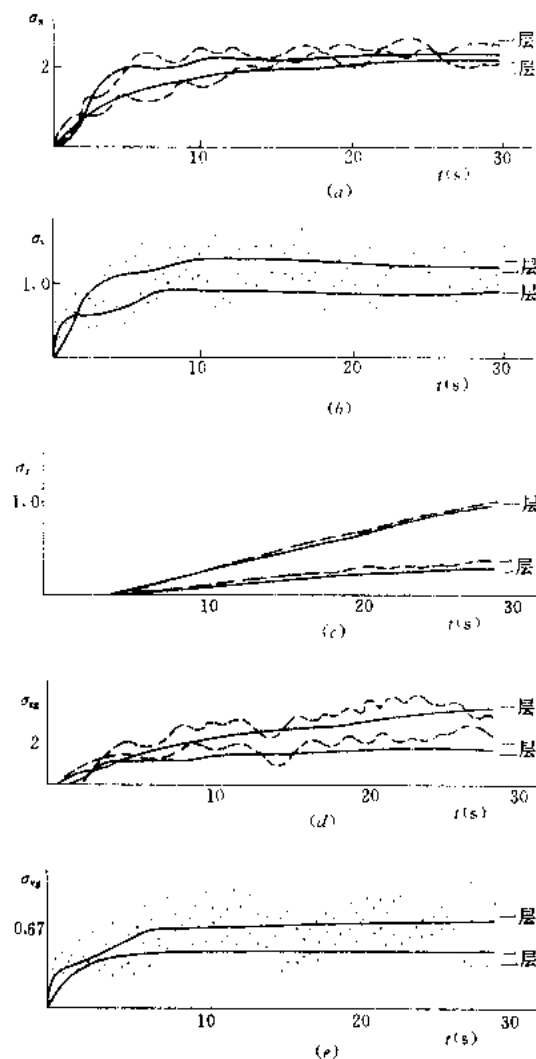


图 10.5.3

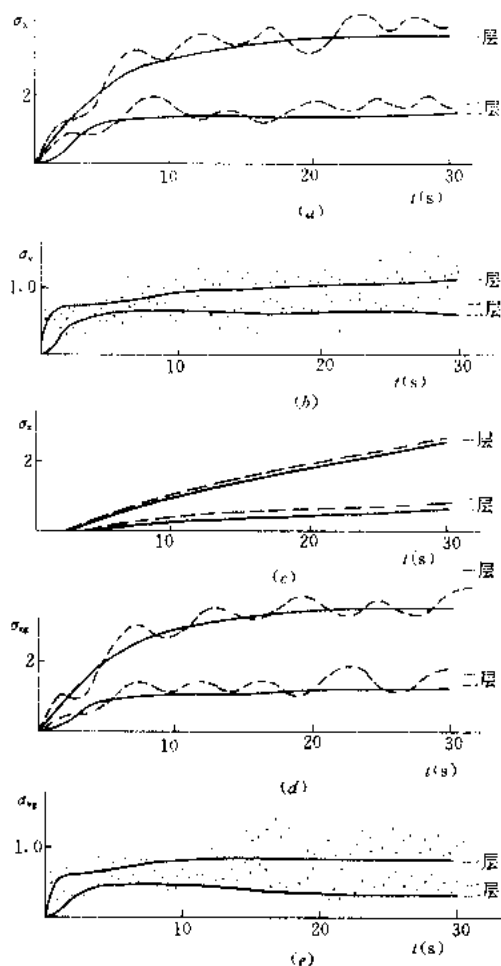


图 10.5.4

例 1. 参数如表 10.5.1 所示，计算和比较结果示于图 10.5.2 中。

结构和计算参数

表 10.5.1

层数	M	El	C	GA	r	η_0	H		$2\pi S_0$
1	1.531	10	0.01	5	0.1	1	2		0.5
2	1.225	10	0.01	4	0.1	1	2		

例 2. 参数如表 10.5.2 所示，计算和比较的结果示于图 10.5.3a 至图 10.5.3e。本例中改变 r 为 0.0，其他参数与例 1 同。

例 3. 参数如表 10.5.3 所示，计算和比较的结果示于图 10.5.4 中。与其他算例不同之处是增大了弯曲刚度。

结构和计算参数

表 10.5.2

层数	M	EI	C	GA	r	η_0	H		$2\pi S_0$
1	1.531	10	0.01	5	0	1	2		0.5
2	1.225	10	0.01	4	0	1	2		

结构和计算参数

表 10.5.3

层数	M	EI	C	GA	r	η_0	H		$2\pi S_0$
1	3.062	100	0.01	5	0.1	1	2		0.5
2	2.450	100	0.01	4	0.1	1	2		

2. 顶点指向和滑移结合型恢复力模型

具有顶点指向和滑移结合型的剪切恢复力模型的剪弯型串联多自由度系统的随机响应分析亦共举四例。与双线型恢复力特性相比,结合型恢复力特性需要增加在恢复力特性中顶点指向型特性所占比例的参数,在下列各表中以 α 代表之。

顶点指向和滑移结合型恢复力特性的傅里叶积分描述如前节所述有两种方法。本例中采用引入辅助状态变量的方法,这是因为如前所讨论的那样,当采用没有引入辅助状态变量的傅里叶积分描述时,解析解和模拟数值解相比,其结果略显偏大之故。

例 4. 参数如表 10.5.4 所示,计算和比较结果示于图 10.5.5 中。

结构和计算参数

表 10.5.4

层数	M	EI	C	GA	r	η_0	α	H	$2\pi S_0$
1	3	20	2	4	0.01	1	0.5	2	0.5
2	3	20	2	4	0.01	1	0.5	2	

例 5. 参数如表 10.5.5 所示,计算和比较结果示于图 10.5.6 中。本例中增大了弯曲刚度,其他参数与例 4 同。

结构和计算参数

表 10.5.5

层数	M	EI	C	GA	r	η_0	α	H	$2\pi S_0$
1	3	200	2	4	0.01	1	0.5	2	0.5
2	3	200	2	4	0.01	1	0.5	2	

例 6. 参数如表 10.5.6 所示,计算和比较结果示于图 10.5.7 中。本例中改变 α 为 0.3,其他参数与例 4 同。

结构和计算参数

表 10.5.6

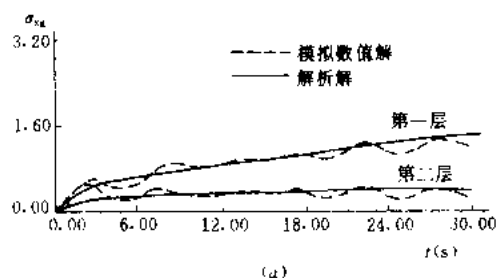
层数	M	EI	C	GA	r	η_0	α	H	$2\pi S_0$
1	3	20	2	4	0.01	1	0.3	2	0.5
2	3	20	2	4	0.01	1	0.3	2	

例 7. 参数如表 10.5.7 所示,计算和比较结果示于图 10.5.8 中。本例中改变 α 为 0.7,且增大弯曲刚度为 200,其他参数与例 6 相同。

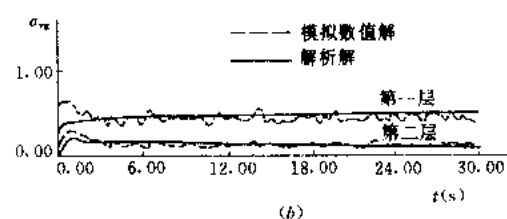
结构和计算参数

表 10.5.7

层数	M	EI	C	GA	r	η_0	α	H	$2\pi S_0$
1	3	200	2	4	0.01	1	0.7	2	0.5
2	3	200	2	4	0.01	1	0.7	2	

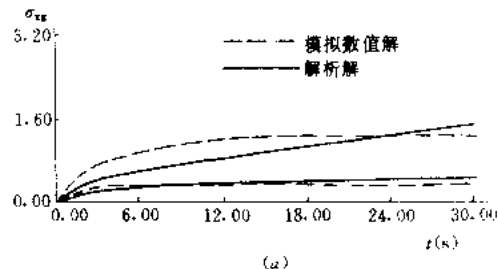


(a)

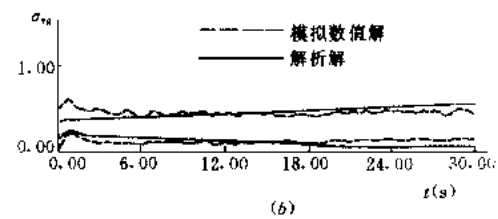


(b)

图 10.5.5

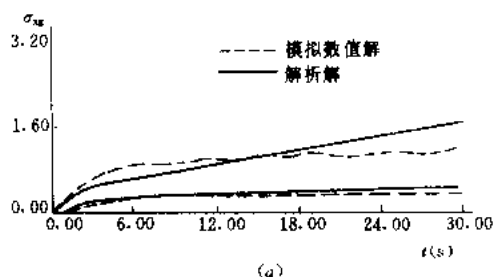


(a)

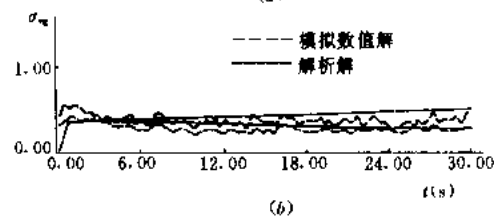


(b)

图 10.5.6

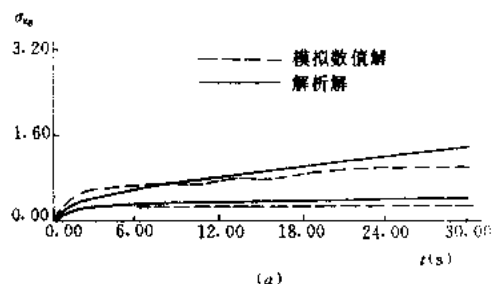


(a)

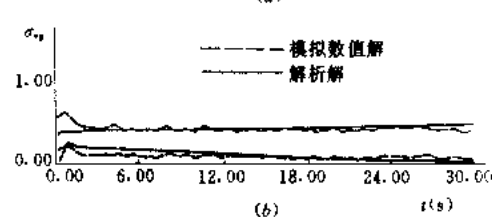


(b)

图 10.5.7



(a)



(b)

图 10.5.8

参 考 文 献

- 1 徐春锡, 沈聚敏等. 核电站结构的可靠性分析. 国家核安全局“七·五”国家重点科技攻关项目 75—19—03—51, 专题研究总结报告. 北京: 清华大学, 1990
- 2 徐春锡. 结构物的弹塑性统计地震响应分析. 见: 清华大学结构工程与振动开放研究实验室, 结构工程与振动研究报告集第 1 集. 北京: 清华大学出版社, 1992. 1~23
- 3 Y.K.Wen. Method for Random Vibration of Hysteretic systems, J. eng. mech. div. ASCE, 102, No. EM2, 4, 1976

- 4 Y.K.Wen, Random Vibration of hysteretic, Degrading Systems, J.eng.mech.div. ASCE, 107, No.EM6, 12, 1981
- 5 T.T.Baber and Y.K.Wen, Stochastic Response of Multistory Yielding Frames, J.of Earthquake Eng.and Struc.Dynamics, Vol.10, 1982
- 6 小堀、南井、浅野、履歴塑性変形領域における一質点构造物の定常ランダム応答について、日本建筑学会論文報告集、第226号、1974年12月
- 7 浅野幸一郎、弾塑性履歴特性を有する質点构造物の確率統計的地震応答(その1)、日本建筑学会論文報告集、第247号、1976年9月
- 8 浅野幸一郎、弾塑性履歴特性を有する質点构造物の確率統計的地震応答(その4)、日本建筑学会論文報告集、第258号、1977年8月
- 9 石丸辰治、履歴系の統計的地震応答(その1)、日本建筑学会論文報告集、第265号、1978年3月
- 10 石丸辰治、履歴系の統計的地震応答(その2)、日本建筑学会論文報告集、第267号、1978年5月
- 11 石丸辰治、履歴系の統計的地震応答(その3)、日本建筑学会論文報告集、第271号、1978年9月
- 12 Suzuki Y.and Minai R., Application of Stochastic Differential Equations to Seismic Reliability Analysis of Hysteretic Structures, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.3, No.1, 1987
- 13 Suzuki Y.and Minai R., Seismic Reliability Analysis of Hysteretic Structures Based on Stochastic, Differential Equations, Proc.of 4th International Conference on Struc.Safety and Reliability, 5, 1985
- 14 徐春錫、前田潤滋、牧野稔、履歴系の統計的地震応答解析に関する研究——Cloughの剛性低下型モデルについて——、日本九州大学工学集報、第59巻第2号、1986年3月
- 15 徐春錫、前田潤滋、牧野稔、最大塑性変形量をパラメータにした履歴系の統計的地震応答——peak-oriented剛性低下型、Slip型及びその結合型モデルについて——、日本建筑学会大会学术講演梗概集、1985年10月
- 16 Y.K.Wen, Equivalent Linearization for Hysteretic Systems under Random Excitation, J.Appl.Mech. ASME, Vol.47, 1980
- 17 A.A.Sveshnikov, Application of Continuous Markov Processes to Solutions of Nonlinear Problems of Applied Cyroscopy, Proc of the 5th International Conference on Nonlinear Oscillations, Vol.3, 1970 (in Russian)
- 18 T.S.Atalik and S.Utku, Stochastic linear ization of Multi-degree-of-Freedom Non-Linear Systems, J.of earthquake Eng.and Struc.Dynamics, Vol.4, 1976
- 19 Y.K.Lin, Probabilistic of Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1967
- 20 Chun-Shi Hsu, Stochastic Seismic Response Analysis for Hysteretic Systems. P3C-10, Proc.of 9WCEE, 1988
- 21 星谷胜、確率論手法による振動解析、1971
- 22 徐藤尚男、電子計算機による耐震設計の人工地震波に関する研究、日本地震学会シンポジウム、1966

第 11 章 土—结构相互作用

11.1 基本概念和研究方法

11.1.1 土—结构相互作用的基本概念

土—结构相互作用是近三四十年来得到广泛关注的研究课题，它的研究对象涉及高层建筑、大型桥涵、海洋结构、地下工程、核电站、高水坝等与地基相连，并在动力荷载作用下与地基有相互作用影响的各种结构体系。半个世纪以前，当具有相对柔性和轻型的结构物建于坚硬的地基上时，往往假定地基为刚性，即以刚性地基模型对结构反应进行分析和计算，这一假设在当时还是基本上符合实际情况的。自 50 年代以来，大型核电站、大型水坝、地铁以及超高层建筑等重大工程相继修建，与以往的建筑结构物比较，这类建筑则具有刚度、重量、跨度都很大而地基则往往相对较为柔性的特点。这时，刚性地基假设不再合理，必须计入土—结构动力相互作用的影响。

土—结构动力相互作用问题的研究涉及岩土动力学与结构动力学。岩土动力学与结构动力学之间在许多方面有相同之处，但同时也存在着很大的差异。结构动力学主要讨论有限体系，而岩土动力学是主要处理半无限体系的力学，并且在能源的来源和转化问题上波动的传播起着非常重要的作用，而且，与大多数结构材料相比，土或岩石还具有强烈的非线性性质。由于这些和其它一些原因，结构动力学的许多研究分析方法不能直接用于岩土动力学，因而这一领域现在已发展成为一门独立的学科。严格地说，无论是岩石地基还是土地基，它们都属于非线性材料，但是由于问题的复杂性，目前土—结构动力相互作用问题的研究仍多限于在线弹性、粘弹性或等效线性假设的基础之上进行。

土—结构动力相互作用问题是结构动力学与岩土动力学的结合物，它为结构与岩土地基的工程抗震提供设计依据。在 60 年代以前，结构工程的抗震设计主要是沿用静力法或拟静力法进行，地基工程的抗震设计则主要是依靠经验性方法并借助于求解弹性地基的解析模型来实现。自 60 年代计算机与有限元等数值方法问世以来，这一课题迅速得到广泛而深入的研究。今天，已能近似地分析各类复杂形状的结构与地基、各类地基介质特性、各类波场作用下的土—结构动力相互作用问题，而且，一些研究成果已为各种工程，特别是核电站、海洋平台工程的抗震设计提供定量依据。然而，在总结与评价已取得的成果的同时，展望未来，仍有许多问题迫切需要解决，例如：地震作用的输入问题；非线性相互作用问题；地基材料的阻尼机制问题；大跨度结构—地基相互作用问题；包括结构与地基的几何与材料的非线性问题；多相介质的相互作用问题，如土—水—结构相互作用，与饱和土—结构相互作用问题；强震观测验证问题等等，这些课题都还只处于初始认识阶段，需要通过不断的努力以获得突破性的进展^[1]。

土—结构动力相互作用问题研究的理论工作可以上溯到 20 世纪 30 年代，研究工作的开展则主要开始于 50 年代。研究工作的发展过程大体上可以划分为三个阶段^[2]。

50~60 年代为第一阶段,属于基本理论的准备阶段。这一时期研究工作的主要内容是求解无限地基上刚性基础的动力阻抗矩阵,建立振动力和位移的关系。虽然 Reissner 在 1936 年已经得到了刚性圆盘在竖直向振动时的稳态解,但在平移和转动情况下的稳态解则直到 1956 年才由 Bycroft 给出。Tnomson 等在 1963 年得到了矩形基础的解。上述问题都是在对基础下的应力分布进行假设的基础上所得到的应力边值问题的解。更为严密的基础下为已知位移,基础外为已知力边界的混合边值问题的解是稍后才得到的。1965~1971 年期间, Awojobi, Robertson, Karasudhi, Luco 和 Veletsos 得到了放松边界条件的解,即在竖直和转动振动荷载作用时,假定基础和地基接触面是光滑无摩擦的;而在水平振动荷载作用时,假定接触面上不存在竖直向的力分量。完全结合边界条件下混合边值问题的解(主要为二维问题)由 Luco 等在 1972 年得出,同时, Wong 和 Luco 在 1976 年给出了任意形状基础在完全结合边界条件下的解。这些解一般都假定地基是均匀、无限的,同时基础直接放置在地基表面上。这些工作为相互作用的研究建立了必要的理论基础。1967 年 Parmelee 利用上述 Bycroft 在 1956 年的解建立了土-结构动力相互作用的基本方程,反映了结构和地基之间在振动时的能量传递机制,初步揭示了动力相互作用现象的一些基本规律。

70~80 年代中期为第二阶段,即相互作用分析计算方法的发展阶段。这一时期的特点是除了应用解析方法求解地基动力刚度矩阵继续深入外,由于有限元方法、边界元方法(包括边界元法和有限元法相耦合的混合法)和有限差分法等数值方法的引入,使相互作用的解题范围大大拓宽。这一时期相互作用研究内容的广泛性可以从以下情况中看出。在基础方面,包括基础形状、埋深、基础板柔性的影响,基础与地基介质间发生脱离和脱离的影响以及桩基础的分析等。在地基方面,包括地基分层、地基刚度随深度变化以及地形、地质条件发生不规则变化的影响。在上部结构方面,包括相邻建筑物的相互作用影响以及强震时某些部位可能进入塑性状态等。在地震波的输入方面,包括 P 波、SV 波、SH 波和表面波等不同波型以及不同的人射方向等。在分析方法方面,子结构方法和整体方法都得到发展,在子结构法中结构和近场地基用有限元等数值方法进行离散和模拟,远场地基则通过近场和远场交界面上地基的动力阻抗函数进行模拟。由于离散的范围比较小,所以计算相对简单,计算量小,并且地基的无限特性也能得到比较良好的反映。但是,由于远场地基动力阻抗函数的求解比较困难,所以它主要用于水平成层弹性或粘弹性等比较简单的地基模型,同时,在这一阶段主要进行频域分析。在整体方法中将结构连同地基整体进行离散,用有限元方法进行分析,这有利于考虑地基非线性等多种因素的影响,同时便于进行时域分析。由于整体方法只能包括有限的地基范围,所以,地基周围的边界应采用人工边界或能量传递边界。许多作者提出了各种类型的人工边界,有的适用于时域分析,有的则只能用于频域分析。人工边界当前存在的主要问题是计算精度和计算稳定性等问题。由于空间域单元尺寸和时域步长的取值不协调,可能发生低通滤波和高频振荡等现象,导致误差。除了人工边界外,对于无限远场的模拟还发展了其他方法,例如半解析方法和动力无限元方法等,但是,这两种方法基本上属于频域分析方法,对于不同频率的波采用不同的解析函数或无限元的特性参数,因而进行时域分析时工作量十分巨大。总的来说,这一阶段相互作用的研究成果已经使其从单纯理论研究进而向工程实际应用方面前进了一大步。

80年代中期以后属于第三阶段,即相互作用研究的进一步深化阶段。这一时期有两个值得注意的动向。其一是大规模的模型试验和现场观测的发展,目的是取得必要的实际数据,检验各种相互作用计算模型的可靠性,研究各种因素如埋深、地基土非线性、相邻建筑物等对相互作用的影响,研究相互作用产生的效果,如对建筑物周期、模态、阻尼以及作用于建筑物上的动土压力分布所引起的变化等等。其中日本原子力工学试验中心在日本福岛第一原子力发电所所建的1/5和1/5.4比例尺的BWR和PWR型核反应堆建筑物模型进行了序列的相互作用试验,历时8年。美国电力研究所EPRI与我国台湾电力公司合作,利用台湾的天然地震条件在洛通建有1/4和1/12比例尺的核电站钢筋混凝土安全壳模型,进行了迫振试验并接受到多次实际地震,震级4.5~7.0,最大 $PGA=0.21g$ 。总而言之,这种试验规模比较大,要花费大量的人力、物力和时间。但是,由于受到许多实际因素的限制,仍然难以获得理想的结果。例如,迫振产生的功率难以使结构达到强震的效果。这些试验主要是在软土地基上进行的,地基土表现有强烈的非线性特性,而目前相互作用的计算模型则主要是在弹性和粘弹性基础上建立的。这一阶段的另一动向是时域分析方法的发展,这是为了适应相互作用分析从线性问题转向非线性问题的需要。因为强震时结构反应可能进入非线性阶段,结构和地基接触面上可能发生脱离、滑移和脱开现象,同时结构近场也可能发生非线性反应等。对于这类问题,结构及其近场可能进入非线性工作状态,但含无限域的远场仍可认为在线性范围内工作,目前的时域分析方法都是以这一假定为前提的。对于大范围地基都处于非线性工作状态的相互作用问题,目前还没有很有效的求解方法。

总的来说,土—结构动力相互作用问题情况复杂,计算工作量大,而且试验检验困难,不易获得实际资料,不同的计算模型给出的计算结果可能有相当大的差别。为了使相互作用在实际工程中得到广泛的应用,仍需作大量的工作。

土—结构动力相互作用与波动在介质中的传播有密切的关系。在无限域中,波动主要以压缩波和剪切波这两类体波在介质中进行传播;在半无限域中,除这两类体波外,还将在半空间表面产生面波,包括Rayleigh波和Love波。地震时地面运动和结构物的基础振动主要是以这几种波的形式使能量在地基内进行传播的。从理论意义上讲,土—结构动力相互作用就是波动在结构—地基系统内进行传播时引起的结构和地基的动力反应问题。

11.1.2 土—结构动力相互作用问题的分析方法

研究土—结构动力相互作用的方法可概括为理论方法、原型测量和室内实验三类。其中室内实验主要是对地基土的物理力学性质的测定,以确定理论分析模型的参数。由于对无限地基辐射阻尼模拟的困难,模型试验方法并未得到显著的发展。原型测量包括激振试验和强震观测两个方面,近年来得到了一定的发展,但在验证土—结构动力相互作用的理论模型方面的研究成果还不多。在理论方法中按求解方法分,主要有解析法、数值法以及数值—解析结合法等。由于解析法要求简单规则的边界条件及均匀(或简单层状)的介质特性,与工程实际相比,有一定的局限性,这样就使数值法和数值—解析结合法成为更加广泛应用的手段。而数值法又可分为很多种,如:有限元法、边界元法、嫁接法、有限差分法、离散元法等,以及它们之间、它们与解析法之间的各类耦合方法。

在进行土—结构动力相互作用问题分析时,可以采用解析方法、数值方法或它们的组合方法。对于一些简单的介质条件、载荷条件和结构条件,例如均匀弹性半平面或半空间

上受简谐荷载作用的圆形刚性基础板的振动, 存在有解析解, 但绝大多数实际的工程问题都必须借助于数值解。土—结构动力相互作用问题的另一重要特点是它们与无限域的辐射阻尼有关, 而且无限域的地基动力刚度是激振频率的复杂函数。因此, 土—结构动力相互作用问题的求解在频域内进行具有一定的优越性。但是, 众所周知, 频域方法一般只适用于线弹性或粘弹性系统而不适用于非线性或弹塑性系统。因此, 对于具有非线性特性的土地基来说, 解决结构—地基动力相互作用问题只能借助于整体时域方法, 或采用等效线性方法。对于地基为线弹性, 结构为非线弹性, 也可以采用集中参数法。

用来分析土—结构动力相互作用问题的数值方法包括有限元法、边界元法、有限差分法、有限条法、离散元法、嫁接法等等。

1. 有限元法 (Finite Element Method)

用有限元法分析土—结构动力相互作用起源于 60 年代末, Wilson 和 Lysmer 较早将有限元法应用于这一领域。

有限元法是大家最熟悉的数值计算方法之一, 其优点是数学过程简单、物理概念清楚、计算程序编制具有有序性和一致性以及很好的适用性和高度的灵活性, 并由于计算机技术的高度发展而使其得到迅速发展和广泛应用。目前, 有限元法已在地震工程、地球物理、热力学、流体力学、空气动力学等众多领域中发挥着重要作用, 而且是今后可能应用到更广泛范围内的最有效的数值计算方法。在土—结构动力相互作用问题中, 将波动方程简化成以节点广义位移为未知量的代数方程组, 编制程序用计算机求解, 使用者只需对计算对象剖分单元, 给出介质参数和地震动输入, 即可使用有限元方法求解波动方程。

有限元解法又可以分为两大类: 频域有限元法和时域有限元法。频域有限元法是将对应于不同频率的稳态波解叠加, 得到时域内的波动过程, 既可直接用输入波频谱求解, 也可通过传递函数过渡求解。著名的用于考虑土—结构动力相互作用, 计算结构地震反应的程序 FLUSH, 用的便是频域方法。尽管很多人在程序编制过程中, 想了很多办法用来压缩总刚度矩阵和质量矩阵的存储量, 然而对于真实的介质和场地地形等条件, 结构地震计算都需要划分相当多的单元, 这时, 刚度阵、质量阵所占的存储空间是相当可观的; 同时, 在频域内求解, 对应于每一频率必然要求解一很大的方程组, 求解所需时间与自由度数目基本成 2~3 次方关系增长, 致使在解尺度比较大的实际工程问题时, 所需要的计算机内存和机时往往大到现有中、小型计算机无法实现的地步。频域解法的另一个限制是, 为了使用叠加原理, 模型只能是线弹性或粘弹性的, 而土地基则是非线性的。由于存在以上的缺点, 频域法应用受到了一定的限制。相对而言, 用时域有限元法求解波动方程最为直接, 可以很好地模拟波动的传播过程。对质点运动的时间过程作不同的假设, 得到的时域算法又可以有多种, 常见的有 Newmark 法, Wilson- θ 法, 中心差分法等。

用有限元法分析土—结构相互作用问题有两个缺点: (1) 单元的网格尺寸由于受输入波频率的影响, 往往单元要划得很细, 这增加了计算的费用; (2) 无法直接模拟无限地基的辐射阻尼, 因此, 需要引入各种人工边界才能得到正确的结构响应。

2. 边界元法 (Boundary Element Method)

边界元法用区域积分方程代替质点运动微分方程, 经过一定的数学运算, 将区域积分方程化为边界积分方程, 通过对边界实现离散化, 化边界积分方程为一代数方程组, 由此代数方程组可以得到问题的解。

边界元法只需对边界进行离散化,因此,它可使问题的维数至少降低一维,因而待求未知量少,计算数据准备工作量小;并且由于边界元法能自动地满足远场的条件,无需引入人工边界,因此在土—结构动力相互作用研究中得到了比较广泛的应用。

这一应用包括:求解地基动力刚度和基础响应,地形对地震波的散射效应以及地下结构的动力响应等方面。Dominguez 首先将边界元法用于求解二维与三维地基(表面式与嵌入式)的动力刚度与波动响应;Wolf 发展了将频域地基动力刚度转换为时域动力刚度的方法;在地形对地震波的散射效应方面,Wong 等人用各种边界元法研究了不规则地形对地震波散射的影响,并且,近年来已由二维发展到三维模型的应用;地下结构与围岩相互作用问题也是边界元法应用的一个方面,Niwa 等人是最早使用频域法研究这一问题的,而在时域边界元法应用于地下结构分析方面,则应提到 Manolis, Rice 等人的工作。

利用边界元和有限元的耦合是分析结构—地基动力相互作用的有利形式。有限元可用于离散结构,而边界元则适用于离散地基。如采用时域逐步积分,则结构与近域地基的非线性性质也可考虑。

3. 离散元法 (Discrete Element Method)

离散元法是由 Cundall 在 70 年代初提出的一种适用于岩质地基分析的数值模型方法。其最大特点是,假定岩体由互相切割的刚性块体组成,单元间以虚拟弹簧接触以传递相互作用力,从刚体动力学出发,用显式松弛法进行迭代计算。因此可以分析岩体的大变形和失稳过程。

离散元法目前主要应用于地下结构围岩以及岩质边坡的失稳分析。将这一模型应用到动力分析的是 Dowding 等,他们采用离散元和有限元的耦合模型分析地下洞室的动力行为,并引入人工透射边界以消除波的反射。我国引入离散元方法是在 80 年代,王泳嘉、魏群等应用离散元分析节理岩体的静力稳定,王光纶、张楚汉等将离散元用于分析地震边坡稳定,并进行了动力实验验证工作。总的来说,离散元是一种岩土地基模型,目前尚未广泛应用到结构—地基动力相互作用分析中。

4. 有限差分法 (Finite Difference Method)

有限差分法与有限元法同属于有限体系模型,用于模拟无限地基的辐射阻尼时都需要在边界上施加人工透射边界条件,或将地基的离散范围取得很大,使虚假反射波抵达之前,地面的响应分析已经完成。有限差分法曾用于地震地面运动分析,Alterman, Boore, Aki 等人的工作是典型的代表。Joyner 曾用有限差分法研究地面运动的非线性响应问题。但这一方法在地基动力分析中有被有限元法或边界元法取代的趋势。

5. 嫁接法 (Cloning Method)

嫁接法实际上是有限元法的派生物,其原理是在有限域模型中计入无限域的辐射条件,从而使无限地基的动力刚度可以用由有限单元体的动力刚度构成的微分方程来表示。这一方法适于计算嵌入式开挖地基的频域动力刚度。它是由 Dasgupta 在 80 年代初提出的,Wolf 与宋崇明等对这一方法进行了改进。目前,这一方法正处于研究过程,有可能应用于土—结构动力相互作用分析中。

6. 有限条法 (Finite Strip Method)

有限条法是由 Y.K.Cheung 提出的一种半解析数值方法,其基本思想是在结构或介质的一个方向上采用有限元,边界元或其它离散单元,而另一个方向或两个方向上采用解析

方法,例如级数展开等方法。曹志远等将其应用于地下结构的动力分析及结构—地基动力相互作用计算,王复明等用于计算成层非均匀地基的动力刚度。这一方法对规则成层地基的动力反应具有一定的优点,但由于需截取很大的地基范围,至今尚未广泛应用到土—结构动力相互作用分析中。

在土—结构动力相互作用三种最主要的分析方法,直接动力方法、子结构方法和试验研究方法中,时域直接动力分析方法属于整体分析方法,它将结构和周围地基作为一整体加以分析,可以合理地考虑地基和结构非线性、弹塑性性质,结构与地基间滑移和脱离影响,研究动力相互作用对地基承载力和结构稳定性的影响等,是研究这一问题的有效和强有力的方法。在土—结构动力相互作用的直接动力分析方法中,涉及两个基本问题:地震波动的有效输入和地基无限性的模拟。下面将围绕这两个基本问题介绍土—结构动力相互作用的直接时域方法。土—结构动力相互作用模型,见图 11.1.1 由两部分组成:结构系统和地球介质。结构系统可以是广义结构,包括建筑结构和局部的不规则地质构造;而地球介质部分可简化为水平成层半空间的无限域模型。时域直接动力分析方法可以采用有限元法。

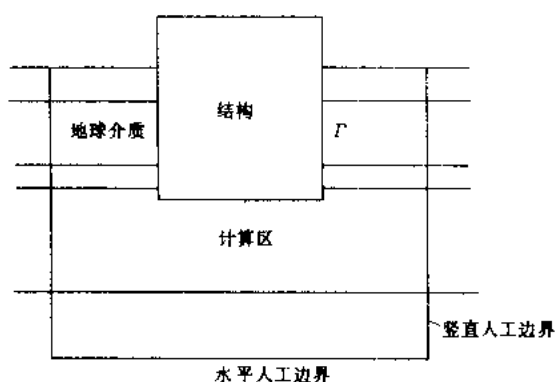


图 11.1.1 土—结构动力相互作用模型

11.2 透射边界

用有限元法分析土—结构动力相互作用时,需从半无限的地球介质中切取出感兴趣的有限计算区。在切取的边界上需建立人工边界以模拟连续介质的辐射阻尼,保证由结构产生的散射波从有限计算区内部穿过人工边界而不发生反射。建立人工边界的方法,可广义地分为两大类:精确边界和局部边界^[3]。第一类方法使人工边界满足无限介质的场

方程、物理边界条件和辐射条件。这类边界在有限元的意义上是精确的,并能设置在不规则构造物和周围介质的界面上。这类精确方法在许多场合下是有效的,然而,除了其他局限性外,这类方法最大的缺点是使人工边界上所有节点运动耦联,这将导致对计算机存储量提出更高要求并耗费较长的计算时间。而局部边界的显著特征是其良好的实用性,人工边界上任一节点的运动与其他节点(除邻近节点外)解耦,因而计算机存储量小,计算时间短。现在比较成熟的人工边界有以下几种:粘性边界,一致边界,叠加边界,旁轴边界,透射边界,动力映射无限元等。文献[4, 5]曾对多种人工边界进行了对比分析。在这些边界中,粘性边界、旁轴边界、透射边界属时域局部人工边界,而透射边界具有较高的精度。

11.2.1 透射边界的基本思想和公式

在实际地球介质中人工边界并不存在,建立这一虚拟人工边界最自然的办法是直接边界上模拟波从有限计算模型的内部穿过人工边界向外透射的过程。下面用平面波的传播条件导出人工边界的透射公式。

设平面波 $u(x, y, t)$ 以入射角 θ 和波速 c 射向人工边界,因为人工边界事实上不存

在, 入射波应完全射出人工边界。取人工边界上任一点 b 处的局部坐标轴 x 沿该点的外法线方向 (图 11.2.1), 入射波沿 x 轴的视传播可以表示为

$$u(x, y, t) = f(ct - x \cos \theta, y) \quad (11.2.1)$$

式中 $f(\cdot)$ 为任一函数。由式 (11.2.1)

可得

$$u(x, y, t + \Delta t) = u(x - c\Delta t / \cos \theta, y, t) \quad (11.2.2)$$

其中 Δt 为时间离散步长。式 (11.2.2) 表明, 如果点 b 在时刻 $t + \Delta t$ 的位移用点 Q (图 11.2.1) 在时刻 t 的位移代替, 则入射波将穿过人工边界而不发生任何反射。

为了导出与入射角 θ 无关的透射公式, 假设式 (11.2.2) 用

$$u(x, y, t + \Delta t) \approx u(x - c_a \Delta t, y, t) \quad (11.2.3)$$

近似。其中 c_a 为人工波速, 是一选定的

常数, 采用人工波速的目的是为了在包含不同物理波速的波动问题中导出统一的透射公式。

由式 (11.2.3) 这一假定引起的误差为

$$\Delta^1 u(x, y, t + \Delta t) = u(x, y, t + \Delta t) - u(x - c_a \Delta t, y, t) \quad (11.2.4)$$

根据式 (11.2.1), 式 (11.2.4) 可以写成

$$\Delta^1 u(x, y, t + \Delta t) = f[c(t + \Delta t) - x \cos \theta, y] - f[c(t + \Delta t) - x \cos \theta - \epsilon, y] \quad (11.2.5)$$

其中

$$\epsilon = (c - c_a \cos \theta) \Delta t$$

当 $\epsilon = 0$ 时, $\Delta^1 u(\cdot) = 0$, 近似式 (11.2.3) 成为严格等式, 一般情况下, $\Delta^1 u(\cdot)$ 与 θ 和 c_a 有关。对比式 (11.2.5) 和式 (11.2.1) 发现, $\Delta^1(\cdot)$ 是与原入射波传播方向和传播速度相同的波, 称为一阶误差波。对一阶误差波继续采用与原入射波相同的近似 [式 (11.2.3)]

$$\Delta^1 u(x, y, t + \Delta t) \approx \Delta^1 u(x - c_a \Delta t, y, t)$$

从而产生二阶误差波。重复上述处理 m 次, 式 (11.2.3) 推广为

$$\Delta^m u(x, y, t + \Delta t) \approx \Delta^m u(x - c_a \Delta t, y, t) \quad (11.2.6)$$

式 (11.2.6) 说明: 任意阶误差波 $\Delta^m u(\cdot)$ 在任一点 (x, y) 和任一时刻 t 的值可以通过将 x 和 t 分别倒退 $c_a \Delta t$ 和 Δt 来近似。这一近似的误差为

$$\Delta^{m+1} u(x, y, t + \Delta t) = \Delta^m u(x, y, t + \Delta t) - \Delta^m u(x - c_a \Delta t, y, t) \quad (11.2.7)$$

令 $x = x_b$, $y = y_b$, (x_b, y_b) 为人工边界点, 由式 (11.2.4) 和式 (11.2.7) 可得 N 阶透射公式

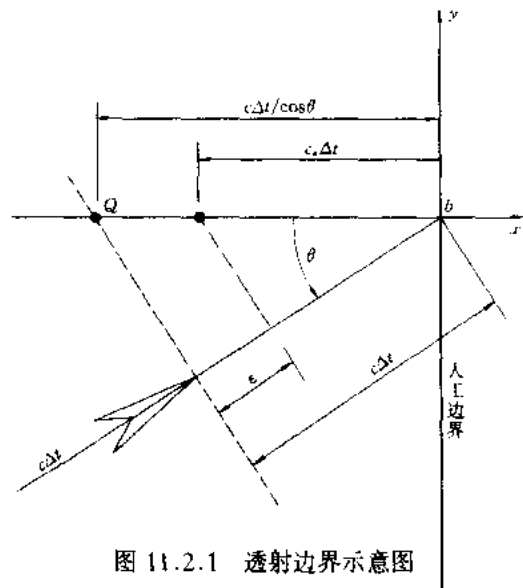


图 11.2.1 透射边界示意图

$$u(x_b, y_b, t + \Delta t) \approx u(x_b - c_a \Delta t, y_b, t) + \sum_{m=1}^{N-1} \Delta^m u(x_b - c_a \Delta t, y_b, t) \quad (11.2.8)$$

式 (11.2.8) 中的高阶误差波可以利用递推公式 (11.2.7) 并利用式 (11.2.4) 得到

$$\Delta^m u(x_b - c_a \Delta t, y_b, t) = \sum_{n=1}^{m+1} (-1)^{n+1} C_{n-1}^m u[x_b - nc_a \Delta t, y_b, t - (n-1)\Delta t] \quad (11.2.9)$$

其中 C_{n-1}^m 为二项式系数。式 (11.2.9) 代入式 (11.2.8)，整理后得

$$u(x_b, y_b, t + \Delta t) \approx \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} C_n^N u[x_b - nc_a \Delta t, y_b, t - (n-1)\Delta t] \quad (11.2.10)$$

二项式系数

$$C_n^N = \frac{N!}{(N-n)!n!}$$

对于其它类型的波 (例如, 面波、球面波等) 以及由多种类型及不同传播方向的波所构成的混合波可以得到与式 (11.2.10) 完全相同的透射公式。式 (11.2.10) 即是暂态波分析中的统一透射公式。式 (11.2.10) 具有下列基本特征。第一, 它对波传播过程的模拟与人射角无关, 任一座标为 x_b, y_b 的人工边界点 b (图 11.1.1) 在 $t + \Delta t$ 时刻的位移, 可以用内部点 $(x_b - nc_a \Delta t, y_b)$ 在 t 和 t 以前若干时刻的位移来计算。第二, 对于给定的数值计算精度, 人工波速 c_a 允许在一定的范围内变动, 一般情况下, c_a 可以调整为与多种物理波速中的一种相近或相等。第三, 它对波动传播过程的模拟是直接以离散形式完成的。

透射公式 (11.2.10) 的收敛性已得到了证明^[6], 式 (11.2.10) 误差的量级为 $O[(\Delta x/\lambda)^N]$, 其中 λ 为简谐平面波的波长, Δx 为有限元法或有限差分法中土介质的空间离散步距。因此, 透射人工边界式 (11.2.10) 的精度可以和任何有限元法或有限差分法的精度相匹配。

11.2.2 直接用于有限元离散模型的透射公式

由于透射公式 (11.2.10) 中涉及的计算点与离散模型的节点往往不重合, 为了将透射公式直接用于有限元计算, 必须用插值方法将它改写成用离散模型节点运动表示的形式。在众多可供选择的插值方案中, 一种优良的内插方法由文献[7]结出, 利用此内插方法透射公式可以改写成

$$u_J^{p+1} = \sum_{n=1}^N (-1)^{n+1} C_n^N \bar{T}_n U_n \quad (11.2.11)$$

其中, 正整数 N 为透射阶数; u_J^{p+1} 表示人工边界节点 J (图 11.2.2) 在 $t = (p+1)\Delta t$ 时刻的位移, 简称节点 J 在 $p+1$ 时刻的位移; p 为正整数。列向量 U_n 表示节点 J 及与节点 J 相邻的若干节点在 $p-n+1$ 时刻的位移,

$$U_n = [u_J^{p-n+1}, u_{J-1}^{p-n+1}, \dots, u_{J-2n+1}^{p-n+1}]^T \quad (11.2.12)$$

行向量

$$\bar{T}_n = [T_1, T_2, \dots, T_{2n+1}] \quad (11.2.13)$$

式 (11.2.13) 中

$$T_m = \sum t_{k_1} t_{k_2} \cdots t_{k_n}, m = 1, 2, \cdots, 2n + 1 \quad (11.2.14)$$

式 (11.2.14) 中记号 \sum 表示对所有满足条件

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n = m + n - 1, k_1, k_2, \cdots, k_n = 1, 2, 3 \quad (11.2.15)$$

的项求和。式 (11.2.14) 和 (11.2.15) 是计算行向量 $\bar{T}_n = [T_1, T_2, \cdots, T_{2n+1}]$ 的一般公式。下面给出当 $n=1, 2, 3$ 时, \bar{T}_n 中各分量的具体值

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } n=1 \text{ 时} \quad & T_1 = t_1, T_2 = t_2, T_3 = t_3 \\ \text{当 } n=2 \text{ 时} \quad & T_1 = t_1^2, T_2 = 2t_1 t_2, T_3 = 2t_1 t_3 + t_2^2 \\ & T_4 = 2t_2 t_3, T_5 = t_3^2 \\ \text{当 } n=3 \text{ 时} \quad & T_1 = t_1^3, T_2 = 3t_1^2 t_2, T_3 = 3t_1 t_2^2 + 3t_1^2 t_3 \\ & T_4 = 6t_1 t_2 t_3 + t_2^3, T_5 = 3t_1 t_3^2 + 3t_2^2 t_3 \\ & T_6 = 3t_2 t_3^2, T_7 = t_3^3 \end{aligned} \right\} \quad (11.2.16)$$

而

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= (2-s)(1-s)/2 \\ t_2 &= s(2-s) \\ t_3 &= s(s-1)/2 \end{aligned} \right\} \quad (11.2.17)$$

式 (11.2.17) 中

$$s = \frac{c_a \Delta t}{\Delta x} \quad (11.2.18)$$

Δx 为空间步距, c_a 为人工波速。 c_a 的取值范围为 $c_a \leq 2c_{\min}$, 但不宜过小, c_{\min} 是最小物理波速。

由式 (11.2.6) 给出的 T_m 可以用来构造透射阶数为 $N=1, 2, 3$ 的一至三阶透射公式, 对于科学研究和工程问题, 二阶或三阶透射边界将给出具有足够精度的模拟结果。

人工边界条件式 (11.2.11) 可以容易地合并到有限元计算中以模拟向量波 (平面内波动或三维波动) 或标量波 (SH 波或声波) 的传播。

11.2.3 透射边界的稳定性和精度

在土—结构动力相互作用问题时域直接分析方法中, 存在两种数值稳定性问题: 一是节点运动方程逐步积分格式的稳定性, 二是由人工边界引起的稳定性。对于节点运动方程逐步

积分格式的稳定性一般可以通过减小时间离散步长 Δt 的方法解决, 而人工边界的稳定性与逐步积分格式的稳定性不尽相同, 不少学者对人工边界本身的稳定性问题进行了分析。由于在地震波动数值模拟中人工边界和内节点运动方程相互耦合, 分别保证两者的稳定性并不足以保证耦合后的稳定性。本节将从这一耦合观点讨论引入人工边界后的稳定性问

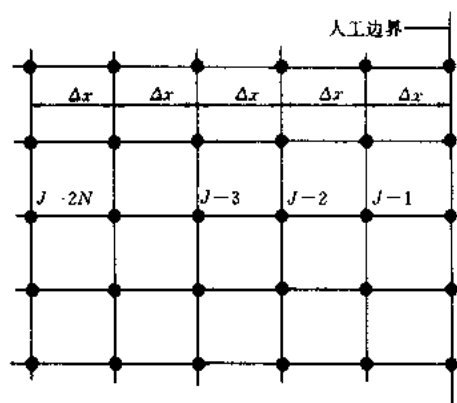


图 11.2.2 人工边界示节点及式 (11.2.11) 涉及的节点编号

题。其次，我们将看到人工边界条件的稳定性问题与精度问题密切相关，我们必须同时达到数值模拟的精度和稳定性两方面的要求。因此，本节讨论的另一观点就是将地震波动数值模拟的稳定实现和保证透射人工边界的精度两个方面联系起来。关于地震波动数值模拟的稳定性和精度已经进行了不少研究，取得了有实用价值的结果，本节将简要介绍主要的研究结果供读者参考。

1. 透射边界数值积分的稳定性

本节将用简单的一维模型进行讨论阐明透射边界失稳的物理机理。考虑图 11.2.3 所示一维纵波的半无限模型及其离散网格，设人工边界节点的座标为 $x = J\Delta x$ ，则离散模型由节点 $0, 1, \dots, J$ 构成。采用集中质量有限元法形成的相应离散模型的内节点 $j = 0, 1, \dots, J-1$ 的运动方程由式下式给出

$$u_j^{p+1} = 2u_j^p - u_j^{p-1} + \Delta\tau^2(u_{j+1}^p - 2u_j^p + u_{j-1}^p) \quad (11.2.19)$$

$$\Delta\tau = \frac{c_0\Delta t}{\Delta x} \quad (11.2.20)$$

式中 c_0 为连续纵波波速， $u_j^p = u(j\Delta x, p\Delta t)$ ，离散时间点 $p = 0, 1, \dots$ 。人工边界节点 J 的运动方程可由式 (11.2.11) 和式 (11.2.12) 给出。若给定节点 0 的运动，则在零初始条件下通过逐步积分上述式 (11.2.19) 和式 (11.2.11) 两组方程可得计算区 $[0, J\Delta x]$ 内任一节点的数值解。数值计算结果取决于 $\Delta\tau = c_0\Delta t/\Delta x$ 和 $s = c_a\Delta t/\Delta x$ 两个无量纲参数。由于在此模型中只有一个物理波速 $c = c_0$ ，我们将变动比值 $\alpha (= c_a/c_0)$ 以模拟出现多个物理波速的情形。图 11.2.4 实线示出一组数值结果。图中注明了选用的模型参数，输入 0 点的运动具有脉冲形式。图 11.2.4(a) 示出数值模拟中出现的高频振荡失稳。经仔细考察数值计算中失稳的过程发现，失稳确实从人工边界开始，然后逐步向计算区内扩展。这一现象是预期的，因为内节点运动方程数值积分的稳定性已由 $\Delta\tau$ 的取值 $\Delta\tau \leq 1$ 得到保证。图 11.2.4 示出的高频振荡失稳的特征可归纳如下：(1) 振荡失稳现象并非必然出现（图 11.2.4(b)）；(2) 振荡失稳的频率接近有限元离散模型的截止频率，即失稳的频率超出波动离散模拟有意义的频段；(3) 透射边界的阶数愈高（即透射公式中的 N 值愈大）失稳愈早。这些特征在大量地震波动问题的数值模拟中是典型的。下面分析上述高频振荡失稳现象。

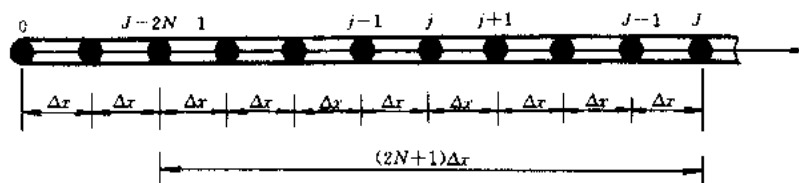


图 11.2.3 一维纵波模型及其离散网格

(1) 离散模型中人工边界的反射系数

为了在推导人工边界反射系数时计入离散模型的影响，首先给出离散模型中波动的解析解。设向人工边界入射的简谐波为

$$u_j^p = U_j^i \exp(i\omega p\Delta t) \quad (11.2.21)$$

其中 ω 为入射简谐波的圆频率， U_j^i 为入射简谐波的位移振幅。将式 (11.2.21) 代入式 (11.2.19) 经分析可得离散模型中波动的解析解为^[8]

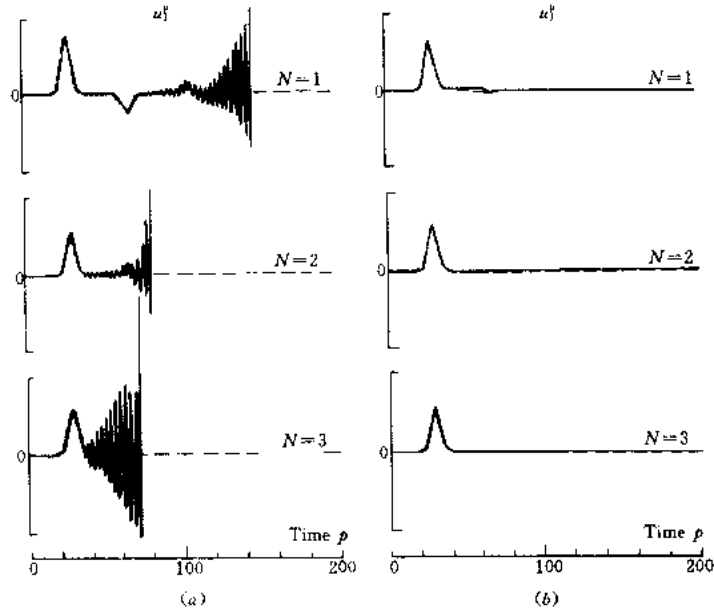


图 11.2.4 一维模型透射边界节点运动的数值解

(a) $c_s/c_0 = 2.0$; (b) $c_s/c_0 = 1.2$ ($J = 20$, $\Delta x = 20\text{m}$, $\Delta t = 0.01\text{s}$, $c_0 = 2000\text{m/s}$)

$$U_j^I = U_0^I \exp(-ijk\Delta x), \quad 0 \leq \omega \leq \omega_u \quad (11.2.22)$$

$$= U_0^I (-\rho)^j, \quad \omega_u \leq \omega \leq \omega_N \quad (11.2.23)$$

$$k\Delta x = 2\arcsin \frac{\sin[(\omega/\omega_u)\arcsin\Delta\tau]}{\Delta\tau}, \quad 0 \leq \omega \leq \omega_u \quad (11.2.24)$$

$$\rho = \left\{ \sin[(\omega/\omega_u)\arcsin\Delta\tau]/\Delta\tau - [(\sin(\omega/\omega_u)\arcsin\Delta\tau)/\Delta\tau]^2 - 1 \right\}^{1/2} \quad (11.2.25)$$

$$\omega_u \leq \omega \leq \omega_N$$

式中

$$\omega_u = (2/\pi)\omega_N \arcsin\Delta\tau \quad (11.2.26)$$

为有限元离散模型的截止频率，而奈奎斯特 (Nyquist) 圆频率 $\omega_N = \pi/\Delta t$ 。设人工边界反射波产生的位移为 $U_j^R \cdot \exp(i\omega p \Delta t)$ ，则节点 j 的总位移振幅可以表示成

$$U_j = U_j^I + U_j^R, \quad j = 0, 1, \dots, J \quad (11.2.27)$$

根据半无限离散模型中的精确解式 (11-22) — (11-25)，

$$U_j^I = a^{J-j} U_J^I \quad (11.2.28)$$

$$U_j^R = a^{j-J} U_J^R \quad (11.2.29)$$

$$\left. \begin{aligned} a &= \exp(ik\Delta x), \quad 0 \leq \omega \leq \omega_u \\ &= -1/\rho, \quad \omega_u \leq \omega \leq \omega_N \end{aligned} \right\} \quad (11.2.30)$$

由式 (11.2.27) — (11.2.29) 和频域和透射公式 (11.2.11) 可得

$$R_J = U_J^R / U_J^I = -f^N \quad (11.2.31)$$

$$f = \frac{1 - d_I \exp(-i2(\omega/\omega_u)\arcsin\Delta\tau)}{1 - d_R \exp(-i2(\omega/\omega_u)\arcsin\Delta\tau)} \quad (11.2.32)$$

$$d_L = t_1 + t_2 a + t_3 a^2, d_R = t_1 + t_2 a^{-1} + t_3 a^{-2} \quad (11.2.33)$$

式中 t_1 , t_2 和 t_3 为 $\Delta\tau$ 和 $a = c_s/c_0$ 的函数, 见式 (11.2.17)。由式 (11.2.31) 及有关公式给出的反射系数考虑了时空离散化、透射边界及两者耦合的影响。

(2) 频域精确解

现在考虑给定端节点的简谐振动 $u_0 = U_0 \exp(i\omega p \Delta t)$ 在有限区间 $[0, J\Delta x]$ 内产生的波动。如果将从波源出发的波动, 经由人工边界节点 J 的反射, 再返回到节点 0 的过程称为一个波动循环, 则经过第 M 次波动循环后节点 J 的总位移可以表示成

$$U_J = \sum_{m=1}^M U_J^{(m)} \quad (11.2.34)$$

式中 $U_J^{(m)}$ 为第 m 个波动循环的总位移, 由式 (11.2.27) --- (11.2.29) 和 (11.2.31)

$$U_J^{(m)} = (a^{J-J} - a^{J-J} f^N) U_J^{(m)} \quad (11.2.35)$$

由于波动由一循环转入下一循环时节点 0 相当于固定端, 由此可知在相邻两个循环中节点 J 的入射波位移有如下递推关系

$$U_J^{(m+1)} = a^{-2J} f^N U_J^{(m)} \quad (11.2.36)$$

将式 (11.2.35) 代入式 (11.2.34), 利用式 (11.2.36) 和等比级数求和公式可得

$$U_J = \frac{(1 - a^{2(J-1)} f^N) [1 - (a^{-2J} f^N)^M]}{1 - a^{-2J} f^N} U_J^{(1)} \quad (11.2.37)$$

式中

$$U_J^{(1)} = U_0 a^{-J} \quad (11.2.38)$$

式 (11.2.37) 给出了经历 M 个波动循环的精确解。此解答对 $0 \leq \omega \leq \omega_N$ 的整个频段有效, 因此, 它是所论有限一维离散模型中的波动的全面描述。

(3) 失稳的机理

上述一维模型的稳定准则可由精确解式 (11.2.37) 当 M 趋于无穷时为有限的条件导出。由这一条件可知

$$|a^{-2J} f^N| < 1 \quad (11.2.39)$$

不难验证, 在 $\omega_u \leq \omega \leq \omega_N$ 的频段上, 不等式 (11.2.39) 总是满足的。因此, 当入射波为寄生振荡时不会出现失稳。失稳只可能出现在入射波为行进波动的频段 $0 \leq \omega < \omega_u$ 。由于在这一频段上 $|a| = 1$, 稳定条件式 (11.2.39) 成为

$$|f| < 1, \quad 0 \leq \omega \leq \omega_u \quad (11.2.40)$$

图 11.2.5 曲线示出 $|f|$ 随 ω/ω_u 的变化。利用此图可以解释上述高频振荡失稳的典型特征。首先, 图 11.2.4 (a) 出现振荡失稳是由于当 $\alpha = 2$ 时出现 $|f| > 1$ 的频段, 而当 $\alpha = 1.2$ 时 [图 11.2.4 (b)], 在整个 $0 \leq \omega < \omega_u$ 的频段内 $|f| < 1$, 故不出现失稳。第二, 出现 $|f| > 1$ 的频段接近 ω_u , 因此振荡失稳仅在波动离散模拟无意义的高频段出现。最后, 利用式 (11.2.31) 和 (11.2.39) 不难看出, 为什么透射公式的透射阶数愈高, 振荡失稳愈早且愈严重。综上所述, 人工边界高频失稳的机理是人工边界对高频行波的放大效应 ($|R| > 1$ 或 $|f| > 1$) 以及放大的误差波动在有限网格内的多次反射和多次放大。由于这样的放大和多次放大仅出现在接近截止频率的高频段, 引起振荡失稳的高频波动对有意义

的波动有限元模拟是无意义的。但是, 这些不希望出现的高频波动在数值模拟中是不可避免的, 它们不仅可能来自物理方面, 而且必然通过数值计算的舍入误差引入。为了获得稳定的数值模拟结果, 必须采用适当措施消除这些无意义的高频波动, 同时这样的措施应不影响在有意义的低频段内波动离散模拟的精度。

2. 稳定实现多次透射公式的措施

在地震波动数值模拟中制定稳定实现透射边界条件的措施, 通常是从理解失稳机理加以猜测着手, 然后通过数值试验和严格的理论分析进行论证并加以改进。例如, 消除高频振荡失稳的要点是采取某种高频滤波措施。由于失稳是从人工边界及其邻近区域开始的, 这样的措施应在边界的邻近区域内实现。下面考虑在宽度为 $L\Delta x$ 的人工边界区内建立稳定措施, L 为一不大的正整数。下面给出两种可供参考的稳定措施。这类稳定措施均旨在消除失稳, 但不影响在低频段内波动模拟的精度。为了简要说明其要点, 仍采用图 11.2.3 所示一维波动模型。

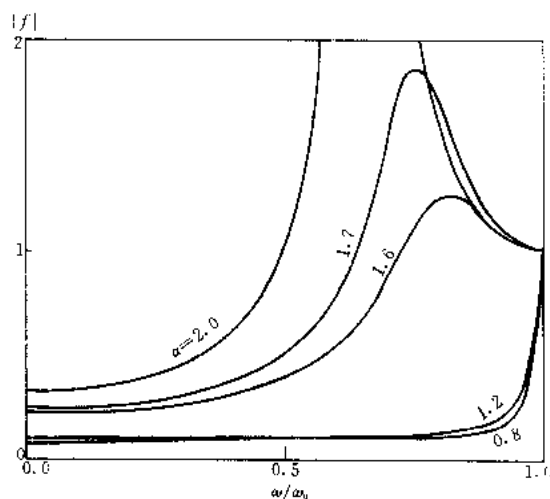


图 11.2.5 $|f|$ 随 ω/ω_0 的变化 ($\Delta\tau = 1$)

(1) 平滑方法

设人工边界区的宽度为 $L = 2N + 1$, N 为透射公式的阶数。所谓平滑方法是在每一时刻 $t = p\Delta t$ 运用透射公式计算人工边界点在 $t = (p + 1)\Delta t$ 时刻的运动之前, 将边界区 $[(J - 2N - 1)\Delta x, J\Delta x]$ 内节点的位移 u_j^p 用 \tilde{u}_j^p 替换,

$$\tilde{u}_j^p = \beta u_j^p + \frac{1-\beta}{2}(u_{j-1}^p + u_{j+1}^p), \quad j = J - 1, \dots, J - 2N \quad (11.2.41)$$

式中参数 β 用于控制平滑程度。当 $\beta = 1$ 时无平滑效应; 当 $\beta = 0.5$ 时式 (11.2.41) 为汉宁 (Hanning) 数字滤波公式, 按 0.25, 0.50 和 0.25 进行加权平均, 来作为该点平滑后的位移值。为了减少平滑对精度的影响, 建议 β 在区间 $[0.5, 1]$ 内取值, 并在保证数值积分稳定条件下使 β 尽可能接近于 1。在采用平滑措施后的人工边界反射系数 R 定义为

$$R = U_{J-2N-1}^R / U_{J-2N-1}^I \quad (11.2.42)$$

式中 U_{J-2N-1}^I 和 U_{J-2N-1}^R 分别为入射波和反射波在节点 $J - 2N - 1$ 处的简谐振动振幅。反射系数 R 可由半无限区 $[-\infty, (J - 2N - 1)\Delta x]$ 内入射波与反射波的关系及边界区 $[(J - 2N - 1)\Delta x, J\Delta x]$ 内节点的运动方程导出。在上述半无限区内, 注意到

$$U_j = U_j^I + U_j^R, \quad j = J - 2N - 1, \quad J - 2N - 2 \quad (11.2.43)$$

由式 (11.2.28) 和 (11.2.29) 可得

$$\left. \begin{aligned} U_{J-2N-2}^I &= a U_{J-2N-1}^I \\ U_{J-2N-2}^R &= a^{-1} U_{J-2N-1}^R \end{aligned} \right\} \quad (11.2.44)$$

式中 a 由式 (11.2.30) 给出。由式 (11.2.42) ~ (11.2.44) 可得

$$\left. \begin{aligned} U_{j-2N-1} &= (R+1)U_{j-2N-1}^I \\ U_{j-2N-2} &= (a+a^{-1}R)U_{j-2N-1}^I \end{aligned} \right\} \quad (11.2.45)$$

将以上两式相除并解出 R ,

$$R = \frac{a - a^2(U_{j-2N-1}/U_{j-2N-2})}{U_{j-2N-1}/U_{j-2N-2} - a} \quad (11.2.46)$$

式 (11.2.46) 中 U_{j-2N-1}/U_{j-2N-2} 可由平滑措施、边界区内节点的动力平衡条件及人工边界条件确定。平滑措施提供 $2N$ 个方程, 节点 $j = j-2N-1, \dots, j-1$ 的动力平衡条件提供 $2N+1$ 个方程, 人工边界条件提供一个方程, 共有 $4N+2$ 个方程。这些方程将 U_{j-2N-2}, \dots, U_j 和 $\tilde{U}_{j-2N}, \dots, \tilde{U}_{j-1}$ 共 $4N+3$ 个未知量线性地联系起来。因此, 由这组方程可解出 U_{j-2N-1}/U_{j-2N-2} 。对于给定的近似阶数 N 和无量纲时间步距 $\Delta\tau$, 可以用上述方法得到作为 α 和 β 的函数 $|R|$ 。若 β 和 α 在区间 $\beta \in [0.5, 1.0]$ 和 $\alpha \in [0, 2]$ 上取值, 则可在 $\alpha - \beta$ 平面上用 $|R| < 1$ 和 $|R| > 1$ 判断稳定区和不稳定区。图 11.2.6 示出有代表性的两组计算结果, 图中阴影区表示不稳定区域。由此图可知: (1) 高阶近似 ($N=2$ 或 3) 较之一阶近似 ($N=1$) 的阴影区略有增大, 但通过适当地选取 β 值, 稳定地实现高阶透射边界模拟是可能的; (2) 随着 β 值从 1 开始减小 ($\beta=1$ 相当于未加平滑措施), α 的失稳范围缩小; (3) 不稳定区的范围随 $\Delta\tau$ 减小而有所减小。数值试验结果表明, 当参数对 (α, β) 落入不稳定区时, 发生高频振荡失稳, 反之则不发生失稳。例如, 图 11.2.4 (a) 示出了采用平滑措施后的数值计算结果 (虚线), 平滑参数 β 取用图 11.2.6 (a) 当 $\alpha=2.0$ 时稳定区的最大产值。可以看出, 此措施消除了高频振荡但对有意义频段内的模拟结果影响很小。

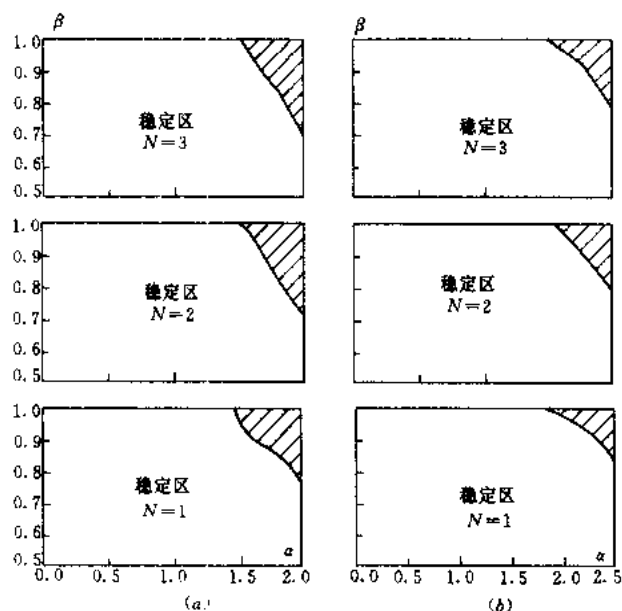


图 11.2.6 一维离散模型人工边界稳定性准则
(a) $\Delta\tau=1.0$; (b) $\Delta\tau=0.8$

为了说明平滑措施式 (11.2.41) 的作用是抑制接近截止频率 ω_u 的高频波动, 而对低频段波动的影响很小, 我们考虑单频波动

$$\left. \begin{aligned} u_j^p &= U_j \exp(i\omega p \Delta t) \\ U_j &= U_0 \exp(-ijk\Delta x) \end{aligned} \right\} \quad j = 1, 2, \dots \quad (11.2.47)$$

将上式代入式 (11.2.41) 得到

$$\tilde{U}_j = \beta U_j + \frac{1-\beta}{2} (U_{j-1} + U_{j+1}) \quad (11.2.48)$$

定义滤波系数

$$B = \tilde{U}_j / U_j$$

由上列公式可得

$$B = 1 - 2(1-\beta) \left[\frac{\sin((\omega/\omega_u) \arcsin \Delta \tau)}{\Delta \tau} \right]^2 \quad (11.2.49)$$

图 11.2.7 示出滤波系数 B 相对于 ω/ω_u 的变化。

(2) 边界阻尼层

在人工边界上或其附近施加阻尼是处理人工边界的一种方法。这种边界能够有效地吸收各种类型的波动并容易编制程序。但是, 若阻尼集中在人工边界上, 即早期常用的粘性人工边界, 其精度与一阶透射边界近似相当; 若阻尼施加在一边界层内, 则层厚与被吸收的入射波动的频率相关, 对于低频波动将要求很大的层厚。区别于上述阻尼人工边界, 这里的边界阻尼层是作为一种稳定实现透射边界的措施提出的, 旨在消除不希望出现的高频波动, 而低频外行波动则用透射边界模拟。边界阻尼层是在人工边界附近宽度为 $L = 2N$ 的很薄的边界区内附加与应变速度成正比的粘性阻尼, 即令有限单元阻尼矩阵为

$$c^e = \gamma \omega_N^{-1} k^e \quad (11.2.50)$$

式中 c^e 和 k^e 分别为单元阻尼矩阵和刚度矩阵, ω_N 为奈奎斯特圆频率, γ 为无量纲阻尼系数。初步研究结果表明, 此附加阻尼层能够有效地抑制高频波动而对低频波动的影响很小, 因而可以达到消除高频振荡并保持透射边界精度的目的。此外, 这一稳定措施容易在计算机上实现。事实上, 整个地震波动数值模拟可以按照有阻尼介质情形的逐步积分公式统一编制程序。这一措施除具有物理概念清楚和编程容易外, 就高维地震波动的数值模拟而言, 它还具有抑制其他方向 (例如, 与人工边界平行方向) 的高频波动的能力。

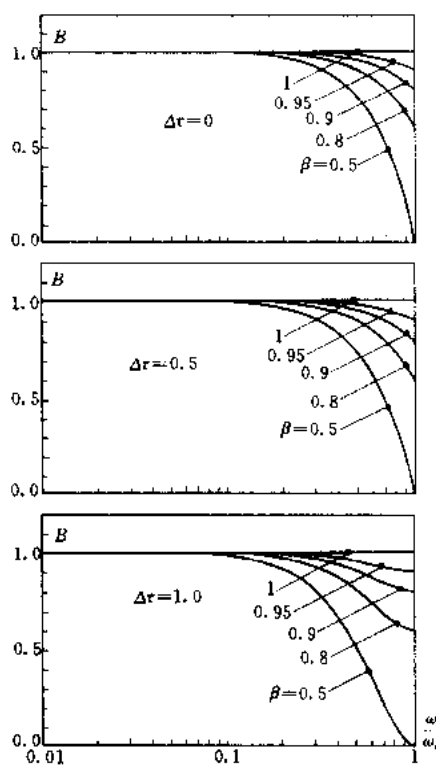


图 11.2.7 B 值随 ω/ω_u 的变化

11.3 地震波输入

土—结构动力相互作用问题中,地震波动输入是实现地震波动模拟的关键环节,它将直接影响计算结果的精度及其可信程度。在边界元法中,波动的输入问题一般并不十分困难,通过把输入地震动转化为直接作用于边界上的等效荷载等方法可以解决这一问题。而在有限元法(或有限差分法)中,由于需要引入格外的人工边界,在人工边界上实现波动输入时,不同的人工边界条件有时对输入方法产生影响。本节介绍用透射人工边界时土—结构动力相互作用计算中波动的输入问题,首先介绍波动输入时涉及的波场的类型,及由某一观察点的记录,通过对入射波动的假设,实现描述全部输入波场的公式,然后介绍几种实现波动输入的方法。当然,其中的一些基本原理和方法对采用其它人工边界时也是适用的。

11.3.1 波场的类型

地震波是由不同类型的波组成的混合体。由于影响地震波动的因素(如震源因素、传播途径和工程场地条件)极为复杂,而使得地震波动本身也变得极为复杂。试图将实际地震记录中含有的不同类型的波分离开是不可能的,即使对其中各种类型波的性质已有透彻的了解。因此,往往根据对震源、传播途径等因素的分析来假设波场的类型,例如,在工程中,当震源距离工程场地较远时,一般把地震波假设为竖直向上入射的体波。在地震波动问题的理论研究中还常常采用倾斜入射的平面体波以及水平入射的面波做为输入波场。当然,也可以考虑其它类型的波,象柱面波或球面波等,然而,对于分析一个局部场地的地震波动问题,往往不考虑入射波的几何衰减效应,即一般不必考虑柱面波或球面波。局部工程场地以外的半无限横向均匀区的力学模型如图 11.3.1 所示,为水平成层半空间。设在弹性半空间上覆盖多层均匀介质,介质层和层界面(包括自由地表)用 1, 2, … 表示,而层界面位置用坐标 y_1, y_2, \dots 表示, ρ_n, c_{pn} , 和 c_{sn} 分别是第 n 层介质的质量密度和 P 波及 SV 波波速, $n = N$ 时表示下卧弹性半空间。入射波场即通过图 11.3.1 所示的横向均匀区输入到包含结构、地基系统的计算区中。水平成层半空间中存在的波场可以是 SH, SV 和 P 平面体波,也可以是 Love 或 Rayleigh 面波。下面简要介绍这些输入波场。

1. 斜入射 SH 波

不失一般性,仅设入射波均由人工边界左侧(或左下侧)的水平成层半空间向计算区入射。当下卧弹性半空间中 SH 波的入射分量的时程 $w_i(x, y, t)$ 和入射角 θ 已知时,可以通过对随频率变化的传递函数 $S(y, \omega)$ 的加权叠加求得全部输入位移场 w_f

$$w_f(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_i(\omega) S(y, \omega) \exp[i(\omega t - kx)] d\omega \quad (11.3.1)$$

其中 $W_i(\omega)$ 为入射分量 $w_i(0, y_N, t)$ 的 Fourier 谱, $w_i(0, y_N, t)$ 是 $w_i(x, y_N, t)$ 在点 $(0, y_N)$ 处的值;传递函数 $S(y, \omega)$ 定义为:下卧弹性半空间中单位幅值的入射谐波 [即 $W_i(\omega) = 1$] 引起的成层半空间中的反应;而 k 为谐波的横向视波数,对于平面波, k 与圆频率 ω 有如下关系

$$k = \omega \sin \theta / c_{sN} \quad (11.3.2)$$

式 (11.3.2) 中 c_{sN} 为下卧弹性半空间中的剪切波波速。

当下卧弹性半空间中入射波时程 $w_i(0, y_N, t)$ 不知道时,可以由某一参考点的时程确定

$$w_f(x, y_p, t) = w_f^*(t) \quad (11.3.3)$$
$$W_i^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w_i^*(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (11.3.4)$$
$$w_f(x, y_p, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_f^*(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (11.3.5)$$
$$W_i^*(\omega) = W_i(\omega)S(y_p, \omega) \quad (11.3.6)$$

传递函数可从有关的教科书中, 例如文献[9]中查到。当 $N=1$ 时, 成层半空间退化为弹性半空间, 传递函数为

$$S(y, \omega) = 2 \cos\left(\frac{y \cos \theta}{c} \omega\right) \quad (11.3.7)$$

$$w_1(x, y, t) = \frac{1}{2} \{ w_0 [t - (x \sin \theta - y \cos \theta) / c_s] + w_0 [t - (x \sin \theta + y \cos \theta) / c_s] \} \quad (11.3.8)$$

2. 斜入射 P 或 SV 波

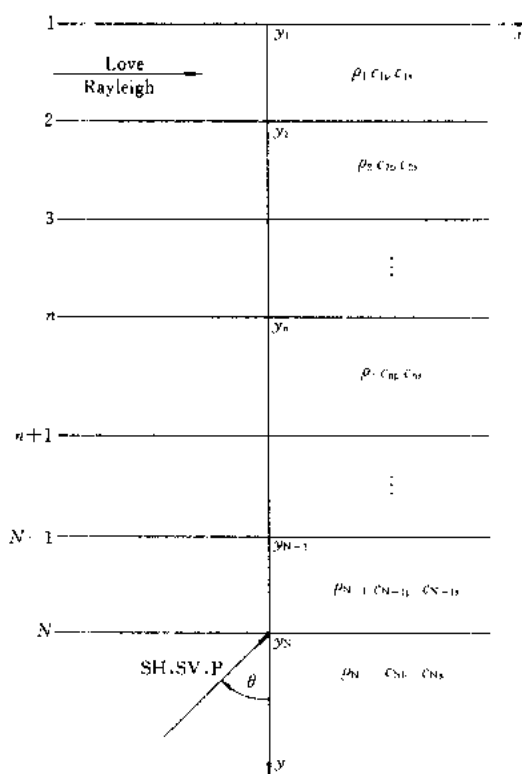
$$\left. \begin{aligned} u_i(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_i(\omega) P_1(y, \omega) \exp[i(\omega t - kx)] d\omega \\ v_i(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_i(\omega) P_2(y, \omega) \exp[i(\omega t - kx)] d\omega \end{aligned} \right\} \quad (11.3.9)$$


图 11.3.4 传输入射波场的成层介质模型

其中 u_I 和 v_I 为输入波场的水平和竖直位移分量, $G_I(\omega)$ 为下卧半空间入射 P 波在点 $(0, y_N)$ 处法向 (波振面的法线) 位移的 Fourier 谱, P_1 和 P_2 分别为 P 波入射时相应于水平和竖直位移的传递函数, 水平视波数 k 为

$$k = \omega \sin \theta / c_{pN} \quad (11.3.10)$$

θ 和 c_{pN} 分别为下卧半空间中入射 P 波的人射角和波速。

根据下卧半空间入射 P 波的人射角和时程, 可以由 FFT 得到 $G_I(\omega)$, 利用式 (11.3.9) 可得到全部输入波场, 当 $N=1$ (弹性半空间) 时,

$$\left. \begin{aligned} P_1(y, \omega) &= \sin \theta \left[\exp \left(i \frac{\omega \cos \theta}{c_p} y \right) + P_p \exp \left(- i \frac{\omega \cos \theta}{c_p} y \right) \right] \\ &\quad + \cos \phi \cdot P_s \exp \left(- i \frac{\omega \cos \phi}{c_s} y \right) \\ P_2(y, \omega) &= -\cos \theta \left[\exp \left(i \frac{\omega \cos \theta}{c_p} y \right) - P_p \exp \left(- i \frac{\omega \cos \theta}{c_p} y \right) \right] \\ &\quad - \sin \phi \cdot P_s \exp \left(- i \frac{\omega \cos \phi}{c_s} y \right) \end{aligned} \right\} \quad (11.3.11)$$

其中 c_p 和 c_s 为弹性半空间中 P 波和 SV 波波速, P_p 和 P_s 为单位幅值 P 波入射到弹性半空间自由表面时产生的反射 P 波和 SV 波的波幅系数,

$$\left. \begin{aligned} P_p &= \frac{c_s^2 \sin 2\theta \sin 2\phi - c_p^2 \cos^2 2\phi}{c_s^2 \sin 2\theta \sin 2\phi + c_p^2 \cos^2 2\phi} \\ P_s &= \frac{2c_p c_s \sin 2\theta \sin \phi}{c_s^2 \sin 2\theta \sin 2\phi + c_p^2 \cos^2 2\phi} \end{aligned} \right\} \quad (11.3.12)$$

ϕ 为 SV 波的反射角, 可由下式确定

$$\sin \phi = (c_s / c_p) \sin \theta \quad (11.3.13)$$

设在点 $(0, 0)$ 处入射角为 θ 的入射 P 波的位移时程为 $g(t)$, 则由式 (11.3.9), 式 (11.3.11) 可以得到弹性半空间中的全部波场

$$\left\{ \begin{aligned} u_I(x, y, t) \\ v_I(x, y, t) \end{aligned} \right\} &= \left\{ \begin{aligned} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{aligned} \right\} g \left[t - (x \sin \theta - y \cos \theta) / c_p \right] \\ &\quad + \left\{ \begin{aligned} \sin \theta \\ \cos \theta \end{aligned} \right\} P_p g \left[t - (x \sin \theta + y \cos \theta) / c_p \right] \\ &\quad + \left\{ \begin{aligned} \cos \phi \\ -\sin \phi \end{aligned} \right\} P_s g \left[t - (x \sin \phi + y \cos \phi) / c_s \right] \end{aligned} \right\} \quad (11.3.14)$$

采用相同的方法, 也可以得到下卧弹性半空间中 SV 波入射时全部的输入波场,

$$\left\{ \begin{aligned} u_I(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_I(\omega) S_1(y, \omega) \exp[i(\omega t - kx)] d\omega \\ v_I(x, y, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_I(\omega) S_2(y, \omega) \exp[i(\omega t - kx)] d\omega \end{aligned} \right\} \quad (11.3.15)$$

其中 $G_I(\omega)$ 为下卧半空间入射 SV 波在点 $(0, y_N)$ 处切向 (波振面的切线) 位移的 Fourier 谱, S_1 和 S_2 分别为 SV 波入射时水平和竖直位移的传递函数, 而

$$k = \omega \sin \phi / c_{sN} \quad (11.3.16)$$

ϕ 和 c_{sN} 分别为下卧半空间入射 SV 波的入射角和波速。当 $N=1$ 时

$$\left. \begin{aligned} S_1(y, \omega) &= \cos\phi \left[\exp\left(i \frac{\omega \cos\phi}{c_s} y\right) + S_s \exp\left(-i \frac{\omega \cos\phi}{c_s} y\right) \right] \\ &\quad + \sin\theta \cdot S_p \exp\left(-i \frac{\omega \cos\theta}{c_p} y\right) \\ S_2(y, \omega) &= \sin\phi \left[\exp\left(i \frac{\omega \cos\phi}{c_s} y\right) - S_s \exp\left(-i \frac{\omega \cos\phi}{c_s} y\right) \right] \\ &\quad + \cos\theta \cdot S_p \exp\left(-i \frac{\omega \cos\theta}{c_p} y\right) \end{aligned} \right\} \quad (11.3.17)$$

波幅系数

$$\left. \begin{aligned} S_s &= \frac{-c_s^2 \sin 2\theta \sin 2\phi + c_p^2 \cos^2 2\phi}{c_s^2 \sin 2\theta \sin 2\phi + c_p^2 \cos^2 2\phi} \\ P_s &= \frac{2c_p c_s \sin 2\phi \cos 2\phi}{c_s^2 \sin 2\theta \sin 2\phi + c_p^2 \cos^2 2\phi} \end{aligned} \right\} \quad (11.3.18)$$

而 ϕ 和 θ 的关系仍由式 (11.3.13) 确定。全部输入波场可以写成

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u_f(x, y, t) \\ v_f(x, y, t) \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{Bmatrix} g[t - (x \sin\phi - y \cos\phi)/c_s] \\ &\quad + \begin{Bmatrix} \cos\phi \\ -\sin\phi \end{Bmatrix} S_s g[t - (x \sin\phi + y \cos\phi)/c_s] \\ &\quad + \begin{Bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{Bmatrix} S_p g[t - (x \sin\theta + y \cos\theta)/c_p] \end{aligned} \quad (11.3.19)$$

3. Love 波入射

成层弹性半空间中输入的 Love 波场可以通过对振型函数的加权叠加得到

$$w_f(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_m(\omega) L_m(y, \omega) \exp[i(\omega t - k_m x)] d\omega \quad (11.3.20)$$

其中 $L_m(y, \omega)$ 为第 m 阶 Love 波振型函数, 相应与第 m 阶振型的水平波数 k_m 和圆频率 ω 之间有频散关系

$$k_m = k_m(\omega) \quad (11.3.21)$$

无限多组振型函数 $L_m(y, \omega)$ 和频散关系式 (11.3.21) 可以通过求解水平成层介质的本征问题获得^[9], 式 (11.3.20) 中加权函数 $A_m(\omega)$ 可由某一参考点, 例如自由表面上点 $(0, 0)$ 的位移时程确定。当然, 这是一个不完备的问题, 只有对振型函数 $L_m(y, \omega)$ 作进一步假设后才能求得 $A_m(\omega)$ 。一般情况下, 由于面波成份中以基阶振型 (相应于 $m=0$) 为主, 因此在工程中通常假定面波全部由基阶振型构成, 即式 (11.3.20) 的求和中仅取 $m=0$ 一项。

如果自由表面点 $(0, 0)$ 处位移时程为

$$w_f(0, 0, t) = w_f^*(t) \quad (11.3.22)$$

采用前述对 SH 波入射时相似的处理方法, 可得权函数

$$A_0(\omega) = W_f^*(\omega) / L_0(0, \omega) \quad (11.3.23)$$

其中 $W_f^*(\omega)$ 为 $w_f^*(t)$ 的 Fourier 谱。由式 (11.3.23)、(11.3.20) 即可以根据已知点

(0, 0) 的运动时程, 得到全部输入 Love 波场。

4. Rayleigh 波入射

Rayleigh 波输入波场可以写成

$$\left. \begin{aligned} u_f(x, y, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{m1}(\omega) R_{m1}(y, \omega) \exp[i(\omega t - k_m x)] d\omega \\ v_f(x, y, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{m2}(\omega) R_{m2}(y, \omega) \exp[i(\omega t - k_m x)] d\omega \end{aligned} \right\} \quad (11.3.24)$$

其中 $R_{m1}(y, \omega)$ 和 $R_{m2}(y, \omega)$ 分别为第 m 阶 Rayleigh 波振型函数的水平和竖直分量, 振型函数以及波数—频率关系 $k_m(\omega)$ 可由相应的本征问题解出。权函数 $A_{m1}(\omega)$ 和 $A_{m2}(\omega)$ 可以根据介质中某一参考点的某一方向上的时程确定。在 Rayleigh 波的暂态波动分析中, 一般也假定仅有 $m=0$ 的基阶振型存在, 如果再假定已知自由表面上点 (0, 0) 处的水平位移时程为

$$u_f(0, 0, t) = u_f^*(t) \quad (11.3.25)$$

采用与处理 SH 波相似的方法可以得到权函数

$$\left. \begin{aligned} A_{01}(\omega) &= U_f^*(\omega)/R_{01}(0, \omega) \\ A_{02}(\omega) &= V_f^*(\omega)/R_{02}(0, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (11.3.26)$$

其中 $U_f^*(\omega)$ 为水平位移 $u_f^*(t)$ 的 Fourier 谱, 而竖向位移的 Fourier 谱 $V_f^*(\omega)$ 可以根据 Rayleigh 波水平和竖直位移之间的对应关系确定

$$\left. \begin{aligned} V_f^*(\omega) &= i \frac{R_{02}(0, \omega)}{R_{01}(0, \omega)} U_f^*(\omega), \quad \omega \geq 0 \\ V_f^*(\omega) &= \bar{V}_f^*(-\omega), \quad \omega < 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.3.27)$$

式 (11.3.27) 中 \bar{V}_f^* 为 V_f^* 的共轭。

当成层半空间退化为弹性半空间时, 半空间中仅存在基阶 Rayleigh 面波, 其振型函数为

$$\left. \begin{aligned} R_{01}(y, \omega) &= \left(1 - 2 \frac{c_s^2}{c_R^2}\right) \exp\left(-\frac{|\omega|}{c_R} y \sqrt{1 - c_R^2/c_s^2}\right) \\ &\quad + 2 \frac{c_s^2}{c_R^2} \exp\left(-\frac{|\omega|}{c_R} y \sqrt{1 - c_R^2/c_p^2}\right) \\ R_{02}(y, \omega) &= -D \left[\left(1 - 2 \frac{c_s^2}{c_R^2}\right) \exp\left(-\frac{|\omega|}{c_R} y \sqrt{1 - c_R^2/c_p^2}\right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{c_s^2}{c_R^2} \exp\left(-\frac{|\omega|}{c_R} y \sqrt{1 - c_R^2/c_s^2}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (11.3.28)$$

其中 c_R 为弹性半空间中 Rayleigh 波波速, D 为常数

$$D = 2\sqrt{1 - c_R^2/c_p^2}/(2 - c_R^2/c_s^2)$$

弹性半空间中 Rayleigh 波是无频散的, 波数—频率关系为

$$k_0 = \omega/c_R \quad (11.3.29)$$

将式 (11.3.28), 式 (11.3.27) 代入 (11.3.26) 可得权函数为

$$\left. \begin{aligned} A_{01}(\omega) &= U_1^*(\omega) \\ A_{02}(\omega) &= iU_1^*(\omega), \omega \geq 0 \\ A_{02}(\omega) &= -i\bar{U}_1^*(\omega), \omega < 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.3.30)$$

式 (11.3.29)、(11.3.30) 代入式 (11.3.24), 并利用等式 $U_1^*(-\omega) = \bar{U}_1^*(\omega)$, 可得弹性半空间 Rayleigh 波场为

$$\left. \begin{aligned} u_f(x, y, t) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^\infty U_1^*(\omega) R_{01}(y, \omega) \exp[i\omega(t - x/c_R)] d\omega \right\} \\ v_f(x, y, t) &= \frac{-1}{\pi} \operatorname{Im} \left\{ \int_0^\infty U_1^*(\omega) R_{02}(y, \omega) \exp[i\omega(t - x/c_R)] d\omega \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11.3.31)$$

其中 Re 和 Im 表示取实部和取虚部, R_{01} 和 R_{02} 由式 (11.3.28) 给出。

为了简便地获得弹性半空间中 Rayleigh 波场。设 Rayleigh 波在自由表面上点 (0, 0) 处的水平位移分量为

$$u_f^*(t) = \frac{\xi_0^2(\xi_0^2 - t^2)}{\pi(t^2 + \xi_0^2)^2}, \quad \xi > 0 \quad (11.3.32)$$

其 Fourier 谱为

$$U_1^*(\omega) = \xi_0^2 \omega \exp(-\xi_0 \omega), \quad \omega > 0 \quad (11.3.33)$$

ξ_0 为任意给定的正常数, 频谱 $U_1^*(\omega)$ 的卓越频率为 $\omega_0 = 1/\xi_0$, 可以通过参数 ξ_0 的选取控制输入波动的频率成分。

将式 (11.3.33) 代入式 (11.3.31), 完成积分运算后可得

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &= \frac{\xi_0^2}{\pi} \left\{ \frac{(\xi_0 + m_1 y)^2 - \xi^2}{[(\xi_0 + m_1 y)^2 + \xi^2]^2} A + \frac{(\xi_0 + m_2 y)^2 - \xi^2}{[(\xi_0 + m_2 y)^2 + \xi^2]^2} B \right\} \\ v(x, y, t) &= \frac{2D\xi_0^2}{\pi} \left\{ \frac{\xi_0 + m_2 y}{[(\xi_0 + m_2 y)^2 + \xi^2]^2} A + \frac{\xi_0 + m_1 y}{[(\xi_0 + m_1 y)^2 + \xi^2]^2} B \right\} \xi \end{aligned} \right\} \quad (11.3.34)$$

其中 $\xi = t - x/c_R$; $A = 1 - 2(c_s/c_R)^2$; $B = 2(c_s/c_R)^2$; $m_1 = \sqrt{1 - c_R^2/c_s^2}/c_R$; $m_2 = \sqrt{1 - c_R^2/c_p^2}/c_R$ 。

11.3.2 透射边界中的波动输入方法

目前已提出多种在人工边界上实现波动输入的方法。波动的输入方法有时受到人工边界具体形式的影响。对于透射人工边界, 模拟的是由计算区内射向人工边界的外行波, 而在计算区中的总波场中既有由不规则区产生的外行散射波, 又存在已知的人射地震波, 因此需要采用一定的技术完成地震波动输入。下面介绍几种实用的透射边界中波动输入方法。采用这些输入方法, 即不需要增加格外的计算区, 又可以保证实行波动输入的精度, 其有效性已由实例得到验证。这几种方法都是基于波场分离技术, 在理论研究所采用的波场分离方法可以概括为三种: 第一种波场分离方法将总波场分解为自由波场和散射波场, 所谓自由波场就是 11.3.1 节给出的不考虑局部不规则区存在时的波场。因此, 这种波场分离方法成立的条件是局部不规则区以外左、右两侧的均匀弹性半空间或成层弹性半空间完全相同。

第二种波场分离方法将总波场分解为入射波场和散射波场,此处的人射波场是指在均匀弹性全空间中传播的入射波,即为不考虑覆盖层和下卧半空间界面影响时的波场。第三种波场分离方法为分区实行波场分离,即把计算区划分为几个子区域,在不同的子区域中可以采用第一种或第二种波场分离方法或者在不同子区域中定义不同的散射波场。这里所讲的散射波场是指在总波场中扣除已知的人射波场或自由波场后的部分。

采用第三种分离方法可以有效地克服第一、二种方法的局限性,例如,当周围介质为均匀弹性半空间时,一、二种方法都有效;当周围介质为均匀水平成层弹性半空间时,第一种方法较为有效;而当包含结构在内局部不规则区两侧的水平成层弹性半空间不相同(见图 11.3.2),采用第三种方法,通过对计算区实行分区,则可以圆满地处理这一问题。下面将结合上述波场分离方法,介绍几种实用的波动输入方法。

散射分析中力学模型如图 11.3.2 所示,一包含结构在内的局部不规则区位于弹性成层半空间内,不规则区左、右两侧的成层半空间可以不相同。输入波场由不规则区的左侧(或左下方)入射。用图 11.3.2 所示 ABCD 人工边界从半无限地球介质中切取出有限的计算区,计算区应取适当大小,使得在人工边界附近有足够大小的规则计算区,以保证能使用透射人工边界。显然,由图 11.3.2 给出的力学模型是一个比较复杂的模型,一般在地震波动问题中遇到的模型都是图 11.3.2 所示模型的简化结果。

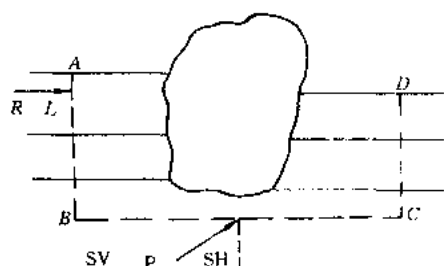


图 11.3.2 地震波动分析的力学模型

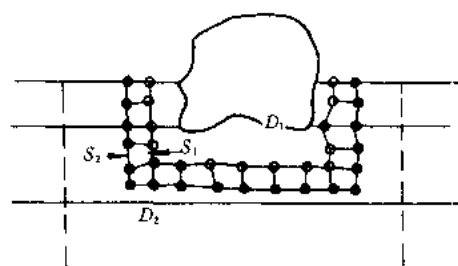


图 11.3.3 第一、二种波动输入方法中计算区的划分

为清楚起见,定义 u_f 为自由波场,即为第 11.3.1 节中介绍的输波场, u_i 为不考虑界面反射影响的入射波场,而 u 为总波场。

1. 波动输入方法之一

设包括结构系统在内的不规则区之外介质区为均匀的水平成层介质。将计算区分为两部分(见图 11.3.3): D_1 和 D_2 , D_1 中包括所有的局部不规则区, D_2 中仅由水平成层介质组成。分区界面为 S_1 和 S_2 , 其中界面 S_1 也位于水平成层介质中,而在 S_1 和 S_2 之间没有计算点(或节点)。应当注意的是,这里实行分区的目的是把总的节点系分成两部分,所以这里采用的分区方法与连续介质分析中的方法是不同的,在两个介质区之间有两条分界面而不是一条公用的界面。在区域 D_1 和 D_2 中的位移场分别记为 $\{u_1\}$ 和 $\{u_2\}$, 则总位移场 $\{u\}$ 为

$$\{u\} = \{u_1, u_2\}^T \quad (11.3.35)$$

实行波场分离,总波场与自由波场和散射波场的关系为

$$u = u_f + u_s \quad (11.3.36)$$

式(11.3.36)适用于计算区 D_2 和界面 S_1 上的计算点。

用有限元法求解,地震波动问题的节点系运动方程为

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (11.3.37)$$

式中 $[M]$ 、 $[C]$ 和 $[K]$ 分别为质量、阻尼和刚度矩阵。式(11.3.37)是除人工边界上节点以外所有节点的运动方程,人工边界上节点的运动由人工边界条件确定。

根据计算区的划分,可将式(11.3.37)改写为如下形式

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (11.3.38)$$

由式(11.3.36)可得,在 D_2 中

$$u_2 = u_{2f} + u_{2s} \quad (11.3.39)$$

其中 u_{2f} 和 u_{2s} 分别为 D_2 中的自由波场和散射波场。将式(11.3.39)代入式(11.3.38)得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_{2s} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_{2s} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_{2s} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [M_{12}]\{\ddot{u}_{2f}\} + [C_{12}]\{\dot{u}_{2f}\} + [K_{12}]\{u_{2f}\} \\ [M_{22}]\{\ddot{u}_{2f}\} + [C_{22}]\{\dot{u}_{2f}\} + [K_{22}]\{u_{2f}\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11.3.40)$$

注意到 u_1 满足式(11.3.38)中第二组运动方程

$$[M_{22}]\{\ddot{u}_{2f}\} + [C_{22}]\{\dot{u}_{2f}\} + [K_{22}]\{u_{2f}\} = -([M_{21}]\{\ddot{u}_{1f}\} + [C_{21}]\{\dot{u}_{1f}\} + [K_{21}]\{u_{1f}\})$$

上式代入式(11.3.40)并整理后得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_{2s} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_{2s} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_{2s} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -M_{12} \\ M_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{1f} \\ \ddot{u}_{2f} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -C_{12} \\ C_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{1f} \\ \dot{u}_{2f} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -K_{12} \\ K_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1f} \\ u_{2f} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (11.3.41)$$

由式(11.3.41)右端项系数矩阵可知,实际计算中仅需界面 S_1 和 S_2 上节点的自由场运动分量,而在此节点上,自由场运动存在,因为自由场运动预先给定。由式(11.3.41)即可以由已知的输入自由场运动计算 D_1 中的总位移场 $\{u_1\}$ 和 D_2 中除人工边界点以外的散射位移 $\{u_{2s}\}$,通过补充人工边界条件则可得 D_2 中总的散射位移场 $\{u_{2s}\}$,由式(11.3.39)则可得 D_2 中的总位移场 $\{u_2\}$,这样就得到计算区中的全部位移。

对比节点运动方程式(11.3.38)和式(11.3.41)可以看出,式(11.3.41)相当于在界面 S_1 和 S_2 上施加了外荷载,因此,通过上述分析方法,已将波动的输入问题转化成波源问题。

2. 波动输入方法之二

第一种波动输入方法从理论上证明了将波动的输入问题可以转换成内部波源问题。在使用这种方法时,首先要计算作用于界面 S_1 和 S_2 上的等效外荷载,然后才可以计算节点的运动。在有限元计算中,当采用时域的显式逐步积分法时,可以在每一步的递推计算过程中自动完成波动输入,而不需要计算等效荷载的显式表达,这就是将要介绍的第二种波动输入方法。这种波动输入方法本质上与第一种方法完全相同,但由于采用了特殊的技巧,使得

波动输入问题变得更容易,并且可以适应更复杂的情况。

计算区的分区方法可以用与第一种波动输入方法相同的方式。当采用显式的逐步积分公式时,可由 p 及 p 以前若干时刻的运动外推 $p+1$ 时刻的运动,递推公式可以写为

$$\{u\}^{p+1} = F(\{u\}^p, \{u\}^{p-1}, \dots) \quad (11.3.42)$$

时间 $t = p\Delta t$, Δt 为时间步长, $p=0, 1, 2, \dots$, F 表示某种函数关系, $\{u\}^p$ 表示 p 时刻的运动。

入射波场 u_i 通过 D_2 和 D_1 的交界面,即 S_2 和 S_1 输入,在界面 S_2 和 S_1 可以实行如式(11.3.36)所示的波场分离,现在要求解的问题是:根据已知的输入波场 $\{u_i\}$,通过递推公式(11.3.42)计算 D_2 中的散射波场 $\{u_{2s}\}$ 和 D_1 中的总波场 $\{u_1\}$ 。

根据所述分区方法和有限元方法的特点可知,当要计算 D_2 中在 $p+1$ 时刻的位移时,只需已知 D_2 中 p 及 p 以前时刻的位移和与 D_2 相邻节点的位移,即界面 S_1 上的 p 和 p 以前时刻位移。对于 D_1 中位移场的计算也是相同的。设 D_2 中的散射波场 $\{u_{2s}\}^p, \{u_{2s}\}^{p-1}, \dots$ 已求得,而 D_1 中的总波场 $\{u_1\}^p, \{u_1\}^{p-1}, \dots$ 也已求得,则可以按以下步骤计算 $p+1$ 时刻 D_2 中的散射波场 $\{u_{2s}\}^{p+1}$ 和 D_1 中的总波场 $\{u_1\}^{p+1}$:

(1) 计算 D_2 中的散射波场 $\{u_{2s}\}^{p+1}$

在界面 S_1 上,从总波场中减去已知的人射波场,可以得到 p 及 p 以前若干时刻的散射波场,则应用递推公式(11.3.42)可以得到 $p+1$ 时刻 D_2 中的散射波场 $\{u_{2s}\}^{p+1}$ 。

(2) 计算 D_1 中的总波场 $\{u_1\}^{p+1}$

在界面 S_2 上,在散射波场上叠加已知的人射波场可以得到 p 及 p 以前时刻的总波场,则应用递推公式(11.3.42)可得到 $p+1$ 时刻 D_1 中的总波场 $\{u_1\}^{p+1}$ 。

通过第(1), (2)步完成了一次递推运算,在进行第(2)步计算时,应注意第(1)步运算对界面 S_1 上运动的影响,应保证在 p 和 p 以前时刻 S_1 上的波场为总波场。

比较第一种和第二种波动输入方法,第二种方法不必具体计算分区界面上的等效荷载,而是通过对分区界面的运动反复叠加或减去已知的自由波场的方法完成了波动输入,因而不需要附加计算等效荷载的公式,比第一种方法更简便易行。第二种波动输入方法还有另外一个优点,当采用第三种波场分离方法,即分区实行波场分离时(这种分离方法有时是很有用的,并且在某些情况下可使计算结果保持更高的精度),用第二种波动输入方法可以很容易地计算分区界面上节点的运动,并完成不同计算区中的不同类型位移场的计算。

如果仔细分析这种输入方法的计算过程可以发现,这种方法并不要求各计算区(D_1 和 D_2)均采用显式的递推计算公式,例如,当 D_2 中用显式公式,而 D_1 中采用隐式公式时,可以利用先计算 D_2 然后计算 D_1 中波场的顺序来完成运算。

3. 波动输入方法之三

第三种波动输入方法直接在人工边界上实现波动输入,特别适用于采用透射人工边界时的波动输入问题。原则上讲这种方法不必象一、二种输入方法那样把总区域划分为若干个子区域,因为第三种方法可以直接计算除人工边界外的总位移场,但为叙述方便仍在有能量输入的人工边界附近划分出部分区域称为输入边界区,这一划分并不影响到内部计算区的计算公式或计算方法。

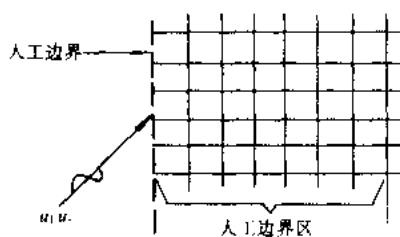


图 11.3.4 第三种波动输入方法的人工边界区及入射波场

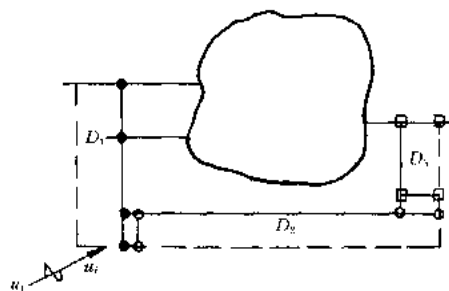


图 11.3.5 可用于第三种波动输入方法的分区方法

由于波动直接通过人工边界输入，因此仅在有波动能量输入的人工边界附近取一部分计算区阐述第三种波动输入的基本思想。人工边界右侧为计算区（图 11.3.4）。入射波从人工边界的左侧射入计算区，入射波可以是 u_i 或 u_r （但应保证由总波场中扣除 u_i 后的散射波向人工边界之外传播）。在边界区划出一部分区域为人工边界区，它的大小（或宽度）应保证透射公式的正确实施。如果在 p 及 p 以前时刻计算区的总位移场已知，则实行以下计算步骤可以自动完成波动输入并求得 $p+1$ 时刻的总位移。为简化叙述，仅取输入波场为 u_i ，当输入场为 u_r 时，将相应关系式中的 u_i 改为 u_r 即可。

(1) 在人工边界区根据已知的总位移场 $\{u\}^p$ ， $\{u\}^{p-1}$ 和入射位移场 $\{u_i\}^p$ ， $\{u_i\}^{p-1}$ ， \dots ，可求得 p 及 p 以前时刻的散射位移场 $\{u_s\}^p$ ， $\{u_s\}^{p-1}$ ， \dots 。

(2) 由于散射位移场是从计算区之内向外射出的波，可以应用透射公式计算 $p+1$ 时刻人工边界上的散射波场 $\{u_s\}^{p+1}$ 。

(3) 将人工边界上的 $\{u_s\}^{p+1}$ 叠加上已知的 $p+1$ 时刻输入波场 $\{u_i\}^{p+1}$ 则可以得到 $p+1$ 时刻人工边界上的总波场。

(4) 利用内部节点有限元计算公式，可以得到 $p+1$ 时刻除人工边界点外所有其余节点的总波场。

循环 (1) - (4) 计算步骤可以实现波动输入和完成运算。从以上计算步骤还可以看到，使用第三种波动输入方法时，内部波场的计算不限于使用显式递推计算公式，因为在 $p+1$ 时刻人工边界上的总波场可以首先得到，因而，计算内部点总波场时也可以采用隐式的递推计算公式。

与第二种波动输入方法类似，第三种输入方法也可以采用第三种波场分离方法，例如，对图 11.3.5 所示力学模型，当体波由左下侧入射时，人工边界区可以分成三种类型的子区域 D_1 ， D_2 和 D_3 ，（图 11.3.5）。在 D_1 区中采用第一种波场分离方法， D_2 区中采用第二种波场分离方法， D_3 区中由于没有从人工边界外入射能量，可以不进行波场分离。采用第三种波动输入方法时，在各个子区域中的波场均为总波场，因此，计算内部节点位移时不受区域划分的影响，而不必象第二种输入方法那样，必须在各子区域分别进行运算并要考虑各子区域间波场的相互关系。

以上系统地介绍了地震波动问题分析中的波动输入问题。首先介绍了理论研究中经常采用的人射波类型以及根据一参考点的运动时程确定整个输入波场的方法；然后，详细地介绍了三种实现波动输入的实用方法，这三种方法均可以在不增加有限元计算区的前提

下，直接在时域完成长时波动的输入。从实现波动输入的意义上讲，这三种方法均属于精确的输入方法之列，其误差也仅来自入射波场取自于连续介质模型而不是相应的有限元离散模型，即连续介质中的解与离散模型中解之间的差别，但这种误差仅出现在分区界面之上（第一、二种输入方法）或输入人工边界区之内（第三种输入方法），当有限元离散满足离散化准则时，这种误差可以忽略不计。第一种输入方法已经从数学上证明：波动的散射问题可以转化为波源问题，而第二、三种方法实质上也完成了这一转换，只不过是采用一种隐式，或称间接的方法。

11.4 土-结构相互作用分析的一种直接法

前面几节系统介绍了土-结构动力相互作用分析中的透射边界和相应的实现地震波动输入方法，由此可以结合有限元法进行土-结构动力相互作用问题计算。下面将给出土-结构动力相互作用分析的另外一种直接有限元方法^[10]。这一方法采用由物理元件构成的人工边界，具有良好的低频稳定性，不但可以完成地震作用下土-结构动力反应计算，也可用于土-结构系统的模态分析。

11.4.1 粘-弹性人工边界

结构-地基动力相互作用问题分析中引入的人工边界一般是在假设边界上不存在能量反射的前提下推导出来的，例如粘性边界。下面将采取与粘性边界推导过程相类似的方法，在假定外传波形式的基础上推导人工边界条件。

在实际问题中，由局部不规则区或结构基础产生的散射波一般存在几何扩散，因此，对散射波采用柱面波（二维问题）或球面波（三维问题）假设更合理。下面将采用柱面波模拟射向无限介质的散射波。极坐标中出平面柱面波运动方程为

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c_s^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (11.4.1)$$

其中， w 为介质的出平面位移， c_s 为剪切波速 $c_s = \sqrt{G/\rho}$ ， G 为剪切模量， ρ 为质量密度。

对于从坐标原点射出的柱面波可以采用如下形式的解^[13]

$$w(r, t) = \frac{1}{\sqrt{r}} f\left(t - \frac{r}{c_s}\right) \quad (11.4.2)$$

由式 (11.4.2) 和剪应力计算公式 $\tau(r, t) = G \partial w / \partial r$ 可得介质中任一点的剪应力为

$$\tau(r, t) = -G \left[\frac{1}{2r\sqrt{r}} f\left(t - \frac{r}{c_s}\right) + \frac{1}{c_s\sqrt{r}} f'\left(t - \frac{r}{c_s}\right) \right] \quad (11.4.3)$$

其中 f' 表示 f 对括号内变量的导数。任一点的速度可表示为

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{r}} f'\left(t - \frac{r}{c_s}\right) \quad (11.4.4)$$

将式 (11.4.2)，(11.4.4) 代入 (11.4.3) 可得任一半径 r_b 处以矢径 \vec{r}_b 为外法线的微元面上应力同该处速度和位移的关系为

$$\tau(r_b, t) = -\frac{G}{2r_b} w(r_b, t) - \rho c_s \frac{\partial w(r_b, t)}{\partial t} \quad (11.4.5)$$

可以看出，如果在半径 r_b 处截断介质，同时在截断的边界上施加相应分布的物理元

件—粘性阻尼器 C_b 和线性弹簧 K_b

$$C_b = \rho c_s, \quad K_b = \frac{G}{2r_b} \quad (11.4.6)$$

之后, 在边界 $r = r_b$ 上人工边界的条件与式 (11.4.5) 的完全相同。如果能精确确定波源到人工边界的距离 r_b , 可以由式 (11.4.6) 确定人工边界所施加的物理元件的系数, 这样就可以完全消除散射波在人工边界的反射, 即可以精确地模拟波由有限域向无限域的传播。在这里我们把以上由粘性阻尼器和弹簧联合构成的人工边界称为粘—弹性人工边界 (Viscous-Spring Boundary), 如果忽略弹簧, 这一边界即退化为 Lysmer 的粘性边界^[11] (Viscous Boundary)。粘—弹性人工边界可以较容易地合并于一些大型通用程序中。粘—弹性人工边界的特点是不但可以模拟散射波由有限域向无限域的传播, 同时也模拟了人工边界外地球介质的弹性恢复性能。因此, 采用这一人工边界既可进行地震作用下土—结构动力反应计算, 也可开展土—结构系统的模态分析。

由于在人工边界推导时采用了柱面波假设, 可以预计在实际使用中如果采用圆弧形人工边界可以获得较好的模拟精度。但考虑到在土—结构动力相互作用有限元分析中采用平直的人工边界更方便 (虽然这样会损失一定精度), 下面仅研究波在平直人工边界上的反射系数。

入射波仍采取方程 (11.4.2) 给出的形式,

$$w_I(r, t) = \frac{A}{\sqrt{r}} e^{i\omega(t-r/c_s)} \quad (11.4.7a)$$

当 $w_I(r, t)$ 以角度 θ 射到一平直人工边界上时, 将产生反射波 $w_R(r', t)$, 根据镜向原理, 反射波有如下形式

$$w_R(r', t) = \frac{B}{\sqrt{r'}} e^{i\omega(t-r'/c_s)} \quad (11.4.7b)$$

式 (11.4.7) 中 ω 为圆频率, A 和 B 分别表示入射波和由人工边界引起的反射波的幅值系数。在这里, 为表示方便, 对入射波和反射波采用了不同的坐标系 r 和 r' , 两个坐标系的原点关于人工边界对称 (见图 11.4.1), 因此反射波的形式与入射波的形式是相同的。总波场 $w(r, t)$ 为入射波和反射波之和,

$$w(r, t) = w_I(r, t) + w_R(r', t) \quad (11.4.8)$$

人工边界上, $r = r' = r_b$, 式 (11.4.8) 代入式 (11.4.5) 得人工边界条件为

$$\tau_B = - \left(\frac{G}{2r_b} + i\omega\rho c_s \right) (A + B) \frac{1}{\sqrt{r_b}} e^{i\omega(t-r_b/c_s)} \quad (11.4.9)$$

而入射波和反射波在人工边界面上产生的应力分别为

$$\tau_{bI} = G \frac{\partial w_I}{\partial r} \Big|_{r=r_b} \cos\theta = -A \frac{G}{\sqrt{r_b}} \left(\frac{1}{2r_b} + \frac{i\omega}{c_s} \right) \cos\theta e^{i\omega(t-r_b/c_s)} \quad (11.4.10a)$$

$$\tau_{bR} = -G \frac{\partial w_R}{\partial r'} \Big|_{r'=r_b} \cos\theta = B \frac{G}{\sqrt{r_b}} \left(\frac{1}{2r_b} + \frac{i\omega}{c_s} \right) \cos\theta e^{i\omega(t-r_b/c_s)} \quad (11.4.10b)$$

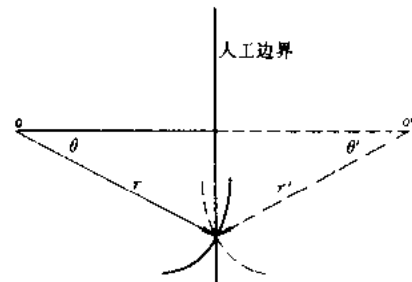


图 11.4.1 入射波和反射波所处的坐标系

在人工边界上,由入射波和反射波产生的应力应满足边界条件

$$\tau_{bl} + \tau_{br} = \tau_B \quad (11.4.11)$$

将式 (11.4.9) 和 (11.4.10) 代入式 (11.4.11) 经整理后得人工边界的反射系数 $R = |B/A|$ 为

$$R = (1 - \cos\theta)/(1 + \cos\theta) \quad (11.4.12)$$

式 (11.4.12) 给出的波的反射系数与 Lysmer 粘性边界的形式相同,即粘—弹性人工边界的反射系数 R 也随入射角 θ 的增加而增大。虽然表面上看这两种人工边界的精度相同,但是,由于推导粘—弹性人工边界时对散射波场的假设更符合实际情况,因此实际上粘—弹性人工边界的精度一般高于粘性人工边界,这一点可以通过算例证明。

在设置人工边界时,粘性阻尼器与散射波源到人工边界的距离 r_b 无关,但弹簧的刚度与之相关。实际问题中散射源并不是一个点源,而是空间分布的线源或面源,因此 r_b 只能在平均的意义下选取,在本节所给出的算例中,为程序操作方便,在每一条平直的人工边界上 r_b 均取同一值,并简单地取为由坐标原点到人工边界的最短距离。

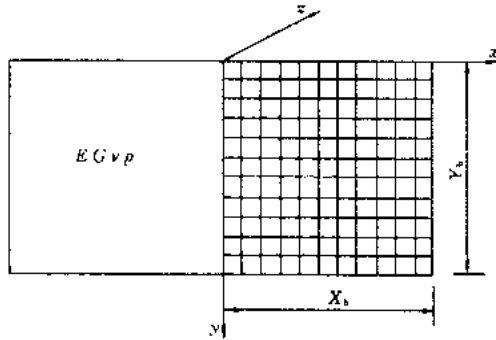


图 11.4.2 均匀弹性半空间力学模型

连续介质中的波动问题包括波源问题和散射问题两类。一般情况下,波源问题中含有更丰富的高频成分,而高频波动更容易使人工边界产生误差。本节以波源问题为例来检验粘—弹性人工边界用于波动问题时的精度和有效性。

第一个算例为一个均匀弹性半空间的 SH 型波源问题,力学模型如图 11.4.2 所示。算例中介质的剪切模量和密度分别取 $G=1$ 和 $\rho=1$, 剪切波速 $c_s=1$ 。波源为沿 z 方向作用于弹性半空间表面的暂态分布荷载 $F(t, x) = T(t)S(x)$, $T(t)$ 为持续时间为 1 的三角形脉冲,震源空间分布函数 $S(x)$ 在有限区间上均匀分布,它们的表达式如下:

$$T(t) = \begin{cases} 2t & 0 \leq t \leq 0.5 \\ 2(1-t) & 0.5 < t \leq 1 \\ 0 & \text{其它情形} \end{cases} \quad (11.4.13)$$

$$S(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1 \\ 0 & \text{其它情形} \end{cases} \quad (11.4.14)$$

计算区为 $|x| \leq X_b$ 和 $0 \leq y \leq Y_b$, $X_b = Y_b = 2$ 。采用正方形单元将计算区离散,单元的尺寸为 $\Delta x = \Delta y = 0.05$, 时域逐步积分计算采用中心差分法,时间步长 $\Delta t = 0.025$ 。

取三个观测点 A、C、D, 其坐标分别为 $(x, y) = (0, 0), (2, 0)$ 和 $(0, 2)$ 。图 11.4.3 中标记为 V.S.B. 的理论地震图相应于采用有限元法并应用粘—弹性人工边界的计算结果,图中也给出了相应的精确解(扩展边界的有限元解)、采用固定边界和粘性边界时的数值解,它们分别记为 E.S.、R.B. 和 V.B.。计算结果表明,采用粘—弹性人工边界时的结果比粘性边界的更接近精确解,并且,粘—弹性边界的计算位移随时间而逐渐收敛于 0 值,而粘性边界则收敛到一非零常值,因此,粘—弹性边界的效果比粘性边界好,而固定边界的效果最差。由于在确定人工边界的弹簧刚度时,只简单地用坐标原点到

人工边界的最短距离而不是用到人工边界上各不同点的距离作为 r_b ，因此所确定的刚度系数总体上偏大，使计算位移恢复至 0 的速度变快，否则结果会进一步改善。

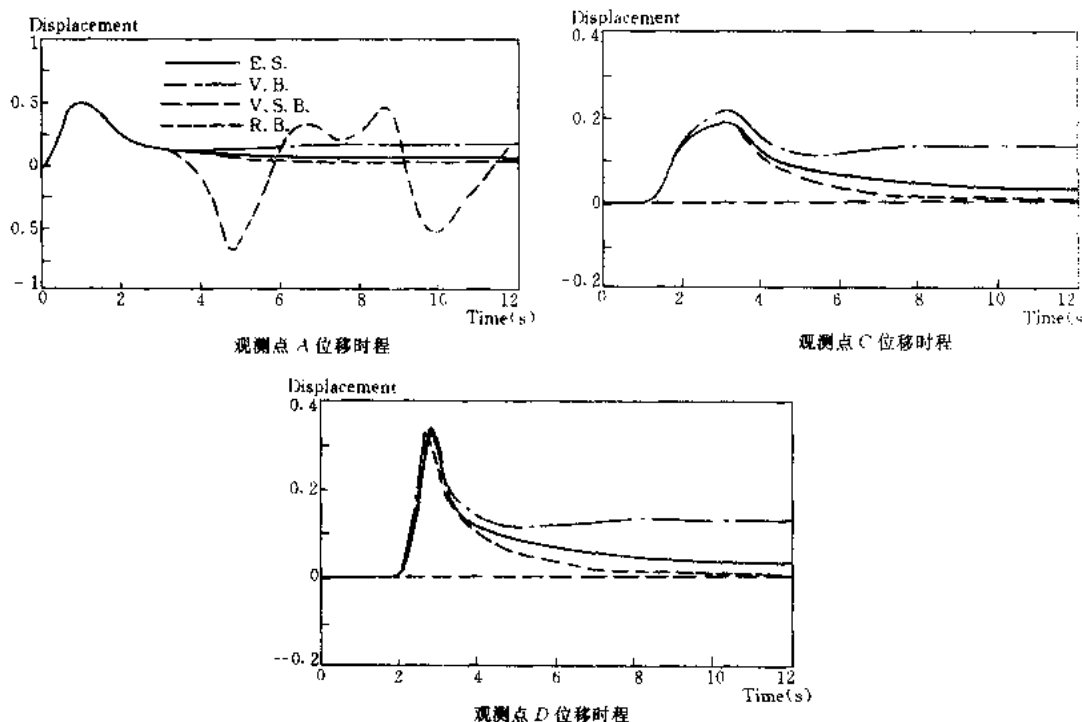


图 11.4.3 人工边界出平面波动算例

第二个算例为平面内波动问题，算例的模型与 SH 型算例的相同。介质的弹性模量 $E = 2.5$ ，泊松比 $\nu = 0.25$ ，介质密度 $\rho = 1$ ， $c_s = 1$ 和 $c_p = \sqrt{3}$ ，表面波源荷载的形式与 SH 型算例相同，只是作用方向变为 y 方向，荷载作用的持续时间为 2。平面内波动问题中，在人工边界的切线和法线两个方向上均需施加阻尼器和弹簧，切线方向上的元件与 SH 型问题相同，而法线方向上阻尼器和弹簧之值应从理论上重新推导，但本算例仅将式 (11.4.6) 中的 G 和 c_s 简单地用 E 和 c_p 替换。取四个观测点 A、B、C 和 D，其坐标相应为 $(x, y) = (0, 0)$ ， $(1, 0)$ ， $(2, 0)$ 和 $(0, 2)$ ，它们的理论地震图见图 11.4.4。由图 11.4.4 可见，粘—弹性边界的效果仍优于粘性边界。

从以上的计算结果可以看出，粘—弹性人工边界有良好的稳定性，不会发生由人工边界引起的失稳，因而可用于长持时的波动问题，例如可用于分析真实地震波输入时土—结构动力相互作用问题，并且通过与精确解和采用标准粘性边界时的数值解的比较说明，这种粘—弹性人工边界的精度可以满足工程需要。

11.4.2 地震波动输入方法

本节给出一种新的、适用于粘—弹性人工边界的波动输入方法。其基本原理和方法也适用于其它某些类型的人工边界，如粘性边界和无穷元边界^[12]。最后，通过算例来验证此输入方法的效果。

这一方法通过将地震波动输入问题转化为波源问题，即将输入地震动转化为直接作用于人工边界上的等效荷载的方法来实现波动输入。

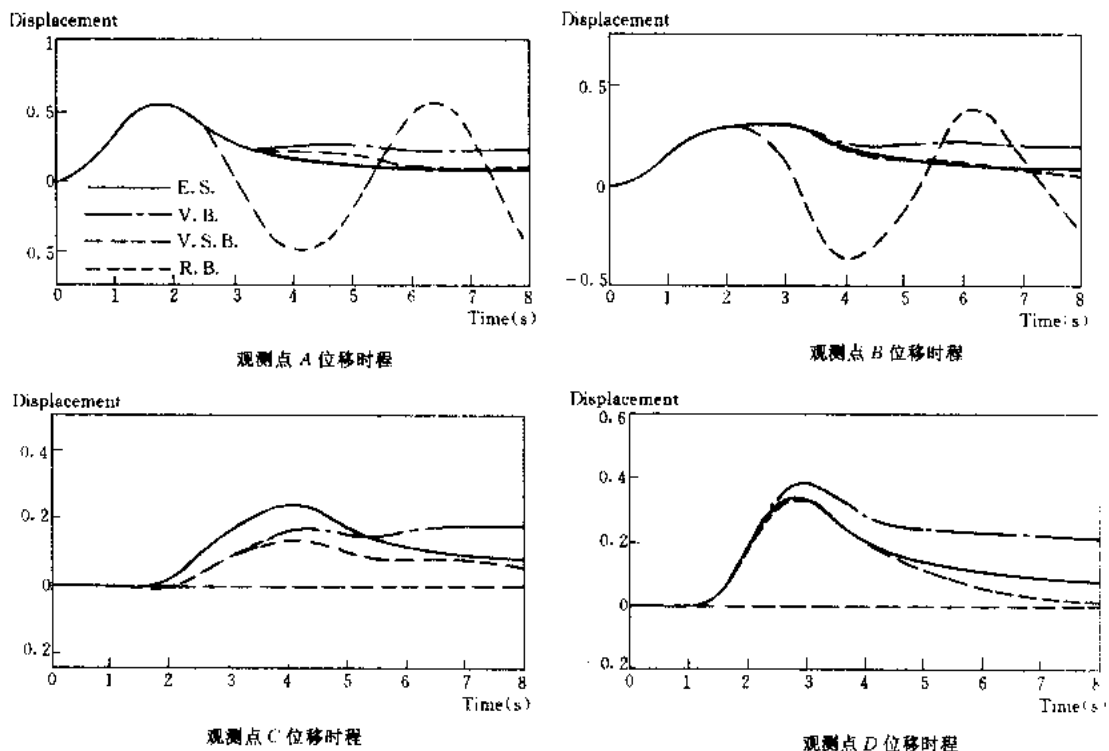


图 11.4.4 人工边界平面内波动算例 (竖直位移)

人工边界上的运动由已知入射波和由结构基础产生的散射波组成, 散射波由人工边界吸收, 而入射波则需采用一定的方法输入到计算区中。由于采用将输入问题化为源问题的方法处理波动输入, 满足力的叠加原理, 在边界上入射波场和散射波场互不影响。因此, 可以将入射波和散射波分开处理, 在以下讨论中仅考虑入射波场。

设 $w_0(x, y, t)$ 为已知入射波场, 即自由波场, 波的人射角度可以是任意的, 在人工边界上入射波产生的位移为 $w_0(x_B, y_B, t)$ 。如果用人工边界从半无限介质中切取出有限的计算区域, 则准确实现波动输入的条件是在人工边界上施加的等效荷载应使人工边界上

的位移和应力与原自由场的相同, 即

$$w(x_B, y_B, t) = w_0(x_B, y_B, t) \quad (11.4.15)$$

$$\tau(x_B, y_B, t) = \tau_0(x_B, y_B, t) \quad (11.4.16)$$

其中 τ_0 是在原连续介质中由位移 w_0 产生的应力。

为实现波动输入, 设在人工边界点 B 上施加的应力为 $F_B(t)$ 。采用一般力学分析中的脱离体概念, 将人工边界与附加其上的物理元件 (弹簧和阻尼) 脱离 (见图 11.4.5)。图中 $f_B(t)$ 为物理元件和人工边界联接处的内力。则人工边

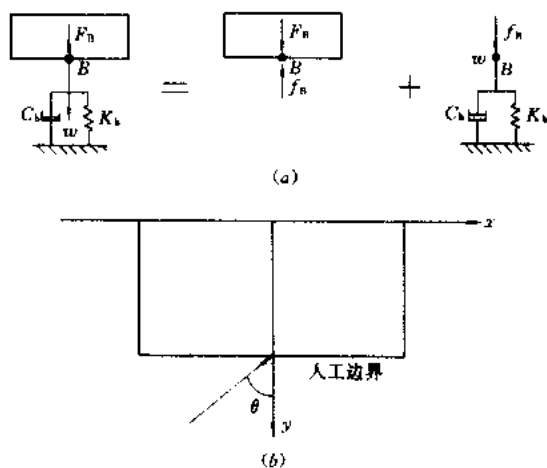


图 11.4.5 (a) 人工边界及其脱离体示意
(b) 波动斜入射

界上 B 点的应力为

$$\tau(x_B, y_B, t) = F_B(t) - f_B(t) \quad (11.4.17)$$

式 (11.4.16) 代入式 (11.4.17) 得

$$F_B(t) = \tau_0(x_B, y_B, t) + f_B(t) \quad (11.4.18)$$

由弹簧和阻尼器构成的物理元件的运动方程为

$$C_b \dot{w}(x_B, y_B, t) + K_b w(x_B, y_B, t) = f_B(t) \quad (11.4.19)$$

将 (11.4.15) 代入式 (11.4.19) 得

$$f_B(t) = C_b \dot{w}_0(x_B, y_B, t) + K_b w_0(x_B, y_B, t) \quad (11.4.20)$$

将式 (11.4.20) 代入式 (11.4.18) 可得

$$F_B(t) = \tau_0(x_B, y_B, t) + C_b \dot{w}_0(x_B, y_B, t) + K_b w_0(x_B, y_B, t) \quad (11.4.21)$$

在式 (11.4.21) 中, w_0 为已知, 而速度 \dot{w}_0 和应力 τ_0 可根据 w_0 求得。因此由 (11.4.21) 可以得到施加于人工边界上的总荷载 $F_B(t)$, 由此可在粘—弹性边界上实现波动输入。

对于更一般情况, 若人工边界上施加的物理元件的运动方程满足

$$f_B(t) = f_B(w, \dot{w}, \ddot{w}, t) \quad (11.4.22)$$

则进行波场输入时, 人工边界上应施加的应力为

$$F_B(t) = \tau_0(x_B, y_B, t) + f_B(t) \quad (11.4.23)$$

式 (11.4.23) 对粘性边界、无穷元边界都适用。例如对于粘性边界, 一斜入射波

$$w_0 = w_0(x \sin \theta - y \cos \theta - c_s t) \quad (11.4.24)$$

由半空间入射 (如图 11.4.5 所示), 在底部人工边界上有

$$\tau_0 = \rho c_s \cos \theta \dot{w}_B \quad (11.4.25)$$

其中 $w_B = w_0(x_B, y_B, t)$, \dot{w} 表示 w 对 t 的导数。而 $f_B(t)$ 为

$$f_B(t) = \rho c_s \dot{w}_B \quad (11.4.26)$$

则由方程 (11.4.23) 可以得到在人工边界上所需施加的应力为

$$F_B(t) = \rho c_s (1 + \cos \theta) \dot{w}_B \quad (11.4.27)$$

当 $\theta = 0$ 时, 有

$$F_B(t) = 2\rho c_s \dot{w}_B \quad (11.4.28)$$

上式结果与其它作者给出的一维波动输入精确方法的结果完全相同^[13,14]。

值得指出的是, 其他作者仅给出了波沿竖直方向入射, 即一维波动输入时的精确输入方法, 而本节给出的输入方法可以处理波动斜入射, 即可以模拟波动的多点输入过程。

对于二维平面内问题和三维问题, 需要在边界点的双向 (二维) 或三向 (三维) 施加物理元件构成人工边界, 此时首先求出人工边界上由入射波场产生的应力, 然后用式 (11.4.21) 求出每个方向上所要施加的应力, 即可完成波动的输入。

为了说明波动输入方法的精度, 下面采用均匀弹性半空间受平面波入射问题加以讨论。波动输入算例采用的力学模型如图 11.4.6 所示, 为一弹性半空间模型, 介质参数为:

剪切模量 $G = 5.292 \times 10^6 \text{ Pa}$, 弹性模量 $E = 1.323 \times 10^7 \text{ Pa}$, 泊松比 $\nu = 0.25$, 质量密度 $\rho = 2.7 \text{ kg/m}^3$, 波速为 $c_s = 1400 \text{ m/s}$, $c_p = 2425 \text{ m/s}$ 。计算区的范围为 $X_b = Y_b = 381 \text{ m}$ 。有限元单元的尺寸为 $\Delta x = \Delta y = 19.05 \text{ m}$, 时间步长取为 $\Delta t = 0.005 \text{ s}$ 。SV 波由弹性半空间入射, 入射角分别取为 $\theta = 0^\circ$ 和 30° , 入射波时程 $g(t)$ 示于图 11.4.7。

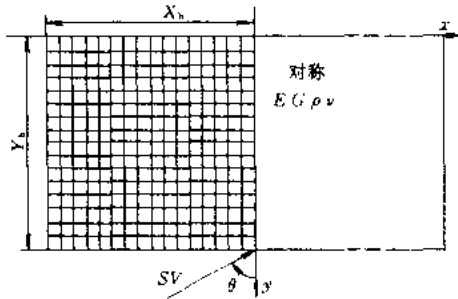


图 11.4.6 弹性半空间模型

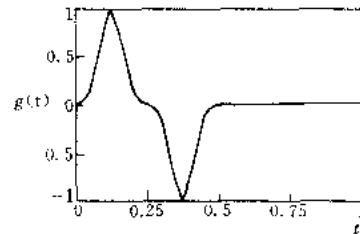


图 11.4.7 入射波时程

图 11.4.8 和图 11.4.9 分别给出入射角为 $\theta = 0^\circ$ 和 30° 时模型中四个观测点 A, B, C, D 的位移时程, 这四个点的坐标分别为 $(0, 0)$, $(0, 381)$, $(381, 381)$ 和 $(381, 190.5)$, 图中虚线为解析解, 实线为采用以上波动输入方法和粘一弹性人工边界时的数值解。由图 11.4.8 和图 11.4.9 可以清楚地看出, 采用本节给出的输入方法得到的结果与解析解符合得非常好。说明这一输入方法在处理 SV 波入射时是准确的。

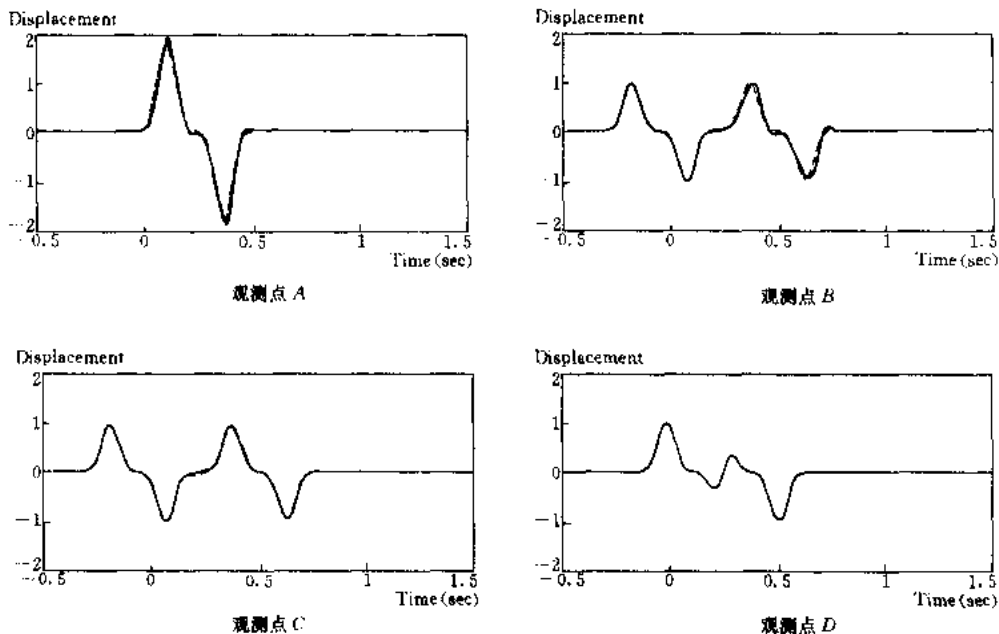


图 11.4.8 弹性半空间 SV 波入射时水平位移时程 ($\theta = 0^\circ$)

对于平面 SH 和 P 波入射的情况也进行了计算分析, 并特别考虑了平面波以大角度入射情况, 所得结果与 SV 波入射波一样, 与解析解均符合得非常好, 说明本节给出的输入方法在处理 SH 和 P 波入射时同样是准确的。

11.4.3 地震波动散射问题算例

本节将在以上粘一弹性人工边界和波动输入方法的基础上, 利用有限元软件计算二维

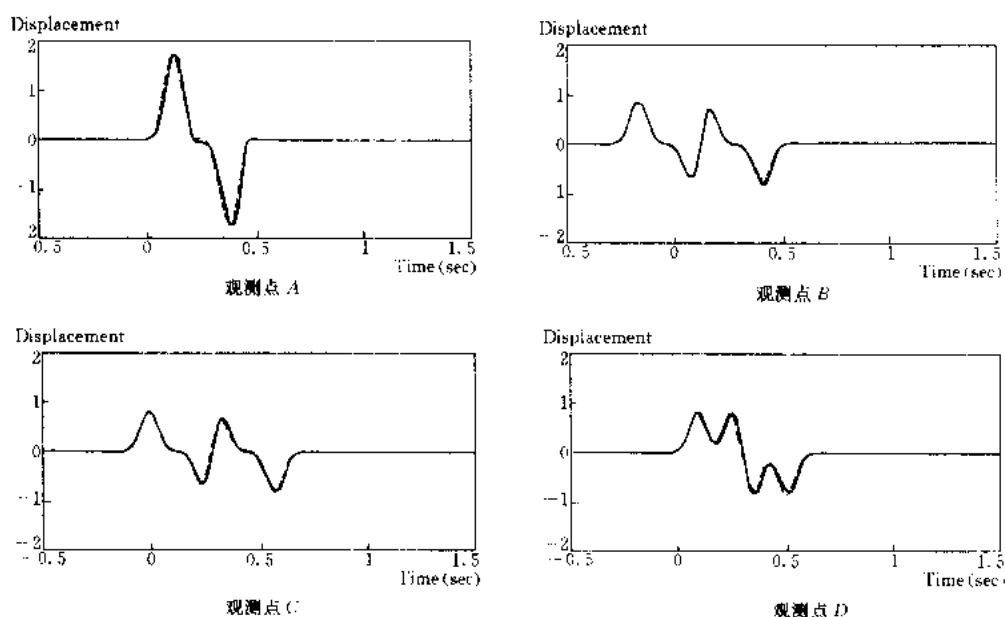


图 11.4.9 弹性半空间 SV 波入射时水平位移时程 ($\theta = 30^\circ$)

半圆形山谷在平面 SH 波入射时的反应问题，并将计算结果与文献[15]给出的解析解进行对比以验证方法的精度和有效性。

算例采用的计算模型和坐标系见图 11.4.10，介质参数为：剪变模量 $G = 5.292 \times 10^6 \text{ Pa}$ ，质量密度 $\rho = 2.7 \text{ kg/m}^3$ ，剪切波速 $c_s = 1400 \text{ m/s}$ 。

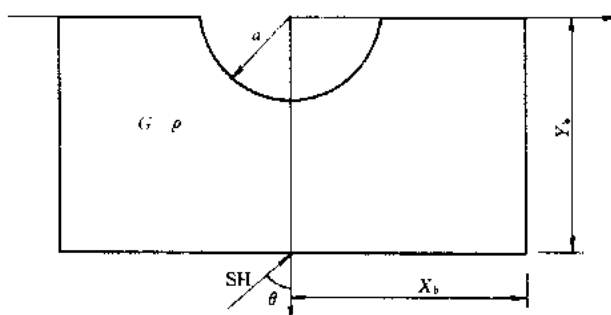


图 11.4.10 SH 波入射半圆形山谷模型

用人工边界从无限介质中取出有限计算区域，并用有限元法离散。靠近人工边界区域单元尺寸为 $\Delta x = \Delta y = 19.05 \text{ m}$ ，靠近半圆形山谷区域的单元适当加密，时间步长取为 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ ，有限计算区的范围为 $X_b = Y_b = 476.25 \text{ m}$ ，半圆形山谷的半径为 $a = 190.5 \text{ m}$ 。

时域分析中入射 SH 波为一脉冲波。应用有限元法获得 SH 入射时半圆形山谷的地表位移时程，为与解析解比较，再利用傅氏变换将时域解变换到频域。

定义无量纲频率为

$$\eta = 2a/\lambda = \omega a/\pi c_s$$

其中 λ 为谐波波长， ω 为频率， c_s 为波速。可见 η 为表示半圆形山谷直径与入射 SH 波波长之比的特征系数。

图 11.4.11 至 11.4.14 给出了平面 SH 波以 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 入射, 无量纲频率 $\eta = 0.25, 0.50, 0.75, 1.0$ 时地表位移放大系数, 图中横坐标为空间位置, 纵坐标为地表位移放大系数, 实线为解析解, 离散的圆点为采用本节方法得到的数值解。对比二者可以清楚地看出, 采用本节方法得到的数值解和解析解符合得很好, 这再次表明, 本节给出的输入方法是准确的, 同时粘—弹性人工边界具有较满意精度, 因而, 本节给出的一整套方法用于分析土—结构动力相互作用问题是可行的。

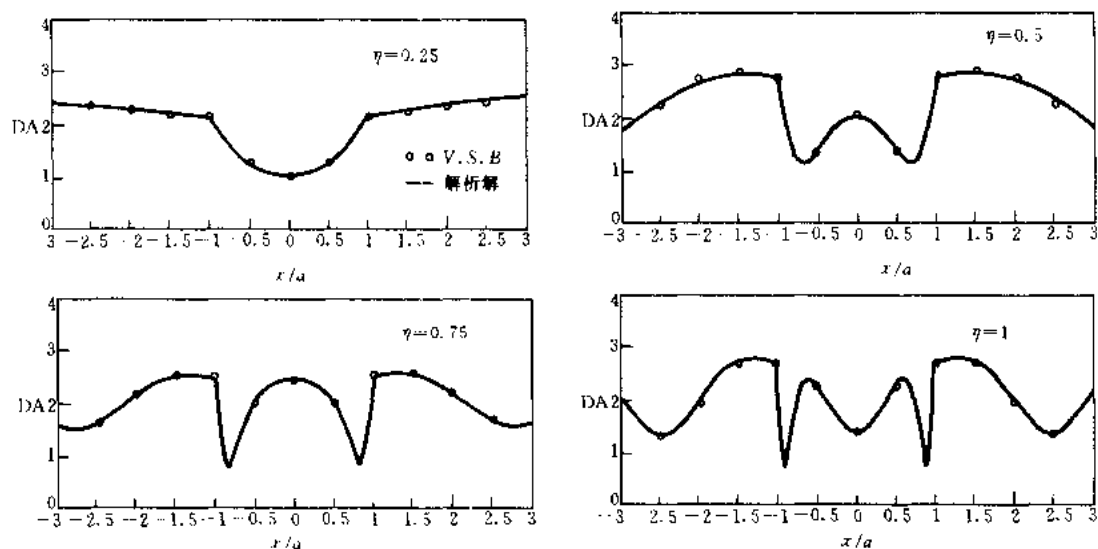


图 11.4.11 SH 波 0° 入射时半圆形山谷地表位移放大系数

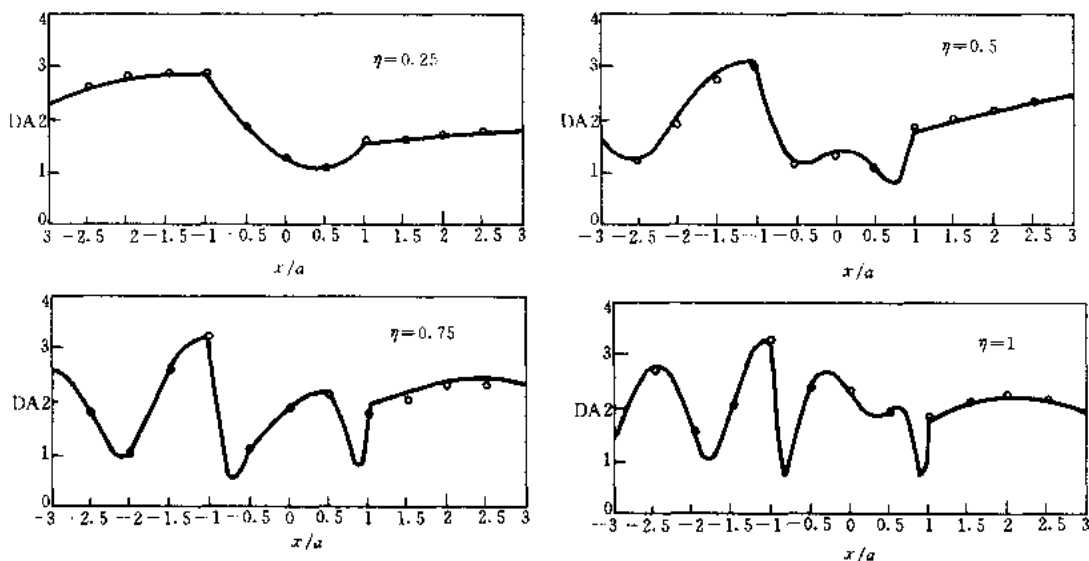


图 11.4.12 SH 波 30° 入射时半圆形山谷地表位移放大系数

本节给出了一种研究土—结构动力相互作用问题的直接方法。这一方法提供了一个平台可使大型结构通用分析软件能够分析土—结构动力相互作用问题, 而且可以随时跟踪大型通用软件的更新和发展, 使用最先进的软件来分析土—结构动力相互作用问题。

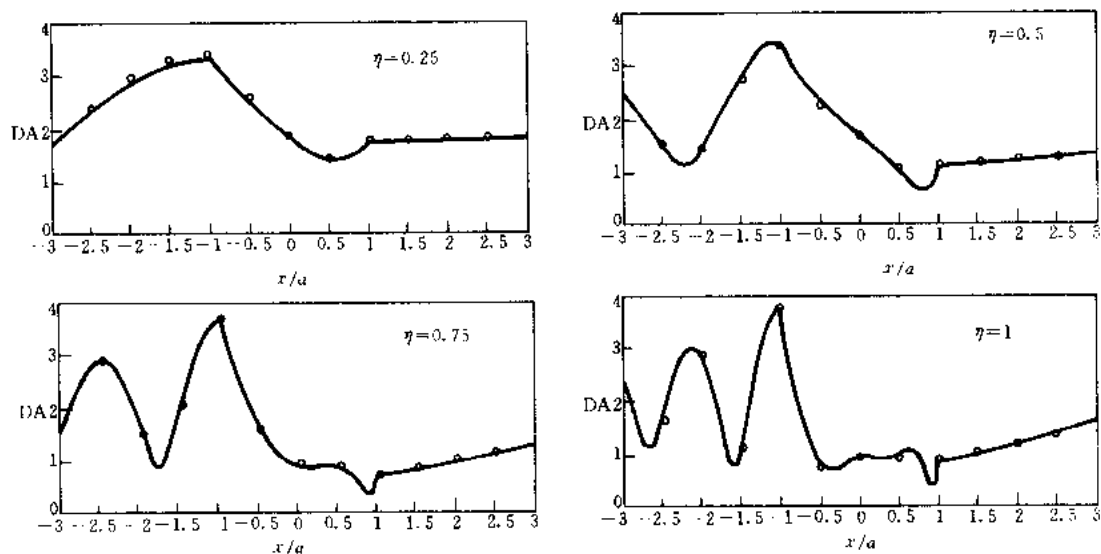


图 11.4.13 SH波 60°入射时半圆形山谷地表位移放大系数

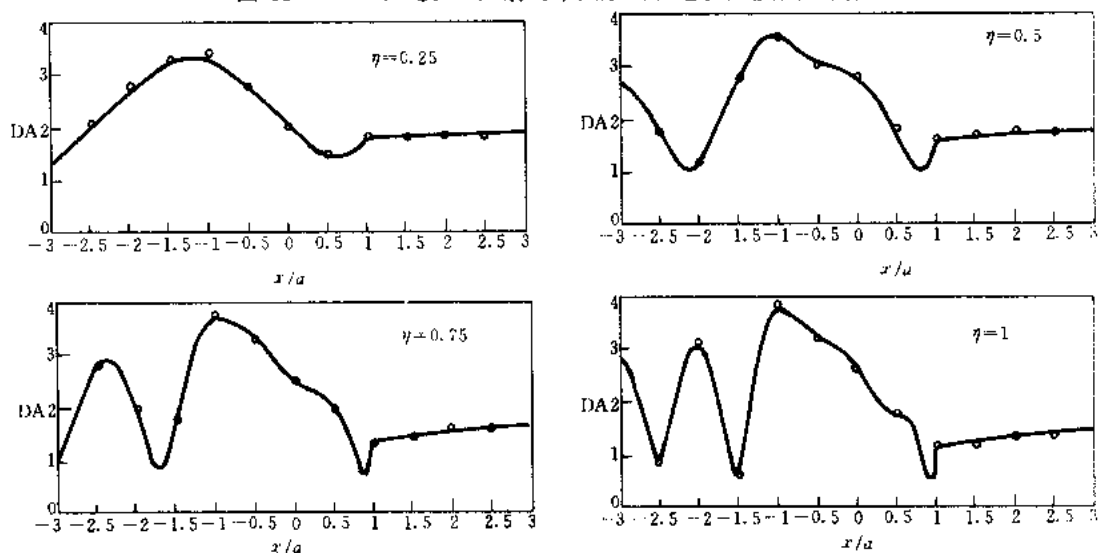


图 11.4.14 SH波 90°入射时半圆形山谷地表位移放大系数

参 考 文 献

- 1 张楚汉. 结构—地基动力相互作用问题. 结构与介质相互作用理论及其应用. 南京: 河海大学出版社, 1993年6
- 2 林皋. 结构和地基相互作用体系的地震反应及抗震设计. 中国地震工程研究进展. 北京: 地震出版社, 1992
- 3 廖振鹏. 法向透射边界条件. 中国科学(E辑), (26)2, 185—192, 1996
- 4 Kausel, E., Local transmitting boundaries, J. Engng. Mech., Vol. 114, No. 6, 1011—1027, 1988
- 5 Wolf, P. J., A comparison of time-domain transmitting boundaries, Earthq. Engng. Struct. Dyn., Vol. 14, 655—673, 1986
- 6 廖振鹏. 工程波动理论导引. 北京: 科学出版社, 1996
- 7 廖振鹏, 黄孔亮, 杨柏坡, 袁一凡. 暂态波透射边界, 中国科学, A辑, (27)6, 556—564, 1984

- 8 廖振鹏,刘晶波.波动有限元模拟的基本问题,中国科学,B辑,(35)8,874—882,1992
- 9 Kennett, B. L. N., *Seismic Wave Propagation in Stratified Media*, Cambridge University Press, New York, 1983
- 10 刘晶波,吕彦东.结构—地基动力相互作用问题分析的一种直接方法.土木工程学报,(31)3,1998
- 11 Lysmer, J. and R. L. Kulmeyer, Finite dynamic model for infinite media, *J. Engng. Mech. Div. ASCE*, Vol. 95, 759—877, 1969
- 12 赵崇斌,张楚汉,张光斗.用映射动力无穷元求解地基中的三维波动问题.中国科学,A辑,(31)10,1109—1120,1988
- 13 Joney, W. B. and A. T. F. Chen, Calculation of nonlinear ground response in earthquake, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, Vol. 65, No. 5, 1315—1336, 1975
- 14 王明洋,赵跃堂,钱七虎.用波动有限元法分析土与结构相互作用时设置人工边界的两个问题.岩土工程学报,(17)1,92—95,1995
- 15 Trifunac, M. D., Scattering of plane SH-waves by a semi-cylindrical canyon, *Earthq. Engng. Struct. Dyn.*, Vol. 1, 267—281, 1973
- 16 J. Lysmer, 土动力学的分析方法,地震工程和土动力问题译文集.谢君斐等译,北京:地震出版社,1985
- 17 林皋,栾茂田,陈怀海.土—结构相互作用对高层建筑非线性地震反应的影响.土木工程学报,(26)4,1—13,1993年8
- 18 熊建国.土—结构动力相互作用问题的新进展.防护工程,3,27—39,1993
- 19 熊建国.土—结构动力相互作用问题的新进展(续).防护工程,4,35—41,1993
- 20 Wilson, E. L., A method of analysis for the evaluation of foundation-structure interaction, *Proc. 4th World conf. Earthquake Eng.*, Santiago, Chile, 1969
- 21 Akiyoshi, T., Compatible viscous boundary for discrete models, *J. Engng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 104, 1253—1266, 1978
- 22 Lysmer, J. and G. Wass, Shear waves in plane infinite structures, *J. Engng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 98, 85—105, 1972
- 23 Moriyama, K., G. Dasgupta and M. Shinozuka, Soil—structure interaction analysis by using cloning algorithm, *Proc. of Ninth world Conf. Earthq. Engng.*, Tokyo-Kyoto, Japan, Vol. III, 349—354, 1988
- 24 Smith, W. D., A nonreflecting plane boundary for wave propagation problems, *J. Comp. Phys.*, Vol. 15, No. 4, 492—503, 1974
- 25 Clayton, R. and B. Engquist, Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, Vol. 67, No. 6, 1529—1540, 1977
- 26 廖振鹏,杨柏坡,袁一凡.建筑物对竖向地面运动的反馈影响及暂态波透射边界的应用.地震工程与工程振动,试刊2期,9—26,1981
- 27 廖振鹏.无限弹性介质中暂态标量波问题的有限模型.地震工程与工程振动,(2)4,38—52,1984
- 28 Novak, M., Nogami, T., and Abou-El-Elia, F., Dynamic soil reactions for plane strain case, *J. Engng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 104, 953—959, 1978
- 29 Yasui, Y., S. Takano, T. Takeda, A. Miyamoto, O. Kurimoto and R. Ishikawa, Finite element method for obliquely incident seismic wave problems, *Proc. Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. III, Tokyo-Kyoto, Japan, 447—452, 1988
- 30 廖振鹏.近场波动问题的有限元解法.地震工程与工程振动,(4)2,1—14,1984
- 31 Seed, H. B. and I. M. Idriss, Soil-structure interaction of massive embedded structures during earthquake, *Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, Paper No. 233, Rome, 1973
- 32 王怀忠,孙钧.L-D复合边界—深埋地下结构有限元动力分析的一个重要概念,防护工程,1991(2):29
- 33 Wolf, P. J. and Song, C. M., *Finite-Element Modelling of Unbounded Media*, John Wiley & Sons Ltd, England, 1996

第 12 章 周期反复荷载作用下钢筋混凝土材料及构件的性能

12.1 钢材

12.1.1 钢材的强度和变形

钢筋混凝土结构所用的钢筋可分为两类：有明显流幅的钢筋和没有明显流幅的钢筋。有明显流幅钢筋的典型应力应变曲线如图 12.1.1 所示。图中 a 点以前，应力应变为直线关系， a 点的应力称为比例极限。超过 a 点以后，应变急剧增加，应力基本不变，到达 b 点进入屈服阶段， b 点为屈服上限，由于受到许多因素的影响，屈服上限是不稳定的。应力到达屈服下限 c 点时，应力保持稳定不变，应变增长形成屈服台阶或流幅 (cf)，因此一般以屈服下限 c 点的应力做为钢筋的屈服强度。过 f 点以后，进入强化阶段，应力应变关系表现为上升的曲线。到达 d 点后，钢筋产生颈缩现象，应力开始下降，但应变仍能增长，到 e 点钢筋被拉断。 d 点称为抗拉强度，或极限强度。

在计算分析中，通常可认为比例极限 (a 点) 和屈服强度 (c 点) 接近相等。屈服台阶 cf 的大小随钢筋品种而异，对应于 e 点的横坐标称为延伸率 δ_5 或 δ_{10} (即标距为 5 倍或 10 倍钢筋试件直径)，它是衡量钢筋塑性性能的一个指标。含碳量越低的钢筋，屈服台阶越长，延伸率也越大，塑性性能越好。

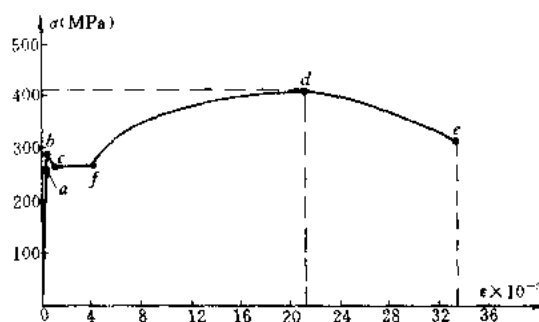


图 12.1.1 有明显流幅钢筋的应力应变曲线

在钢筋混凝土结构计算中，一般取屈服点作为钢筋强度的设计依据，这是

因为当钢筋应力达到屈服以后，将产生很大的塑性变形，而且在卸荷时这部分变形是不可恢复的，这将使构件出现很大的变形和不可闭合的裂缝，以致不能使用。

含碳量高的钢筋没有明显的流幅，它的强度比低碳钢筋为高，但延伸率大为减少，塑性性能降低。通常取相应于残余应变为 0.2% 的应力 $\sigma_{0.2}$ 作为没有明显流幅钢筋的假定屈服强度，或条件流限。图 12.1.2 给出了我国常用的 I (HPB235)、II (HRB335)、III (HRB400)、IV 级热轧钢筋的应力—应变曲线。从图中可见，随着钢筋屈服强度的提高，屈服台阶越益变短。若以延伸率 δ_5 作为衡量钢筋塑性性能的一个指标，I、II、III、IV 级钢筋和高碳钢丝相应为 25%、16%、14%、10% 和 2%。

塑性好的钢筋，延伸率大，能给出拉断前的预兆，属于延性破坏；塑性差的钢筋，延伸率小，拉断前缺乏足够的预兆，破坏是突然的具有脆性的特征。为了保证构件破坏前有足够的预兆，对于钢筋品种的选择需要考虑强度和塑性两方面的要求。尤其对于抗震结

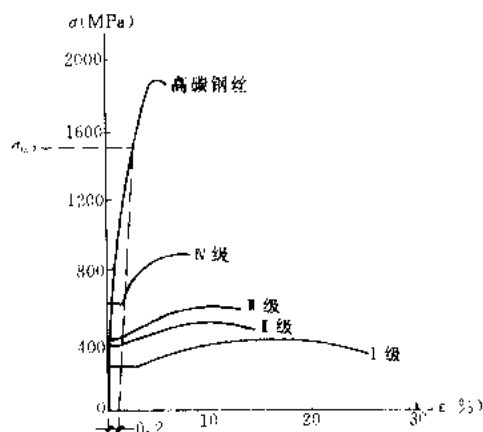


图 12.1.2 各级钢筋的应力应变曲线

但强度低，需在冶炼过程中控制其它元素的含量来提高钢的强度。增加含碳量可提高钢的强度，但使塑性和可焊性降低。一般低碳钢如 3 号钢的含碳量 $\leq 0.22\%$ ，高碳钢含碳量大于 0.6% 。锰、硅可提高钢的强度，并保持一定的塑性。磷、硫是有害元素，含量超过一定限度时，使钢筋易于脆断，塑性显著降低，而且对焊接质量也有不利影响。普通低合金钢除上述元素外，还加入少量合金元素。图 12.1.2 为各级钢筋和碳素钢丝的应力应变曲线，由图可知，随钢材强度的提高其塑性性能降低。因此，在抗震结构中一般应采用 I、II 和 III 级钢筋。纵向钢筋宜采用热轧 II、III 级变形钢筋，箍筋宜采用 I、II 级热轧钢筋。同时对钢筋抗拉强度与屈服强度的比值也有一定的要求，一般不小于 $1.25^{[1]}$ 。

钢筋按其外形特征可分为光圆钢筋和变形钢筋两类。光圆钢筋与混凝土的粘结强度较低，变形钢筋由于凸出的肋与混凝土的机械咬合作用具有较高的粘结强度。变形钢筋过去长期采用的是纵肋与横肋相交的螺旋纹外形，为了克服这种钢筋在轧制工艺和使用性能上的缺点，近年来新研制成一种纵肋与横肋不相交的月牙纹钢筋。目前在变形钢筋的生产和应用中，月牙纹钢筋已经占较大的比例。

钢结构钢材与钢筋类似，通常采用低碳钢，低合金高强度钢和热处理低合金高强度钢。钢结构所用材料不但要强度高，弹性好，并应有较好的塑性、韧性、可焊性和冷弯性等重要的机械力学性能。

12.1.2 应变速度对应力—应变曲线的影响^[2]

钢材的屈服强度随应变速度的提高而提高，但随着钢材设计强度的提高，其提高值则逐渐减少，钢材的塑性性能（如屈服台阶长短、极限延伸率等）却变化不大。

构，设计中要求结构在强震下“裂而不倒”，应有足够的延性，钢筋需具有良好的塑性。

为了使钢筋在加工成型时不发生断裂，要求钢筋具有一定的冷弯性能，冷弯是反映钢筋塑性性能的另一个指标。冷弯试验就是检验钢筋绕一钢辊能弯转多大的角度而不断裂。钢辊的直径越小，弯转角度越大，钢筋的塑性就越好。冷弯与延伸率对钢筋塑性的标志是一致的。

钢筋的化学成份除铁元素外，还含有少量的碳、锰、硅、磷、硫等元素。钢筋的力学性能主要取决于它的成份，其中铁是主要成份，

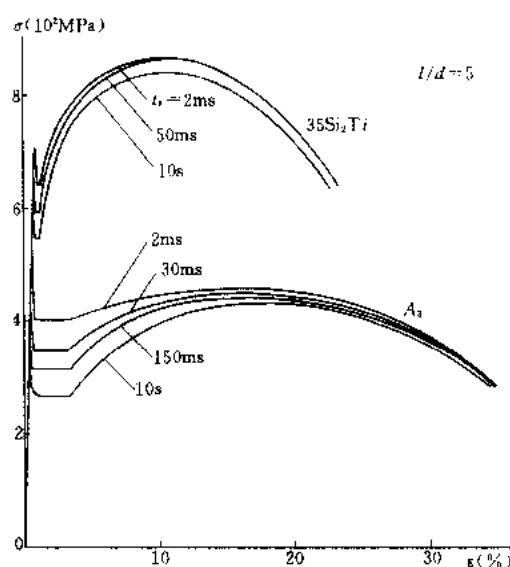


图 12.1.3 应变速度对不同品种钢材应力-应变的影响

应变速度用从开始加载到屈服的时间 t_s 表示。图 12.1.3 表示了 I 级热轧钢 (A_3) 和合金钢 ($35Si_2Ti$) 的应力-应变曲线随应变速度的变化。 t_s 相应为 10s、50ms、2ms，从图中可见， A_3 屈服强度提高 50%， $35Si_2Ti$ 提高 17%，而两种钢材的极限强度和延伸率变化不大。

图 12.1.4 给出了我国建筑用热轧钢的屈服强度受应变速度的影响的实测结果，它反映出同样的强度提高规律。用不同应变速度时的屈服强度与标准静载下的屈服强度的比值 K_e 表示同一类型钢材的强度提高比。当 t_s 为 (100~2) ms 时，I 级钢筋的强度提高比为 1.16~1.45，II 级为 1.07~1.20，III 级为 1.05~1.15，IV 级为 1.04~1.13。

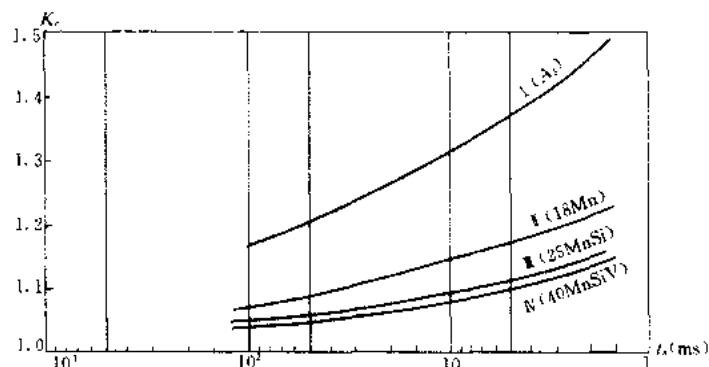


图 12.1.4 热轧钢材强度提高比与应变速度的关系

地震作用下钢筋混凝土结构中受力钢筋，从开始受到附加的地震作用直至屈服的时间一般较长，因而强度的提高比通常不超过 1.1，塑性性能变化不大。故在抗震设计中，仍采用标准静力张拉试验所得的钢材强度与变形指标。

12.1.3 钢材的应力软化^[3,4,5]

由于地震区的房屋建筑需要考虑地震的作用，因此在低周反复荷载作用下的钢材力学性能，日益受到重视。

当一单轴受拉或受压构件，如果只承受单向重复荷载，即受拉或受压时，其加载、卸载在破坏前的应力-应变曲线，如图 12.1.5 所示。卸载时应力-应变曲线为直线，与加载时弹性的应力-应变直线相平行，而再加载时，则将沿着卸载时的直线上升，然后沿单调加载下的骨架线前进。

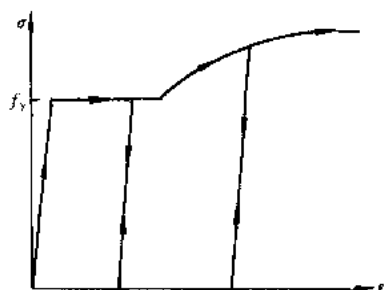


图 12.1.5 承受单向重复荷载时钢材的应力-应变曲线

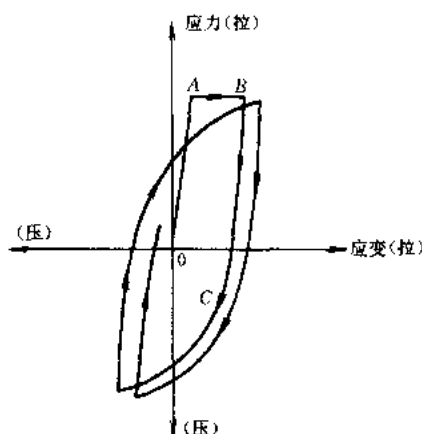


图 12.1.6 钢材承受反复拉压荷载下，应力达到塑性阶段时的应力-应变曲线

承受反复拉压荷载时的钢材，当应力达到塑性阶段时，其反复荷载下的应力—应变曲线如图 12.1.6 所示。当应力超过弹性变形 A 到达 B 时开始卸载，卸载时应力—应变曲线与弹性变形时应力—应变曲线平行，但反向受压时，其弹性极限到达 c 点后，即开始塑性变形，此时的弹性极限较未受反复荷载时的受压弹性极限为低，反映了钢材的应力软化现象，这就是通常所称的包兴格（Bauschinger）效应。

早在 1887 年，德国包兴格通过对钢材拉压试验揭示出钢材软化现象，认为经过拉伸（或受压）超过弹性变形产生塑性变形后，其反向受压（或受拉）的弹性极限，将显著降低，荷载超过弹性极限愈高，则反向受力时的弹性极限降低愈多。因此，反复荷载下的应力—应变曲线有三部份组成，即骨架线，卸载段和包兴格效应的软化段。同时，试验结果表明，反复加载下钢材应力—应变曲线的骨架线（即包络线）可近似地视为单调加载下应力—应变曲线的一部分。

影响包兴格效应的因素很多，除加载历史的影响外，还有钢材的原始性能，不同类型钢材晶粒大小，加载速度以及退火、回火等因素。

根据金相学原理，产生钢材应力软化的原因是由于金属中各晶体取向不同，因此各晶粒受力和变形不同。在拉应力作用下，部分晶粒发生弹性变形，有的晶粒处于弹塑性变形状态，卸载后，发生过弹塑性变形的晶粒不能恢复原状，仍然处于拉伸状态，这些晶体力图要恢复原状，就要压缩周围晶粒。因此，虽然外荷载已除去，一些晶体仍存在残余拉应力，而另一些晶粒则有残余压应力。当承受反向荷载作用时，有助于原拉伸晶粒恢复原状，或进一步反向变形，但对有残余压应力的晶粒，则在作用有小于初始受压弹性比例极限的压应力下，即从弹性变形过渡到塑性变形，发生了应力软化现象。因此，包兴格效应实质上是由于晶粒内残余应力的存在而引起的，若采取措施，使钢材中的残余应力消除，则包兴格效应亦将消失。

地震中，结构发生偏离静止位置而反复振动，钢筋混凝土结构中的受力钢筋，就可能在反复应力作用下工作。配置塑性能良好的钢筋，利用钢筋的软化，即塑性变形能力，可使构件吸收大量的地震能量，这是钢材在抗震设计中的一种重要性质。但从另一方面看，因为钢筋的塑性变形的不可恢复性，使得钢筋混凝土构件的裂缝不断扩展，造成结构地震破坏后修复的困难。

12.2 混凝土的变形

12.2.1 混凝土的应力—应变曲线

混凝土受压的应力—应变曲线，通常采用 $h/b=3\sim4$ 的柱体试件来测定。当采用等应力加载方法在普通压力机上进行试验时，应力到达最大值 f_c 以后，试件将突然破坏，只能测出应力—应变曲线的上升段。上升段的特征如下所述，当 $\sigma \leq f_c/3$ 时应力—应变接近于直线关系（OA），混凝土处于弹性阶段工作。当应力 $\sigma > f_c/3$ 后，随应力的增大，应力—应变曲线越来越偏离直线。任一点的应变 ϵ 可分为弹性应变和塑性应变两部分。

应力越大，塑性应变在总应变中所占的比例就越大。当应力达到临界应力 σ 为 $(0.7\sim0.9)f_c$ （B 点）后，内裂缝进入非稳定发展阶段，塑性变形显著增大，应力—应变曲线的斜率急剧减小。当应力达到最大应力 f_c 时（C 点），内裂缝已延伸扩展成若干连通的裂缝， $\sigma-\epsilon$ 曲线的斜率已接近于水平，相应的峰值应变 ϵ 。随混凝土强度的不同可在 $(1.5$

$\sim 2.5) \times 10^{-3}$ 之间波动, 通常取平均值 ϵ_0 。约为 2×10^{-3} 。

如果采用控制应变速度的特殊措施, 即使试件直至破坏前始终保持等应变加载状态, 防止试验机的回弹对试件的冲击造成突然破坏。在此情况下, 当到达最大应力后, 混凝土试件不致发生突然破坏, 且随试件变形的增大, 试件的应力随之逐渐稳定地下降, 可以测得如图 12.2.1 所示有下降段的应力应变全曲线。

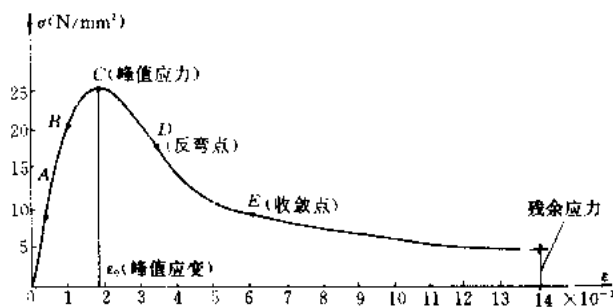


图 12.2.1 混凝土应力应变全曲线

由图 12.1.7 中应力—应变曲线可见, 到达峰值应力 (即最大应力 f_c) c 点后, 混凝土的强度并不完全丧失, 而是随应变的增长逐渐减小。当承载力开始下降时, 试件表面出现一些不连续的纵向裂缝, 应力下降较快, 当下降到反弯点 D , 应力应变曲线的斜率变号。当应变 ϵ 为 $(4 \sim 6) \times 10^{-3}$ 时, 应力下降减缓进入收敛段, 最后趋向于稳定, 保持一定的残余应力。应力应变曲线的下降段反映了混凝土沿裂缝面上的剪切滑移, 和骨料处粘结裂缝的不断延伸扩大。进入下降段后试件的承载力主要是由滑移面上的摩擦咬合力和为裂缝所分割成的混凝土小柱体的残余强度所提供。

图 12.2.2 为采用相同品种水泥和骨料配制的不同强度混凝土的应力应变全曲线。由图可见, 随强度的提高, 峰值应变 ϵ_0 。变化不大, 上升段曲线的形状是相似的; 但下降段的曲线形状差别很大。高强度混凝土下降段的坡度较陡, 残余应力相对较低; 低强度混凝土下降段的坡度较平缓, 残余应力相对较高。这说明高强度混凝土的延性较差。

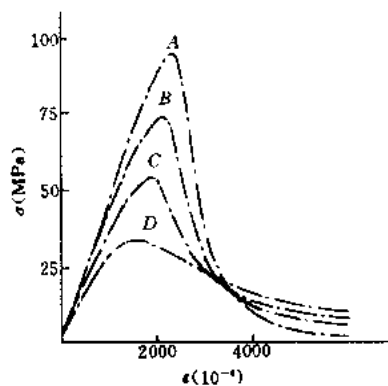


图 12.2.2 不同等级混凝土的应力—应变全曲线

关于单轴受压混凝土应力—应变全曲线的数学表达式曾给出过不同的经验公式, 但较为广泛采用的是以上升段和下降段分别表述的下列的形式 (图 12.2.3):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma}{f_c} &= 2 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 & (0 \leq \epsilon \leq \epsilon_0) \\ \frac{\sigma}{f_c} &= 1 - \alpha \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_{cu} - \epsilon_0} & (\epsilon \geq \epsilon_0) \end{aligned} \right\} \quad (12.2.1)$$

上式中 ϵ_{cu} ——为混凝土极限应变值;

α ——为混凝土强度下降系数。

欧洲标准 1992 中的欧洲规范 2《混凝土结构设计》规定^[6], 建议单轴受压混凝土应

力—应变关系采用下列表达式 (图 12.2.4):

$$\frac{\sigma}{f_c} = \frac{k \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2}{1 + (k - 2) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)} \quad (12.2.2)$$

式中 $k = \frac{1.1E_c\varepsilon_0}{f_c}$, 此处 E_c 为 $\sigma = 0.4f_c$ 时割线模量。

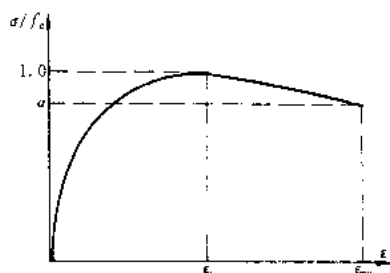


图 12.2.3 单轴受压混凝土应力—应变曲线

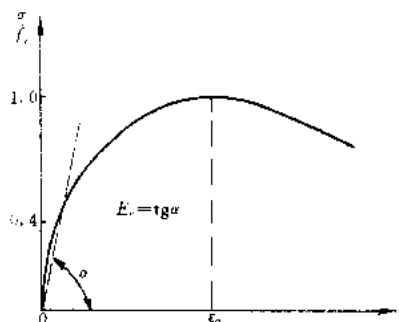


图 12.2.4 单轴受压混凝土应力—应变曲线

12.2.2 混凝土的弹性模量和变形模量

当计算钢筋混凝土构件应力分布、变形，预应力混凝土构件的预压应力以及由于动力作用、温度变化、支座沉降产生内力时，都需引用一个材料常数—弹性模量。混凝土的应力应变关系，只是在快速加荷或应力小于 $f_c/3$ 时才接近于直线。一般情况下，应力与应变间为曲线关系，因此联系应力与应变关系的材料常数并不是常数，而是个变数，这就产生了怎样恰当地给定“模量”的取值问题。通过原点 O 的应力应变曲线切线的斜率 $\text{tg} \alpha$ 定义为混凝土的弹性模量 E_c 或称初始弹性模量，但是它的稳定数值不易从试验中测定。

目前我国混凝土结构设计规范中给出的弹性模量 (E_c) 值是用下述方法测定的：试验采用棱柱体试件，取应力上限 $\sigma = 0.5f_c$ 反复加荷 5~10 次。由于混凝土的非弹性性质，每次卸荷至零时，变形不能完全恢复，存在有残余变形。但随荷载重复次数的增加，残余变形逐渐减小，重复 5~10 次以后，变形已基本趋于稳定，应力应变曲线接近于直线，该直线的斜率即作为混凝土弹性模量的取值。根据不同等级混凝土弹性模量试验值的统计结果给出 E_c 的经验公式：

$$E_c = \frac{10^5}{2.2 + \frac{34.74}{f_{cu}}} (\text{N/mm}^2) \quad (12.2.3)$$

上式中 f_{cu} ——混凝土立方体 ($15\text{cm} \times 15\text{cm} \times 15\text{cm}$) 的抗压强度。

如果取 $f_c = 0.67f_{cu}$ 代入，则上式为

$$E_c = \frac{10^5}{2.2 + \frac{23.28}{f_c}} (\text{N/mm}^2) \quad (12.2.3a)$$

上述弹性模量 E_c 的经验公式所统计的数据主要取自低于 C40 的混凝土。对于高强混凝土，按 (12.2.3) 式确定混凝土弹性模量 E_c 值偏低，不能很好反映出高强混凝土弹性

模量的增长规律。

从工程应用角度出发, 高强度混凝土的 E_c 值可按以下经验公式确定^[8]:

$$E_c = (0.26 \sqrt{f_{cu}} + 1.8) \times 10^4 (\text{N/mm}^2) \quad (12.2.4)$$

当所用骨料坚硬及砂率较低时, 上式 E_c 值可增大 10% ~ 20%, 当采用引气剂或砂率较高时, 上式 E_c 值要降低 10% ~ 15%。

有些国家则采用应力上限为 $f_c/3$ 经 5 ~ 10 次重复荷载后的应力应变关系作为使用阶段弹性模量的取值。

欧洲规范 2《混凝土结构设计》规定, 以 $\sigma = 0.4f_c$ 处的割线模量 E_c 作计算标准, 其经验公式表达如下:

$$E_c = 9.5(f_c + 8)^{\frac{1}{3}} \quad (12.2-5)$$

上式中 f_c 以 N/mm^2 计, E_c 以 kN/mm^2 计。

混凝土的弹性模量 E_c 值与所用粗骨料品种及其单位体积的含量有很大的关系。骨料愈坚硬, 砂率愈低, 则 E_c 值愈高。同时 E_c 值与试验方法关系极大, 按照一次连续加载得到的应力应变曲线所求得的 E_c 值往往偏小, 而在某一应力范围内反复加卸载若干次后所获得的则偏大。图 12.2.5 给出了不同粗骨料的混凝土弹性模量 E_c 随混凝土等级的变化规律^[7], 图中 f'_c 为混凝土圆柱体抗压强度, $f'_c = 1.19f_{c0}$ 。

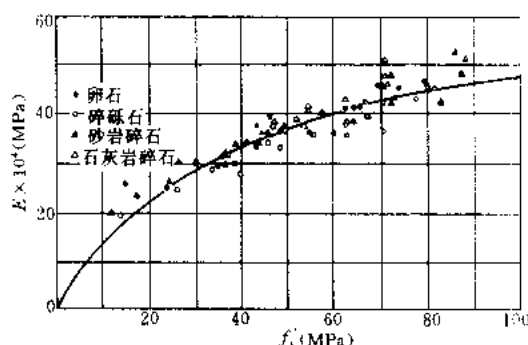


图 12.2.5 圆柱体抗压强度 f'_c 与弹性模量 E_c 的关系

12.2.3 应变速度对峰值应力及应变的影响

试验结果表明, 轴心受压混凝土的强度随应变速度的提高而增加, 弹性模量的增加更为明显, 但棱柱 (或圆柱) 体的峰值应变变化不大。

我国在建筑工程中常用的混凝土强度等级为 C25 ~ C40。图 12.2.6 表示了 C25 ~ C40 混凝土的抗压强度和抗拉强度随应变速度变化的增长规律^[2]。图中 K_c 代表快速加载下的强度与静载强度的比值, t_m 代表应变速度的变化。当 t_m 由 400ms 加快到 3ms, K_c 抗压强度的提高系数仅由 1.1 提高到 1.3。当 t_m 由 100ms 加快到 10ms 时, 抗拉强度提高系数

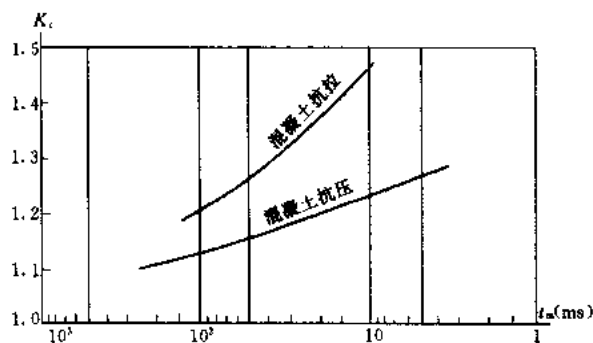


图 12.2.6 C25 ~ C40 受压 (拉) 混凝土的强度变化

则由 1.2 增大到 1.45。不少研究者还对比了钢筋混凝土梁的静载与快速加载试验结果, 发现受压区边缘混凝土的最大应变与加载速度无关。

地震作用下结构中受压混凝土的强度, 由于受到结构自振周期的限制, 加载速度并不很快, 因而强度的增长幅度较小。所以, 抗震设计时仍可近似采用静载下的受压混凝土强度

指标及其应力—应变关系。

12.3 约束混凝土

12.3.1 箍筋的约束效应与约束混凝土的破坏特征

当柱子承受纵向压力时，混凝土发生横向伸长变形，箍筋因核芯混凝土的往外挤压而承受拉应力，如图 12.3.1a 所示。核芯混凝土则受箍筋的约束，在周边作用横向压应力下处于三轴受压应力状态，如图 12.3.1b 所示。箍筋和核芯混凝土之间的相互作用力的数值及其分布规律，将随箍筋的数量、型式和混凝土应力大小等因素而变化。因而，由于箍筋的约束作用，约束混凝土的强度和延性都有不同程度的提高和改善。

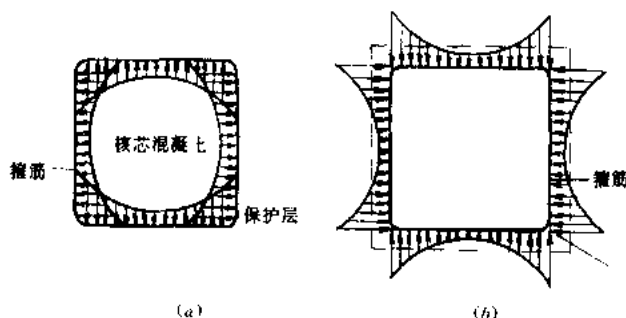


图 12.3.1 核芯混凝土和箍筋的相互作用

图 12.3.2 表示了素混凝土和约束混凝土的应力—应变全曲线。当试件应力较小时，混凝土的纵向应变小，泊松比为常数，故核芯混凝土往外膨胀变形很小，箍筋的拉应力和约束作用很低，约束混凝土和素混凝土的这一段曲线差别不大，基本一致。但当应力增大后，混凝土的纵向应变和泊松比都以更快的速度增长，使核芯混凝土的横向变形和箍筋应力显著增加，而约束应力的增大使三轴受压的核芯混凝土提高了强度和延性。这一段内约束混凝土和素混凝土的应力—应变曲线差别逐渐加大。当箍筋达到屈服强度后应力不再增加，约束作用为最大，约束混凝土和素混凝土的曲线基本保持平行。图中曲线 $K-C$ 系将约束混凝土应力—应变曲线减去素混凝土的而得出的，它表示了箍筋为核芯约束混凝土所提供的强度和变形。

影响箍筋约束混凝土性能的最主要因素显然是配箍特征值

$$\lambda_s = \rho_s \frac{f_y}{f_c} \quad (12.3.1)$$

其中 ρ_s ——体积配箍率，即钢箍体积和其外皮（或中—中）所包围混凝土体积之比；

f_y ——箍筋屈服强度；

f_c ——混凝土棱柱体抗压强度。

图 12.3.3a, b 相应地给出配置矩形箍筋和复合箍筋的约束混凝土试件的应力—应变全曲线。从图中曲线可见，随配箍特征值 λ_s 的加

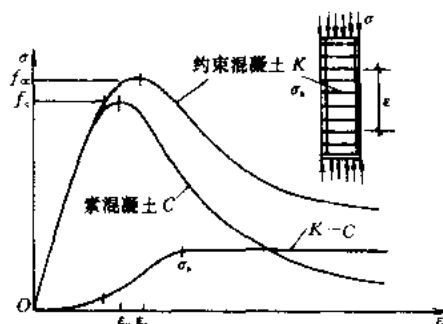


图 12.3.2 素混凝土和约束混凝土的应力—应变曲线的比较

大, 约束混凝土的强度 f_{cc} 和峰值应变 ϵ_c 逐渐增大, 且后者的增长速度大于前者, 下降段曲线的变化最为显著, 也随配箍特征值 λ_s 的加大而渐趋平缓, 曲线下面积渐趋饱满, 延性明显改善。这是因为箍筋的存在延缓了裂缝的扩展, 箍筋的约束作用提高了裂缝面的摩擦咬合力, 使应力下降减缓, 改善了混凝土的后期变形能力。因此, 承受地震作用的构件如梁、柱和节点区, 采用间距较密的箍筋约束混凝土可以有效地提高构件的延性。

12.3.2 配箍特征值与约束混凝土强度和变形的关系

对于配箍量不大 ($\lambda_s \leq 0.3$) 的约束混凝土试件, 应力—应变全曲线有明显的尖峰。当试件的应力较小时 ($\sigma \leq 0.4f_{cc}$), 应变几乎按比例增长。应力增加后, 混凝土出现塑性变形并逐渐发展, 应力、应变曲线呈上凸状, 直至峰点。随着试件配箍量 (λ_s) 的增大, 约束混凝土的强度稍有增加, 而相应应变 (ϵ_c) 则有明显增长, 曲线的顶部趋向平缓。此时箍筋的应变约为 $0.0009 \sim 0.0012$, 仍处弹性阶段。第一条可见裂缝短而细, 一般沿纵筋外缘发生。此时试件的纵向应变约为 $(0.85 \sim 1.10)\epsilon_c$ 。配箍少的试件开裂出现在曲线的下降段。曲线进入下降段后, 已有裂缝的扩展和新裂缝的相继出现, 使试件的横向应变和箍筋应变一起加快发展。试件纵向应变达 $0.003 \sim 0.0045$ 时, 箍筋开始屈服。在曲线上约相应于下降段的拐点。试件应变继续增加至 $0.004 \sim 0.006$ 时, 纵向的短裂缝贯通, 形成临界斜向裂缝。再增大试件应变, 临界剪面的破裂带逐渐加宽, 斜面发生错动。跨过斜面的箍筋依次屈服, 应力不变而应变继续猛增。纵向应变达 $0.01 \sim 0.012$ 时, 箍筋外缘的混凝土保护层开始剥落, 纵筋压屈造成掉角。箍筋受核心混凝土的挤压发生水平方向的弯曲, 破裂带处的纵筋和箍筋逐渐外露。试件的斜剪面上, 除了核心混凝土的摩阻力和残存的粘结力外, 还有箍筋约束力存在, 残余承载力缓缓下降。试件的纵向应变达 0.024 时结束试验, 但仍保持有一定残余承载力。核心混凝土内密布纵向裂纹, 沿斜剪面有碾碎的砂浆碴片, 粗骨料一般没有破碎。箍筋的中间部分外凸成圆弧状, 而弯钩部分仍牢固地埋在四角混凝土内。部分试件的箍筋被拉断, 断口有明显的颈缩现象。

对于配置较多箍筋 ($\lambda_s = 0.36 \sim 0.85$) 的试件, 在到达极限强度 (f_{cc}) 之前, 已产生很大应变, 而下降段很平缓, 全曲线无明显尖峰。当第一条裂缝出现, 箍筋开始屈服和保护层开始剥落时的试件纵向应变值与前述条件 ($\lambda_s \leq 0.3$) 相近。但由于峰值应变很大, 第一条裂缝出现和箍筋开始屈服都发生在应力上升段。应力达峰值 f_{cc} 时, 保护层开始剥落。随后, 曲线转入下降段, 核心混凝土横向变形急剧增加, 纵筋逐根压屈, 箍筋明显向外弯曲、经强化段而拉断。最后, 核心混凝土发生变形和流动现象, 局部成鼓状。

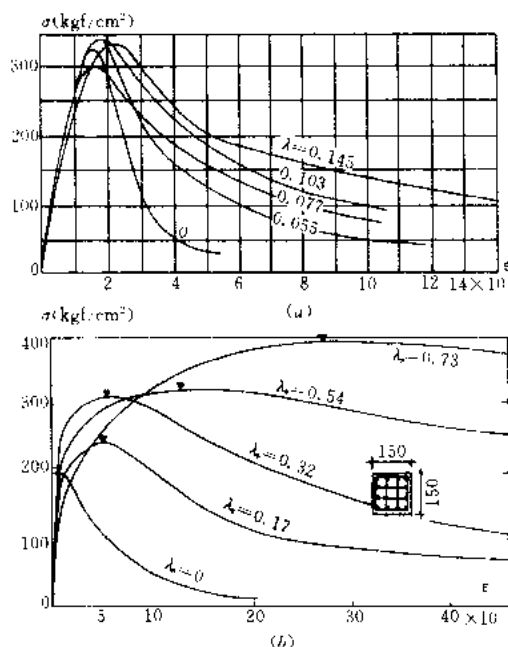


图 12.3.3 约束混凝土的应力—应变全曲线
(a) 普通方形钢箍; (b) 复合钢箍

所以,棱柱体轴心受压试验的整个过程表明,试件的破坏经历了保护层沿加载方向的纵裂,保护层边缘压酥,保护层剥落伴随着箍筋间纵筋压屈、全部纵筋压屈的同时箍筋发生出平面的胀鼓以及箍筋拉断等不同阶段。

与素混凝土试件相比较,虽然约束混凝土的塑性显著发展也发生在纵向裂缝的形成以后,但由于箍筋对核心混凝土的约束作用,很少见到核心混凝土发生明显的纵裂,因此在达到峰值应力 f_{cc} 前,约束混凝土有较长的塑性发展阶段,它的峰值应力及其应变较素混凝土试件均有较大提高。并且随着含箍特征值 λ_s 的增加而提高得更加明显。

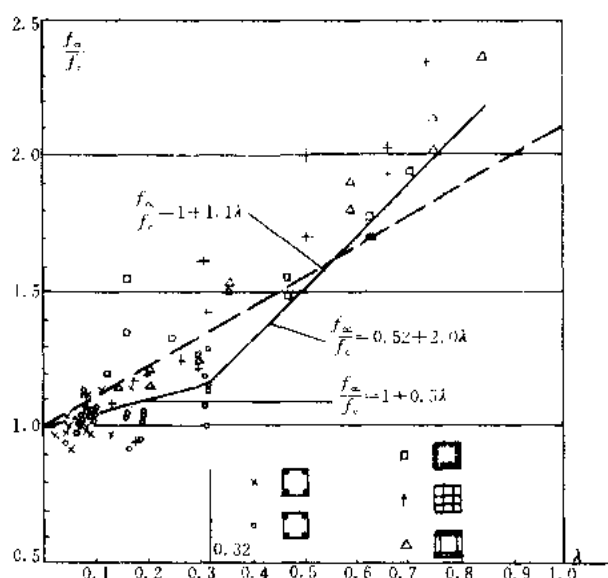


图 12.3.4 约束混凝土强度 f_{cc} 与配箍特征值 λ_s 的关系^[1]

当配箍量不大 ($\lambda_s < 0.3$) 时,约束混凝土的应力—应变全曲线有明显的尖峰,到达峰值应力前箍筋的应力低,且随 λ_s 值的增加而增大,但都低于箍筋的屈服强度,进入下降段后箍筋才逐渐屈服,约束作用才明显发挥。而当配箍量较高 ($\lambda_s > 0.36$) 时,约束混凝土的全曲线顶部平缓,尖峰不明显,在到达峰值应力前箍筋已经屈服,故箍筋的约束作用在上升段曲线中已充分发挥。由此可见,配箍特征值 $\lambda_s = 0.3 \sim 0.35$ 为过渡阶段,在此情形下这些试件到达峰值应力和箍筋屈服几乎同时发生。因此,可定义一临界配箍特征值 λ_{sc} ,相应于约束混凝土达峰值应变时,箍筋刚

好屈服的情况。根据试验结果统计,可取

$$\lambda_{sc} = 0.32$$

约束混凝土强度 f_{cc} 与配箍特征值 λ_s 的关系如图 12.3.4 所示。箍筋约束混凝土强度 f_{cc} 随配箍特征值 λ_s 的变化规律可表达为以下经验公式:

$$\left. \begin{aligned} f_{cc} &= f_c(1 + 0.5\lambda_s) & (\text{当 } \lambda_s \leq 0.32 \text{ 时}) \\ f_{cc} &= f_c(0.52 + 2.0\lambda_s) & (\text{当 } \lambda_s \geq 0.32 \text{ 时}) \end{aligned} \right\} \quad (12.3.2)$$

约束混凝土强度随配箍特征值 λ_s 的变化规律也可简化成如下单一的公式:

$$f_{cc} = f_c(1 + 1.1\lambda_s) \quad (12.3.3)$$

箍筋约束混凝土的峰值应变 ϵ_c 与配箍特征值 λ_s 的关系如图 12.3.5 所示。约束混凝土峰值应变 ϵ_c 随配箍特征值 λ_s 的变化规律可表达为如下经验公式:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_c &= \epsilon_o(1 + 2.5\lambda_s) & (\text{当 } \lambda_s \leq 0.32 \text{ 时}) \\ \epsilon_c &= \epsilon_o(-6.2 + 25\lambda_s) & (\text{当 } \lambda_s \geq 0.32 \text{ 时}) \end{aligned} \right\} \quad (12.3.4)$$

约束混凝土峰值应变随配箍特征值 λ_s 的变化规律也可简化成如下单一的公式:

$$\epsilon_c = \epsilon_o \times 35\% \quad (12.3.5)$$

试验结果表明,如果将实测应力—应变曲线下降段的拐点定义为箍筋约束混凝土的极

限应变 ϵ_{cu} ，则在箍筋间距约为 (6~8) 倍纵筋直径条件下，当相同的 λ_s 值时，复合箍较普通方箍可望获得较高的相对残余强度，而它的极限变形延性比 (ϵ_{cu}/ϵ_c) 却低于普通方箍。从试验结果分析可见，在复合箍的平面内，由于附加箍筋减少了箍筋的无支长度，有力地约束了核心混凝土的横向变形，限制了纵向裂缝的发展，从而达到极限时较普通方箍有较高的残余强度，而变形的延性却反而减小。

值得指出的是，箍筋形式对结构承载力与变形性能改善的这种差别，只是在其配置的间距约达到 6~8d (纵筋直径) 时才能充分显示出来，而在箍筋间距超出上述范围时，试验结果表明，箍筋形式的影响表现得很不明显。

12.3.3 箍筋不同构造的影响

各种不同形式的箍筋，对混凝土核心的约束作用是不相同的。试验证明，螺旋箍筋的作用较矩形箍为好。这主要是由于螺旋箍筋对混凝土可产生均匀连续的侧向压力，而矩形箍筋只能在四个转角区域对混凝土产生有效的约束，在直段上，侧压力可以使钢箍外拱，从而减小了约束力。如图 12.3.6 所示。

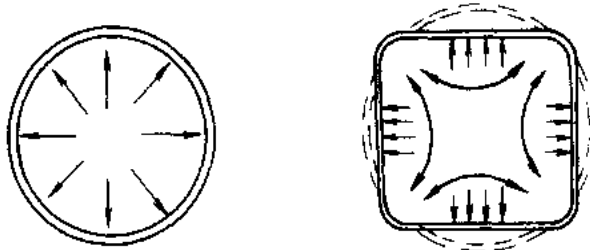


图 12.3.6 圆形箍与矩形箍的比较

效果。图 12.3.7 是几种改进后的箍筋形式。

加拿大多伦多大学曾对前面四种箍筋形式进行过试验对比，试验结果表明，图 12.3.7 中的 a 型效果最差，b、c 型效果中等，d 型效果最好，主要原因是当箍筋拐角增

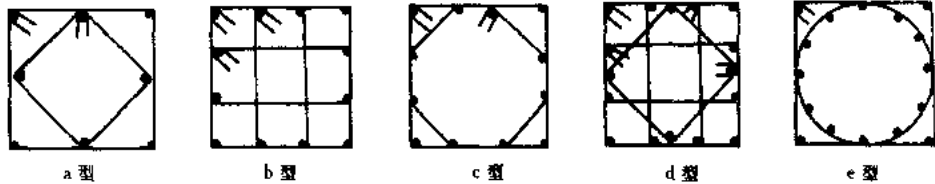


图 12.3.7 几种箍筋形式

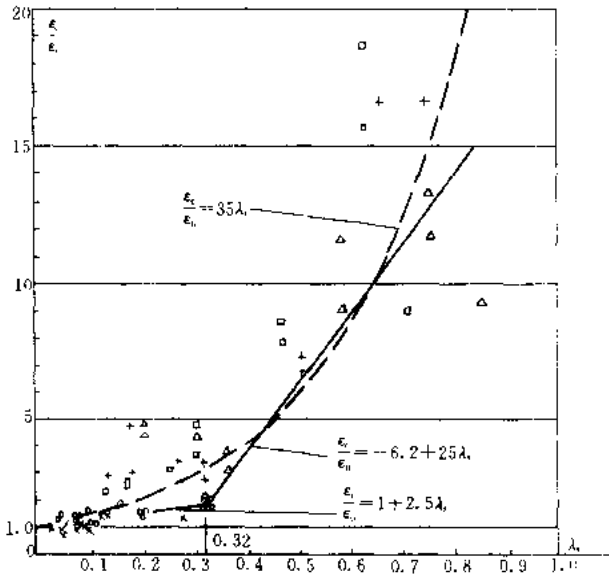


图 12.3.5 约束混凝土峰值应变 ϵ_{cu} 与配箍特征值 λ_s 的关系^[11]

螺旋箍筋效果虽好，但施工复杂，除非特殊需要，在一般情况下很少采用。一般情况下，可以通过对矩形箍筋形式的改进以获得较好的约束

多,或增加拉结而使箍筋自由长度减小时,对混凝土的约束作用增大;同时,由于纵向钢筋增多,纵向钢筋与横向钢筋形成了网格,更可加强对混凝土的约束。图 12.3.8 是加拿大试验得到的结果,对比了具有不同箍筋形式柱子的荷载与截面平均应变关系曲线。

图 12.3.9 表示了配置方箍和复合箍试件的应力—应变曲线的比较,不同箍筋形式的二个试件的配箍率是相同的,其配箍特征值均为 $\lambda_s = 0.7$ 。从图中同样可见,复合箍明显改善试件的变形性能,并对混凝土强度也有较大的提高。

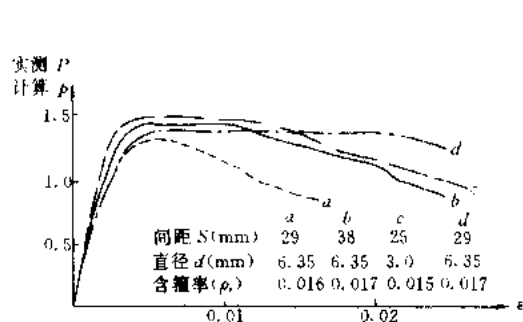


图 12.3.8 箍筋形式对柱延性的影响 (加拿大多伦多大学)

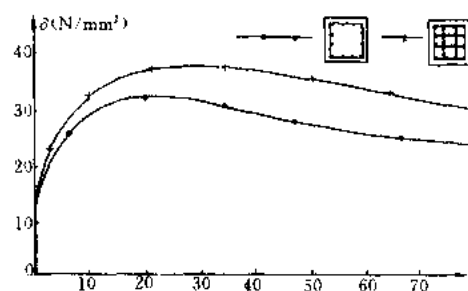


图 12.3.9 配有复合箍的棱柱体 σ - ϵ 曲线图
试件尺寸 $15 \times 15 \times 45$ cm; 纵向配筋 12 根 $d = 3.5$ mm; 箍距 $S = 5.7d$; 含箍特征值 $\lambda_s = 0.7$

图 12.3.7e 型是日本鹿岛建设公司提出的箍筋类型,称为鹿岛式,除圆形螺旋箍外,在四角还有纵向筋及矩形箍筋。显然,鹿岛式箍筋约束效果很好。鉴于螺旋箍筋施工较为困难,很多地方已将它修改为圆形箍筋(最好用焊接搭接)加矩形箍筋,也取得较好效果。

箍筋间距对约束混凝土性能的影响见另一组试件的对比,如图 12.3.10 所示。试件 GB4 和 GB11 的配箍量 (λ_s) 相差一倍,但箍筋间距都是 140mm 大于试件的横向尺寸 (边长 100mm),对核心混凝土几乎没有约束作用。而试件 GB3 与 GB10 的配箍也差一倍,却因箍筋间距 (7.5cm) 小于试件截面边长,二者的应力—应变全曲线有明显差异。还有,试件 GB9 和 GB3, GB10 和 GB4 各有相同的配箍特征值,由图 12.3.10 可见,箍筋间距较小的 GB9 和 GB10 具有较高的应力下降段曲线,即较大的残余强度。

部分试件的箍筋是焊接成圈的,图 12.3.10 中的试件 GH12,其应力—应变全曲线与

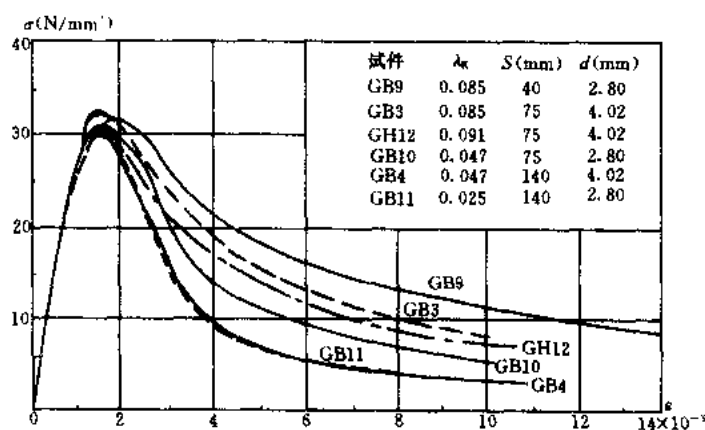


图 12.3.10 不同箍筋间距试件的比较

配箍量相等的绑扎钢箍试件 GB3 没有明显差异。这表明按照结构抗震要求构造的箍筋 (135°弯钩, 伸长 10d) 能保证锚固, 发挥箍筋的约束作用。

因此应特别注意, 任何形式箍筋都必须做成封闭式, 而且做成 135°弯钩, 如图 12.3.11, 否则约束效果很差。

此外, 试验也表明, 当配箍率相同时, 采用较细直径、间距加密的钢箍将会获得更好的效果, 但此时应注意纵向钢筋间距即钢箍的无支长度不能太大, 否则约束效果也会减小。其原因是明显的, 箍筋间距加密和纵筋为箍筋提供较小的无支长度, 将会产生更加均匀的约束力。

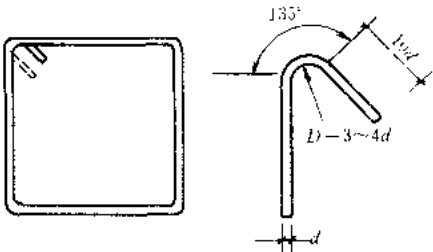


图 12.3.11 钢箍弯钩形式

同时, 试验研究表明^[11], 在不同荷载方式 (单调加载、等应变增量加卸载和等应变循环加载) 作用下, 箍筋约束混凝土试件的变形增长, 裂缝发展和破坏过程都十分相似。试件在反复荷载下的应力—应变包络线与单调荷载下的全曲线一致, 约束混凝土的强度 f_{cc} 和峰值应变 ϵ_c 随配箍特征值 λ_s 的变化也相同。

12.4 钢筋的粘结和锚固

对构件进行钢筋布置时, 还要考虑的一个重要问题是钢筋与混凝土的粘结、锚固以及有关的配筋构造。钢筋与混凝土的粘结是影响钢筋混凝土构件的破坏性能 (强度) 和使用性能的重要因素, 钢筋强度的充分利用取决于它与外围混凝土的可靠锚固。如图 12.4.1 所示悬臂梁, 纵向钢筋伸入支座必须有足够的“锚固长度 l_a ”, 通过沿锚固长度上粘结应力的积累, 才能使钢筋支座边缘截面发挥其全部设计强度; 又如当纵向钢筋在跨间受力不需要处截断时, 必须要有最低限度的“延伸长度 L_d ”, 才能保证钢筋在其强度被充分利用的截面上建立起所需的拉力。在工程实践中, 往往由于钢筋长度不够, 或出于构造要求需设置施工缝, 则在钢筋接头处应有足够的搭接长度, 才能使钢筋强度充分发挥作用。因此, 需要了解钢筋与混凝土之间的粘结强度及其机理。

12.4.1 单调荷载下粘结强度与机理

光圆钢筋与变形钢筋具有不同的粘结机理。

光圆钢筋与混凝土的粘结作用由三部分所组成: (1) 混凝土中水泥胶体与钢筋表面的

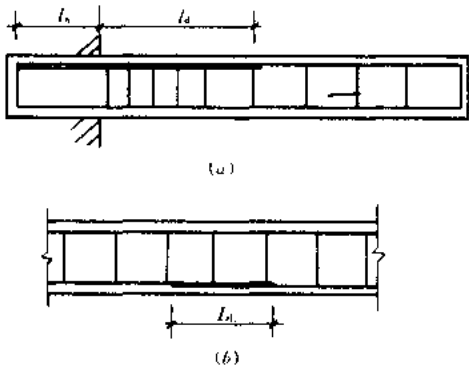


图 12.4.1 钢筋的锚固与搭接

化学胶着力; (2) 钢筋与混凝土接触上的摩擦力; (3) 钢筋表面粗糙不平产生的机械咬合作用。其中胶着力所占比例很小, 发生相对滑动后, 粘结力主要由摩擦力和咬合力所提供。钢筋的粘结强度通常采用拔出试验来测定。图 12.4.2 给出了无锈和有锈光圆钢筋由拔出试验测得的平均粘结应力 τ 与加载端滑移量 S_L 的关系曲线。

从图中可见, 光圆钢筋的粘结强度 τ_n 较低, 约等于 $(0.4 \sim 1.4) f_t$ (混凝土抗拉强

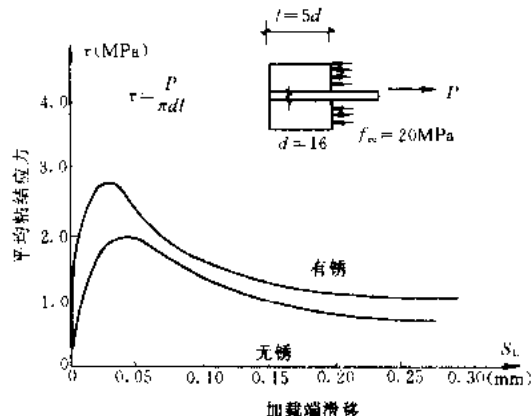


图 12.4.2 光圆钢筋拔出试件的 τ - s 曲线

粘结应力。

变形钢筋改变了钢筋与混凝土间相互作用的方式，显著提高了粘结强度。虽然胶着力和摩擦力仍然存在，但变形钢筋的强度主要为钢筋表面凸出的肋与混凝土的机械咬合作用。肋对混凝土的斜向挤压力形成了滑动阻力，斜向挤压力沿钢筋轴向的分力使肋与肋间混凝土有如一伸臂梁受弯、受剪；斜向挤压力的径向分力使外围混凝土有如受内压力的管

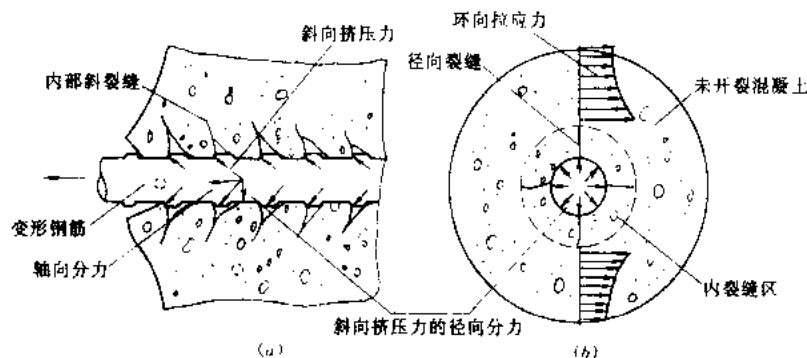


图 12.4.3 变形钢筋外围混凝土的内裂缝

壁，产生环向拉力。因此，变形钢筋的外围混凝土处于极其复杂的三向应力状态，剪应力及纵向拉应力使肋处混凝土产生如图 12.4.3a 所示的内部斜裂缝；环向拉应力使混凝土产生内部径向裂缝（图 12.4.3b）。加载初期，相对滑移的产生是由于挤压力作用下肋处混凝土的局部变形，而内裂缝的出现和发展，使钢筋有可能沿混凝土挤碎后粉末物堆积形成的新的滑移面，产生较大的相对滑动，如图 12.4.4 所示。

图 12.4.5 为清华大学所做的一组变形钢筋拔出试件的平均粘结应力 τ 与加载端滑移 S 的关系曲线。将图 12.4.5 中 τ - s 曲线，与混凝土柱体轴心受压试件的 σ - ϵ 曲线对比，可以看到二者有很多共同的特征。加载初期 τ 与 s 接近于直线关系。当 τ 值到达约 $0.4\tau_u$ 时（ τ_u 为极限粘结强度），曲线逐渐偏离直线，曲线

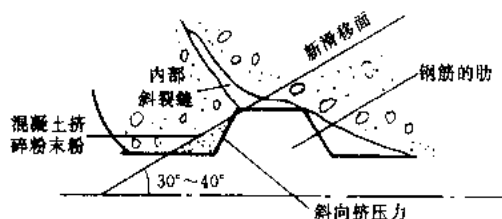


图 12.4.4

斜率的改变表明试件内肋处混凝土开始出现内裂缝并逐步发展。随荷载增大, 钢筋肋对混凝土的挤压力增大, 径向内裂缝向试件表面发展。当保护层混凝土出现纵向裂缝时, 相应的粘结应力称为劈裂粘结应力 τ_{cr} ($0.8 \sim 0.85$) τ_u 。到达 τ_{cr} 以后, 滑移有较大增长, τ - s 曲线斜率发生明显的转折, 表明粘结应力已达临界状态。此后, 虽然荷载仍能有所增长, 但随着劈裂裂缝的发展, τ - s 曲线很快到达峰值应力 τ_u 。随 s 继续增大, τ 逐渐降低, τ - s 曲线进入下降段, 相应于 τ_u 的滑移 s 随混凝土强度的不同约在 $(0.35 \sim 0.45)$ mm 之间波动。当 s 达到 $(1 \sim 2)$ mm 后, 粘结应力下降减缓进入收敛段, τ - s 曲线的斜率已极为平缓, 最后趋向于稳定的残余粘结应力 τ_r 。

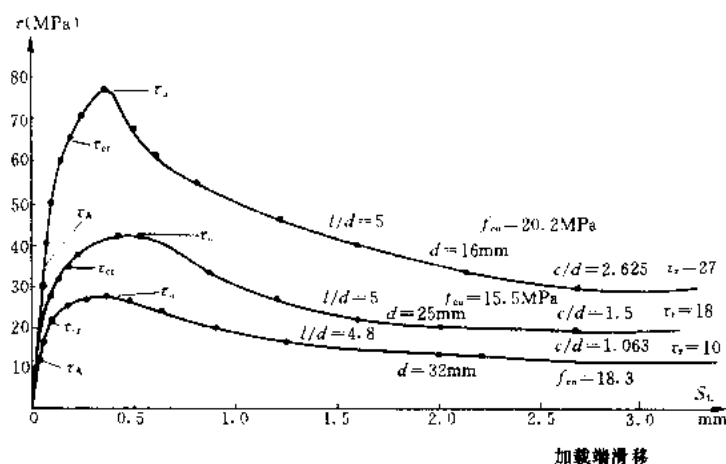


图 12.4.5 变形钢筋的 τ - s 曲线

如上所述, $f_{cu} \leq 30$ MPa 的无横向配筋试件, 虽然是劈裂破坏, 但不是突然的脆性破坏, 随 s 增长 τ 逐渐下降, 表现了一定程度的延性特征。

试验表明, 当 $f_{cu} > 30$ MPa 时, 一般均为到达 τ_u 后, 在 s 增长不大的情况下, 粘结强度很快丧失的脆性破坏, 量测不到 τ - s 曲线的下降段。劈裂破坏的试件, 在混凝土劈裂面上留有清晰的钢筋肋印, 肋前的混凝土被挤碎, 在钢筋横肋的根部嵌固着挤碎的粉末物 (图 12.4.4)。

当混凝土保护层厚度 c 与钢筋直径 d 的比值较大 ($c/d \geq 5$) 时, 或混凝土的环向变形受到约束时如存在有较弱的横向钢筋或侧向压应力时, 粘结破坏将是另一种形式。图 12.4.6 为配置横向钢筋的变形钢筋拔出试件的 τ - s 曲线, 图中 A_{sw} 为螺旋筋截面面积, s 为螺距, d 为纵向钢筋直径。图中竖轴采用粘结应力 τ 与混凝土劈拉强度 f_{ts} 的比值。由图中曲线对比可知, 在内裂缝出现以前 $\tau \leq \tau_A$, 横向配筋对 τ - s 曲线并无影响。当 $\tau > \tau_A$ 以后, 由于横向钢筋约束了内裂缝的延伸和发展, 粘结刚度增大, τ - s 曲线的斜率比无横向配筋试件 (即 $A_{sw}/sd = 0$) 要大, A_{sw}/sd 越大, 粘结刚度提高的就越多。有横向配筋试件的劈裂粘结应力 τ_{cr} 比无横向配筋者有较大的提高, 到达 τ_{cr} 时的滑移量 s 也相应增大。试件出现纵向裂缝以后, 横向钢筋中应力显著增大, 控制了纵向劈裂的开展, 使荷载能继续增长。极限粘结强度 τ_u 的到达由于肋与肋间混凝土被完全挤碎, 发生沿肋外径圆柱面上的剪切滑动, 钢筋被徐徐拔出, 产生“刮犁式”的破坏。这时相对滑移已达 $1 \sim 2$ mm, 但由于滑移面上存在有很大的骨料咬合力及摩擦力, 粘结强度并不降低, τ - s 曲线接近水平增长, 直到 $s > 3$ mm 后, τ 才开始缓缓下降, 表现了较好的粘结延性。由于横向钢筋的

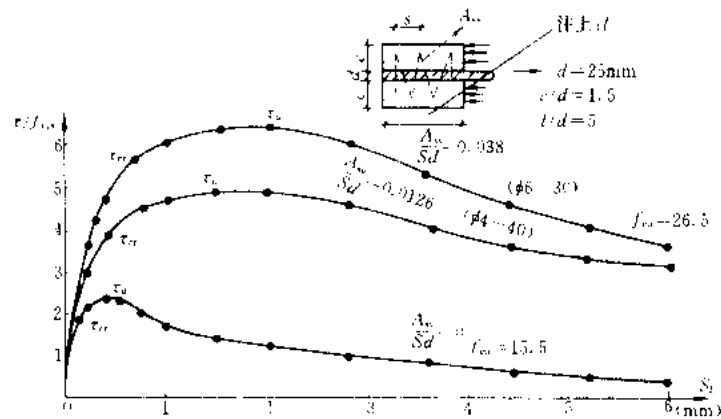


图 12.4.6 有横向配筋拔出试件的 $\tau-s$ 曲线

侧向约束作用，提高了摩阻力，使残余粘结应力也比无横向配筋试件有明显的提高。但横向配筋的作用是有一定限度的，横向配筋试件的 τ_u 值将不可能超过钢筋在大体积混凝土 ($c/d > 5$) 中被拔出 (剪切型破坏) 的极限粘结强度。

12.4.2 反复循环荷载下的粘结强度和机理

在给定滑动振幅的反复循环荷载下，粘结应力退化的程度与控制的滑动量、循环次数及横向约束作用等因素有关，控制的滑动量愈大，经受反复循环荷载后的粘结应力，比单调加载时同样滑动量下的粘结应力降低的就越多。当控制滑动量为 $\pm 0.1\text{mm}$ 及 $\pm 0.5\text{mm}$ 时，经 10 次反复循环后粘结应力分别降低为单调加载时粘结应力的 55% 及 35%，而粘结应力的降低在前 3 个循环最为显著，以后随循环次数的增加，降低的程度逐渐减小，如图 12.4.7 所示。

当以荷载控制反复循环加载时，在给定的荷载振幅下， $\tau-s$ 曲线如图 12.4.8 所示。曲线形态呈反 S 型，具有典型的滑移型滞回曲线的特征。值得注意的是，粘结应力的退化是以滑动增长的形式来表现的，为了达到所控制的粘结应力，随循环次数的增加，滑动量急剧增大。例如，控制粘结应力为 $\pm 5\text{MPa}$ 时，第 1、5 及 10 次循环的滑动量，分别为 0.005mm ， 0.04mm 及 0.22mm 。

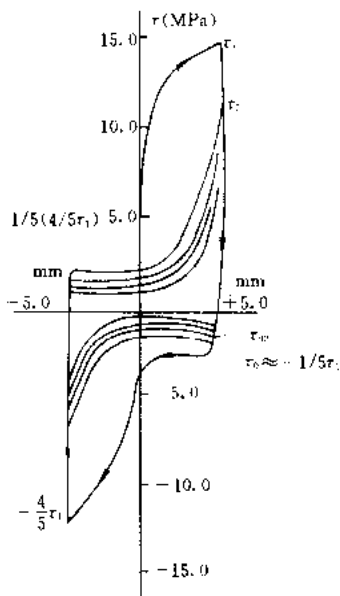


图 12.4.7 $\tau-s$ 滞回曲线

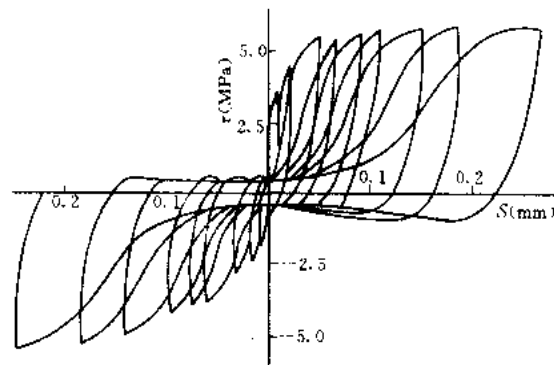


图 12.4.8 以荷载控制反复循环荷载下的 $\tau-s$ 曲线

反复拉压循环荷载下的 τ - s 曲线，在第二循环后反映出滑移型的滞回特征：(1) 在滑动绝对值递减的 1/4 循环中，粘结刚度（软化）趋近于零；(2) 在滑动绝对值递增的 1/4 循环中，粘结刚度急剧增大（强化）。这些特征可以用图 12.4.9 来说明。

在图 12.4.9 中，①为未加载状态；②为正向加载钢筋受拉达控制滑动量时肋的位移；③为卸载至零时，混凝土变形回弹很少，内裂缝未闭合，残余滑动使肋的两侧均存在空隙；④为反向加载后，钢筋受压向左移动，肋左侧空隙减小，这时反向滑动阻力（ $-\tau$ ）主要为摩擦咬合作用，一旦摩擦阻力被克服，滑动阻力保持常值，钢筋肋在空隙间向左滑动，粘结刚度接近于零，反映在 τ - s 曲线上出现水平段；⑤为肋的左侧开始挤压混凝土，右侧内裂缝开始闭合，由于混凝土的不可恢复的局部变形仍存在有一定的空隙，愈近加载端此空隙就愈大。继续反向加载，钢筋对肋左侧混凝土的挤压力增大，反向滑动也增加；⑥为当反向加载达控制滑动量时，肋左侧的混凝土已出现局部挤碎和内裂缝，这时，右侧斜裂缝完全闭合，但内部径向裂缝并不闭合，因此反向加载的粘结应力将低于正向加载时的粘结应力，约为 4/5；⑦为反向加载卸荷至零时，钢筋和混凝土中同样有残余应力和残余滑动，只不过符号与③相反而已；⑧为第二次正向加载后，肋在空隙间向右滑动，反向残余滑动急剧减小。当滑动减少到零，钢筋继续向右移动再次出现正向滑动时，粘结应力增长很少。因为肋的右侧与混凝土间尚有空隙，还不产生挤压作用。因此，反映在 τ - s 曲线上的斜率较平缓。随着钢筋拉力的增大，沿钢筋埋长从自由端向加载端，肋的右侧逐次与混凝土挤紧，正号粘结应力也逐渐增大，右侧内裂缝张开，左侧内裂缝闭合。钢筋的滑动越接近于控制的滑动值，肋对混凝土挤压作用的范围和程度就越大，粘结刚度也急剧增大，反映在 τ - s 曲线上斜率变陡，因此在滑动值递增的过程中形成凸面向下的强化型曲线。当第二循环的正向加载达控制滑动量时，平均粘结应力将低于第一次加载时的平均粘

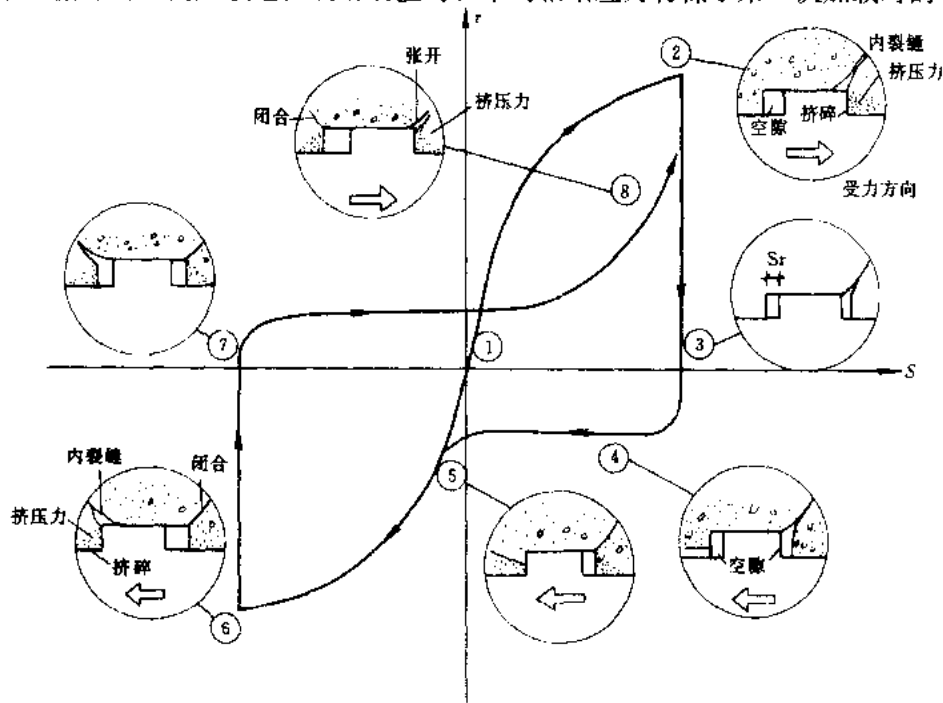


图 12.4.9 反复循环荷载下钢筋肋的位移及内裂缝开闭示意图

结应力，这是因为在第一次加载到控制滑动量时（图 12.4.9②），右侧混凝土已出现不可恢复变形，如第二次加载采用同样的控制滑动量，则肋对混凝土的挤压力将小于第一次加载时的挤压力，而接触面的摩擦咬合作用也有所削弱。如第二次正向加载采用荷载控制，显然第二次加载的滑动量必须超过第一次加载的滑动量，这才足以使右侧混凝土产生同样的挤压力。

随反复循环次数的增加，由于混凝土的局部挤碎及内裂缝的发展，使接触面“边界层”混凝土的破坏范围由加载端向内扩大。值得注意的是，在反复拉压荷载作用下，当荷载足够大时，正向加载与反向加载产生的二组内裂缝反复开闭，使裂缝逐渐相交，结果将使钢筋周围“边界层”混凝土很快被碾碎，导致粘结的显著恶化。同时，正反两个方向的反复滑动，使钢筋表面与混凝土骨料间的摩擦咬合作用，要比单向重复荷载下有更大的降低。控制的滑动量（或控制荷载）越大，交叉裂缝引起的加载端“边界层”破坏就越严重，沿钢筋长度上的摩擦咬合作用就越小，粘结强度降低就越多。

12.4.3 反复循环荷载下的锚固粘结

在拉压反复循环荷载作用下，钢筋在锚固区的粘结性能对框架结构的动力反应是个基本的问题。进行伸臂梁在大变形（钢筋应力超过屈服强度后）反复循环荷载下的试验，用以模拟框架边柱节点的锚固条件。试验中量测了沿锚固长度上钢筋的应变及支座面处钢筋的滑动。

应变的量测表明，粘结退化是逐渐由支座边向内发展的，随荷载循环次数的增多，钢筋的屈服长度也由支座边向内发展如图 12.4.10 所示，图 β 为梁端位移与其屈服位移之比。这是因为在大变形的反复荷载作用下，钢筋与混凝土的粘结作用很快失效。钢筋屈服应力进入支座的长度，与钢筋的直径、强度、控制荷载的变形 β 有关如图 12.4.11。如屈服强度为 460MPa、直径为 25mm 变形钢筋，当 $\beta = 5$ 时，在第 10 个荷载循环屈服应力进入支座的长度为 25cm（相当于埋长 L_a 的 1/4）；当 $\beta = 10$ 时，在第 3 个循环后，钢筋屈服长度即达 50cm（ L_a 的 75%）。

根据量测支座边钢筋的伸长计算出，由于相对滑动及钢筋的流动所产生的梁端位移，可占全部梁端位移 60%。因此，钢筋在支座处的锚固滑动，对于构件的刚度和吸收能量的能力有很大的影响，这是不容忽视的。

通常，规范中按静载确定的锚固长度 L_a

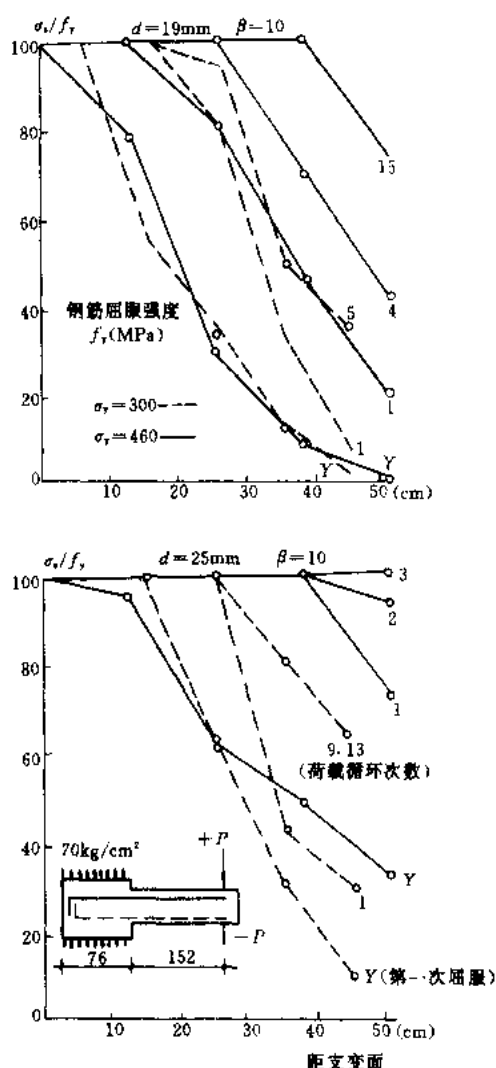


图 12.4.10 反复循环荷载下钢筋屈服范围进入支座的长度

(约为 $30d$)，对于承受大变形反复荷载的钢筋混凝土构件的钢筋锚固是显然不够的，试验中钢筋进入支座的屈服长度可达 $15 \sim 20d$ 。

所以，地震区的框架梁伸入边柱的纵向钢筋，应伸过柱中心线在柱远边弯折，而钢筋伸入的直线段长度应大于 $15d$ 。钢筋弯折端直线段长度应大于 $10d$ 。伸入柱中钢筋的总长度应比表 12.4.1 中规定的锚固长度再增加 $(5 \sim 10)d$ 。框架梁上部纵向钢筋应贯穿中间节点，并宜在柱轴线附近增加附加锚固措施。梁的下部钢筋伸入中柱节点的总长度同样应比表 12.4.1 中规定的锚固长度增加 $(5 \sim 10)d$ ，并应伸过柱中心线 $5d$ 。

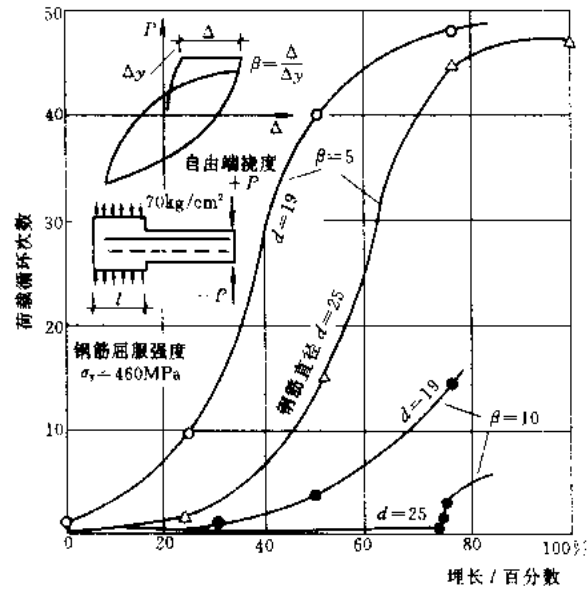


图 12.4.11 钢筋屈服范围进入支座长度与荷载循环次数的关系

受拉钢筋的锚固长度 L_a

表 12.4.1

项次	钢筋类型	混凝土强度等级			
		C15	C20	C25	$\geq C30$
1	I 级钢筋	$40d$	$30d$	$25d$	$20d$
2	月牙纹	II 级钢筋	$50d$	$40d$	$35d$
3		III 级钢筋	—	$45d$	$40d$
4	冷拔低碳钢丝	250mm			

注：①当采用螺纹钢筋时，锚固长度可按表中数值减少 $5d$ ；

②直径大于 25mm 的月牙纹钢筋，锚固长度应按表中数值增加 $5d$ ；直径大于 25mm 的螺纹钢筋，锚固长度按表中数值取用；

③任何情况下，受拉钢筋的锚固长度不应小于 250mm 。

12.4.4 钢筋的搭接长度

由于钢筋长度不够或设置施工缝的要求，需要将受力钢筋搭接，即将两根钢筋的端头在一定长度内并放，通过搭接钢筋之间的混凝土，将一根钢筋的拉力传递给另一根钢筋。这种传力方式实际上是通过钢筋与混凝土之间的粘结力来传递的，位于两根搭接钢筋之间的混凝土受到肋的斜向挤压力作用，有如一斜压杆（图 12.4.12）。肋对混凝土的斜向挤压力的径向分力同样使外围保护层混凝土受横向拉力。由于搭接区段外围混凝土承受着由两根钢筋所产生的劈裂力，当搭接长度不足，或缺乏必要的横向钢筋时，将出现纵向劈裂破坏。

图 12.4.13 为沿搭接长度 L_l 上钢筋应力 σ_s ，粘结应力 τ 的分布图形，从图中可见， σ_s 近乎直线下降，粘结应力 τ 变化不大，仅在受力端有所增大，这正是劈裂裂缝从受力端横向裂缝处开始的原因。

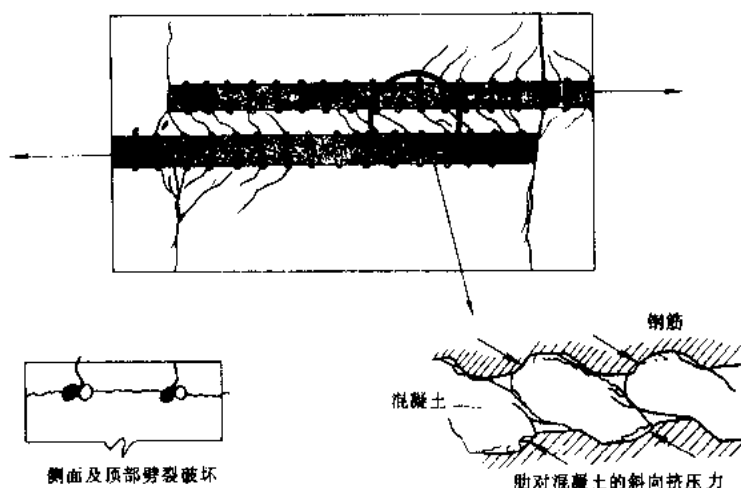


图 12.4.12 受拉钢筋的搭接

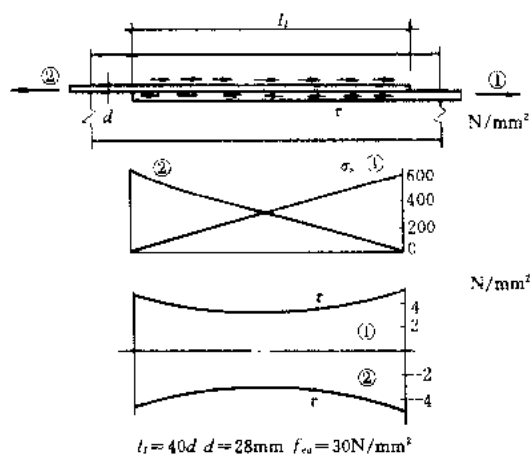


图 12.4.13

梁、板的搭接钢筋试验结果表明，搭接区段的极限粘结强度 τ_u 同样与混凝土抗拉强度成正比，与相对搭接长度 l_l/d 为线性关系。相对保护层厚度 c/d 及钢筋净间距是影响 τ_u 的重要因素，净间距及 c/d 的减小将使纵向劈裂裂缝较早出现，使钢筋强度不能得到充分利用。我国混凝土结构设计规范规定，对于同一截面搭接百分率为 25% 时，不加焊的受拉钢筋接头的搭接长度 l_l 不应小于 $1.2l_a$ ，此处 l_a 为受拉钢筋的锚固长度。受压钢筋的搭接长度不应小于 $0.85l_a$ ，且不小于 $20d$ 。并要求在受拉钢筋搭接长度范围内，应设置直径为 $\phi 6$

的箍筋，其间距不大于 $5d$ ，当搭接钢筋为受压时，箍筋直径不小于 $d/4$ ，其间距不大于 $10d$ (d 为搭接钢筋的直径)。在一般情况下，地震区的框架梁、柱纵向受拉钢筋的接头应采用机械连接或焊接。

12.5 钢筋混凝土构件的极限变形与延性^[19]

所谓延性，就所考虑问题的范围，可以分为材料、截面、构件或整个结构的延性。混凝土和钢材的延性已在前面讨论过了，本节将着重讨论钢筋混凝土构件的极限变形和延性。延性是指截面或构件在承载能力没有显著下降的情况下承受变形的能力，或者说，延性的含义是破坏以前截面或构件能承受多大的后期变形能力。图 12.5.1 为受弯构件荷载—位移曲线。图中表示钢筋屈服时的位移，或构件的荷载—位移曲线发生明显转折时的变形； Δu 表示极限荷载时的变形，或荷载下降到 $(0.8 \sim 0.9)$ 极限荷载值时的位移。后期变形能力通常以塑性变形 $\Delta u - \Delta y$ ，或位移延性比 $\Delta u / \Delta y$ 、曲率延性比 ϕ_u / ϕ_y ，或转角延性比 θ_u / θ_y 来表示之。这是度量截面或构件延性的一种指标（或系数），延性比大说明截

面或构件的延性较好，反之，延性就较差。脆性破坏是到达最大承载能力后，突然破坏，后期变形能力很小，如图 12.5.1 中虚线所示。

由于脆性破坏是突然的，缺乏足够的预兆，难以采取应急措施，防止倒塌以避免人员伤亡。因此各国的结构设计规范中对于脆性破坏的构件均要求有较高的安全度指标，并对截面配筋率加以限制，以保证必要的延性。

要求结构构件具有一定的延性，其重要作用还在于，它能使结构适应偶然的超载，荷载的反复、基础沉降和体积变化（温度、收缩作用）而产生的内力和变形，而这些因素在通常的设计中一般是未经考虑的。延性构件的后期变形能力，可以作为出现上述各种意外情况时的安全储备。

钢筋混凝土超静定结构的塑性设计方法，要求结构的某些临界截面区能形成塑性铰，以使整个结构形成机构，完成内力的塑性重分布，到达极限荷载。显然，只有当形成塑性铰的这些截面具有足够的延性时，才能满足这个要求。

对于抗震设防区的结构，一个很重要设计依据是具有良好的延性。这是因为抗震设计原则是由弹性后的变形来吸收和耗散地震能量，以降低地震作用，使抗震结构设计得更为经济而合理，并能更有效地防止结构物倒塌破坏，减少财产和人员生命的损失。

12.5.1 弯矩-曲率曲线

众所周知，平衡配筋的梁当达到极限承载力时，纵向受拉钢筋的屈服与压区混凝土压碎同时发生，对此理论上的延性比应为零。因此在抗震设计中，梁的纵向配筋率应有限制，要远比平衡配筋率为低，以保证梁有足够的延性。

图 12.5.2 表示了不同配筋率梁的弯矩—曲率关系。受拉钢筋的配筋率以 0.735% 到 4.84% 范围内变化，其中试件 L3-14 和 L3-15 为超筋梁，这两根梁是由于混凝土压碎而破坏的，破坏时受拉钢筋的应力并未达到屈服极限。在图中同样表示出了理论计算所得的弯矩-曲率曲线。从图中的曲线表明，随着配筋率和钢筋屈服强度的提高与混凝土强度的降低，亦即名义混凝土压区相对高度系数 ξ 的增大，截面延性性能愈益降低。在高配筋率的情况下，弯矩达到峰值后弯矩-曲率曲线就很快出现下降，并且下降得较为剧烈，但在低配筋的情况，弯矩-曲率曲线能保持有相当长度的水平段，然后曲线才缓慢下降，水平段的长度与 ξ 值的大小有关。从混凝土出现裂缝到受拉钢筋屈服这一阶段，弯矩-曲率曲线基本上保持为直线，斜率较混凝土开裂前为小。

图 12.5.3 表示了轴力对截面弯矩-曲率曲线的影响。在试件 L3-9 和 L3-11 中施加的轴力相应为 80kN 和 120kN，这两根试件都属于大偏心受压破坏的形态。它首先使跨中最大弯矩截面处的受拉钢筋达到屈服，然后随着裂缝向上发展，压区不断减小，最后导致压区混凝土压碎而破坏。为了对比，在图 12.5.3 中同样表示出了试件 L3-7 的弯矩-曲率曲线，试件 L3-7 未加轴力，为受弯构件，它的配筋率与试件 L3-9 相仿。从图 12.5.3 曲线的比较中可见，随着轴力的增大，弯矩-曲率曲线中的水平段减小，截面的延性亦随之降低。在图中同样表示出了理论计算求得的弯矩-曲率曲线。

图 12.5.2 中的试件 L3-6 和图 12.5.3 中的试件 L3-7 均为受弯构件，二根试件的受

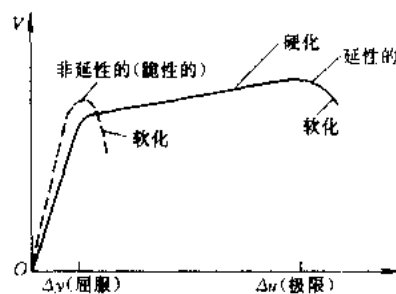


图 12.5.1 受弯构件荷载-位移曲线

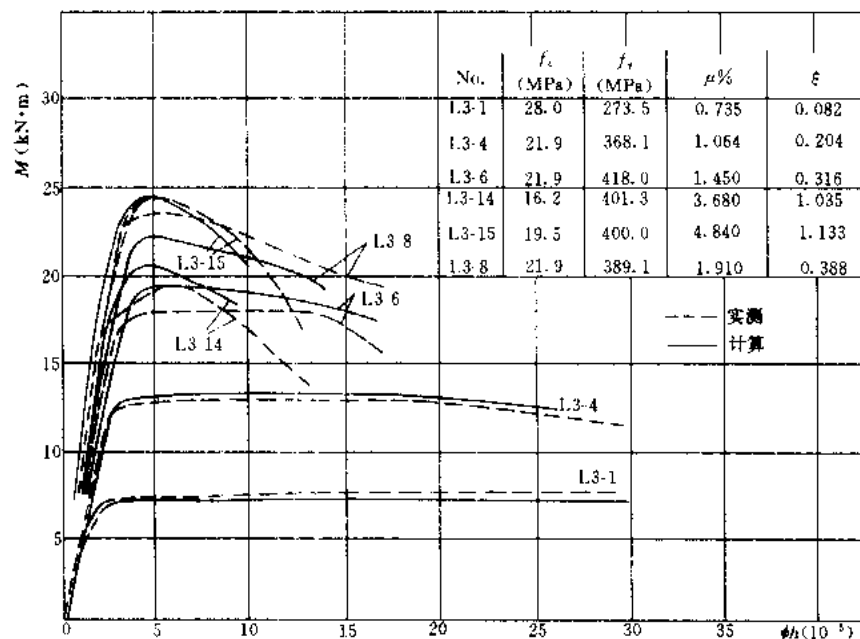


图 12.5.2 配筋率对弯矩-曲率曲线的影响

拉配筋率基本相等,而试件 L3-6 未配置压筋,试件 L3-7 中配了压筋,其受压配筋率为 0.223%。从上述二图的比较中可见,配置压筋的试件 L3-7 的延性明显地优于试件 L3-6。由此可见,由于有了压筋,减少了名义混凝土压区相对高度系数,从而显著地改善了构件的延性。

12.5.2 无约束截面的延性比

无约束截面系指在非地震设防区钢筋混凝土结构的普通配箍方式,不因考虑地震作用改善延性而加强箍筋设置。

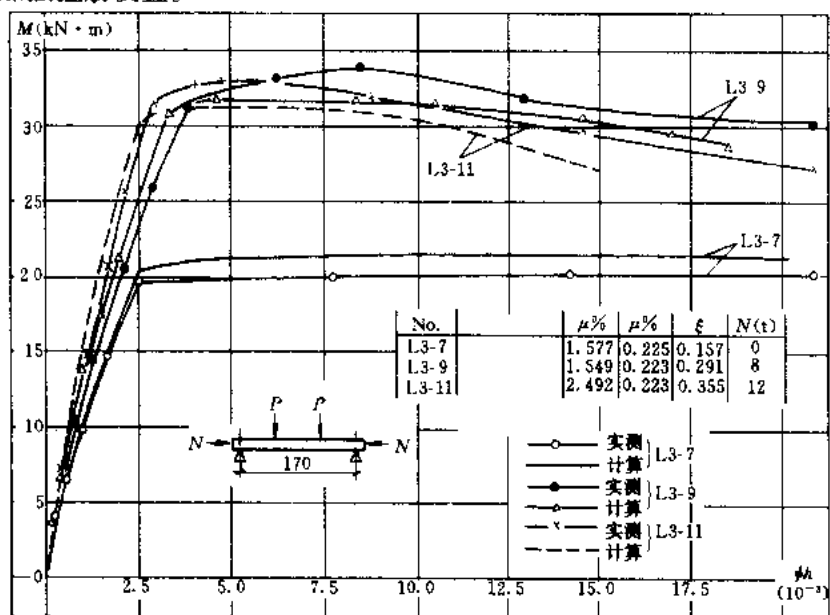


图 12.5.3 轴力对弯矩-曲率曲线的影响

截面延性比 β_s 可采取曲率的比值来表示, 而构件延性比 β_0 或 β_f 可采用转角 θ 或位移 f 的比值来表示。通常采取以位移作为构件延性比的标准。关于延性比的取值标准, 目前尚无明确的统一的定义, 取法不一。顾名思义, 屈服变形理应是受拉钢筋刚屈服时相应荷载下的变形值, 在一般情况下, 它刚好反映在变形曲线上的明显拐点。但是, 例如剪力墙那样的结构, 钢筋是分布设置的, 当最外缘一排钢筋受拉刚屈服时的荷载并不与变形曲线上的明显拐点相一致的。又如超筋梁和由混凝土强度控制的压弯构件, 在确定延性比时关于屈服变形的取值也是不明确的。有关极限变形的取值标准更不统一。通常是以最大荷载值持续到开始卸载时的变形值作为极限变形值, 但有时还以最大荷载值下降到 (80 ~ 90)% 时的变形值作为极限变形值。

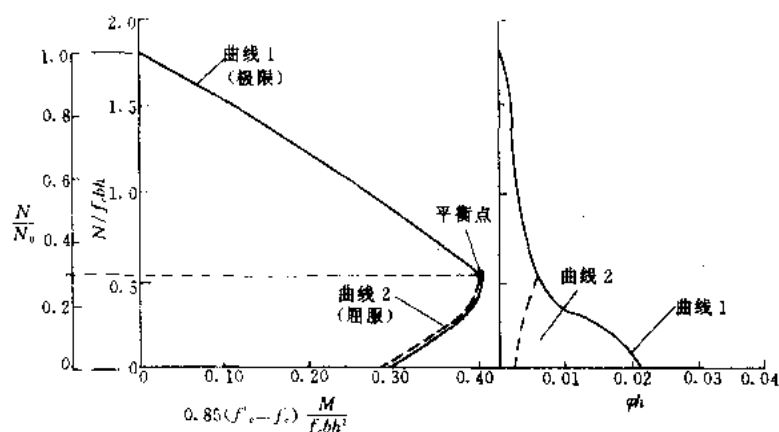


图 12.5.4 柱截面的强度与延性

图 12.5.4 给出了一个钢筋对称布置柱截面轴力 N 与弯矩 M 相互作用曲线和 $N-\phi_0$ 关系曲线的分析结果^[13], 图中的曲线 1 相应表示混凝土极限应变取为 0.004 时计算得出的 $N-M$ 曲线和 $N-\phi_0$ 曲线。而曲线 2 则分别表示与受拉钢筋首次达到屈服时各点相对应的 N 和 M 组合及其 ϕ_0 值。曲线 2 不会出现在大小偏心受压界限的平衡点以上, 在小偏心受压情况下, 受拉钢筋是不会屈服的。在平衡点 $N-M$ 曲线以下, 曲线 1 和曲线 2 相互很接近, 这表明在屈服之后承载能力提高不多。在平衡点 $N-\phi_0$ 曲线以下, 曲线 1 和曲线 2 则相互分离, 并随轴力 N 的减小, 二者差异越大。

图 12.5.5 表示了曲率延性比 β_s 随名义混凝土压区相对高度系数 ξ 的变形规律。根据图 12.5.5 的实测值, 可得出以下经验公式:

$$\begin{aligned} \text{单调加载 } \beta_s &= \frac{1}{0.04 + \xi} & (\xi \leq 0.5) \\ \text{周期加载 } \beta_s &= \frac{1}{0.035 + 0.65\xi} & (\xi \leq 0.5) \end{aligned} \quad (12.5.1)$$

从图 12.5.5 的实测值表明, 曲率延性比 β_s 随名义混凝土压区相对高度系数 ξ 的增大而减小, 并且随着系数 ξ 值的增大, 曲率延性比 β_s 的变化愈益变得平缓。在周期反复荷载下的曲率延性比 β_s 要大于单调荷载下的数值。

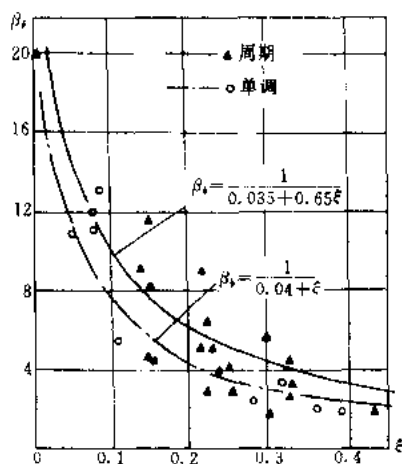


图 12.5.5 曲率延性比 β_k 值图

12.5.3 无约束构件的延性比

弯曲破坏为主的钢筋混凝土构件，其破坏区往往集中在一个较小的区段内，例如框架梁和柱的端部，通常称其为塑性铰区。适筋梁塑性铰区的形成，开始于若干开裂截面纵筋的屈服，随着纵筋的屈服变形增大，裂缝不断张大，混凝土受压区逐渐减小，使裂缝截面的曲率迅速增长。同时，纵筋与混凝土间粘结的破坏，使裂缝间受拉钢筋的应力逐渐均匀，最后受压区边缘混凝土压碎而达极限承载力。从纵筋的屈服到强度极限，构件变形主要靠铰区的塑性转动提供，若用箍筋约束提高其塑性转动能力，对提高框架结构的抗震性能十分重要。

塑性铰区长一般可由曲率沿构件长的分布来确定。适筋梁和大偏心受压柱破坏时沿构件纵向的曲率分布，如图 12.5.6 所示。若截面纵筋开始屈服时的曲率为 ϕ_y ，则破坏时在区段长为 l_y 的范围内纵筋全部达到屈服（ l_y 称为屈服区段长）（图 12.5.6b），此时最大弯矩处曲率 ϕ_c 已远远超出 ϕ_y 值，而裂缝截面的曲率较未开裂截面曲率大，使曲率沿构件长呈波动型衰减变化。以最大弯矩处位移相等原则得出等效曲率分布图（图 12.5.6c），其可分为两部分：跨中塑性变形区，曲率值为 ϕ_c ，区段长 l_p ；弹性变形区，以屈服曲率 ϕ_y 及构件截面开裂时曲率 ϕ_{c0} 为拐点的两线型变化关系。等效曲率分布图中塑性集中变形区段长即为塑性铰区长度。

适筋梁和大偏心受压柱在极限承载力时，塑性铰区长度与截面有效高度之比 l_p/h_p 一般为 0.2~0.5。而屈服区段长与截面有效高度之比 l_y/h_0 约为 1.0~1.5。塑性铰区变形的发展与弯矩分布梯度、剪力引起的斜裂缝、钢筋与混凝土间粘结等状况有关，故塑性铰区长度值一般较离散，但随混凝土受压区相对高度系数 ξ 或轴压比的增大， l_p/h_0 的比值将减小。

根据纵筋屈服和荷载达最大值时的曲率沿杆长的分布图（如图 12.5.6），按结构力学的一般方法不难求出构件的位移（ Δ_y 和 Δ_u ）或转角（ θ_y 和 θ_u ），并据此可得出构件的位移延性比 $\beta_l = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$ 或转角延性比 $\beta_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_y}$ 。

图 12.5.7 表示了根据试验结果得出的实测的位移延性比 β_l 与名义混凝土压区相对高度系数 ξ 的变化规律。

实测位移延性比 β_l 值，可按以下的经验公式计算：

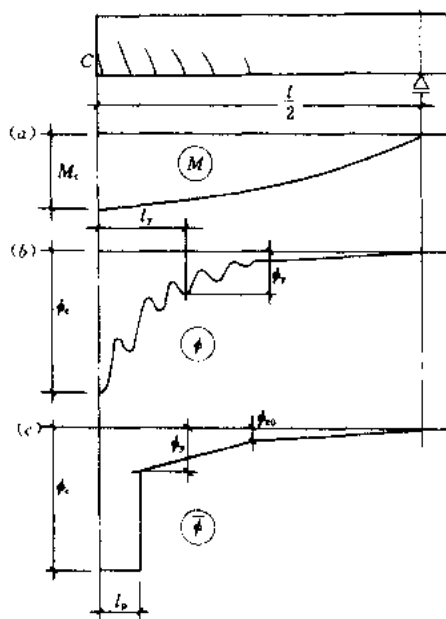


图 12.5.6 适筋构件纵向曲率分布

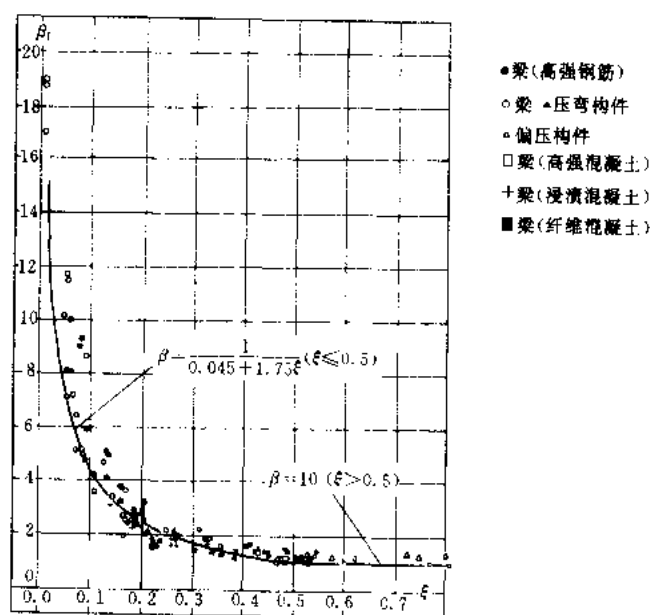


图 12.5.7 位移延性比 β_f 值图

$$\beta_f = \frac{1}{0.045 + 1.75\xi} (\xi \leq 0.5) \quad (12.5.2)$$

从图 12.5.7 中实测数据的分布表明, 随着名义混凝土压区相对高度系数 ξ 值的减小, 延性比随之增大, 并且变化愈益剧烈, 压筋的影响十分有利, 尤其是对称配筋的梁具有极好的延性。同时与图 12.5.5 的比较中可见, 曲率延性比 β_k 值大于位移延性比 β_f 值。钢种、混凝土强度等级和加载方式对延性比的影响并不明显。周期反复荷载下的位移延性比 β_f 略高于单调荷载下的数值, 但二者相差不大。

12.6 约束构件的延性比

12.6.1 含箍特征值和箍筋型式的影响

许多研究表明, 中心受压的混凝土棱柱体, 由于配置箍筋, 限制了混凝土的横向变形, 从而提高了它的抗压强度和轴向变形能力。一般认为, 配置螺旋形箍筋比普通方箍约束效果更为明显。这说明配箍形式不同, 约束混凝土的作用也不同。如在图 12.3.8 和图 12.3.9 中所示, 将配有复合箍和配有普通方箍的混凝土棱柱体, 在中心受压下, 试验测得的应力-应变全曲线作了对比。两组试件具有相同的含箍特征值。但对比结果表明, 配有复合箍的棱柱体的强度和峰值应变比普通方箍的试件均有较大幅度的提高, 这种约束效果的改善特别表现在曲线的下降段变得平缓, 它充分说明了对限制混凝土的横向变形复合箍比普通方箍更为有效, 从而提高了构件的延性。

同时, 有效的配箍形式能提高混凝土的延性, 这同样在钢筋混凝土柱的试验结果中得到了证实。图 12.6.1 表示了对称配筋柱在不同箍筋型式下位移延性比 β_f 随配箍特征值 λ_s 的变化规律。在对称配筋柱中, 混凝土压区相对高度系数 ξ 即为柱的轴压比, 即 $\xi = \frac{N}{f_c b h} = 0.3$ 。从图中可见, 配有螺旋箍和复合箍的钢筋混凝土柱比配有普通方箍的柱具有更大的位移延性比, 并且随着含箍特征值的提高, 位移延性比的提高幅度也越大, 且随 λ_s 几

乎按直线增长。与非地震区的普通构造配箍柱相比，由式 (12.5.2) 计算得出的位移延性比只有 1.75，它比经箍筋加强柱的位移延性比低得多。

提高含箍特征值 λ_s ，增强对受压混凝土的约束作用，以改善它的变形性能，这在承受轴压为主的钢筋混凝土柱中，效果更为明显。在相同的轴压比下，经配箍加强的钢筋混凝土长柱的位移延性比 β_f 随 λ_s 几乎直线增长 (图 12.6.1)。与普通构造配箍柱相比，由式 (12.5.2) 计算位移延性比只有 1.75，比经箍筋加强柱的位移延性比都低。

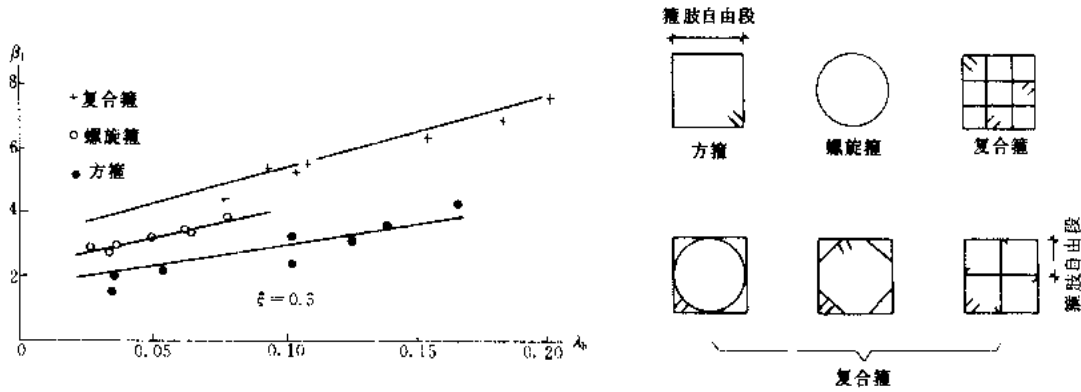


图 12.6.1 λ_s 对柱位移延性比影响

图 12.6.2 建筑常用箍筋形式

我国建筑常用的箍筋形式有普通方箍、螺旋箍及复合箍 (图 12.6.2)。从受压约束混凝土破坏机理分析，箍筋约束作用在受压混凝土应力接近或达到抗压强度极限时，才得以充分发挥。此时由于核芯受压混凝土横向变形的急剧增长、箍筋受力增大，使箍筋所在平面内的箍肢自由段发生向外弯曲，箍筋平面形态也由此渐趋稳定。普通方箍有较长的箍肢自由段，对受压核心混凝土的横向变形约束效果相对较差，在普通方箍内附加任何一种形式的拉结筋组成复合箍，都能减小箍肢自由段长度，因而约束效果较普通方箍好，螺旋箍由于其平面状态稳定，一般认为它具有最佳约束效果。有效的箍筋形式，使受压混凝土达极限强度后，承载能力下降缓慢，残余强度高，极限应变大，因而具有良好的延性。

12.6.2 约束构件的位移延性比

从图 12.6.1 的对比中还可看出，当 $\xi = 0.3$ 时，相对于配置普通方箍的柱位移延性比，螺旋箍平均提高约 1.4 倍，而复合箍提高约 1.6 倍。

为了反映配置不同形式箍筋对钢筋混凝土柱延性的影响，特引入含箍特征值的修正系数 α 。因此 α 值定义为：在相同的混凝土名义压区相对高度系数下，欲获得同样的延性比时，钢筋混凝土柱配置普通方箍或其他形式箍，两者所需含箍特征值之比。若比值 $\alpha > 1$ 时，恰好说明有效的配箍形式只需配置较小的含箍率，便可同样达到配置较高含箍率下普通方箍柱所具有的延性比。

在经约束加强的钢筋混凝土柱的位移延性比经验公式中，除反映轴压比影响外 (式 12.5.2)，还应考虑含箍率及箍筋形式对延性的影响。

引入配箍特征参数，它等于含箍特征值 λ_s 与箍筋形式系数 α 的乘积。 α 取为箍肢自由段长度和外圈封闭箍以外的附加箍含量的函数，经 80 个试件统计所得的 α 值如表 12.6.2 所示。用轴压比及配箍特征参数 $\alpha\lambda_s$ 表示的柱位移延性比为：

$$\beta_{lm} = \frac{\sqrt{1 + 6\alpha\lambda_s}}{0.045 + 1.75\xi} \quad (12.6.1)$$

$$\beta_{lu} = \frac{\sqrt{1 + 30\alpha\lambda_s}}{0.045 + 1.75\xi} \quad (12.6.2)$$

箍筋形式系数 α 表 12.6.1

普通方箍	复合箍、螺旋箍
1.0	2.0

上式中 β_{lm} 为将柱达极限承载力时位移定义为极限位移所得出的位移延性比, 而 β_{lu} 为柱承载力下降 10% 时的位移定义为极限位移所得出的位移延性比。

12.7 钢筋混凝土柱滞回曲线

钢筋混凝土框架柱, 主要承受结构的轴向荷载和弯矩, 同时也有剪力的作用。钢筋混凝土框架柱的剪切破坏和小偏心受压破坏具有脆性破坏的特点而使结构延性大为降低, 对结构抗震不利。大偏心受压下的弯曲破坏, 柱受拉一侧钢筋首先屈服, 然后受压侧钢筋屈服、混凝土压碎, 出现与双面配筋适筋梁类似的破坏形态, 具有塑性破坏的性质, 对钢筋混凝土框架抗震有利。

在周期反复荷载下, 在压弯构件达到屈服之后, 构件加载与卸载刚度逐步降低, 并且这种刚度的降低随着加载循环次数的增加而愈益剧烈, 具有明显的蜕化现象。构件在开始反向加载阶段, 主要由于钢筋的粘结滑移, 荷载稍有增长而位移却增长较快, 加载曲线出现明显的滑移段, 但随着荷载的继续增加, 原处于受拉区的混凝土裂缝逐步闭合, 构件刚度有明显的提高, 加载曲线的走向基本上是指向历史上到达过的最大位移点, 然后再沿骨架线前进。在开始卸载阶段, 位移的变化有明显的滞后现象, 卸载曲线几乎平行于荷载轴, 随着荷载继续下降, 构件刚度明显降低, 而在卸载接近于零时, 曲线亦有明显的滑移段。

12.7.1 纵筋配筋率的影响

钢筋混凝土框架柱一般均采用对称配筋型式, 以承受水平反复的地震作用。柱纵筋配筋率的提高, 不但提高了柱的承载力, 而且耗散地震能量的能力也有提高。在不同纵向钢筋配筋率下, 荷载 P 与柱端位移 f 的滞回曲线的比较, 如图 12.7.1a, b 所示。在图 12.7.1a 中的试件 L2-3 单面纵筋配筋率为 0.467%, 而图 12.7.1b 中试件 L2-18 则提高到 2.54%。柱极限荷载由 54kN 提高到 83kN, $P-f$ 曲线的滞回环由明显的捏拢形变为丰满形。若将图 12.7.1 中的荷载和位移坐标换成相对比值 P/P_u 和 f/f_u , 此处 P_u 和 f_u 相应为极限荷载值与极限荷载下的位移, 则纵向配筋率对滞回环的影响示于图 12.7.2。从图中可见, 在相等位移比下, 滞回环面积随纵向配筋率的提高而增大, 说明耗能性能明显改善。为了改善钢筋混凝土柱的变形性能, 我国设计规范规定柱纵向钢筋的最小总配筋率为 0.5% ~ 1.0%, 并视柱在框架中的部位及框架抗震等级而定。

12.7.2 轴压比的影响

在图 12.7.3 中相应地表示了在不同轴压比条件下, 试件 L2-22 和 L2-21 的荷载-位移滞回曲线, 其相应的轴压比 N/bh_0f_c 相应为 0.266 和 0.459。若以名义混凝土压区相对高度系数 ξ 来表示, 则相应的 ξ 值为 0.243 和 0.419。

从图 12.7.3 所示滞回曲线的比较中可见, 随着轴压比的提高, 滞回环愈益呈现出捏

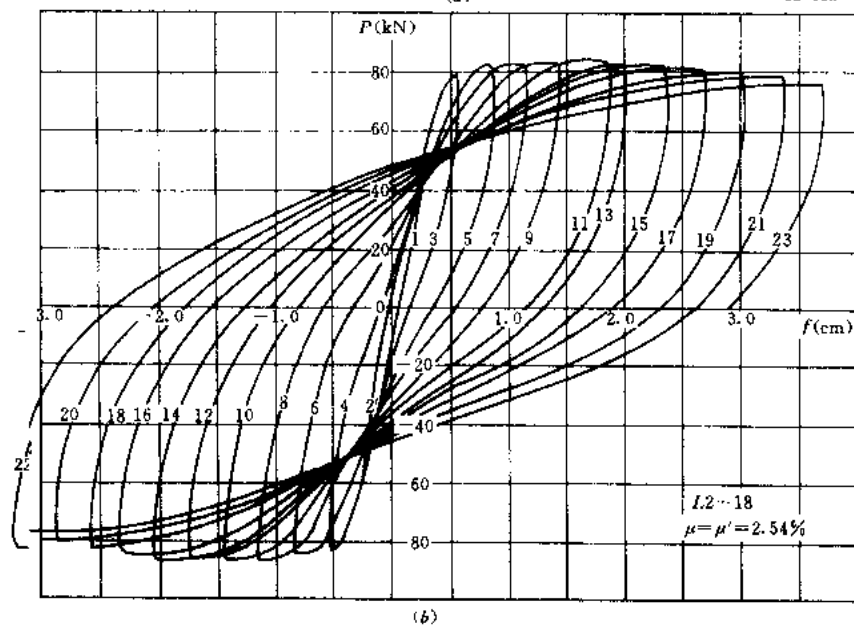
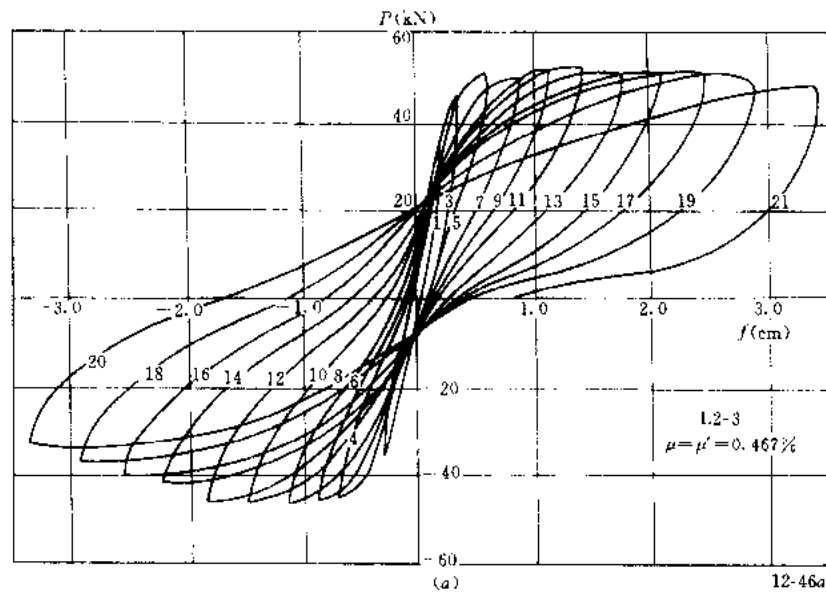


图 12.7.1 纵筋配筋率对柱 $P-f$ 曲线的影响

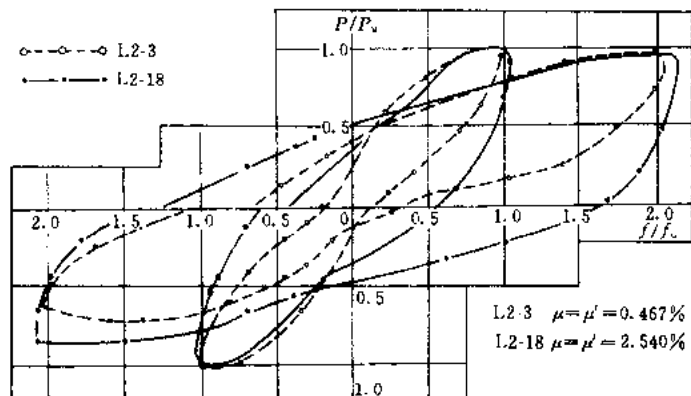
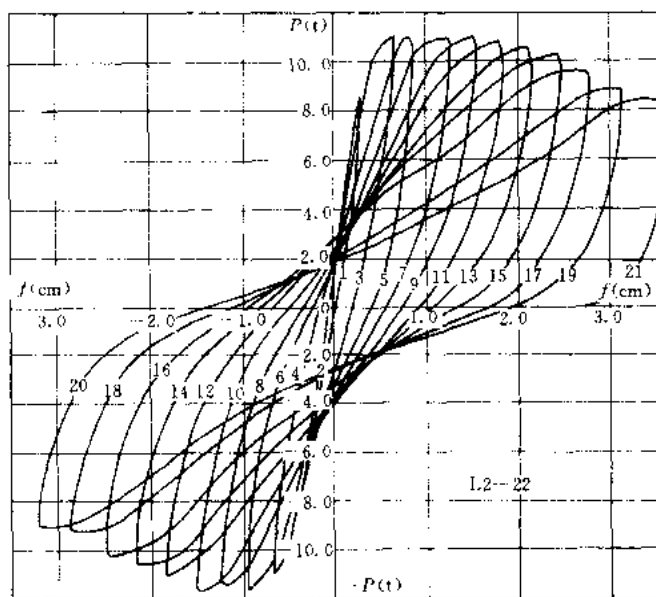
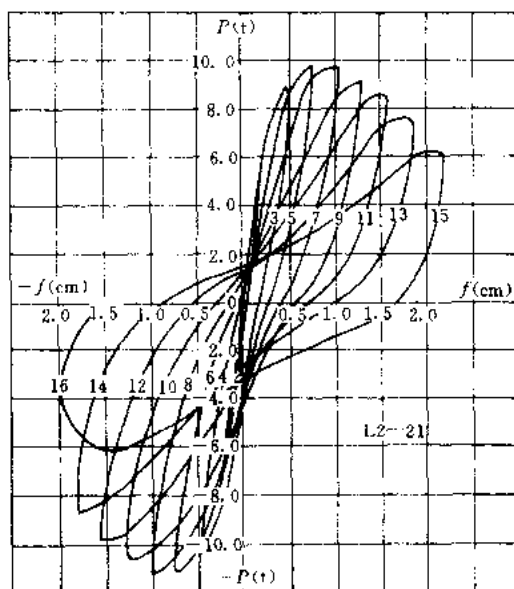


图 12.7.2 纵筋配筋率对柱耗能能力的影响



(a)



(b)

图 12.7.3 荷载-位移滞回曲线

(a) 试件 L2-22, $N=176\text{kN}$; (b) 试件 L2-21, $N=291\text{kN}$

拢现象, 延性明显下降。由于对称配筋的关系, 即使压区混凝土已发展到破损的情况下, 构件的强度仍未表现出有下降的趋势, 还具有较高的承载能力, 表明延性极好。为了对比起见, 在图 12.7.4 中同样表示了不同轴压比对单个滞回环的影响。所对比的构件具有相同的配筋率及配箍率。图中的纵向和横向座标相应地取荷载和位移极限值的相对比值。

12.7.3 箍筋的影响

为了探讨箍筋对构件滞回曲线及其延性的影响, 在试件 L2-7 和 L2-9 中分别配置了间距为 15、3.75cm 矩形封闭式箍筋, 箍筋直径均为 $\phi 6$ 。在图 12.7.5 中表示了试件 L2-7

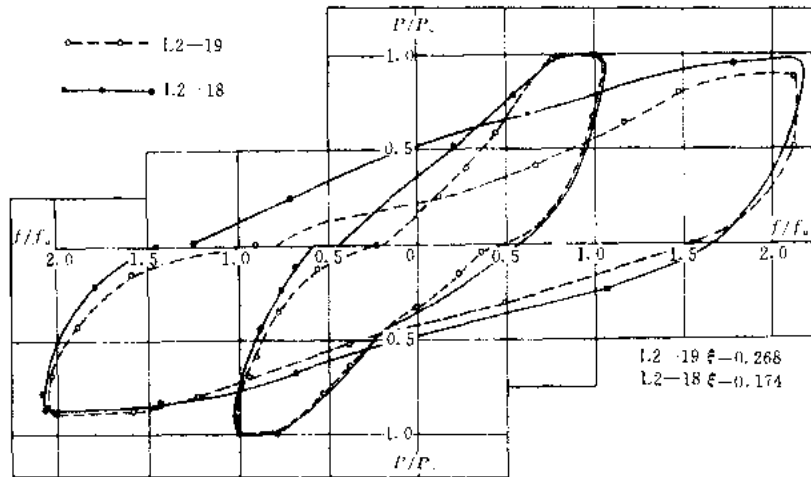
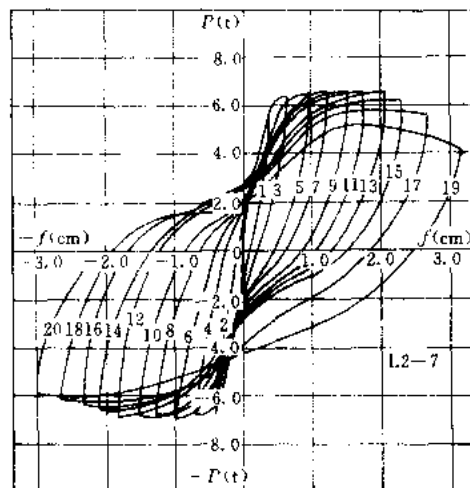


图 12.7.4 轴压比对滞回环的影响图

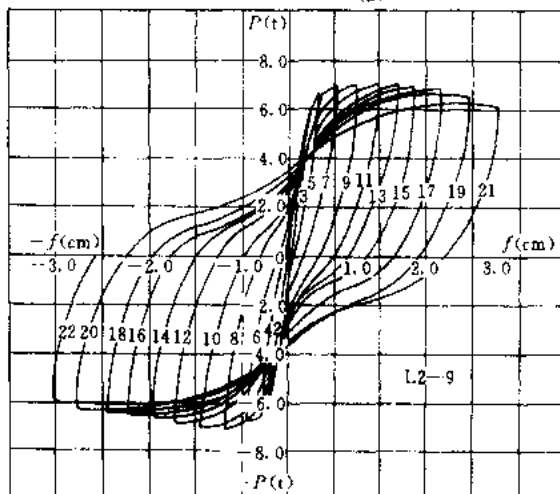
和 L2-9 的荷载-位移滞回曲线，轴力相应为 125.7kN 和 132kN，轴压比为 0.170 和 0.168，名义混凝土压区相对高度系数 ξ 为 0.155 和 0.153。

为了便于比较，在图 12.7.6 中同样表示了不同箍筋间距对单个滞回环的影响，图中坐标同样采取了相对值。从上述各图的比较中可见，加密箍筋能改善构件的延性性能，提高构件的延性比和吸收能量的能力，尤其显著地改善了荷载达到峰值以后阶段的滞回特性，骨架曲线的下降段明显地变为平缓，不致使构件发生突然性的破坏，这对构件的抗震性能的改善极为有利。

综上所述，试验结果表明，构件的纵向配筋率、配箍率与轴压比等因素，对构件的滞回特性、延性及其耗能能力都有明显的影响。随着箍筋的加密，滞回环越益丰满，构件延性提高，耗能能力增加，而轴压比的增加却使滞回环变得越加捏拢，延性降低。由于对称配筋的缘故，纵向配筋率的提高，对构件的耗能能力和延性同样也得到改善。轴压比和配箍率对构件的破坏形态有较大影响，当轴压比较大时，压区混凝土破碎较为严重，而



(a)



(b)

图 12.7.5 荷载-位移滞回曲线

(a) 试件 L2-7, 箍筋间距 15cm; (b) 试件 L2-9, 箍筋间距 3.75cm

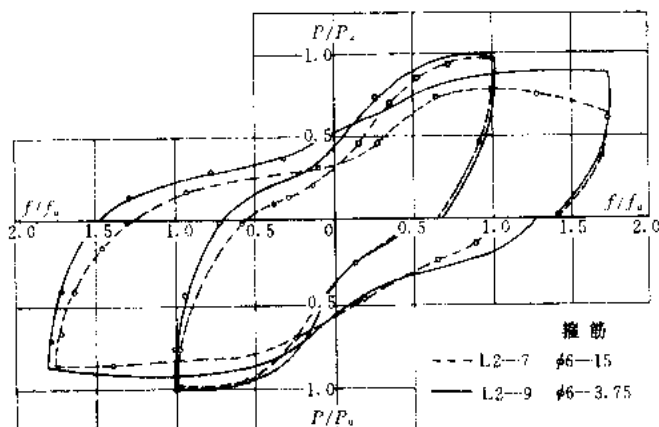


图 12.7.6 箍筋对滞回环的影响

箍筋间距过大，配箍率减小，则将使纵向钢筋过早压屈，影响构件的变形能力。

12.8 由钢筋粘结滑移产生的附加变形

结构物在遭受地震作用时，由于结构构件伸入节点或基础主筋的粘结滑移以及节点区的变形，往往使结构产生较大的附加变形，这在结构非弹性地震反应分析中，是个不容忽视的因素。试验结果表明，主要由钢筋粘结滑移所引起的节点区附加变形约占总变形量的 $\frac{1}{4} \sim \frac{1}{3}$ ，并且随着反复循环加载次数的增多，附加变形量更为可观。

图 12.8.1 给出了典型的实测荷载与中间节点区钢筋变形滞回曲线。由于节点刚度很大，节点区钢筋的变形主要是由粘结滑移所产生，因而可将图 12.8.1 简称为钢筋粘结滑移滞回曲线。

图中横坐标为所测钢筋伸缩长度。从图 12.8.1 中的曲线表明，当钢筋受拉时滑移量较大而受压时滑移量则相对较小，并且随着加载循环次数的增加，受拉钢筋的滑移量亦越大，但受压时钢筋的滑移量无多大变化。同时，实测还表明，当构件名义混凝土压区相对高度系数 ξ 较小时，节点区钢筋粘结滑移量往往较大，反之则滑移量较小。

如果将节点区上下两边钢筋的实测变形量换算成附加的滑移转角 θ_s ，则可得到弯矩 M 与滑移转角 θ_s 的滞回曲线，如图 12.8.2 所示。

从图 12.8.2 中的滞回曲线可以看出，弯矩—滑移转角滞回曲线具有以下特性：荷载达到屈服弯矩以后，卸载曲线大体上接近为直线，卸载刚度随着滑移量幅值的增长而

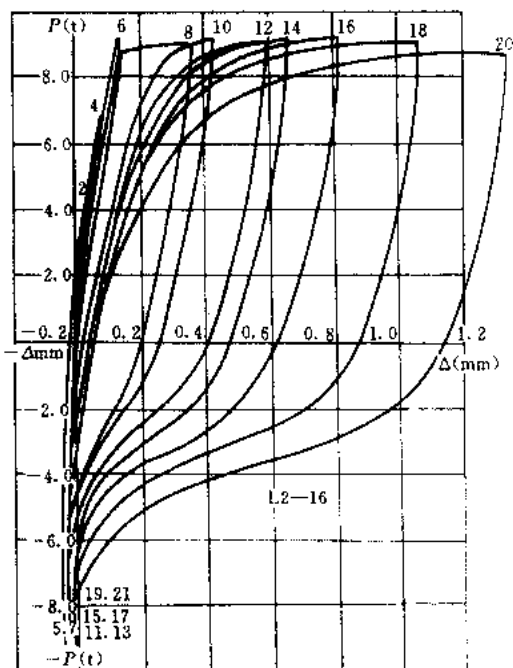


图 12.8.1 节点区钢筋变形滞回曲线图

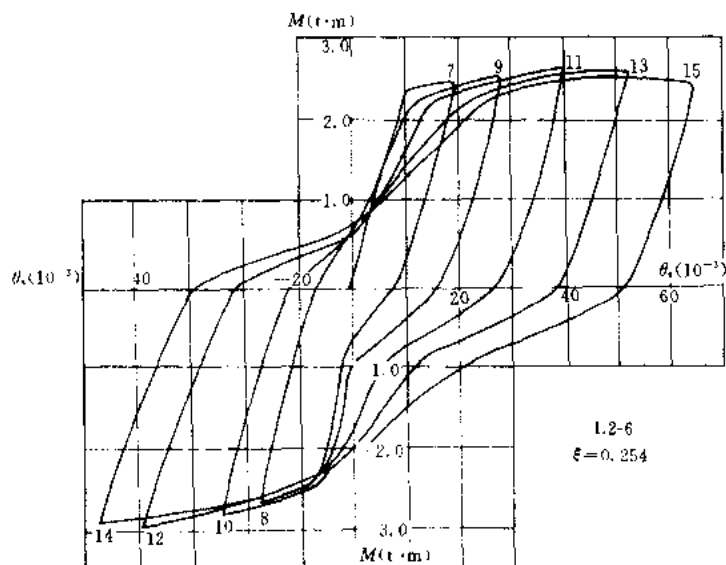


图 12.8.2 滑移转角 θ_s 滞回曲线图

降低，加载刚度也随着残余滑移量的增长而降低。卸载后开始再加载的初始阶段表现出明显的滑移特征，在这一阶段当弯矩增加不多的情况下，滑移转角值迅速增长，引起刚度的严重蜕化，而当弯矩继续增加到某一数值后，滑移转角增长速度减慢，刚度逐渐增大，大体上指向骨架线的屈服点，然后又沿骨架线前进。整个弯矩—滑移转角滞回曲线，由于钢筋滑移蜕化引起了明显的捏拢现象。这个钢筋粘结滑移滞回曲线的捏拢现象正好与荷载—位移滞回曲线的捏拢现象相符合。

为了在钢筋混凝土结构非弹性地震反应分析中考虑节点区钢筋滑移的影响，上述滑移转角的滞回特征对建立

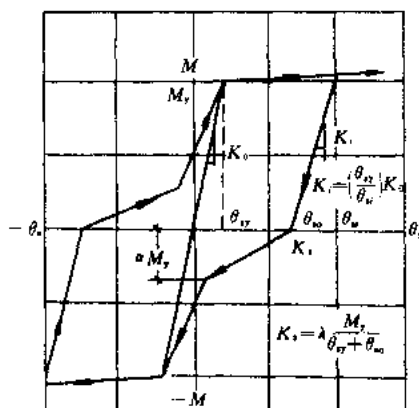


图 12.8.3 $M-\theta_s$ 恢复力模型^[9]

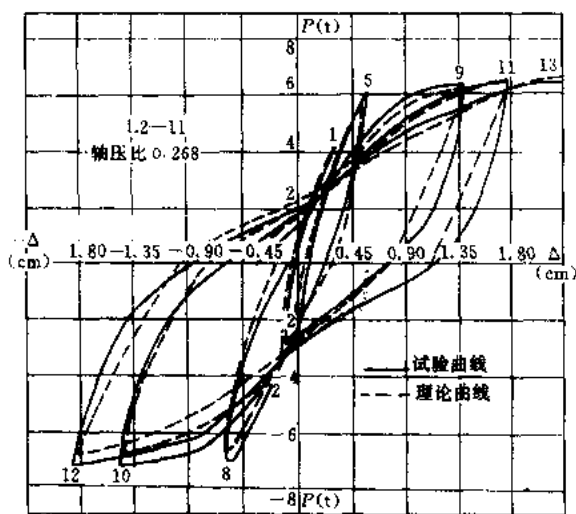


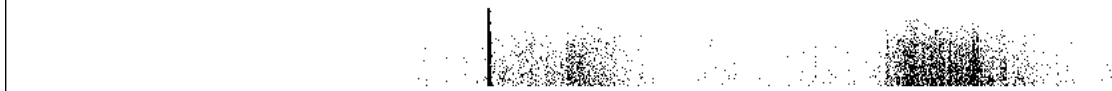
图 12.8.4 压弯构件荷载—位移滞回曲线的对比^[9]

节点区钢筋粘结滑移的恢复力模型提供了基础。为了在结构非弹性地震反应分析中应用，钢筋粘结滑移恢复力模型可简化成如图 12.8.3 所示的退化二线型。

根据试验数据的分析,取系数 $\gamma = 0.19$, $\lambda = 0.6$, 及 $d = 0.28$ 。若取弯矩-曲率恢复力模型为退化三线型,则按此滞回规则,实测和理论计算求得的压弯试件 $P-\Delta$ 滞回曲线如图 12.8.4 所示,图中实测值与理论计算值的比较表明,二者是较符合的。

参 考 文 献

- 1 中华人民共和国国家标准. 混凝土结构设计规范 GBJ10-89. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989
- 2 清华大学抗震抗爆工程研究室. 钢筋混凝土结构构件在冲击荷载下的性能. 科学研究报告集第 4 集. 北京: 清华大学出版社, 1986
- 3 B. Kato, H. Aoki, H. Yamanouchi, Experimental Study of Structural Steel Subjected to Tensile and Compressive Cyclic Loads, Proc. 14th Japan Congress on Materials Research, March, 1971
- 4 D. C. Kent, R. Park, Cyclic Load Behavior of Reinforcing Steel, Strain, Vol. 9, No. 3, July, 1973
- 5 王炯明, 徐波, 沈聚敏. 反复荷载下钢筋的本构关系. 建筑结构学报, Vol. 13, No. 3, 1992
- 6 CEN/TC 250, Eurocode 2, Design of Concrete Structures, European Prestandard, 1992
- 7 アドバースト コンクリート — 高强度化を求め乙 —, 建筑技术, 1988
- 8 陈肇元, 朱金铃, 吴佩刚. 高强混凝土及其应用. 北京: 清华大学出版社, 1992
- 9 清华大学抗震抗爆工程研究室. 钢筋混凝土结构的抗震性能. 科学研究报告集第 3 集. 北京: 清华大学出版社, 1981
- 10 清华大学抗震抗爆工程研究室. 混凝土力学性能的试验研究. 科学研究报告集第 6 集. 北京: 清华大学出版社, 1996
- 11 过镇海, 张秀琴, 翁义军. 箍筋约束混凝土的强度与变形. 见: 唐山地震十周年中国抗震防灾论文集 (续集). 北京: 城乡建设环境保护部抗震办公室, 1986
- 12 王传志, 滕智明主编. 钢筋混凝土结构理论. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985
- 13 J. A. Blume, N. M. Newmark, and L. H. Corning, Design of Multistory Reinforced concrete Buildings for Earthquake Motions, Portland cement Association, Chicago, 1961, 318pp.



第三篇 结构抗震设计与抗震加固

第 13 章 抗震设计原则

13.1 设防标准与抗震设计目标

13.1.1 地震震害的启示^[1,2]

由于地震时产生的巨大能量,往往造成各类建筑物和设施的破坏,甚至倒塌,并由此引起的各种次生灾害的发生以及人员的伤亡。为了解决建筑物和各类设施抗御地震破坏,防止地震时人员伤亡,减少地震所造成的经济损失,是地震工程和抗震工程学的重要任务。国内外大量震害都表明,采用科学合理的抗震设计方法和措施,是当前减轻地震灾害的最有效途径。1976年7月28日在我国一个拥有150万人口的唐山市,遭遇7.8级地震的袭击,顷刻间整座城市化为一片瓦砾,人员死亡高达近25万人,经济损失超过百亿元。可是,1985年一个拥有100余万人口的智利瓦尔帕莱索市虽遭受了同样7.8级地震的袭击,人员死亡却只有150人,而且不到一周时间,整个城市就恢复原样。同样大小的地震,城市人口也差不多相同,却产生了如此不同的后果,只是因为瓦尔帕莱索市的建筑物和设施曾进行了有效抗震设防。

对各类建筑物和设施进行抗震设防,免不了要增加工程的造价和投资,因此如何合理地采用设防标准,既能有效地减轻工程的地震破坏,避免人员伤亡,减少经济损失,又能合理地使用有限的资金,是当前工程抗震防灾中的迫切需要解决的关键问题。由于制订的设防标准不同,各类建筑物和设施在地震中的表现会截然不同,因而地震时造成的损失也会有巨大的差别。例如,日本东京是国际著名大城市,历史上曾发生过8级以上大地震,日本政府以及各界一向对此十分关心和重视,长期以来一直致力于将东京建成一个能抗御8级大地震的城市。1986年一次6.2级地震发生在东京城底下,一座上千万人口的城市仅死亡2人,整个城市几乎未遭到破坏,可是一向认为没有发生大地震危险的日本第二大港神户市对工程抗震设防就不那么重视。在1995年1月17日的一次6.9级(JMA震级为7.2)的地震中,导致了近十万栋房屋毁坏,5500人死亡和约1000亿美元的经济损失。又一个典型事例,1988年12月7日前苏联的阿美尼亚共和国发生一次6.8级地震,位于震中的斯皮塔克城全城变成废墟,距震中40公里的列宁纳坎市约有80%建筑物毁坏,更远的基洛伐克市也有将近50%的建筑物严重破坏或倒塌,地震死亡人数达4~5万人。该地区历史上曾发生过数次6~7级大地震,在地震区划图上也被划在MSK烈度表的9度地区。但前苏联政府,特别是城市规划和建设部门,鉴于城市居住建筑严重短缺,又缺乏

资金，便在 70 年代初期对大量新建的多层房屋建筑降低设防标准，一律从 9 度降低到 7 度，而恰恰正是这些房屋建筑在该次地震中大量倒塌，造成了众多的人员伤亡。从上述的震例不难看出，工程抗震是减轻地震灾害和损失的十分有效的措施，工程抗震的成效很大程度上取决于所采用的工程设防标准，而制订恰当、合理的设防标准不仅需要可靠的科学和技术依据，并同时要受到社会经济、政治等条件的制约。那么是不是对工程建筑物和设施的设防标准越高越好呢？当然不是这样。最佳的或者说可行、合理的设防标准的确定，特别是可接受的最低设防标准的制订，需要在保证地震安全性与谋取优化的经济效益和社会影响之间取得平衡。但是，现行的工程抗震设防标准在很大程度上是由人们的主观经验和判断来确定的，很难说清楚给定的设防标准到底能减轻多少破坏和损失，能在多大程度上避免或减少人员的伤亡。同样也很难说清楚在全国进行抗震设防将需增加多少投资，以及增加的抗震投资到底能换来多少期望的地震损失的减轻。

13.1.2 抗震设防标准

地震作用随机性强等特点和强烈的地震作用给人们生命财产造成的严重损失，促进了地震工程和工程抗震领域科学研究的深入开展。在地震发生的机制、地震危险性分析，在模拟地震作用下各类结构的抗震性能，在总结大地震的经验教训，在更仔细分析地震作用下结构的弹性、弹塑性反应，在更新抗震设计理论、进一步完善抗震设计方法以及用概率方法和引入工程决策方法等确定抗震设防标准等方面都取得了很大进展。

日本长期以来在抗震设计中采用 0.2 为“震度系数”和“容许应力设计方法”。到 60 年代后期，抗震工程界的专家指出了其不足之处。经过研究，在日本 1981 年实施的建筑抗震设计法中提出了所谓的“二次设计法”：即对建筑物在遭遇“震度系数”为 0.2 的地震作用下，建筑物处于弹性工作状态，在遭遇“震度系数”为 1.0 的地震作用下，建筑物不应倒塌。

美国 1975 年 SEAC 抗震规范指出，抵遇小地震结构不损坏；抵遇中等地震结构不坏，非结构构件可有某些损坏，抵遇大地震结构不倒塌。

我国 74、78 建筑抗震规范的抗震设防要求是，当建筑物遭遇相当于基本烈度地震影响时，建筑物可能有一定损坏，但不能危及人的生命和重要设备的安全，不加修理或稍加修理仍可继续使用。

在抗震设防和抗震设计中，都希望了解在设计基准期内各种不同强度地震发生的可能性以及地震的特性，以便合理地确定抗震设防标准和进行抗震设计。然而地震的发生和地震动的特性都不能精确地给出，必须以概率为基础进行推测。建立在用概率（随机过程）方法给出今后若干年内不同强度地震发生可能性的地震危险性方法，自 1968 年由美国 Cornell 确立以来^[3]，无论在研究还是应用方面都取得了很大进展。我国不少地震工程研究者对地震危险性分析方法的研究和应用，做了大量的工作，取得了许多研究成果。地震危险性分析研究和运用的深入开展，为用概率方法确定抗震设防标准创造了条件。

我国《建筑抗震设计规范》GBJ11—89 明确指出：“按本规范设计的建筑，当遭受低于本地区设防烈度的多遇地震影响时，一般不受损坏或不需修理仍可继续使用，当遭受本地区设防烈度的地震影响时，可能损坏，经一般修理或不需修理仍可继续使用，当遭受高于本地区设防烈度的预估的罕遇地震影响时，不致倒塌或发生危及生命的严重破坏。”

建筑抗震规范提出了三个烈度水准的抗震设防要求。这三个烈度水准是依据对我国华

北、西北、西南三个地区 45 个城镇的地震危险性分析结果^[4]，运用概率的方法对新的抗震规范中的“小震”、“设防烈度地震”与“大震”的概率意义和取值进行了分析并给出了相应的结果^[5]。

由于我国目前仍使用基本烈度区划图，所以需要基本烈度在 50 年内的超越概率进行估计。文献[4]在对华北、西北、西南三个地区的潜在震源、各震源的地震活动性、地震传播过程的衰减规律分析的基础上，给出了 45 个城镇的地震危险性分析结果。文献[6]对我国地震烈度的概率分布进行了检验、拟合，确定我国地震烈度符合极值Ⅲ型分布。这些为对基本烈度进行概率标定和用概率方法确定抗震设计中采用的“小震”与“大震”提供了条件。通过 45 个城镇不同超越概率所对应的烈度与该城镇的基本烈度相比较，计算了相比较差的平均值与标准差。从计算结果来看，在设计基准期 50 年内超越概率为 13% 的地震烈度与基本烈度相比较的总体标准差最小。值得注意的是，当超越概率在 0.09~0.16 范围内变化时，与基本烈度的标准差变化不大。因此，从工程实际来考虑，可以粗略的认为基本烈度相当于 50 年内超越概率为 10% 的烈度。

从概率意义上讲，“小震”应是多遇的地震。由于我国地震烈度的概率分布符合极值Ⅲ型，极值分布的众值为其概率密度函数上的峰点，即发震频度较大的烈度，在极值分布中此值为众值，所以我们称此地震烈度为众值烈度。从地震烈度的重现期来看，在设计基准期 50 年的众值烈度的超越概率为 63.2%，是重现期为 50 年的地震烈度，也就是说众值烈度为平均 50 年发生一次的地震烈度，因此把众值烈度作为一般工业与民用建筑截面抗震设计的“小震”烈度水准是合适的。

我国目前在抗震设计和抗震设防中仍采用基本烈度区划图。因此，一般工业与民用建筑抗震设计所采用的“小震”烈度应与基本烈度相联系。基本烈度大体为在 50 年内超越概率为 10% 的地震烈度，这与世界上一些国家（如美国、加拿大等）采用在 50 年内超越概率为 10% 的地震动参数作为一般工业民用建筑的抗震设防标准相一致。因此，文献[5]分别计算了这 45 个城镇在 50 年内超越概率为 10% 的地震烈度与众值烈度（在 50 年内超越概率为 63.2% 的地震烈度）之差，并从这 45 个城镇的总体上计算出其差值的平均值为 $\mu_{\Delta I} = 1.55^\circ$ ，标准差为 $\sigma_{\Delta I} = 0.169^\circ$ 。这样也可以认为基本烈度与众值烈度差的平均值为 1.55 度，根据烈度与地震地面峰值加速度的关系，可得到比基本烈度降低 1.55 度的众值烈度所对应的地面峰值加速度的折减系数为 0.34。

从概率意义上讲，“大震”应是罕遇的地震，即应为小概率事件。

众所周知，地震的发生无论在时间、地点、强度方面都是随机的。已往发生概率小于 5% 的强烈地震作用已多次给人们的生命财产造成了严重灾害。因此，对于“大震”作用下防止结构倒塌的变形验算，即第二阶段的抗震设计，其概率水平应在 50 年内的超越概率小于 5%。为了用随机事件出现的概率大体相同的方法来确定基本烈度为 7 度、8 度、9 度地区相应的大震烈度，文献[5]分别计算了超越概率为 5%~0.5% 而基本烈度为 7 度、8 度、9 度地区的相应烈度。根据计算结果，从既安全又经济的抗震效果，建议基本烈度为 7 度、8 度、9 度区的“大震”在设计基准期 50 年内的超越概率为 3%~2%，为小概率事件。从地震烈度的重现期来看，在 50 年内超越概率为 3%~2% 的地震烈度的重现期为 1641 年~2475 年，大体相当于二千年左右重现一次的地震烈度。在这样的大地震作用下，建筑结构的破坏状态为不倒塌。

概括起来说,我国抗震设计和设防的基础仍是全国基本烈度区划图,从概率上讲是50年内超越概率为10%的地震烈度。随着地震危险性分析工作的深入开展有可能用地震危险性区划图代替基本烈度区划,但也要给出在50年内超越概率为10%的地震烈度。在这个意义上讲,对于一般的工业与民用建筑抗震设防和设计的标准是在50年内超越概率为10%的地震烈度(或地震动参数),在截面抗震验算和抗震变形验算中采用的地震作用强度均以基本烈度(在50年内超越概率为10%的地震烈度)为基础,即截面抗震验算采用的地震烈度比相应的基本烈度低1.5度左右,抗震弹塑性变形验算的地震烈度比相应的基本烈度高,高多少,随基本烈度7度、8度、9度区而有所差别。也就是说,建筑抗震规范采用三个烈度水准:“小震”、“设防烈度地震”和“大震”,其设计方法为二阶段设计和相应的抗震构造措施。按建筑抗震规范设计的房屋,将达到三个烈度水准的抗震设防要求。表13.1.1列出了“小震”、“设防烈度地震”、“大震”在设计基准期50年内的超越概率、重现期和 α_{max} 的取值。

水平地震作用影响系数

表 13.1.1

类 别	在设计基准期 50 年的超越概率	重现期 (年)	水平地震作用影响系数 α_{max}		
			7 度	8 度	9 度
小震	0.632	50	0.08	0.16	0.32
设防烈度地震	0.10	475	0.23	0.45	0.90
大震	0.03~0.02	约 2000	0.50	0.90	1.40

上述的研究和实际应用都是从地震出现的概率和专家经验判断可冒多大风险而给出的。我国第三代烈度区划图给出的50年超越概率10%的烈度,是世界上一些国家作为抗震设防的标准,也就是说要冒10%的风险。这一抗震设防标准是否既安全又经济,是否为最优的抗震设防标准,是需要运用工程决策的方法进行分析研究。文献[7]采用投入—效益的工程决策分析方法对城市抗震设防标准和重要建筑的抗震设防标准进行了分析。

确定合理的抗震设防标准,必须建立在对一个城市或地区的地震危险性和对不同烈度地震作用下造成损失(包括直接损失和间接损失以及人员伤亡等)的科学分析基础上。

采用抗震设防—效益分析方法来确定工程抗震设防标准,需要建立目标函数,使之取极值求得最佳决策。目标函数可为期望的总损失,则极值为最小;也可为效益,则极值为最大。抗震设防标准的最佳取值,可为按某一设防烈度建造房屋和工程的投入与50年内该城市或地区在各种不同烈度地震作用下的期望损失之和 $W(I)$ 为最小来确定。可用下列公式表示:

$$W(I) = R(I) + \sum_{i=6}^{11} P(i) [S_1(I) + S_2(I) + S_3(I)] \quad (13.1.1)$$

$$W(I) \rightarrow \min \quad (13.1.2)$$

式中 $R(I)$ ——该城市或地区以 I 烈度作为设防烈度的工程投入;
 $P(i)$ ——该城市或地区 I 烈度的出现概率;
 $S_1(I)$ ——该城市或地区以 I 烈度作为设防烈度时,不同地震烈度作用下的直接损失(主要包括工程结构和结构内部财产的损失);

$S_2(I)$ ——该城市或地区以 I 烈度作为设防烈度时,不同地震烈度作用下的间接损失(包括停水、停电、火灾和停产的损失);

$S_3(I)$ ——该城市或地区以 I 烈度作为设防烈度时,不同地震烈度作用下的人员伤亡损失。

在对不同地震烈度作为设防标准的工程造价分析、地震危险性分析、地震作用下的震害预测、工程损失分析和间接损失估计等研究的基础上,文献[7、8]给出了对城市抗震设防烈度,不同重要性建筑和供水系统等抗震设防标准的工程决策分析结果。

文献[6]的分析结果表明,我国城市的抗震设防标准可以以50年超越概率10%的地震烈度作为标准。但在50年超越概率10%的地震烈度为6.5度~6.8度、7.5度~7.8度、8.5度~8.8度范围内时,可根据该城市的地震危险性分析结果以及城市的规模等,结合城市的抗震设防区划进行工程决策分析,确定这类城市最优的抗震设防烈度或地震动参数。

文献[8]对不同重要性建筑的抗震设防标准进行了工程决策分析,着重对乙类建筑和丁类建筑是否提高和降低地震作用进行抗震截面验算作了工程投入和地震损失分析,提出了不同重要性建筑抗震设防的最佳标准。其分析结果为,对于乙类建筑的指挥、调度系统的房屋,其抗震功能应使房屋中的重要设备在50年超越概率10%的地震作用能正常运行,其重要性系数可采用1.5,并且仅乘在地震作用效应上,同时其构造措施提高一度;对于大中城市的三级医院、医技楼和大型影剧院等,可仅提高一度采取构造措施;对于工厂中的变电站等,可采取抗震性能好、经济合理的结构体系,并按本地区的抗震设防烈度采取抗震措施;对于丁类建筑,可采用该类建筑地震作用的0.75倍进行截面抗震验算并降低一度采取构造措施,对于6度则不再降低。

13.1.3 基于功能的抗震设计^[9]

基于功能的抗震设计思想是近十年美国、日本等国地震工程和工程抗震专家广泛讨论的课题,虽然有不少文献论述,但到目前为止还没有制订出一本基于功能的抗震设计规范。基于功能的抗震设计较传统的抗震设计思想相比具有以下特点:第一为从着眼于单体抗震设防转向同时考虑单体工程和所相关系统的安全;第二为将统一的设防标准改变为满足不同性能要求的更合理的设防目标和标准;第三为设计人员可根据业主要求,通过费用—效益的工程决策分析确定最优的设防标准和设计方案,从而为新技术新方法的应用提供了更多的机会。

13.2 抗震概念设计的一般原则

13.2.1 地震环境及其对结构抗震行为的影响

在建筑设计的早期阶段应考虑到地震危险性,包括场址和场地土条件等因素在内对建筑物地震安全性的不利影响,以使结构方案达到可接受的造价之内,满足抗震设计的基本要求,以期取得较好的经济效益。

1. 避开抗震危险地段

地震时可能发生崩塌、滑坡、地陷、地裂、泥石流等地段以及震中烈度的发震断裂带可能发生地表错位的地段,一般称为建筑抗震危险地段。

(1) 发震断层与非发震断层

断层可分为发震断层（或称活动断层）和非发震断层（或称非活动断层）。一般说来，在过去 35000 年以内曾活动过一次，或者在五万年内活动过两次，被认为是发震断层，它具有潜在的地震活动性^[13]。与当地的地震活动性没有成因上联系的一般断层，在地震作用下一般也不会发生新的错动，通常认为是非发震断层。

发震断层突然错动，将释放巨大能量，引起地震动。当强烈地震时，断层两侧的相对错动，可能出露于地表，形成地表断裂。1976 年唐山地震，在报震区内，一条北东走向的地表断裂，长 8km，水平错动达 1.45m。由此可见，在发震断层附近地表的建筑物将会遭到严重破坏甚至倒塌，显然这种地震危险性在工程场址选择时必须加以考虑的。

国内通海 7.7 级地震（1970 年）、海城 7.3 级地震（1975 年）和唐山 7.8 级地震（1976 年）的震害调查资料表明，有相当数量的非活动断层对建筑震害的影响并不明显。位于非活动断裂带上的房屋建筑，与断裂带外的房屋建筑，在震中距和场地土条件基本相同情况下，两者震害指数大体相同。因此，在工程场址选择时，无须特意远离非活动断层。当然，建筑物具体位置不宜横跨断层或破碎带上，以防万一发生地表错动或不均匀沉降将给建筑物带来危险，造成不必要的损失。

(2) 山崩与滑坡

在强烈地震的作用下，陡峭的山区常易发生巨石滚落、山体崩塌和滑坡等地震灾害。1932 年云南东川地震，大量山石崩塌，阻塞了小江，并于 1966 年再次发生 6.7 级地震时，震中附近一个山头的一侧就崩塌了近 $8 \times 10^5 \text{m}^3$ 山体。1970 年 5 月秘鲁北部地震，也发生了一次特大的塌方，塌方体以每小时 20~40km 的速度滑移了 18km，以致一个市镇全部被塌方所掩埋，死亡人数近 2 万人之多。1970 年通海 7.7 级地震，丘陵地区山脚下的一个土质缓坡，连同土坡上的几十户人家的整座村庄，向下滑移了 100 多 m，土体破裂变形，房屋大量倒塌。1964 年美国阿拉斯加地震，岸边含有薄砂层透镜体的粘土沉积层斜坡，因薄砂层的液化而发生了大面积滑坡，导致土体支离破碎，地面起伏不平。所以在易发生山崩和滑坡等地段，应视为抗震危险地段，不应在此类地段建造建筑物。

2. 选择抗震有利地段

(1) 局部不利地形

根据我国近年来在乌鲁木齐、东川、邢台、通海、海城和唐山等地的地震震害普查结果所绘制的等震线图，在正常的烈度区内，常存在着小面积的高一度或低一度的局部烈度异常区。此外，同一次地震的同一烈度区内位于不同小区的房屋，尽管建筑形式、结构类型和施工质量等情况基本相同，但震害程度却出现较大差异。究其原因，主要是地形和场地条件所造成的。

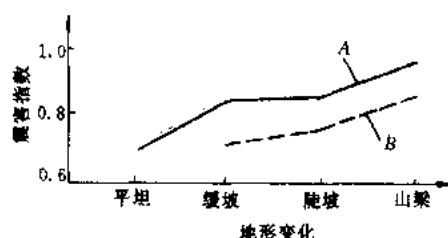


图 13.2.1 房屋震害指数与局部地形的关系曲线

一般说来，位于条状突出的山嘴、孤立的山包和山梁的顶部、高差较大的台地边缘、非岩质的陡坡、河岸和边坡边缘等地段的建筑物，对抗震有不利的影响。1966 年云南东川地震，位于河谷较平坦地带的新村，烈度为 8 度，而邻近一个孤立山包顶部的硅肺病疗养院，按其破坏程度，烈度不低于 9 度。1970 年通海地震，位于孤立的狭长山梁顶部的房屋，其震害程度

所反映出的烈度，比附近平坦地带的房屋约高出 1 度。图 13.2.1 表示通海地震烈度为 10 度区内房屋震害指数与局部地形的关系，图中实线 A 表示地基土为第三系风化基岩，虚线 B 表示地基土为较坚硬的粘土。同时，在海城地震时，从位于大石桥盘龙山高差 58m 的两个测点上所测得的强余震加速度峰值记录表明，位于孤突地形上的比坡脚地上的平均大 1.84 倍。上述现象都充分说明了在孤立山顶地震波将被放大。

(2) 河岸边坡

在邢台、海城和唐山地震时，不少河岸边坡向河心方向滑移，河岸附近地面出现多条平行于河流方向的裂隙。最远的一条裂隙到坡脚的水平投影距离 S ，对于一般亚粘土坡体，约为坡高 h 的 5 倍；对于较软的粘土坡体，约为坡高 h 的 10 倍，如图 13.2.2 所示。河岸上的房屋，常因地面不均匀沉降或地面裂隙穿过而裂成数段。这种河岸滑移对建筑物的危害，靠工程措施来防治是不经济的，一般说来宜采取避开的方案。必须在岸边建造房屋时，应采取可靠措施，增加边坡稳定，以策岸边建筑物的地震安全。

(3) 建筑物不宜建造于两类不同性质的土层上

研究表明，如果基岩与土壤覆盖层之间的交界面是倾斜的，则对建于其上的结构地震反应将发生明显影响。因此，在一个场地内，沿水平方向土层类别发生变化时，一幢建筑物不宜跨在两类性质不同的

土层上，否则将会危及该建筑物的安全。如果无法避开时，除在分析中考虑到建于不同土层上对结构地震反应的不利影响外，还应采用局部深基础等专门措施，使整个结构的基础埋置于同一土层上，如图 13.2.3 所示。

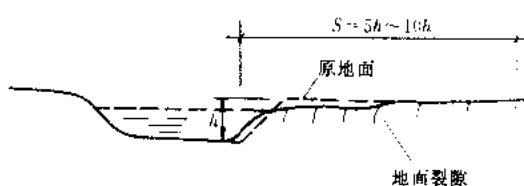


图 13.2.2 河岸地面裂隙的范围

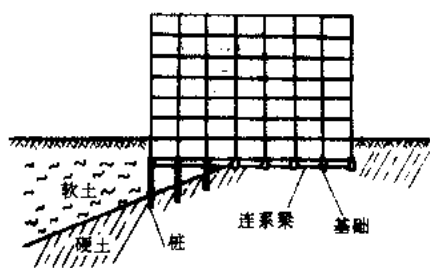


图 13.2.3 横跨两类土层的建筑物

3. 重视场地土条件的影响

(1) 震陷土不能作为天然地基

饱和松散的砂土和粉土，属于可液化土，在强烈地震动作用下，孔隙水压急剧升高，土颗粒悬浮于孔隙水中，从而丧失抗剪承载力，将产生较大的沉陷。土壤液化的后果是严重的，将使建筑物下沉、倾斜，地坪下沉或隆起，从而导致上部结构由于地基不均匀沉降而破坏，甚至发生钢筋混凝土桩基础折断，地下竖管弯曲等现象。为此，应采用人工地基，或采取完全消除土层液化的措施。

泥炭、淤泥和淤泥质土等软土，是一种高压缩性土，抗剪强度很低。这类软土在强烈地震动下，土体受到扰动，内部结构遭到破坏，不仅压缩变形增大，并产生一定程度的剪切破坏，导致土体向基础两侧挤出，造成上部结构急剧沉降和倾斜。例如，天津塘沽港地区，地表下 3~5m 为冲填土，其下为深厚的淤泥和淤泥质土，地下水位为 -1.6m。1974 年兴建的 16 幢 3 层住宅和 7 幢 4 层住宅，均采用筏形基础。1976 年唐山地震前，累计沉降量分别为 200mm 和 300mm，地震期间沉降量突然增大，分别增加了 150mm 和 200mm，震后，房屋向一侧倾斜，房屋四周的外地坪地面隆起，如图 13.2.4 所示。

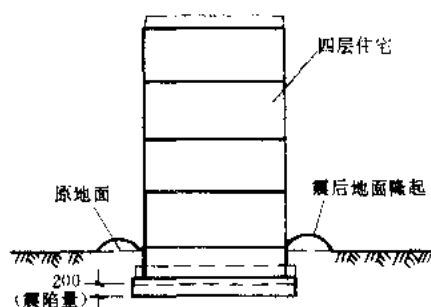


图 13.2.4 软土地基上房屋的震陷

(2) 场地土刚度的影响

场地土是指场地范围内的地基土，在平面上大体上相当于一个厂区或自然村的面积大小，深度一般为地面下 15m。大量地震震害调查数据表明，场地土刚度大小对其上建筑物震害程度有显著影响。场地土刚度，一般以土体的综合剪切变形模量 G_s 或剪切波速度 V_s 来表述。表 13.2.1 给出了 1975 年海城地震现场调查所得到的房屋震害指数 i 与地基土剪切变形模量 G_s 间的关系。

从表 13.2.1 中的数据表明，地基土剪变模量越大的场地，房屋震害指数越小，破坏越轻，反之则房屋震害指数越大，破坏越重。表 13.2.2 给出了 1985 年墨西哥 8.1 级地震时所记录到的不同场地土的地震动参数。从表 13.2.2 中实测的地震动记录结果表明，不同类别场地土的地震动强度，具有较大的差别。古湖床软土上的地震动参数，与硬土上的相比较，加速度峰值约增加 4 倍，速度峰值增加 5 倍，位移峰值增加 1.3 倍，而反应谱最大反应加速度则增加了 9 倍之多。在这次墨西哥地震中，震源位于墨西哥西部海岸外约 40km 海底，距震中约 400km 的墨西哥城遭到严重破坏，主要集中在高层建筑和长周期结构，尤以建在古湖床深厚软土层上的高层建筑破坏最为严重，共有 164 幢 6~20 层房屋倒塌或濒临倒塌，而中、低层的砌体结构和填充墙框架的破坏比较轻。表 13.2.3 给出了墨西哥市区不同层数房屋破坏率。墨西哥城的这种特有的破坏现象与当地的地质剖面状况和大震作用下这场地震动的长周期特征有密切关系。墨西哥城市中心位于新近代沉积盆地上，土质异常松软，覆盖厚度大，这可能是造成高层建筑破坏的重要原因。

海城地震房屋破坏程度与场地土刚度的关系

表 13.2.1

地 名	于官屯 西街	西庙子	感王 小学校	牛 庄	于官屯 后 街	李 家	董 家	东 拉 拉 房
地基土剪变模量 G_s ($\times 10^{-4}$)	14.8	13.8	12.2	9.5	8.7	7.2	6.1	3.7
房屋震害指数 i	0.20	0.38	0.40	0.52	0.65	0.60	0.82	0.92

墨西哥市区不同场地土的地震动参数

表 13.2.2

场地土类别	地震卓越周期 (s)	水平地震动参数			结构 (5% 阻尼比) 最大反应加速度 (g)
		加速度 (g)	速度 (cm/s)	位移 (cm)	
岩 石	<0.5	0.03	9	6	0.12
硬 土	≤ 1.0	0.04	10	9	0.10
软硬土过渡区	1.0	0.11	12	7	0.16
软土 ^① (古湖床)	2.0	0.20	61	21	1.02
软土 ^② (古湖床)	3.0~4.0	0.14	40	22	0.43

①震害最重地区，土的剪切波速 $v_s = 20 \sim 50 \text{ m/s}$ ；

②Texcoco 湖附近。

墨西哥市区不同层数房屋破坏率

表 13.2.3

房屋总层数	1~2	3~5	6~8	9~12	13~21	各种层数 房屋总和
倒塌 (或严重破坏) 比率 (%)	0.9	1.3	8.4	13.4	10.5	1.4

(3) 场地覆盖层厚度的影响

我国建筑抗震设计规范将场地覆盖层厚度定义为地面至坚硬场地顶面的距离，坚硬场地包括岩石或剪切波速度大于 500m/s 的坚硬土层，但硬夹层或孤石堆等不得作为基岩对待。国内外多次大地震的经验都表明，对于柔性建筑，厚土层上的震害重，薄土层上的震害轻，直接建于基岩上的震害更轻。1923 年日本关东大地震，东京都木结构房屋的破坏率，明显地随冲积层厚度的增加而上升。1967 年委内瑞拉加拉加斯 6.4 级地震时，同一地区不同覆盖层厚度的土层上的震害有明显差异，特别是 9 至 12 层房屋在厚的冲积土层上房屋破坏率要高得多。图 13.2.5 表示了 1967 年委内瑞拉加拉加斯地震时房屋破坏率与覆盖土层厚度的关系。从图中的震害调查的统计数据表明，当土层厚度超过 160m 时，10 层以上房屋的破坏率显著增高，10~14 层房屋的破坏率，约为薄土层上的 3 倍，而 14 层以上房屋的破坏率则上升到 8 倍。1968 年和 1970 年菲律宾马尼拉地震中，不同高度的房屋破坏程度同样随冲积层厚度而明显变化。1976 年唐山地震中，市区东郊大城山一带，基岩露头，覆盖土层很薄，尽管位于 10 度极震区内，但房屋倒塌率仅为 50%，而相距仅数公里的市区西南郊，由于覆盖土层厚度高达 500~800m，房屋倒塌率高达 90% 以上。1976 年我国云南龙陵地震中，盆地外圈花岗岩地基上房屋的倒塌率为 30%，而在盆地中心地带，土层厚度超过 200m，房屋倒塌率比岩基上房屋的倒塌率明显上升，一般为 50%，个别地段上高达 70%。

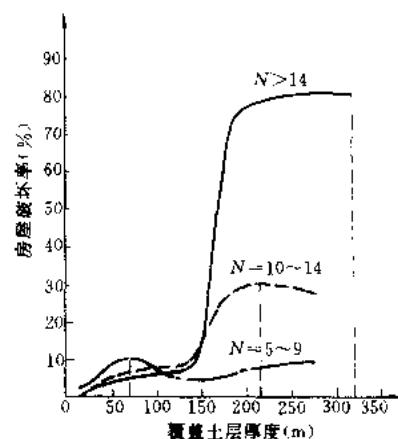


图 13.2.5 房屋破坏率与覆盖土层厚度的关系

13.2.2 建筑体形和结构布置的基本原则

1. 简单性

结构的简单性可以保证地震力具有明确而直接的传递途径，使计算分析模型更易接近实际的受力状态，所得分析结果具有更好的可靠性，据此设计出来的结构的抗震性能更有安全可靠保证。为了保证结构的简单性，首先应以建筑体形的简单性为前提。国内外多次大地震中都有不少震例表明，凡是建筑体形复杂、不规则，平面上凸出凹进，立面上高低错落，破坏程度一般都较严重；而建筑体形简单整齐，震害都比较轻。地震区房屋的建筑平面以方形、矩形、圆形为好，正六角形、正八边形、椭圆形、扇形次之，如图 13.2.6 所示。三角形平面虽也属简单形状，但是，由于它沿主轴方向不都是对称的，在地震动作

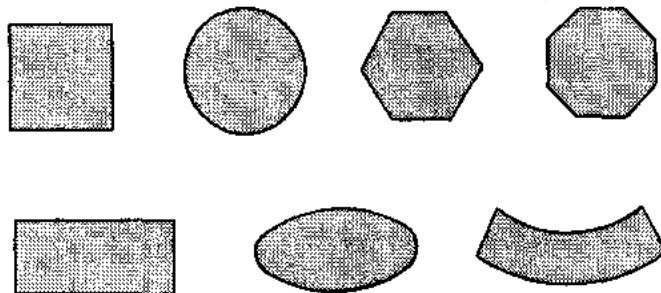


图 13.2.6 简单的建筑平面形状

用下容易发生较强的扭转振动，对抗震不利，因而不是抗震结构的理想平面形状。例如，1985 年墨西哥地震中，墨西哥城内多数具有三角形平面的建筑都因扭转振动而产生严重破坏。此外，带有较长翼缘的 L 形、T 形、十字形、U 形、H 形和 Y 形等平面也对抗震结构性能并不有利，主要是此类具有较长翼缘平面的结构在地震动作用下容易发生如图 13.2.7 所示的差异侧移而导致震害加重。根据 1985 年墨西哥地震震害资料，墨西哥国家重建委员会首都地区规范与施工规程分会分析了房屋破坏原因，按房屋体形分类统计得出的地震破坏率列于表 13.2.4 中。从表中可见，拐角形建筑的破坏率很高，高达 42%。

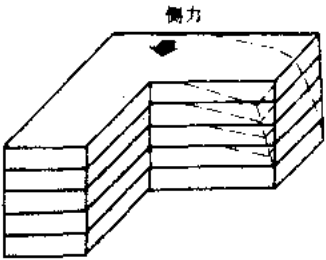


图 13.2.7 L 形建筑的差异侧移

墨西哥地震中房屋破坏率 表 13.2.4	
建筑特征	破坏率 (%)
拐角形建筑	42
刚度明显不对称	15
柔性底层	8
碰撞	15

2. 均匀性

结构的均匀性问题通常存在于竖向布置中，布置不均匀产生刚度和强度的突变，引起竖向抗侧力构件的应力集中或变形集中，将降低结构抵抗地震的能力，地震时易发生损坏，甚至倒塌。

结构的均匀性通常是以结构构件在平面和竖向上均匀分布为主要特征。当结构抗侧力构件布置满足这一要求时，使地震力的传递明确而直接，有助于消除局部应力集中和过早屈服的薄弱部位。在薄弱部位将产生较大弹塑性变形和高延性要求，从而可能引起严重破坏，甚至倒塌。众所周知，结构抗震性能的好坏，除取决于总体的承载力、变形和吸能力外，避免局部的抗震薄弱部位是十分重要的。某一层或某一构件，特别是竖向抗侧力构件，均可能成为结构的抗震薄弱部位，将会导致抗震性能的严重恶化，在设计中应力求避免的。结构薄弱部位的形成，往往是由于刚度突变和屈服强度比突变所造成的。刚度突变一般是由于建筑体形复杂或抗震结构体系在竖向布置上不连续和不均匀性所造成。由于建筑功能上的需要，往往在某些楼层处竖向抗侧力构件被截断，造成竖向抗侧力构件的不连续，导致传力路线不明确，从而产生局部应力集中，并过早地屈服，形成结构薄弱部位，最终可能导致严重破坏甚至倒塌。竖向抗侧力构件截面的突变，也会因刚度和承载力的剧烈变化，带来局部区域的应力剧增和塑性变形集中的不利影响。

屈服强度比的定义是按实际截面和材料标准强度计算的实际承载力与相应的弹性反应计算值的比值。这个比值是影响弹塑性地震反应的重要参数。实际结构的屈服强度比是不均匀的，如果某楼层或某个竖向抗侧力构件的屈服强度比远低于其他各层或其他竖向抗侧力构件，出现抗震薄弱部位，则在地震作用下，将会过早地屈服而产生较大的弹塑性变形，需要有高的延性要求。因此，尽可能从建筑体形和结构布置上，使刚度和屈服强度变化均匀，尽量减少形成抗震薄弱部位的可能性，力求降低弹塑性变形集中的程度，并采取相应的抗震构造措施来提高结构的延性和变形能力。

1971 年美国圣费南多地震，Olive-View 医院位于 9 度区，主楼遭到严重破坏，它是

一幢刚度和强度在底层突变的建筑的典型震例，其教训值得借鉴。该主楼是六层钢筋混凝土房屋，其剖面如图 13.2.8 所示。该幢建筑三层以上为框架—剪力墙体系，底层和二层为框架体系，而二层有较多的砖隔墙。该结构上、下层的侧向层间刚度相差约 10 倍。地震后，上面几层震害很轻，而底层严重偏斜，纵向侧移达 600mm，横向侧移约 600mm，角柱出现严重的受压酥碎现象。

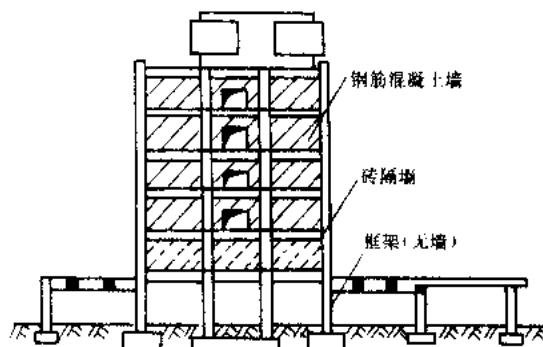


图 13.2.8 Olive View 医院主楼剖面

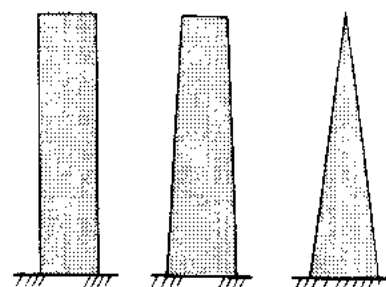


图 13.2.9 良好的建筑立面

根据均匀性原则，建筑的立面也要求采用矩形、梯形和三角形等非突变的几何形状，如图 13.2.9 所示。突变性的阶梯形立面（图 13.2.10）尽量避免采用，因为立面形状突然变化，必然带来质量和结构侧向刚度的突变，在突变部位将产生过高的地震反应或过大的弹塑性变形，可能导致严重破坏，应在突变部位采取相应的加强措施。

3. 对称性

对称结构在单向水平地震动下，仅发生平移振动。由于楼板平面内刚度大，起到横隔板作用，各层构件的侧移量相等，水平地震力则按刚度分配，受力比较均匀。非对称结构由于质量中心与刚度中心不重合，即使在单向水平地震动下也会激起扭转振动，产生平移—扭转耦联振动。由于扭转振动的影响，远离刚度中心的构件侧移量明显加大，从而所产生的水平地震剪力则随之增大，较易引起破坏，甚至严重破坏。在国内外地震震害调查资料中，不难发现角柱的震害一般较重，是屡见不鲜的现象，这主要由于角柱是受到扭转反应最为显著的部位所致。

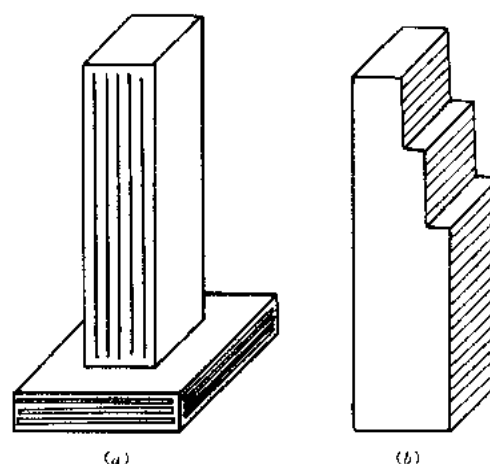


图 13.2.10 不利的建筑立面形状
(a) 大底盘建筑；(b) 阶梯形建筑

1972 年尼加拉瓜的马那瓜地震，位于市中心的两幢相邻高层建筑的震害对比，有力地说明了结构偏心会带来多么大的危害。15 层的中央银行，有一层地下室，采用框架体系，设置两个钢筋混凝土电梯井和两个楼梯间，都集中布置在主楼西端一侧，西端山墙还砌有填充墙，如图 13.2.11 所示。这种结构布置造成质量中心与刚度中心明显不重合，偏心很大，显然对抗震十分不利。果然，在 1972 年发生地震时，该栋大厦遭到严重破坏。五层周围柱子严重开裂，钢筋压屈，电梯井墙开裂，混凝土剥落，围护墙等非结构构件破

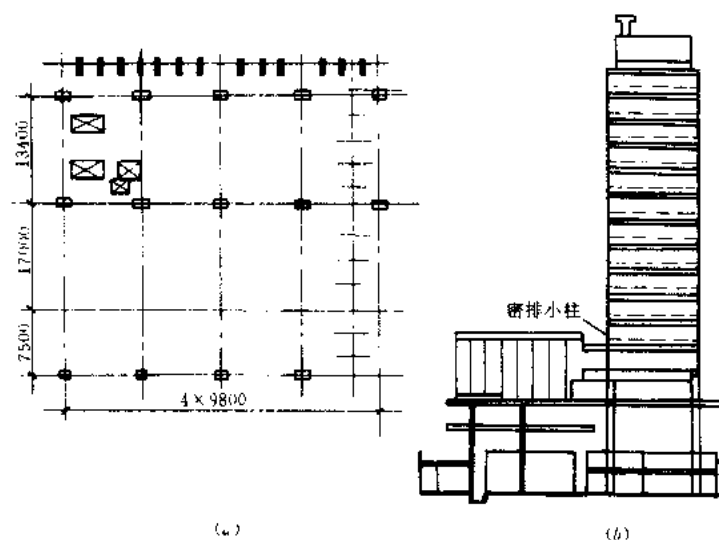


图 13.2.11 马那瓜中央银行示意图
(a) 底层平面; (b) 剖面

坏严重, 有的倒塌。另一幢是 18 层的美洲银行, 与中央银行大厦相隔不远。但地震时, 美洲银行仅受到轻微损坏, 震后稍加修理便可恢复使用。两幢大厦震害相差悬殊, 主要原因是两者在建筑布置和结构体系方面有许多不同。美洲银行大厦结构体系均匀对称。基本抗侧力体系, 由四个 L 形筒体组成, 筒体之间对称地由连系梁连结起来, 如图 13.2.12 所示。由于管道口在连系梁中心, 连系梁抗剪强度大为削弱, 它的抗剪能力只有抗弯能力的 35%。这些连系梁在地震时遭到破坏, 但却起到了耗能的作用, 保护了主要抗侧力构件的抗震能力, 从而使整个结构只受到轻微损坏。连系梁破坏是能观察到的主要震害。1972 年马那瓜地震中两幢现代化钢筋混凝土高层建筑的抗震性能巨大差异, 生动地表明了抗震概念设计中结构规则性准则的重要性。

4. 赘余度和多道抗震防线

一般说来, 静不定的次数愈高, 对结构的抗震愈有利, 但是须设计得当。采用均匀分

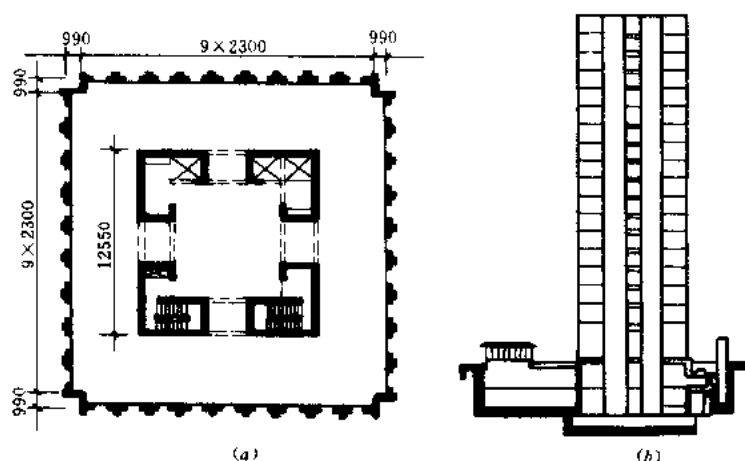


图 13.2.12 马那瓜美洲银行大厦示意图
(a) 平面; (b) 剖面

布结构构件来增加赘余度，使地震作用下允许结构作用效应具有更有利的塑性重分布的能力，有意识地将塑性变形的发展集中在采取特殊构造措施的潜在的塑性铰区，从而使整个结构内具有广泛的塑性变形的能量耗散能力，达到减少地震反应，减轻地震损坏的目的，使破坏程度限制在可以修复并继续使用的范围内。

在抗震结构中广泛采用的双重结构体系就是属于设置多道抗震防线的设计思想。在我国采用得最为广泛的框架—剪力墙双重结构体系，主要抗侧力构件是剪力墙，是第一道抗震防线，在弹性地震反应阶段，大部分侧向地震力是由剪力墙承担，但当一旦剪力墙开裂或屈服，剪力墙刚度相应降低，此时框架承担侧向地震力的份额将相应增加，框架部分起到第二道防线的作用，并且在地震动过程中起着支承竖向荷载的重要作用，它承受主要的竖向荷载。

框架—核心筒或框筒—核心筒体系也属于双重结构体系，它与框架—剪力墙体系不同之处，是由柔性框架和集中在建筑平面中心附近的墙组合成的双重结构体系，它的抗扭性能明显比框架—剪力墙双重结构体系为差，其抗扭刚度一般不能满足 $r/l_s \leq 0.8$ 的条件，此处 r 为所有相应水平方向的扭转刚度与侧向刚度之比的开方，即称之为扭转半径； l_s 为结构平面内的回转半径。

框架填充墙结构体系实际上也是等效双重体系。如果设计得当，填充墙可以增加结构体系的承载力和刚度。在地震动作用下，填充墙产生裂缝，可以大量吸收和消耗地震能量，填充墙实际上起到了耗能元件的作用。填充墙在地震后是较易修复的，但须采取有效措施防止平面外倒塌和框架柱的剪切破坏。

在结构一定部位上设置专门的耗能元件，例如摩擦耗能或利用材料塑性耗能的元件，期望地震时，有相当一部分的地震输入能量消耗于这种耗能元件，以减小主体结构的地震作用力，达到减轻主体结构损坏的目的。

5. 双向侧向振动和扭转振动的抗力与刚度

水平地震动是一种双向现象，因此结构必须能抵抗任何方向的水平地震动作用，相应地，结构构件应布置成能提供任何方向的抗力。通常将结构构件组成正交面内的结构网格，以保证在两主轴方向有相近的抗力和刚度特征。目前，国际上大多数建筑抗震设计规范，都分别按结构两个正交方向进行地震反应分析与设计，不考虑双向水平地震动作用的相互组合，采用这种假定和简化处理是比较简便和实用的。对于对称的规则结构，在弹性反应阶段这种假定显然是正确、合理的。可是，一旦结构进入弹塑性反应阶段，由于另一正交方向水平地震动的影响，结构构件形成塑性铰时间上有先后，产生的部位并不能保持其对称性，导致结构刚度中心发生偏移而引起扭转振动，这种水平—扭转耦联的弹塑性振动对结构反应将产生不利影响。因此，目前普遍采用的这种简便实用的分析设计方法，并不是偏于安全的。

结构刚度大小的选择，在试图将地震作用效应减至较小的同时，并应考虑到不能由于 P- Δ 效应而导致结构整体失稳的过大位移发展，也不应因结构刚度不足，层间位移过大，使非结构构件严重破坏而造成重大的经济损失。

除侧向抗力和刚度以外，结构必须具有足够的扭转抗力和刚度，以限制在不同结构构件中产生不均匀应力的扭转振动的发展。为此，主要的结构抗震受力构件应靠近结构周边布置，可以有效提高结构的抗扭转的能力和刚度，具有明显的优点。在工程中，由于质量

位置和地震动的空间变化的不确定性，即使是对称的规则结构，实际上也是很难做到结构的质量中心与刚度中心的完全重合，存在有偶然偏心。有的国家抗震设计规范在有关条款规定，在抗震设计中应考虑偶然扭转效应的影响，楼层偶然偏心距一般取 $0.05L_x$ ，此处 L_x 为垂直于地震作用的楼层尺寸^[14]。

6. 楼板的横隔作用

楼板对房屋结构的总体抗震性能起着非常重要的作用。实际上，楼板在水平地震作用下，如同水平隔板一样工作，不仅将惯性力集中并传递到竖向结构体系，还能保证竖向结构体系一起抵抗水平地震作用。楼板是整个房屋结构中一个不可缺少的部分，在竖向结构体系复杂、或非均匀布置，或具有不同水平变形特征的双重体系一起使用时，隔板作用特别重要。楼板体系应具有足够的平面内刚度和抗力，并具有与竖向结构体系的有效连接，是最为重要的。为此，应特别注意楼板上下竖向构件刚度突变，楼层或平面形状不规则或特别狭长的楼板及其有大洞口的情况，尤其是当大洞口位于竖向结构构件附近对有效连接有影响的情况。

为了提高楼板的可靠性，水平平面内的隔板应具有足够的超强能力，保证将设计地震作用下的效应传递给相连的各抗侧力体系。欧洲规范 8《结构抗震设计》中规定，隔板超强系数可取 1.30。

对于筒体和剪力墙结构体系，应进行水平剪力从楼板向筒体或剪力墙安全传递的验算。楼板与筒体或剪力墙交接面的名义剪应力应限制小于或等于 6τ ，作为抗开裂措施。同时，楼板与筒体或剪力墙连接处应具有足够的抗剪切滑移破坏的强度，在计算中不考虑混凝土的抗剪作用，并应设置附加钢筋来提高楼板与筒体或剪力墙交接面的剪切强度。

7. 合适的基础

基础与上部结构的连接设计与施工方法应保证整个建筑均匀地承受水平地震动的作用。为此，基础应设计成具有良好的整体性。对于由离散的剪力墙组成的结构，考虑到在宽度和长度方向上刚度有差异，应选用由包括基础底板和盖板在内组成的刚性的箱式或网格式基础。对于具有独立基础构件（基墩或桩）的建筑，应沿两个主方向在构件之间采用基础底板或基础系梁。

基础应有足够的埋深，有利于上部结构在地震动下的整体稳定性，防止倾覆和滑移，并能减少建筑物的整体倾斜。但是，地震区高层建筑物的基础埋深是否须要有最小限值的规定，一直存在着争议，国际上，大多数抗震设计规范对此未作出明确规定。只有少数规范有所规定，如日本建设省 1982 年批准的《高层建筑抗震设计指南》中，规定建筑埋置深度约取地上高度 $1/10$ ，并不应少于 4m。我国 1991 年《钢筋混凝土高层建筑结构设计与施工规程》中规定，对于采用天然地基的建筑物，基础埋置深度可不小于建筑高度的 $1/12$ ，而对于采用桩基的建筑物，则可不小于建筑高度 $1/15$ 。

13.3 规则结构与不规则结构

结构规则与否是影响结构抗震性能的重要因素。但是，由于建筑设计的多样性，不规则结构有时是难以避免的。同时，由于结构本身的复杂性，通常不可能做到完全规则，也只能尽量使其规则，减少不规则性带来的不利影响。值得指出的是，特别不规则结构应尽量避免采用，尤其在高烈度区。根据不规则的程度，应采取不同的计算模型分析方法，并

采取相当的细部构造措施。

13.3.1 平面规则性准则

1. 平面偏心

结构在平面内沿两正交方向上侧向刚度和质量分布接近对称。如果任何一层的偏心率超过 0.2 时, 则认为属于不规则结构, 偏心率为质量中心与刚度中心间距离与相应方向宽度之比。

2. 平面凹角

平面轮廓应简单、对称, 如图 13.3.1 所示的平面形状, 突出部分长度不应超过图中所示的限制。

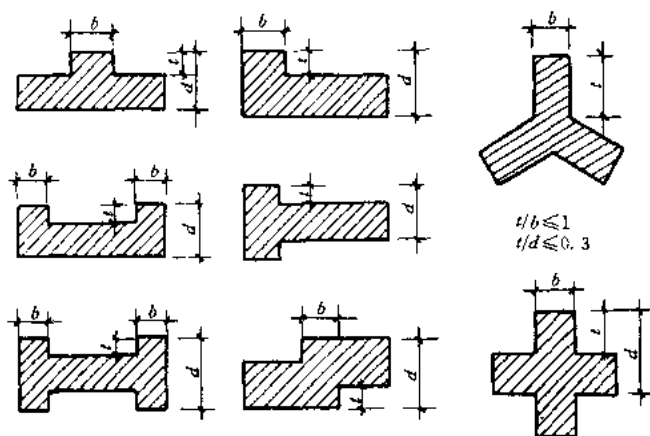


图 13.3.1 可看作较规则结构的平面形状

3. 刚性楼层

楼板平面内刚度与竖向构件的侧向刚度相比, 具有足够大, 可以忽略楼板变形对竖向结构构件间内力分配的影响。

4. 楼板突变

楼板在平面内突然间断, 或楼板内洞口削弱面积超过整个楼层面积 15%, 或相邻层有效楼板刚度相差超过 15%, 都属于平面不规则结构。

5. 平面外水平断错

竖向构件在平面外水平断错, 造成侧向力传递路径的间断, 这种情况属于结构平面不规则。

6. 非平行结构体系

抗侧力的竖向构件既不平行于抗侧力体系的对称轴, 又不平行于抗侧力体系的正交轴, 这种情况属于结构平面不规则。

13.3.2 立面规则性准则

1. 刚度突变的柔性层

各楼层侧向刚度沿结构高度分布均应保持不变或逐步减小, 没有突变。相邻楼层的侧向刚度的变化不得超过 30%, 或与其上部相邻三层楼层侧向刚度平均值相比不得小于 80%。

2. 质量分布突变

各楼层的质量沿结构高度分布均应保持不变或逐步减小, 没有突变。相邻楼层的质量

变化不得超过 50%，但结构顶层除外。

3. 立面形状突变

所有抗侧力体系如筒体、剪力墙或框架不宜被截断，应自基础连续到结构顶部；或当在不同高度处须有缩进时，应自底部连续到相应区段的顶部。但是，在逐步缩进但仍为轴对称情况下，任一楼层缩进的尺寸不大于原平面在缩进方向尺寸的 20%（见图 13.3.2a，b）。在主体结构总高 15% 以下的下部有一次缩进的情况下，其缩进尺寸不大于原平面尺寸的 50%（见图 13.3.2c），此时上一楼层竖向缩进周边以内的底部区域结构应设计成至少抵抗按同样结构但底部无扩大时该区域水平剪力的 70%。在缩进不能维持结构的对称性情况下，每一侧所有楼层缩进的总和不大首层平面尺寸的 30%，每层的缩进尺寸不大于原平面尺寸的 10%（见图 13.3.2d）。

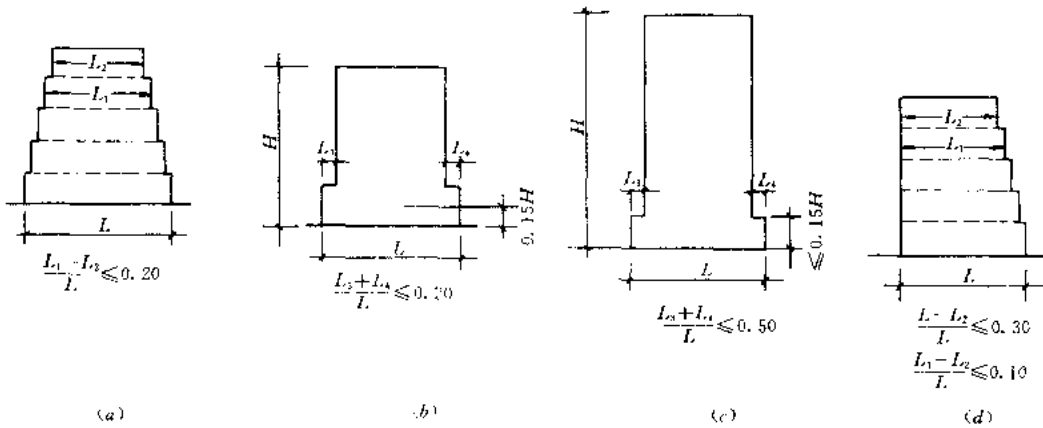


图 13.3.2 立面缩进的规则性准则

4. 竖向抗侧力构件在其平面内的间断

竖向抗侧力构件在其平面内水平断缩的尺寸不大于该构件的长度。

5. 承载力突变——薄弱层

框架结构体系中，楼层实际抗力与计算所需抗力之比即屈服承载力系数 ξ_y ，在毗邻楼层间不应有突然变化，两者相差不得超过 20%。

13.3.3 结构计算模型和分析方法

根据结构平、立面规则性准则，在计算中可分别采取简化平面模型、平面模型、简化空间模型和空间模型。地震反应分析方法通常可采用等效抗侧力分析方法和多振型反应谱方法两种。对于特别不规则形结构，应采用时程分析方法。

抗震设计中所需采用的结构计算模型和分析方法 表 13.3.1

规则性		允许的简化方法		规则性		允许的简化方法	
平面	立面	模 型	分析方法	平面	立面	模 型	分析方法
是	是	平面模型	等效抗侧力法	否	是	空间模型	多振型反应谱法*
是	否	平面模型	多振型反应谱法	否	否	空间模型	多振型反应谱法

* 如果填充外墙和隔墙分布较均匀或抗侧力刚度中心和质量中心分别近似位于一竖轴上，则可采用等效扭转效应的近似分析方法。

表 13.3.1 列出了在结构抗震设计中根据平、立面规则性分别所需采用的计算模型和

相应的分析方法。

13.3.4 等效扭转效应的近似分析方法

1. 适用范围

对于平面不规则的结构, 如果满足下列条件时, 则可采用本节所述的近似分析方法来确定扭转效应。

- (1) 填充外墙和隔墙分布较均匀。
- (2) 建筑高度不超过 10m。
- (3) 建筑两主轴方向的高宽比 (高度/长度) 不超过 0.4。
- (4) 楼板平面内刚度与竖向构件的侧向刚度相比足够大, 可以假定为刚性楼板。
- (5) 抗侧力刚度中心与质量中心分别近似位于一竖轴上。

2. 近似分析方法

可在每个主方向分别采用一个平面模型进行分析, 扭转效应分别按这两个方向确定。

作用于楼层 i 的水平力 F_i 可按等效抗侧力方法或多振型反应谱方法确定之。楼层 i 的水平力 F_i 按所考虑的地震作用方向, 作用于距名义质量中心 M 附加偏心距 e_2 的位置如

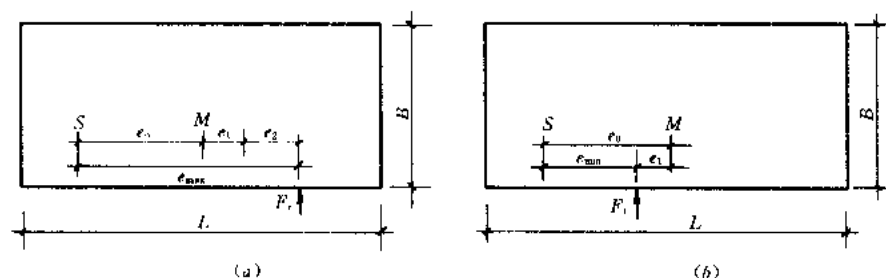


图 13.3.3 水平力 F_i 偏心的确定

图 13.3.3 所示, 其值可近似地按以下两值中的较小者:

$$e_2 = 0.1(L + B) \cdot \sqrt{10e_0/L} \leq 0.1(L + B) \quad (13.3.1)$$

$$\text{或} \quad e_2 = \frac{1}{2e_0} \left[l_s^2 - e_0^2 - r^2 + \sqrt{(l_s^2 + e_0^2 - r^2)^2 + 4e_0^2 \cdot r^2} \right] \quad (13.3.2)$$

式中 e_0 ——刚度中心 S 与名义质量中心 M 的实际偏心距;

e_2 ——考虑平移振动与扭转振动的耦合作用的动力效应的附加偏心距;

l_s^2 ——“回转半径”的平方, 它等于 $(L^2 + B^2)/12$;

r^2 ——楼层扭转刚度与侧向刚度之比, 即“扭转半径”的平方。

若楼层扭转刚度与侧向刚度之比 r^2 超过 5 ($l_s^2 + e_0^2$) 时, 则附加偏心距 e_2 可忽略之。

扭转效应可根据两个等效静载效应中的由两个偏心距引起的扭矩 M_i 的包络来确定, 如图 13.3.3 中所示。

$$M_i = F_i e_{\max} = F_i (e_0 + e_1 + e_2) \quad (13.3.3)$$

$$\text{或} \quad M_i = F_i e_{\min} = F_i (e_0 - e_1) \quad (13.3.4)$$

式中 e_1 ——楼层 i 质量距名义位置的偶然偏心距。

楼层 i 的偶然偏心距可按下式确定:

$$e_1 = \pm 0.05L_i \quad (13.3.5)$$

式中 L_i ——垂直于地震作用方向的楼层尺寸。

13.4 抗震设计的一般要求

13.4.1 抗震等级

抗震等级是确定抗震分析和抗震措施的标准，可按照地震烈度、场地类别、建筑重要性类别、结构体系和建筑高度确定。抗震等级的划分考虑了技术要求和经济条件，随着设计方法的改进和经济水平的提高，抗震等级也将作相应的调整。我国建筑抗震设计规范将抗震等级共分四级，对于每一个抗震等级，规定了相应的抗震设计的要求。表 13.4.1 给出了丙类建筑钢筋混凝土结构的抗震等级分类。

丙类建筑多层及高层现浇钢筋混凝土结构抗震等级 表 13.4.1

结 构 类 型			烈 度					
			6		7		8	
框 架	高度 (m)		≤30	>30	≤30	>30	≤30	>30
	框 架		四	三	三	二	二	一
	剧场、体育馆等大跨度公共建筑		三		二		一	
框架—抗震墙	高度 (m)		≤60	>60	≤60	>60	≤60	>60
	框 架		四	三	三	二	二	一
	抗震墙		三		二		一	
抗震墙	高度 (m)		≤80	>80	≤80	>80	≤80	>80
	一般抗震墙		四	三	三	二	二	一
	落地抗震墙底部加强部位		三	二	二		一	不应采用
	框支层框架		二		二	一	一	不应采用
筒 体	框架—核心筒	框 架	三		二		一	
		核心筒	二		二		一	
	筒中筒	内筒	三		二		一	
		外筒	三		二		一	
板柱—抗震墙	板柱的柱		三		二		一	
	抗震墙		二		二		二	

注：1. 一般抗震墙尚包括部分框支抗震墙结构的不落地抗震墙和落地抗震墙的上部；
2. 建筑场地为 1 类时，除 6 度外可按降低一度对应的抗震等级采取构造措施，但相应的计算要求不降低；
3. 接近或等于高度分界时，应结合房屋不规则程度及场地、地基条件确定抗震等级。

从表 13.4.1 中可以看出，由于抗震等级综合考虑了不同因素，同过去抗震设计规范只按烈度划分抗震措施相比显然较为合理。在同一结构体系中，不同部位根据保证结构地震安全性所起的作用可规定相应的抗震等级，例如框架—剪力墙结构中的剪力墙抗震等级高于框架，而框支剪力墙结构中的框架柱的抗震等级则高于上部的剪力墙。值得指出的是，降低框架—剪力墙体系中的框架抗震等级应须满足以下条件：剪力墙承担的水平地震力所产生的基底倾覆力矩不小于总基底倾覆力矩的 50%，否则仍按框架结构的抗震等级进行抗震设计。

欧洲规范 8《建筑结构抗震设计规定》中也规定了不同抗震等级。欧洲规范 8 的抗震

等级的划分与我国抗震设计规范不同的是：它共分三级，系按结构的延性水平来划分，并且按抗震等级通过延性等级系数来调整水平地震作用，最高与最低一级的地震荷载可相差一倍。

我国建筑抗震设计规范根据建筑重要性分为下列四类：

甲类建筑——特殊要求的建筑，如遇地震破坏会导致严重后果的建筑等，必须经国家规定的批准权限批准；

乙类建筑——国家重点抗震城市的生命线工程的建筑；

丙类建筑——甲、乙、丁类以外的建筑；

丁类建筑——次要的建筑，如遇地震破坏不易造成人员伤亡和较大经济损失的建筑等。

表 13.4.1 系根据丙类建筑的要求而划分的抗震等级，丙类建筑属于量大面广的一般性建筑。对于其他重要性类别的建筑，可根据具体情况对抗震等级作相应的调整。甲类建筑由于特别重要，在抗震设计和构造措施上应作特殊考虑。乙类建筑简单地可按提高烈度一度来考虑，当为 9 度时，应采取比 9 度设防更有效的抗震措施。丁类建筑可按降低烈度一度来考虑，但对 6 度烈度区则不再降低。

13.4.2 建筑高度及其高宽比的限制

具有不同结构体系的最大建筑高度的规定系综合考虑了结构抗震性能、经济和使用合理、地基条件、震害经验以及抗震设计经验等因素。随着地震工程研究的进展，抗震设计方法的进步以及震害和设计经验的积累，建筑最大高度的限值将会有相应的变动。表 13.4.2 给出了我国抗震设计规范中对钢筋混凝土结构最大建筑高度的范围。对于建造在Ⅲ、Ⅳ类场地的房屋、装配整体式房屋、具有框支层的剪力墙结构以及非常不规则的结构均应适当降低高度。表 13.4.3 给出了钢筋混凝土结构的建筑高宽比限值。

不同结构体系房屋适用的最大高度 (m) 表 13.4.2

结 构 类 型		抗 震 设 防 烈 度			
		6	7	8	9
框架结构		60	55	45	25
框架—剪力墙结构		130	120	100	50
剪力墙结构	全部落地	140	120	100	60
	部分框支	120	100	80	—
筒 体	框架-核心筒	150	140	100	70
	筒中筒	180	160	120	80
多层板柱—抗震墙		30	30	30	—

钢筋混凝土建筑物的高宽比限值 表 13.4.3

结构类型	抗 震 设 防 烈 度			结构类型	抗 震 设 防 烈 度		
	6、7	8	9		6、7	8	9
框架、板柱—抗震	4	3	2	剪力墙	6	5	4
框架—剪力墙、框架—筒体	5	4	3	筒中筒、框筒束	6	5	4

由于房屋高度的日益增大，钢筋混凝土结构已不再是唯一经济有效的结构类型，钢结构以自重轻、延性好、安装快、施工周期短等优点，业已成为我国高层建筑中一个重要的

结构类型，特别是超高层建筑。随着高层建筑的发展，钢结构同样出现了多种结构体系，而且都有各自的适用条件和应用范围。钢结构的最大建筑高度及其高宽比限值分别列于表 13.4.4 和 13.4.5 中。

钢结构建筑物的最大高度 (m) 表 13.4.4

结构类型	结构体系	非抗震设计	抗震设防烈度		
			6、7	8	9
钢结构	框架	110	110	90	70
	框架—支撑（剪力墙）	260	220	200	140
	各类筒体	360	300	260	180
混凝土—钢结构	钢框架—混凝土剪力墙	220	180	100	70
	钢框架—混凝土芯筒				
	钢框筒—混凝土芯筒	220	220	150	20

钢结构建筑物的高宽比限值 表 13.4.5

结构类型	结构体系	非抗震设计	抗震设防烈度		
			6、7	8	9
钢结构	框架	5	5	4	3
	框架—支撑（剪力墙板）	6	6	5	4
	各类筒体	6.5	6	5	5
混凝土—钢结构	钢框架—混凝土剪力墙	5	5	4	4
	钢框架—混凝土芯筒				
	钢框筒—混凝土芯筒	6	5	5	4

建筑的尺寸比对结构地震反应的影响来说，要比建筑的绝对尺寸更为重要。在抗震设计中，建筑的高宽比是一个需要慎重考虑的问题。建筑的高宽比愈大，地震作用下的侧移愈大，水平地震力引起的倾覆作用愈严重。由于巨大的倾覆力矩在底层柱和基础中所产生的压力和拉力比较难于处理，为有效防止在地震作用下建筑的倾覆，保证有足够的地震稳定性，应对建筑的高宽比值有所限制。

1967 年委内瑞拉的加拉加斯地震，曾发生明显的由于过大倾覆力矩引起破坏的震害实例。该市一幢 18 层的公寓，为钢筋混凝土框架结构，地上各层均有砖填充墙，地下室空旷。在地震中，由于倾覆力矩在地下室柱中引起很大轴力，造成地下室很多柱子在中段被压碎，钢筋压弯呈灯笼状。另一震害实例是 1985 年墨西哥地震时，该市一幢 9 层钢筋混凝土结构由于水平地震作用使整个房屋倾倒，埋深 2.5m 的箱形基础翻转了 45°，并连同将基础底面的摩擦桩拔出。

为了保证高层建筑地震时的稳定性，不致发生倾覆破坏，应对建筑物进行抗倾覆的稳定性验算。美国 1978 年颁布的《建筑抗震设计暂行条例》（草案）对此有以下规定：当采用等效静侧力方法进行结构地震反应分析时，作用于建筑物基础与地基交界处的地震倾覆力矩 M_i 按下式确定：

$$M_i = 0.75 \sum_{j=1}^n F_j H_j \quad (13.4.1)$$

式中 F_i ——楼层 i 处的水平地震力；

H_i ——由基础底面至楼层 i 处的高度；

n ——建筑物的总层数。

地震倾覆力矩 M_t 与相应的重力荷载在基础与地基交界面上的合力作用点至基础中轴线距离, 不应大于水平地震作用方向基础边长的 $1/4$, 即在水平地震力作用下基础底面的承压面积不得小于整个基础底面积的 $3/4$ 。

当采用多振型反应谱方法进行结构地震反应分析时, 先分别计算每个振型水平地震力对基础底面引起的倾覆力矩, 然后进行振型叠加加以组合, 得出总的地震倾覆力矩, 但在验算建筑抗地震倾覆的稳定性时, 可将总的地震倾覆力矩减少 10% 。

13.4.3 防震缝与结构分段

在国内外历次地震中, 曾一再发生相邻建筑物或同幢建筑物相邻单元之间相撞的震例。究其原因, 主要是防震缝宽度偏小或构造不当所致。1976 年唐山地震时, 天津友谊宾馆东西段发生相互碰撞, 防震缝顶部的砖砌封墙碰坏, 使一些砖块落入防震缝内, 卡在东西段上部设备层大梁之间, 导致大梁在地震中被挤压断裂。该宾馆位于烈度 8 度区, 防震缝宽度为 150mm , 东段为 8 层, 高 37.4m , 西段为 11 层, 高 47.3m 。在同次地震中, 位于烈度 6 度区的北京市, 部分高层建筑的防震缝两侧建筑也曾发生互撞现象, 如 14 层民航大楼和北京饭店西楼防震缝处的女儿墙和外贴砖假柱被碰坏。又如, 1985 年墨西哥地震的震害调查资料表明, 相邻建筑物发生互撞现象高达 40% , 其中因碰撞而造成倒塌要占 15% 。

众所周知, 由于建筑平面和体型的多样化, 结构的不规则性有时难以避免。防止相邻建筑物在地震中发生碰撞, 将不规则结构变为若干规则结构, 用设置防震缝进行结构分段是有效的办法。防震缝的宽度不宜小于两侧建筑物在较低建筑物屋顶高度处的垂直防震缝方向的侧移之和。在计算地震作用所产生的侧移时, 应取基本烈度下的侧移, 即近似地可将我国抗震设计规范规定的在小震作用下弹性反应的侧移乘以不小于 3 的放大系数, 并应附加上地震前和地震中地基不均匀沉降和基础转动所产生的侧移。一般情况下, 钢筋混凝土结构的防震缝最小宽度, 应符合我国抗震设计规范的以下要求:

1. 框架房屋的防震缝宽度, 当高度不超过 15m 时, 可采用 70mm ; 当高度超过 15m 时, 6 度、7 度、8 度和 9 度相应每增加高度 5m 、 4m 、 3m 和 2m , 宜加宽 20mm ;

2. 框架—剪力墙房屋的防震缝宽度, 可采用上述规定值的 70% 。剪力墙结构的防震缝宽度, 可采用上述规定的 50% , 且不宜小于 70mm 。

根据欧洲规范 8《结构抗震设计规定》(欧洲试行标准 ENV), 对于钢筋混凝土结构, 在设计地震作用下防震缝的最小宽度 Δ_{\min} 可按式确定:

$$\Delta_{\min} = q_d \cdot \Delta_e \cdot \gamma_I \quad (13.4.2)$$

式中 Δ_e ——结构体系按设计反应谱进行线性分析求得的弹性位移;

q_d ——位移性能系数, 类似于我国 1978 年抗震设计规范的结构系数 C 的倒数;

γ_I ——建筑重要性系数。

位移性能系数 q_d 值列于表 13.4.6 中, 表中系数 k_w 为含墙结构体系的主导破坏模式系数, 它等于 $1/2.5 - 0.5 \left(\frac{h_w}{l_w} \right)$ 但不得大于 1, 此处 $\frac{h_w}{l_w}$ 为墙体主轴方向的高宽比 (h_w ——墙体高度, l_w ——墙体宽度)。

位移性能系数 q_d

表 13.4.6

结构类型		规则结构			不规则结构		
		高等延性	中等延性	低等延性	高等延性	中等延性	低等延性
框 架		5	3.8	2.5	4	3	2
剪力墙	连肢墙	$5k_w$	$3.8k_w$	$2.5k_w$	$4k_w$	$3k_w$	$2k_w$
	非连肢墙	$4k_w$	$3k_w$	$2k_w$	$3.2k_w$	$2.4k_w$	$1.6k_w$
双重体系	框架—等效	5	3.8	2.5	4	3	2
	墙—等效	$4.5k_w$	$3.4k_w$	$2.3k_w$	$3.6k_w$	$2.7k_w$	$1.8k_w$
核心筒		$3.5k_w$	$2.6k_w$	$1.8k_w$	$2.8k_w$	$2.1k_w$	$1.4k_w$

这里需要指出的是,在表 13.4.6 中所指的结构体系,其定义如下:

连肢墙——两个或两个以上的单墙肢并由延性钢筋混凝土连系梁有规则地连接组成的结构构件。

剪力墙体系——主要由竖向剪力墙(连肢或非连肢)抵抗竖向荷载和侧向荷载的结构体系,其建筑底部所承担的剪力超过总剪力的 65%,并具有足够的扭转刚度。

框架体系——主要由空间框架抵抗竖向荷载和侧向荷载的结构体系,其建筑底部所承担的剪力超过总剪力的 65%,并具有足够的扭转刚度,但不包括抗震板柱体系,由于板柱体系耗能性能差,若须采用,必须采取附加措施,如与其他抗震结构体系组合,并应满足附加条件,如采用低局部延性分析,限制建筑形式及其高度等。

双重体系——双重体系系由空间框架承担主要的竖向荷载,侧向荷载一部分由框架体系、一部分由剪力墙承担,并具有足够扭转刚度的结构体系;当框架底部承担的剪力占体系总剪力的 50%以上,并且楼层具有足够的平面内刚度时,称之为框架—等效双重体系;当剪力墙底部承担的剪力占体系总剪力 50%以上时,称之为墙—等效双重体系。

欧洲规范 8 对具有足够扭转刚度的含义在定量上有所规定,若结构体系扭转刚度满足以下条件,则认为扭转刚度足够:

$$r/l_s \leq 0.8 \quad (13.4.3)$$

式中 r ——所有相应水平方向的最小扭转半径;

l_s ——结构平面内的回转半径。

建筑重要性系数 γ_1 列于表 13.4.7 中,建筑通常按其大小,对公众安全的价值和重要性及其倒塌对人员损失的可能性区分为四类重要性等级。

建筑重要性分类与重要性系数 γ_1

表 13.4.7

重要性分类	建 筑 类 别	重要性系数
I	地震期间保持其完整性对公众保护极为重要的建筑,如医院、消防站、发电厂等	1.4
II	倒塌引起的后果严重的抗震建筑,如学校、集会大厅、文化场所、公共机构等	1.2
III	不属于其他分类的一般建筑	1.0
IV	对公众安全重要性较小的建筑,如农业建筑等	0.8

高层建筑防震缝宽度过大, 将给建筑、结构和设备设计带来困难, 基础防水也较难处理。因此, 近年来国内一些高层建筑通过调整平面形状和尺寸, 并在构造上以及施工中采取有效措施, 尽可能不设置防震缝、伸缩缝和沉降缝。例如高层建筑的裙房伸出长度不大于底部长度的 15% 时, 可以利用基础刚度连成整体, 可不设变形缝, 但应注意由于布置不对称给基础带来不利的偏心影响。当裙房范围较大时, 但地基条件较好, 则可考虑高层建筑主体与裙房之间不设置沉降—抗震缝。此时在施工方法上可采取设后浇带的方法以减少早期沉降差的影响, 并在设计和构造上采取相应的措施, 考虑后期沉降差的不利影响。在裙房与主体结构相连的情况下, 在抗震设计上应须很好地考虑不对称裙房布置所造成的扭转不利影响, 而裙房的刚度宜采用比主体结构较柔的结构, 尽量减小由于裙房顶标高处的刚度突变对主体结构所产生的不利影响。

根据欧洲规范 8《结构抗震设计》(欧洲试行标准 ENV) 规定, 若当在建筑的周边布置适当的剪力墙作为碰撞的墙, 即起缓冲器的作用, 则无需按防震缝要求分隔相邻建筑物的距离。此时, 在建筑物每侧至少放置两道承受撞击的墙, 该墙体应与碰撞边垂直, 并沿建筑全长和全高布置。

13.4.4 非结构构件

1. 概述

非结构构件一般是指在通常结构设计中不考虑承受重力荷载以及风、地震等侧向荷载的部件, 如女儿墙、山墙、天线、机械附属物、设备、幕墙、内隔墙、外围墙板、栏杆等。在地震作用下这些构件或多或少地参与工作, 从而改变了整个结构或某些受力构件的刚度和承载力及其传力途径, 将可能会产生出乎预料的抗震效应或者发生未曾预计到的局部损坏, 造成严重的震害。为了防止非结构构件对人身造成的伤害或影响建筑主体结构或重要设施的使用, 应与其支承构件一起进行抗设计地震作用的验算。对于非常重要或特别危险的非结构构件, 抗震分析应基于相应于结构的真实模型, 采用从主抗震体系的支承结构构件反应导出合适的反应谱或楼层反应谱。但是, 对于非特别重要或危险的非结构构件, 可将上述的分析方法作适当的、合理的简化。

2. 简化分析方法

当进行非结构构件及其连接和固定或锚固的验算时, 地震作用效应须与相应的永久荷载、可变荷载进行组合。地震作用效应可通过对非结构构件施加一水平力 F_a 来确定, 其值可按下列式计算:

$$F_a = (S_a \cdot W_a \cdot \gamma_1) / q_a \quad (13.4.4)$$

式中 F_a ——沿最不利方向作用于非结构构件质量中心的水平地震力;

W_a ——非结构构件的重量;

S_a ——与非结构构件相应的地震系数;

γ_1 ——构件重要性系数;

q_a ——构件性能系数, 见表 13.4.8。

地震系数 S_a 可按下列式计算:

$$S_a = 3\alpha \frac{1 + Z/H}{1 + (1 - T_a/T_1)^2} \quad (13.4.5)$$

式中 α ——设计地面加速度 a_g 与重力加速度 g 之比，即相应于我国地震基本烈度的地面加速度峰值与重力加速度之比；

T_n ——非结构构件的基本振动周期；

T_1 ——建筑相应方向的基本振动周期；

Z ——非结构构件相对于建筑基底的高度；

H ——建筑总高。

3. 重要性系数和性能系数

重要性系数采取表 13.4.7 中所列数值，但对于下列非结构构件，其重要性系数不应小于 1.5；

(1) 对生命安全系统所需的机械和设备的锚固；

(2) 装有危及公众安全的有毒或爆炸性物质的罐和容器。

值得指出的是，在欧洲规范 8（试行标准 ENV）中，结构可靠度的不同是通过把结构分成不同重要性等级来反映，对于每种重要性等级指定一个重要性系数 γ_1 ，不管该系数变化多大，都能反映地震重现周期的长短。当重要性系数 γ_1 取等于 1 时，采用的设计地震动加速度峰值所相应的重现周期为 475 年。在进行线性分析时，采用重要性系数修正地震作用大小或相应的地震作用效应，可以反映不同的可靠水准。对于不同的地震区可有不同重要性系数 γ_1 值。

非结构构件性能系数 q_a 值列于表 13.4.8 中。

非结构构件 q_a 值

表 13.4.8

非结构构件类型	q_a
<ul style="list-style-type: none"> · 悬臂女儿墙或装饰 · 标志或广告牌 · 烟囱、旗杆和水箱，其支架的无斜撑悬臂构件占总高一半以上 	1.0
<ul style="list-style-type: none"> · 内、外墙 · 烟囱、旗杆和水箱，其支架的无斜撑悬臂构件小于总高一半或在质心处有支撑或拉索 · 支承橱柜和书架的永久性楼板的锚固件 · 悬挂吊顶和灯光设备的锚固件 	2.0

4. 可变作用的组合系数

计算地震效应的组合系数 ψ_{Ei} 应按下式计算：

$$\psi_{Ei} = \phi \psi_{2i} \quad (13.4.6)$$

此处 ψ_{2i} 为可变作用 i 的准永久值组合系数，系数 ϕ 值应按表 13.4.9 中采用。

计算 ψ_{Ei} 的 ϕ 值

表 13.4.9

可变作用的类型	出现楼层的状况	楼 层	ϕ
A-C 类	各楼层独立出现	顶 层	1.0
		其余楼层	0.5
A-C 类	一些相关楼层出现	顶 层	1.0
		相关出现的楼层	0.8
		其余楼层	0.5
A-C 类档案馆			1.0

注：可变作用类型参见欧洲规范 1。

参 考 文 献

- 1 谢礼立, 张晓志, 周雍年. 论工程抗震设防标准. 地震工程与工程振动, Vol. 16, No. 1, Mar., 1996
- 2 胡聿贤著. 地震工程学. 北京: 地震出版社, 1988
- 3 C. A. Cornell, Engineering Seismic Risk Analysis BSA, 1968, Vol. 58, No5
- 4 鲍霭斌等. 我国部分地区基本烈度的概率标定. 地震学报, 1985
- 5 高小旺, 鲍霭斌. 用概率方法确定抗震设防标准. 建筑结构学报, 1986
- 6 高小旺, 鲍霭斌. 地震作用的概率模型及其统计参数. 地震工程与工程振动, 1985
- 7 高小旺, 李荷等. 工程抗震设防标准若干问题的探讨. 土木工程学报, 1997, (30) 6
- 8 高小旺, 李荷等. 不同重要性建筑抗震设防标准的探讨. 建筑科学, 1999, (15) 2
- 9 胡聿贤, 周锡元. 地震工程的跨世纪发展趋势. 工程抗震, 1999
- 10 中华人民共和国国家标准. 建筑抗震设计规范 GBJ11—89. 北京: 中国建筑工业出版社
- 11 中华人民共和国行业标准. 钢筋混凝土高层建筑结构设计与施工规程 JGJ 3—91. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991
- 12 刘大海, 杨翠如, 钟锡根编著. 高层建筑抗震设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993
- 13 Dowrick D J. Earthquake Resistant Design, A Manual for Engineers and Architectures. John Wilky & Sons Ltd, 1977
- 14 结构用欧洲规范 (Structural Eurocodes) 欧洲规范 8 (Eurocodes) 欧洲试行标准 (ENV) 建筑结构抗震设计规定. 程绍革, 王迪民, 巩正光译. 北京: 中国建筑科学研究院工程抗震研究所印, 1997
- 15 建设部抗震办公室编. 建筑抗震设计规范 GBJ 11—89 统一培训教材. 北京: 地震出版社, 1990
- 16 胡庆昌. 钢筋混凝土房屋抗震设计 (抗震设计丛书). 北京: 地震出版社, 1991
- 17 中国建筑学会建筑结构学术委员会高层建筑结构学组. 高层建筑结构设计建议 (体系选择与构造措施). 上海: 上海科技出版社, 1985

第 14 章 地震作用和结构抗震验算

地震作用是很复杂的，地震作用不是直接作用在结构上的荷载，而是地面运动引起结构的惯性力；地震的地面运动，不仅有两个水平方向的运动分量，而且还有竖向分量以及转动分量；地震作用的发生和强度又具有很大的不确定性。因此，地震作用计算特别是在建筑结构抗震设计的计算，应在符合结构地震反应特点和规律的基础上给予尽可能的简化。由于结构类型和体型简单与复杂的差异等，所以在地震作用计算中又可分为简化方法和较为复杂的精细方法。与各类型结构相适应的地震作用分析方法如图 14.0.1 所示。

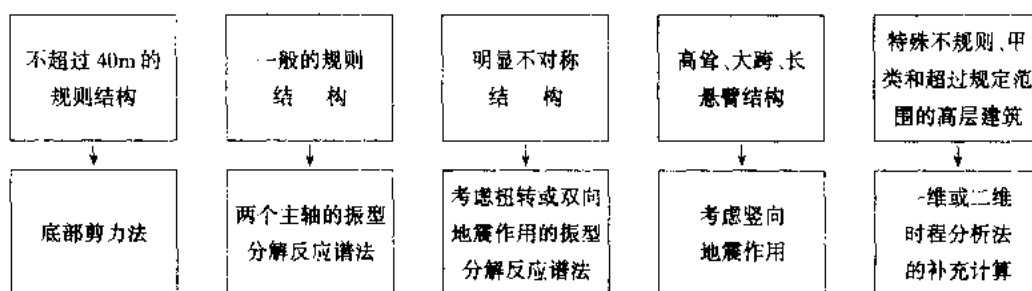


图 14.0.1 与各类结构相适应的地震作用分析方法

14.1 结构自振周期的工程算法

估计建筑结构自振周期的方法大体有以下三种：①矩阵位移法求特征问题，由计算机程序完成；②能量法等近似的公式；③实测基础上加以统计分析得到经验公式。前两种方法的计算结果与所取的结构计算简图有关，往往要乘以周期的经验修正系数；后一方法则受到实测条件的限制，比较粗略。

14.1.1 矩阵位移法求特征问题

在结构动力学中，无阻尼的自由振动方程可以用矩阵形式写为：

$$[m]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (14.1.1)$$

式中 $[m]$ ——为质量矩阵，一般为对角矩阵；

$[K]$ ——为刚度矩阵，根据所考虑的自由度的多少，一般是 $N \times N$ 阶对称的稀疏方阵；

$\{u\}$ 、 $\{\ddot{u}\}$ ——分别为结构的位移和相对加速度向量。

按照振型分解的概念，以结构的振型为广义坐标，从自由振动方程有非零解可获得相应的频率方程：

$$[K]\{\varphi_j\} = \omega_j^2 [m]\{\varphi_j\} \quad (14.1.2)$$

式中 ω_j ——第 j 振型的圆频率；

$\{\varphi_j\}$ ——第 j 振型向量。

结构第 j 振型的周期 T_j 可利用下式得到：

$$T_j = 2\pi/\omega_j \quad (14.1.3)$$

于是, 自振周期和振型问题转换为数学的特征值和特征向量问题, 即特征问题的求解。

对建筑结构, 通常可用下列方法求解特征问题:

1. 迭代法, 只求出前若干个自振周期和振型, 迭代法只能求出最大的特征值, 因而, 需把刚度矩阵 $[K]$ 转换为柔度矩阵 $[K^{-1}]$ 。把式 (14.1.2) 的两边乘以 $[K^{-1}]/\omega_j^2$, 可得:

$$\frac{1}{\omega_j^2} \{\varphi_j\} = [K^{-1}][m] \{\varphi_j\} \quad (14.1.4)$$

令 $\lambda = \frac{1}{\omega_j^2}$, $[A] = [K^{-1}][m]$, 则式 (14.1.4) 可变成标准的特征问题

$$([A] - \lambda[E])\{\varphi_j\} = 0 \quad (14.1.5)$$

式中 $[E]$ 为单位矩阵。

利用振型 (特征向量) 的正交性, 从迭代结果消去前 $(k-1)$ 阶特征向量, 则可逐次求得第 k 阶自振周期和相应的振型:

$$\left([A] - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{\{\varphi_j\} \{\varphi_j\}^T [m]}{\{\varphi_j\}^T [m] \{\varphi_j\}} - \lambda[E] \right) \{\varphi_k\} = 0 \quad (14.1.6)$$

对于自由度数量很多的建筑结构, 往往只需要算出前几个振型。这样, 迭代法可以节省计算的时间。

2. 实对称矩阵的雅可比 (Jacobi) 方法, 此法可求出全部的振型和周期。运算时, 需要作如下的变换:

用 $[m^{-\frac{1}{2}}]$ 乘以式 (14.1.2) 的两边, 得

$$[m^{-\frac{1}{2}}][K][m^{-\frac{1}{2}}][m^{\frac{1}{2}}]\{\varphi_j\} = \omega_j^2[m^{-\frac{1}{2}}]\{\varphi_j\} \quad (14.1.7)$$

令 $\lambda = \omega_j^2$, $[A] = [m^{-\frac{1}{2}}][K][m^{-\frac{1}{2}}]$, $\{x\} = [m^{-\frac{1}{2}}]\{\varphi_j\}$, 同样得到标准式的特征问题:

$$([A] - \lambda[E])\{x\} = 0 \quad (14.1.8)$$

求出的特征向量还要再转换为振型:

$$\{\varphi\} = [m^{-\frac{1}{2}}]\{x\} \quad (14.1.9)$$

对于大型建筑结构, 当自由度数量很大而只须前若干个振型时, 近年来已发展了所谓“子空间迭代法”。此法吸收了迭代法和雅可比法二者的优点, 在子空间中用广义的雅可比法, 不必转换为标准形式的特征问题即可求出子空间的全部振型和周期, 在子空间之间采用迭代法。

14.1.2 基本自振周期的近似算法

基本自振周期即第一自振周期, 有多种近似方法来计算。

1. 等效单质点方法

对大部分质量集中于某一高度的建筑结构, 如等高单层厂房、水塔等, 其自振周期 T_1 可近似按单质点计算, 取

$$T_1 = 2\pi \sqrt{m/K} \quad (14.1.10)$$

式中 m ——为集中质量，通常包括支承结构的折算质量，单层厂房可将等截面柱和围护墙的 $1/4$ 集中到截面处，阶形柱可取 $1/5$ 集中到截面处，一般水塔也可将支柱和支承结构的 $1/4$ 集中到水箱（水柜）处；

K ——为支承结构的侧移刚度。

2. 能量法

对多层结构，只要容易计算出水平力作用下各集中质点处的侧移，则可用能量法计算结构的基本自振周期 T_1

$$T_1 = 2\Psi_T \sqrt{\sum_{i=1}^n G_i u_i^2 / \sum_{i=1}^n G_i u_i} \quad (14.1.11)$$

$$u_i = u_{i-1} + \sum_{j=1}^i G_j / K_j \quad (14.1.12)$$

式中 G_i ——为集中于层的集中重力荷载代表值，包括构件、配件自重和地震时各有关重力荷载的组合值，单位为 kN ；

u_i ——为各层作用有相当于集中重力荷载代表值的水平力时， i 层的侧移，单位为 m ；

K_i ——为 i 层的侧移刚度 (kN/m)，视结构的变形特点，可考虑剪切变形、弯曲变形或同时考虑剪切和弯曲变形；

Ψ_T ——为周期折减系数，根据刚度计算中非结构构件影响的实际情况和所考虑的方法适当选取。

3. 顶点位移法

对于顶点位移容易估算的建筑物，例如可视为悬臂杆的结构，可直接由顶点位移 u_n (单位为 m) 来估计基本自振周期：

$$\text{剪切变形为主,} \quad T_1 = 1.8\Psi_T \sqrt{u_n} \quad (14.1.13)$$

$$u_n = \mu q H^2 / 2GA_{eq} \quad (14.1.14)$$

$$\text{弯曲变形为主,} \quad T_1 = 1.7\Psi_T \sqrt{u_n} \quad (14.1.15)$$

$$u_n = qH^4 / 8EI_{eq} \quad (14.1.16)$$

式中 H ——为总高度；

q ——为单位高度上的重力荷载代表值；

EI_{eq} ——为折算的等截面杆的抗弯刚度；

GA_{eq} ——为折算的等截面杆的抗剪刚度；

μ ——为等截面杆的截面形状系数。

为弯剪型结构须把弯曲变形的侧移和剪切变形的侧移相加。沿高度有变化时，折算的等截面杆的抗弯刚度和抗剪刚度可按高度加权平均。因而，当平立面沿高度变化甚大时，此法并不适用。

对于多排洞墙体，考虑开洞影响时，连续化的抗弯刚度可用下列公式近似估算：

(1) 墙面开洞率小于 0.15 且孔洞间净距大于孔洞宽度时，等效截面惯性矩 I_{eq} 可按整体截面墙取各墙肢组合截面惯性矩，等效截面面积 A_{eq} 取

$$A_{eq} = (1 - 1.25 \sqrt{A_{op}/A_t}) A \quad (14.1.17)$$

式中 A ——为毛截面面积;
 A_{op} ——为开洞墙面面积;
 A_t ——为墙面总面积。

(2) 小开口墙, 等效截面惯性矩 I_{eq} 可取各墙肢组合截面惯性矩的 80%, 等效截面面积 A_{eq} 可取各墙肢截面面积 A_i 之和。

$$A_{eq} = \sum A_i \quad (14.1.18)$$

(3) 联肢墙的等效截面面积 A_{eq} 仍按式 (14.1.18) 计算, 等效截面惯性矩 I_{eq} 按下列计算:

$$I_{eq} = \sum I_i + 2 \sum S_i a_i \quad (14.1.19)$$

$$S_i = 2 a_i A_i A_{i+1} / (A_i + A_{i+1}) \quad (14.1.20)$$

式中 A_i 、 A_{i+1} ——为 i 、 $i+1$ 墙肢的截面面积;

I_i ——为 i 墙肢的截面惯性矩;

a_i ——为相邻墙肢重心线的间距。

4. 周期折减系数

在能量法和顶点位移法计算结构基本周期时均引入了周期折减系数 Ψ_T , 对于钢筋混凝土抗震墙结构通常取为 1.0; 对于多层钢筋混凝土框架结构, 则与填充墙的数量、填充墙的长度、填充墙是否开洞等因素有关。文献 [1] 分析了影响周期折减系数 Ψ_T 的主要因素, 通过大量的算例和工程分析, 给出了以一片填充墙的长度和数量以及填充墙有无开洞为参数的简化估计多层钢筋混凝土框架周期折减系数 Ψ_T 的方法, 具体见表 14.1.1 和表 14.1.2。对于填充墙为轻质墙、外墙为挂板时 Ψ_T 可取 0.8~0.9。

一片 6m 左右填充墙的道数与框架总轴数比 Ψ_C 对应的 Ψ_T 表 14.1.1

Ψ_C		0.8~1.0	0.7~0.6	0.5~0.4	0.3~0.2
Ψ_T	无 洞	0.5	0.55	0.60	0.70
	有门窗洞	0.65	0.70	0.75	0.85

一片 5m 左右填充墙的道数与框架总轴数比 Ψ_C 对应的 Ψ_T 表 14.1.2

Ψ_C		0.8~1.0	0.7~0.6	0.5~0.4	0.3~0.2
Ψ_T	无 洞	0.55	0.60	0.65	0.75
	有门窗洞	0.70	0.75	0.80	0.90

14.1.3 自振周期的经验公式

1. 基于脉动实测的统计公式

自振周期的经验公式是根据实测统计, 在脉动或激振下, 忽略了填充墙布置、质量分布差异等, 在初步设计时, 可按下列公式估算:

(1) 高度低于 25m 且有较多的填充墙框架办公楼、旅馆的基本周期

$$T_1 = 0.22 + 0.35H / \sqrt[3]{B} \quad (14.1.21)$$

(2) 高度低于 50m 的框架—抗震墙结构的基本周期

$$T_1 = 0.33 + 0.00069H^2 / \sqrt[3]{B} \quad (14.1.22)$$

(3) 高度低于 50m 的规则钢筋混凝土抗震墙结构的基本周期

$$T_1 = 0.04 + 0.038H/\sqrt[3]{B} \quad (14.1.23)$$

(4) 高度低于 35m 的化工煤炭工业系统框架厂房的基本周期

$$T_1 = 0.29 + 0.0015H^{2.5}/\sqrt[3]{B} \quad (14.1.24)$$

式 (14.1.21) ~ (14.1.24) 中, H 为房屋的总高度, 当房屋为不等高时, 取平均高度, B 为所考虑方向房屋总宽度。这些公式均比脉动实测平均值增大 1.2~1.5 倍, 以反映地震时与脉动测量的差异。

2. 近似的估算公式

在基于脉动实测的基础上, 再忽略房屋宽度和层高的影响等, 可给出下列更粗略的估算公式:

(1) 钢筋混凝土框架结构, $T_1 = (0.08 \sim 0.10) N$;

(2) 钢筋混凝土框架—剪力墙或钢筋混凝土框架—筒体结构, $T_1 = (0.06 \sim 0.08) N$;

(3) 钢筋混凝土剪力墙结构或筒中筒结构, $T_1 = (0.04 \sim 0.05) N$;

(4) 钢—钢筋混凝土混合结构, $T_1 = (0.06 \sim 0.08) N$;

(5) 高层钢结构, $T_1 = (0.08 \sim 0.12) N$;

式中 N 为结构总层数。

14.2 水平地震作用计算的反应谱方法

14.2.1 抗震设计反应谱

地震反应谱是现阶段计算地震作用的基础, 即通过反应谱把随时程变化的地震作用转化为最大的等效侧向力。地震反应谱是给定的地震加速度作用期间内, 单质点体系弹性最大反应随质点自振周期变化的曲线。

按照反应谱理论, 单质点体系所受到的最大地震作用 F 为

$$F = m(\ddot{x}_g + \ddot{x})_{\max} = mS_a \quad (14.2.1)$$

同时, 作用于单质点系的最大剪力 V 为

$$V = Kx_{\max} = KS_d \quad (14.2.2)$$

式中 S_a ——为加速度反应谱;

S_d ——位移反应谱;

K ——为单质点体系的刚度;

m ——为单质点体系的质量。

由于加速度反应谱与位移反应谱之间的关系是

$$S_a = \omega^2 S_d = \frac{K}{m} S_d \quad (14.2.3)$$

将式 (14.2.3) 代入 (14.2.1), 可得到

$$F = mS_a = KS_d \quad (14.2.4)$$

这就意味着, 单质点体系由反应谱算得的地震作用 F 等于其底部最大剪力 V 。

上述关系对于多质点体系只是个近似。然而, 这给结构抗震分析带来了极大的简化—

结构所受的水平地震作用可以转换为等效的侧向力；相应地，结构在地震作用下的作用效应分析也就转换为等效侧向力下的作用效应分析；因而，只要解决了等效侧向力的计算，则地震作用效应的分析可以采用静力学的方法来解决。

取同样场地条件下的许多加速度记录，并取阻尼比 $\zeta=0.05$ ，得到相应于该阻尼比的加速度反应谱，除以每一条加速度记录的最大加速度，进行统计分析取综合平均并结合经验判断给予平滑化得到“标准反应谱”，将标准反应谱乘以地震系数（相当于 7、8、9 度烈度峰值加速度与重力加速度的比值），即为规范采用的地震影响系数，或称为抗震设计反应谱。

抗震设计中的反应谱，它包括着地震动强度（地面运动峰值加速度）和频谱特性的影响。前者影响谱坐标的绝对值，后者影响谱形状。强震地面运动的谱特性决定于许多因素，如震源机制、传播途径特征，地震波的反射、散射和聚焦以及局部地质和土质条件等。

宏观震害表明，大震级远震中距的高柔建筑的震害要比发生在该地区的中、小地震近震中距重得多。这也说明了随着震源机制、震级大小、震中距远近的变化，在同样场地条件的反应谱形状有较大的差别。89 建筑抗震设计规范适当考虑了震级、震中距对谱形状的影响，区分为抗震设计近震和抗震设计远震二组地震影响系数曲线。鉴于正在编制的地震动参数区划图，已经考虑了地震级大小、震中距和场地条件的影响，其反应谱的特征周期可按地震分区和不同场地类别确定特征周期。

新的《建筑抗震设计规范》对抗震设计反应谱有如下修改：

1. 设计反应谱周期延至 6s。根据地震学研究和强震观测资料统计分析，在周期 6s 范围内，有可能给出比较可靠的数据，也基本满足了国内绝大多数高层建筑和长周期结构的抗震设计需要。对于周期大于 6s 结构，抗震设计反应谱应进行专门研究。

2. 从理论上讲，设计反应谱存在二个下降段，即：速度控制段和位移控制段，在加速度反应谱中，前者衰减指数为 1，后者衰减指数为 2。设计反应谱是用来预估建筑结构在其设计基准期内可能经受的地震作用，通常根据大量实际地震记录的反应谱进行统计并结合工程经验判断加以规定。为保持规范的延续性，在 $T \leq 5T_g$ 范围内与 89 规范相同，把 89 规范的下平台改为倾斜段，使 $T > 5T_g$ 后的反应谱值有所下降，不同场地类别的最小值不同，较符合实际反应谱的统计规律。在 $T = 6T_g$ 附近，新的反应谱比 89 规范约增

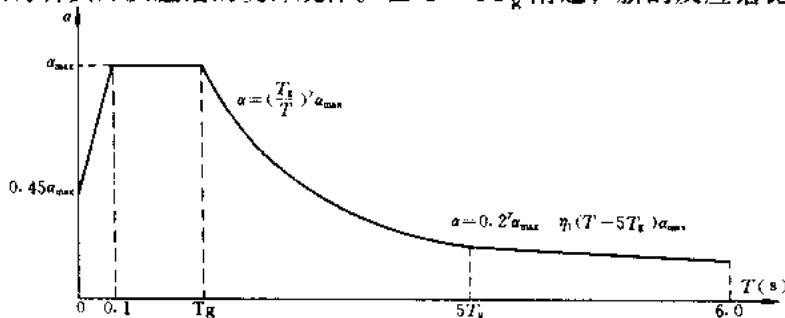


图 14.2.1 地震影响系数曲线

α —地震影响系数； α_{\max} —地震影响系数最大值； γ —衰减指数，取 0.9； η_1 —下降斜率，取为 0.02； T —结构自振周期； T_g —特征周期

加 15%，其余范围取值的变动更小一些。图 14.2.1 示出了建筑结构阻尼为 0.05 时地震影响系数曲线。

3. 为了与我国地震动参数区划图接轨，根据地震分区和不同场地类别确定特征周期 T_g ，即特征周期不仅与场地类别有关，而且还与地震分区有关，同时反映了震级大小、震中距和场地条件的影响。同理罕遇地震作用时，特征周期 T_g 值也适当延长。根据场地类别和地震动参数区划的特征周期分区可按表 14.2.1 采用，计算 8、9 度罕遇地震时，特征周期宜增加 0.05s。

地震特征周期分区的特征周期值 (s)

表 14.2.1

场地类别 特征周期分区	I	II	III	IV
一区	0.25	0.35	0.45	0.65
二区	0.30	0.40	0.55	0.75
三区	0.35	0.45	0.65	0.90

4. 理论分析和实际地震记录计算地震影响系数的统计结果表明，不同阻尼比的地震影响系数是有差别的，随着阻尼比的减小，地震影响系数增大，而其增大的幅度则随周期的增大而减小。新的抗震设计规范规定为建筑结构的阻尼比不等于 0.05 时其水平地震影响系数曲线仍按图 14.2.1 确定，但形状参数应进行下列调整：

(1) 下降段的衰减指数按下式确定：

$$\gamma = 0.9 + \frac{0.05 - \zeta}{0.5 + 5\zeta} \quad (14.2.5a)$$

式中 γ ——下降段的衰减指数；

ζ ——阻尼比。

(2) 倾斜段的斜率按下式确定：

$$\eta_1 = 0.02 + (0.05 - \zeta)/8 \quad (14.2.5b)$$

式中 η_1 ——倾斜段的斜率，小于 0 时取 0。

5. 计算地震作用标准值时，水平地震影响系数最大值应符合下列规定：

(1) 阻尼比为 0.05 建筑结构的水平地震影响系数最大值按表 14.2.2 采用。

水平地震影响系数最大值 (阻尼比 0.05)

表 14.2.2

地震影响	烈 度			
	6	7	8	9
多遇地震	0.04	0.08 (0.12)	0.16 (0.24)	0.32
罕遇地震	—	0.50 (0.72)	0.90 (1.20)	1.40

注：括号数字分别对应于设计基本加速度 0.15g 和 0.30g 的地震作用影响系数。

(2) 阻尼比不等于 0.05 时，表 14.2.2 中的数值应乘以下列调整系数：

$$\eta_2 = 1 + \frac{0.05 - \zeta}{0.06 + 1.4\zeta} \quad (14.2.6)$$

式中 η_2 ——阻尼调整系数，当小于 0.55 时，应取 0.55。

14.2.2 底部剪力法

底部剪力法是常用的简化方法。此法的基本思路是：结构底部的剪力等于其总水平地震作用，由反应谱得到，而地震作用沿高度的分布则根据近似的结构侧移假定得到。

1. 适用范围

底部剪力法适用于一般的多层砖房等砌体结构、内框架和底部框架—抗震墙砖房、单层空旷房屋、单层工业厂房及多层框架结构等低于 40m 以剪切变形为主的规则房屋。

这里“以剪切变形为主”表示，在结构侧移曲线中，楼盖出平面转动产生的侧移所占的比例较小。

这里的“规则”是一种抗震设计的概念，是“简单、对称”概念的发展。它包含了对建筑平、立面外形尺寸，抗侧力构件、质量、刚度直至屈服强度沿高度和沿水平方向分布相对均匀、合理的综合要求。例如：

(1) 出屋面小建筑的尺寸不宜过大（宽度 b 大于高度 h 且出屋面与总高 H 之比满足 $h < 1/5H$ ），局部缩进的尺寸也不大（缩进后宽度 B_1 与总宽度 B 之比满足 $B_1/B \geq 5/6 \sim 3/4$ ），参见图 14.2.2。由于不同材料和不同结构形式，对局部突变的适应能力不同，尺寸限制的幅度也有宽严之分。

(2) 砖抗震墙、钢筋混凝土抗震墙等抗侧力构件要上、下层连续布置，不发生位错，且横截面面积沿高度的改变要缓慢；

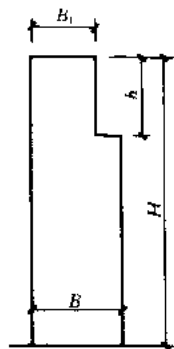


图 14.2.2 建筑立面布置的尺寸要求

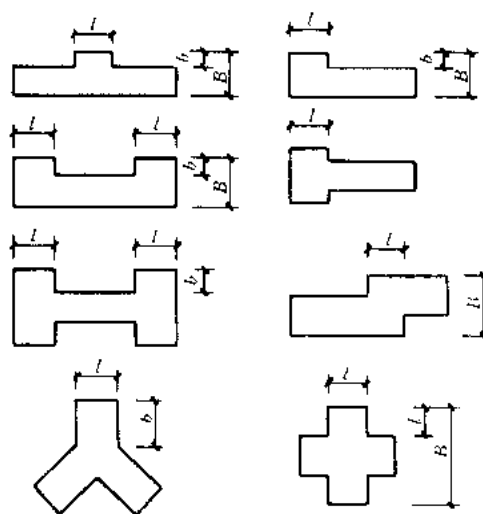


图 14.2.3 平面尺寸限制

- (3) 相邻层质量的变化不宜过大（如上下层质量比 $m_1/m_2 \geq 3/5 \sim 1/2$ ）；
- (4) 避免采用层高特别高或特别矮的楼层，相邻层和连续三层的刚度变化平缓；
- (5) 平面局部突出的尺寸不大（局部伸出部分在长度方向的尺寸 l 大于宽度方向的尺寸 b ，且宽度 b 与总宽度 B 之比满足 $b/B < 1/5 \sim 1/4$ ），如图 14.2.3；
- (6) 楼层内抗侧力构件的布置和质量分布，要基本对称；
- (7) 抗侧力构件在平面内呈正交（夹角大于 75° ）分布，以便在两个主轴方向分别进行抗震分析。

对于不满足规则要求的建筑结构，则不宜将底部剪力法作为设计依据，否则，要采取有关的调整，使计算结果合理化。

2. 多质点结构等效为单自由度体系的等效质量系数

N 个自由度体系的地震作用下的反应，通过正则坐标变换，可得到在正则坐标系中的 N 个独立的方程，对于 j 振型的正则坐标 x_{pj} 的微分子方程为：

$$\ddot{x}_{pj} + 2\zeta_j\omega_j\dot{x}_{pj} + \omega_j^2x_{pj} = -\gamma_j\ddot{u}_q \quad (14.2.7)$$

$$\gamma_j = \frac{\{x^{(j)}\}^T [M] \{1\}}{\{x^{(j)}\}^T [M] \{x^{(j)}\}} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ji} M_i}{\sum_{i=1}^n X_{ji}^2 M_i} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ji} G_i}{\sum_{i=1}^n X_{ji}^2 G_i} \quad (14.2.8)$$

式中, γ_j 称为 j 振型的参与系数, M_i 为 i 质点的质量, G_i 为 i 质点的重力代表值, X_{ji} 为 j 振型 i 质点的水平相对位移。

式 (14.2.7) 与单质点地震作用的微分方程类似, 这样第 j 振型第 i 质点的地震作用标准值为:

$$F_{ji} = \alpha_j \gamma_j X_{ji} G_i \quad (14.2.9)$$

式中, α_j 为相应于 j 振型自振周期的地震影响系数。

由于底部剪力法假定第一振型为主, 则第 1 振型 i 质点的地震作用标准值为:

$$F_i = \alpha_1 \gamma_1 X_{1i} G_i \quad (14.2.10)$$

式中, α_1 为第 1 振型自振周期的地震作用影响系数。

结构的水平地震作用标准值 (底部剪力) 为:

$$F_{EK} = \sum_{i=1}^n F_i = \alpha_1 \gamma_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} G_i \quad (14.2.11)$$

把式 (14.2.8) 代入式 (14.2.11) 得

$$\begin{aligned} F_{EK} &= \alpha_1 \frac{\sum_{i=1}^n X_{1i} G_i}{\sum_{i=1}^n X_{1i}^2 G_i} \sum_{i=1}^n X_{1i} G_i \\ &= \alpha_1 \frac{(\sum_{i=1}^n X_{1i} G_i)^2}{\sum_{i=1}^n X_{1i}^2 G_i} \\ &= \alpha_1 \sum_{i=1}^n G_i \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n G_i} \cdot \frac{(\sum_{i=1}^n X_{1i} G_i)^2}{\sum_{i=1}^n X_{1i}^2 G_i} \end{aligned} \quad (14.2.12)$$

多自由度采用底部剪力法计算底部剪力与单自由度计算地震剪力的差异为引入一个等效的质量系数 η , η 为:

$$\eta = \frac{1}{\sum_{i=1}^n G_i} \frac{(\sum_{i=1}^n X_{1i} G_i)^2}{\sum_{i=1}^n X_{1i}^2 G_i} \quad (14.2.13)$$

η 值为小于 1 的系数。

建筑抗震设计规范对多层房屋 $\eta=0.85$, 对单质点取 $\eta=1.0$; 对单层厂房未作规定, 一般等高厂房取 $\eta=1.0$, 对不等高厂房, 按平面排架分析, 并不考虑空间工作影响时, 可取 $\eta=0.95$ 或可取 $\eta=1.0$ (偏于安全考虑), 当按规范简化计算方法, 考虑空间工作调

整系数时, 取 $\eta=0.85$ (因规范附表 G.2.3.1 空间工作调整系数, 系按空间分析结果与按平面排架底部剪力法结果比较而得到, 在制表时, 不等高厂房按平面排架底部剪力法分析时, 即采用了等效荷载系数 $\eta=0.85$ 。因此, 使用附表 G.2.3.1 进行空间工作调整系数, 不等高厂房按平面排架底部剪力法等效荷载系数也应用 $\eta=0.85$, 以取得一致)。

但对于高层建筑, 由于层数的增多, 其等效质量系数则趋于减小, 但最小值为 0.75。因此, 对采用于底部剪力法估算高层钢结构的地震作用时, 其等效质量系数 η 可取为 0.80。

3. 水平地震作用沿高度的分布

水平地震作用沿高度的分布通常按倒三角形分布, 由于按倒三角形分布得到的结构地震剪力在上部 1/3 左右的各层往往小于按时程分析法和反应谱振型组合取前三个振型的计算结果, 特别是对于周期较长的结构相差就更大一些。采用在顶部附加集中力的方法可适当改进地震作用沿高度的分布。通过按时程分析法和振型分解反应谱法与按倒三角形分布求得各质点的地震作用相比较表明, 这个顶部附加水平地震作用是与结构的自振周期和场地类别有关。建筑抗震设计规范采用底部剪力法的计算公式 (图 14.2.4) 为:

$$F_{EK} = \alpha_1 G_{eq} \quad (14.2.14)$$

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK} (1 - \delta_n) \quad (14.2.15)$$

$$\Delta F_n = \delta_n F_{EK} \quad (14.2.16)$$

式中 F_{EK} ——结构总水平地震作用标准值;

α_1 ——相应于结构基本自振周期的水平地震影响系数, 多层砌体房屋、底部框架和多层内框架砖房, 可取水平地震影响系数最大值;

G_{eq} ——结构等效总重力荷载, 单质点取总重力荷载代表值, 多质点可取总重力荷载代表值的 0.85;

F_i ——质点 i 水平地震作用标准值;

G_i 、 G_j ——分别为集中于质点 i 、 j 的重力荷载代表值;

H_i 、 H_j ——分别为集中于质点 i 、 j 的计算高度;

δ_n ——顶部附加地震作用系数, 多层钢筋混凝土和钢结构房屋可按表 14.2.3 采用, 多层内框架砖房可采用 0.2, 其他房屋可不考虑;

ΔF_n ——顶部附加地震作用。

顶部附加地震作用系数 表 14.2.3		
T_g (s)	$T_1 > 1.4 T_g$	$T_1 \leq 1.4 T_g$
≤ 0.35	$0.08 T_1 + 0.07$	不考虑
$0.35 \sim 0.55$	$0.08 T_1 + 0.01$	
> 0.55	$0.08 T_1 - 0.02$	

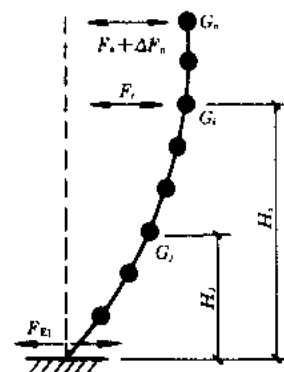


图 14.2.4 结构水平地震作用计算简图

运用建筑抗震设计规范的底部剪力法计算多层结构各楼层地震剪力的标准时,在计算总水平地震作用标准值中都要考虑多质点等效为单质点的等效质量系数 0.85。在水平地震作用沿楼层高度顶部是否附加水平地震作用和附加水平地震作用系数 δ_n 的数值求法上可分为三种情况。第一是多层砖房、底部框架砖房为不考虑顶部附加水平地震作用。第二是多层内框架砖房,考虑顶层附加水平地震作用,其顶部附加地震作用系数 δ_n 取为 0.2。第三是多层钢筋混凝土和钢结构房屋,分为考虑和不考虑顶部附加水平地震作用两类。当结构的基本周期 T_1 小于等于场地特征周期的 1.4 倍时,不考虑顶部附加水平地震作用;当结构的基本周期大于场地特征的 1.4 倍时,考虑顶部附加水平地震作用,顶部附加地震作用系数 δ_n 根据结构的基本周期和场地类别按表 14.2.3 计算。

这里还要指出的是,在多层房屋的顶部有突出屋面的电梯间、水箱等小建筑的质量、刚度与相邻结构层的质量、刚度相差很大,已不满足采用底部剪力法计算水平地震作用要求结构质量、刚度沿高度分布均匀的条件。根据按振型分解法得到突出屋面小建筑的水平地震作用与按底部剪力法相比较的分析研究,规范给出采用底部剪力法时,突出屋面的屋顶间、女儿墙、烟囱等的地震作用效应,宜乘以增大系数 3,此增大部分属于效应增大,不应往下传递。当采用振型分解法时,突出屋面部分可作为一个质点,并建议房屋总层数大于 5 层时,可取 5 个振型。

4. 应用算例

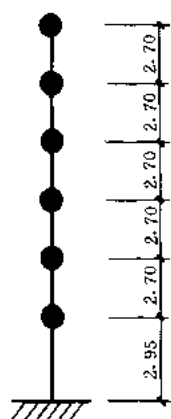


图 14.2.5 计算简图
(六层砖混住宅楼)

(1) 六层砖混住宅楼,结构计算简图见图 14.2.5,建造于基本烈度为 8 度区,场地为 II 类,用底部剪力法计算各层地震剪力标准值。

根据各层楼板、墙的尺寸等得到恒载和各楼面活荷载乘以组合系数,得到各层重力代表值 G_i ,本房屋各楼层 G_i 为

$$G_6 = 3856.9\text{kN}$$

$$G_5 = G_4 = G_3 = G_2 = 5085.0\text{kN}$$

$$G_1 = 5399.7\text{kN}$$

结构总水平地震作用标准值为

$$\begin{aligned} F_{EK} &= \alpha_{\max} G_{eq} \\ &= \alpha_{\max} 0.85 \sum G_i \\ &= 0.16 \times 0.85 \times 29596.6 \\ &= 4025.1\text{kN} \end{aligned}$$

对于多层砖房不考虑顶部附加水平地震作用,各层水平地震作用 F_i 的计算公式为:

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK}$$

各层水平地震剪力标准值为:

$$V_{ik} = \frac{\sum_{j=i}^n G_j H_j}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK} = \sum_{i=i}^n F_i$$

各层水平地震剪力标准值的计算结果列于表 14.2.4 中。

各层地震剪力标准值计算结果

表 14.2.4

层	G_i (kN)	H_i (m)	$G_i H_i$ (kN·m)	$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK}$ (kN)	$V_{ik} = \sum_{j=i}^n F_j$ (kN)
6	3856.9	17.45	67302.9	884.5	884.5
5	5085.0	14.75	75003.75	985.7	1870.2
4	5085.0	12.05	61274.25	805.3	2675.5
3	5085.0	9.35	47544.75	624.8	3300.3
2	5085.0	6.65	33815.25	444.4	3744.7
1	5399.7	3.95	21328.82	280.4	4025.1
Σ	29596.6		306269.72	4025.1	

(2) 四层钢筋混凝土框架结构，建造于基本烈度为 8 度区，场地特征周期为 0.3s，结构层高和层重力代表值见图 14.2.6，取典型一榀框架进行分析，考虑填充墙的刚度影响结构的基本周期为 0.56s，求各层地震剪力的标准值。

结构总水平地震作用标准为：

$$F_{EK} = \alpha_1 G_{eq}$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{T_g}{T_1} \right]^{0.9} \alpha_{max}$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{0.3}{0.56} \right)^{0.9} \times 0.16 = 0.0912$$

$$F_{EK} = \alpha_1 G_{eq}$$

$$= \left[\frac{T_g}{T_1} \right]^{0.9} \alpha_{max} 0.85 \Sigma G_i$$

$$= 0.0912 \times 0.85 \times (831.6 + 1039.5 \times 2 + 1122.7)$$

$$= 0.0912 \times 0.85 \times 4033.3$$

$$= 312.7(\text{kN})$$

由于 $T_1 > 1.4 \times 0.3 = 0.42\text{s}$ ，所以应考虑顶部附加水平地震作用， δ_n 和 ΔF_n 为：

$$\delta_n = 0.08 T_1 + 0.07$$

$$= 0.08 \times 0.56 + 0.07 = 0.1148$$

$$\Delta F_n = \delta_n \cdot F_{EK}$$

$$= 0.1148 \times 312.7 = 35.90(\text{kN})$$

各层水平地震作用 F_i 和各层地震剪力标准值 V_{ik} 分别用下式计算，计算结果列于表 14.2.5 中。

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} (1 - \delta_n) F_{EK}$$

$$V_{ik} = \sum_{j=i}^n F_j + \Delta F_n$$

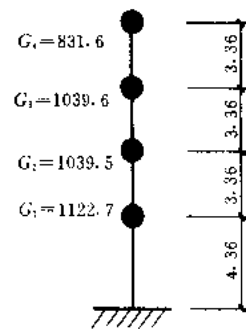


图 14.2.6 计算简图

$$= \frac{\sum_{i=1}^n G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} (1 - \delta_n) F_{EK} + \Delta F_n$$

各层地震剪力标准值

表 14.2.5

层	G_i (kN)	H_i (m)	$G_i H_i$ (kN·m)	$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} (1 - \delta_n) F_{EK}$ (kN)	ΔF_n (kN)	$V_n = \sum_{i=1}^n F_i + \Delta F_i$ (kN)
4	831.6	14.44	12008.3	91.20	35.90	127.10
3	1039.5	11.08	11517.7	87.47		214.57
2	1039.5	7.72	8024.9	60.95		275.52
1	1122.7	4.36	4895.0	37.18		312.70
Σ	4033.3		36445.9	276.80		

14.2.3 平动的振型分解反应谱法

平动的振型分解反应谱法是最常用的振型分解法。“平动”表示只考虑单向的地震作用且不考虑结构的扭转振型；“反应谱法”表示采用反应谱将动力问题转换为等效的静力问题而不是用时程分析来获得各个振型的反应。

“振型分解”的概念是，以结构自由振动的各个振型作为坐标系，将结构的位移 $\{u\}$ 按振型 $\{x\}$ 展开，作为振型的线性组合，其系数 q 称为广义坐标：

$$\{u\} = \sum_{j=1}^m q_j \{x_j\} \quad (14.2.17)$$

同理，把惯性力也按振型展开，利用振型的正交性，可获得关于广义坐标的平衡方程：

$$\ddot{q}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = -\gamma_j \ddot{u}_g \quad (14.2.18)$$

$$\gamma_j = \{x_j\}^T [m] \{1\} / \{x_j\}^T [m] \{x_j\} \quad (14.2.19)$$

式中 ζ_j ——为 j 振型的阻尼比；

ω_j ——为 j 振型的圆频率；

γ_j ——为 j 振型的参与系数，表示 j 振型在单位惯性力中所占的分量；

$[m]$ ——为结构的质量矩阵；

\ddot{u}_g ——为地面运动加速度。

广义坐标的平衡方程 (14.2.18) 可由反应谱求解，进而就得到各振型的内力；然后，根据随机遇合理论，用平方和开方法得到内力和位移的最大可能的组合，以此作为抗震设计的依据。

1. 适用范围

平动的振型分解反应谱法适用于可沿两个主轴分别计算的一般结构，其变形可以是剪切型，也可以是剪弯型和弯曲型。

当建筑结构除了抗侧力构件呈斜交分布外，满足规则结构的其它各项要求，仍可以沿各斜交的构件方向用平动的振型分解反应谱法进行抗震分析，再找出最不利的受力状态进

行抗震设计。

2. 各振型的地震作用标准值和各振型地震作用效应组合

(1) 结构第 j 振型中, i 质点的水平地震作用标准值 F_{ji} 按下式计算:

$$F_{ji} = \alpha_j \gamma_j X_{ji} G_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (14.2.20)$$

$$\gamma_j = \sum X_{ji}^2 G_i / \sum X_{ji}^2 G_i \quad (14.2.21)$$

式中 α_j ——为 j 振型周期 T_j 对应的地震影响系数;

X_{ji} ——为 j 振型 i 质点的振型位移坐标;

G_i ——为集中于 i 质点的重力荷载代表值。

(2) 各振型地震作用效应的组合, 可采用平方和开方法。

各质点在 j 振型水平地震力 F_{ji} 的作用下, 可求得对应于 j 振型的各构件的地震作用效应 S_j (弯矩 M_j 、剪力 V_j 、轴向力 N_j 和位移 u_j 等)。构件的地震作用效应 S 按下式计算:

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^m S_j^2} \quad (14.2.22)$$

式中 m ——为振型个数。

由于各振型的参与系数 γ_j 不同, 与振型周期 T_j 对应的地震影响系数 α_j 也不同, 于是, 各个振型在地震内力和位移中所占的比重也不相同。通常, 仅有前若干个振型起主要作用, 一般考虑前三个振型, 相应地 $m=3$ 。当结构周期较长, 高宽比 H/B 较大时, 所考虑的振型个数要适当增加。经验表明, 当 T_j 对应的地震影响系数 α_j 取 α_{\max} 时, 所考虑的高阶振型就足够了。

由于地震作用 F_{ji} 与构件地震作用效应 S_j 不是线性关系, 不可先用平方和开方算得最大地震力 $F_i = \sqrt{\sum_{j=1}^m F_{ji}^2}$, 再求地震作用效应。这样计算的结果是不正确的。

14.2.4 扭转耦联的振型分解反应谱法

对于平面布置有明显不对称的结构, 在水平地震作用下将产生明显的平动—扭转耦联效应, 可采用两种方法:

1. 不考虑扭转耦联时, 平行于地震作用方向的两个边榀, 其地震作用效应宜乘以增大系数。一般情况下, 短边按 1.15、长边可按 1.05 采用; 当扭转刚度较小时, 可按不小于 1.3 采用。

2. 考虑扭转影响的结构, 假设楼盖平面内刚度为无限大。在自由振型条件下, 任一振型 j 在任意层 i 具有 3 个振型位移 (两个正交的水平移动和一个扭转), 即 X_{ji} 、 Y_{ji} 、 φ_{ji} , 在 x 或 y 方向水平地震作用时, 第 j 振型第 i 层质心水平地震作用具有 x 向、 y 向的水平地震作用和绕质心轴的地震作用扭矩, 如图 14.2.7 所示。

j 振型 i 层的水平地震作用标准值计算公式为:

$$F_{xji} = \alpha_j \gamma_{ji} X_{ji} G_i \quad (14.2.23)$$

$$F_{yji} = \alpha_j \gamma_{ji} Y_{ji} G_i \quad (14.2.24)$$

$$F_{tji} = \alpha_j \gamma_{ji} r_{ji}^2 \varphi_{ji} G_i \quad (14.2.25)$$

式中 F_{xji} 、 F_{yji} 、 F_{tji} ——分别为 j 振型 i 层的 x 、 y 和转角方向的地震作用标准值;

X_{ji} 、 Y_{ji} ——分别为 j 振型 i 层质心在 x 、 y 方向的水平相对位移；

φ_{ji} —— j 振型 i 层的相对扭转角；

γ_{ij} ——考虑扭转的 j 振型参与系数，当仅考虑 x 方向地震时，按式 (14.2.26) 计算，当仅考虑 y 方向地震时，按式 (14.2.27) 计算；

r_i —— i 层转动半径，按式 (14.2.28) 计算。

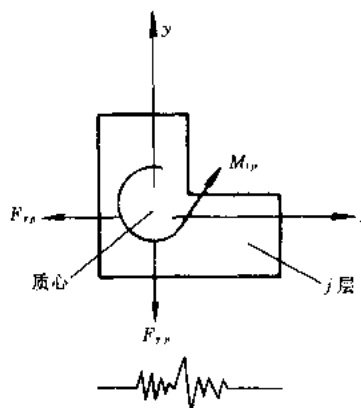


图 14.2.7 j 振型 i 层质心处地震作用

$$\gamma_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n X_{ji} G_i}{\sum_{i=1}^n (X_{ji}^2 + Y_{ji}^2 + \varphi_{ji}^2 r_i^2) G_i} \quad (14.2.26)$$

$$\gamma_{ji} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{ji} G_i}{\sum_{i=1}^n (X_{ji}^2 + Y_{ji}^2 + \varphi_{ji}^2 r_i^2) G_i} \quad (14.2.27)$$

$$r_i = \sqrt{J_i / M_i} \quad (14.2.28)$$

式中 J_i ——第 i 层绕质心的转动惯量；

M_i ——第 i 层的质量。

考虑单向水平地震作用下的扭转的地震作用效应，由于振型效应彼此耦联，组合用完全二次型组合法 (CQC)，即：

$$S = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \rho_{jk} S_j S_k} \quad (14.2.29)$$

$$\rho_{jk} = \frac{0.02(1 + \lambda_T) \lambda_T^{1.5}}{(1 - \lambda_T^2)^2 + 0.01(1 + \lambda_T)^2 \lambda_T} \quad (14.2.30)$$

式中 S ——考虑扭转的地震作用效应；

S_j 、 S_k ——分别为 j 、 k 振型地震作用产生的作用效应，可取前 9~15 个振型；

ρ_{jk} —— j 振型与 k 振型的耦联系数；

λ_T —— k 振型与 j 振型的自振周期比。

考虑双向水平地震作用下的扭转地震作用效应，可按下列公式中的较大值确定：

$$S = \sqrt{S_x^2 + (0.85 S_y)^2} \quad (14.2.31)$$

$$\text{或} \quad S = \sqrt{S_y^2 + (0.85 S_x)^2} \quad (14.2.32)$$

式中 S_x ——为仅考虑 x 向水平地震作用时的地震作用效应；

S_y ——为仅考虑 y 向水平地震作用时的地震作用效应。

在进行平动扭转耦联的计算中，需要求出各楼层的转动惯量。对于任意形状的楼盖，取任意坐标轴，质心 C_i 的座标可用下式求得：

$$x_i = \frac{\iint_{A_i} m_i x dx dy}{\iint_{A_i} m_i dx dy} \quad (14.2.33)$$

$$y_i = \frac{\iint_{A_i} m_i y dx dy}{\iint_{A_i} m_i dx dy} \quad (14.2.34)$$

式中 m_i —— i 层任意点处单位面积质量；

A_i —— i 层楼盖水平面积。

绕任意竖轴 O 的转动惯量为

$$J_{io} = \iint_{A_i} m_i (x^2 + y^2) dx dy \quad (14.2.35)$$

绕质心 C_i 的转动惯量为：

$$J_i = \iint_{A_i} m_i [(x - \bar{x}_i)^2 + (y - \bar{y}_i)^2] dx dy \quad (14.2.36)$$

式中， \bar{x}_i 、 \bar{y}_i 为质心 C_i 的座标。

14.2.5 楼层剪力在平面内的分布

水平地震作用在结构楼层产生的层间剪力 V ，由楼层内各抗侧力构件共同承担，抗震设计时要解决各抗侧力构件之间剪力的分配问题。这里仅讨论不考虑扭转影响的分配问题。

1. 完全柔性楼盖

楼盖视为完全柔性，如采用木楼盖的多层砖房，同一楼层各榀抗侧力构件的侧移是彼此独立的。各榀抗侧力构件的层间剪力直接与该榀结构的从属面积（即左右各半跨上的面积）上的重力荷载代表 G_E 有关。也就是说，整个楼层的层间剪力，按各榀抗侧力构件从属面积上重力荷载代表值的比例分配。当重力荷载代表值在楼盖上的分布较为均匀时，也可用从属面积的比例来替代，俗称“按面积分配”。用公式表示第 i 榀抗侧力构件的剪力 V_i 为

$$V_i = (G_{E_i} / \sum G_{E_i}) V \quad (14.2.37)$$

或

$$V_i = (A_i / \sum A_i) V \quad (14.2.38)$$

2. 完全刚性楼盖

楼盖在自身平面内视为完全刚性，如采用现浇或装配整体式钢筋混凝土楼盖的多层砌体房屋、布置规则的框架房屋和抗震墙房屋。不考虑扭转效应时，各榀抗侧力构件的侧移在同一楼盖处均相同，各榀抗侧力构件的层间剪力直接与其侧移刚度有关。换句话说，楼层的地震剪力，按各榀抗侧力构件侧移刚度的比例分配。对剪切变形为主的结构，可写为

$$V_i = (K_i / \sum K_i) V \quad (14.2.39)$$

3. 弹性楼盖

相当多的楼盖结构是介于完全刚性与完全柔性之间的弹性状态。这时，楼层地震剪力在各榀抗侧力构件的分配，可取上述两种方法的某种组合，视楼盖平面内刚度的大小而有

所变化。

(1) 普通预制板的装配式楼盖的多层砌体房屋，一般取上述两种方法的平均值：

$$V_i = \frac{1}{2}(K_i/\Sigma K_i + G_{E_i}/\Sigma G_{E_i})V \quad (14.2.40)$$

(2) 大型预制板的装配式大板住宅，通常取刚度分配的 70% 和重力荷载代表值分配的 30%：

$$V_i = (0.7K_i/\Sigma K_i + 0.3G_{E_i}/\Sigma G_{E_i})V \quad (14.2.41)$$

(3) 对各抗侧力构件的侧移刚度有明显差异的结构，即使采用现浇或装配整体式楼盖，也往往考虑楼盖平面内有一定变形和抗侧力构件性能不同导致地震时发生塑性内力重分布，对楼层地震剪力的分配提出了具体简化方法：

1) 底层框架砖房的底层，抗震设计时要对称地布置一定数量的钢筋混凝土抗震墙或抗侧力的砖填充墙框架。这时，一方面，底层的地震剪力全部由该方向的抗震墙按侧移刚度分配；另一方面，考虑到抗震墙在层间位移甚小的情况下（如 1/800），即出现裂缝，导致墙体部分承担的地震剪力 V_c ，可将底层的剪力 V 按各抗侧力构件的有效侧移刚度 K_{ef} 的比例分配而求得，即

$$V_c = (K_{ef}/\Sigma K_{ef})V \quad (14.2.42)$$

对框架部分， $K_{ef} = K_f$ ，对钢筋混凝土墙， $K_{ef} = 0.3K_{cw}$ ，对抗侧力的砖填充框架， $K_{ef} = K_f + 0.2K_{bw}$ 。

2) 多层内框架砖房，考虑到砖墙开裂后刚度的降低，钢筋混凝土内柱和外纵墙转垛（组合柱）之间刚度的差异，以及砖抗震墙之间楼盖长宽比对楼盖平面内变形的影响，经过大量的计算分析和统计，提出了钢筋混凝土内柱和外纵墙转垛（组合柱）承担的地震剪力 V_c 的简化估计公式：

$$V_c = V(\xi_1 + \xi_2\lambda)\varphi_c/(n_s n_b) \quad (14.2.43)$$

式中 φ_c ——为柱类型系数，钢筋混凝土内柱取 0.012，外墙组合砖柱取 0.0075，无筋转垛取 0.005；

λ ——为抗震墙横墙间距与房屋总宽度的比值，当小于 0.75 时，采用 0.75；

n_s 、 n_b ——为跨数和抗震墙间距内的开间数。

ξ_1 、 ξ_2 ——为计算系数，是经验值，依据房屋总层数 n 的不同，可近似取 $\xi_1 = 1 + n^2/4$ ， $\xi_2 = 8.5 - 0.5n$ 。

3) 框架—抗震墙结构，当抗震墙间距满足一定要求时，抗震墙承担的地震层间剪力可按侧移刚度分配，而框架部分则适当增加。

框架的变形特征是剪切变形为主，而抗震墙的变形特征是弯曲变形为主。这样，二者协同工作的结果，在结构下部，墙体受力加大，在结构上部，框架受力加大。考虑墙体开裂后刚度退化导致的塑性内力重分布，根据工程经验，对较规则的框架—抗震墙结构中的框架，各层的地震剪力 V_i 均按下式调整：

$$V_i = \{V_1, V_2\}_{\min} \quad (14.2.44)$$

$$V_i = 1.5[(K_i/\Sigma K_i)V_k]_{\max}(k = 1, \dots, n) \quad (14.2.45)$$

$$V_2 = 0.2 V_0 (K_f / \Sigma K_f)_1 \quad (14.2.46)$$

式中 $(K_f / \Sigma K_f)_k$ ——第 i 层抗侧力构件按刚度分配的比例；

$(K_f / \Sigma K_f)_1$ ——底层各榀框架按刚度分配的比例

V_0 、 V_k ——结构底部总剪力和第 k 层的层间剪力。

当结构有缩进或墙体布置沿高度明显不规则时，上述分配方法不再适用，可采用按有效侧移刚度的比例分配的方法。

4) 抗侧力的砖填充框架结构，实际上也是一种框架—抗震墙结构。只是砖填充墙与框架协同工作的性能不同于钢筋混凝土墙与框架协同工作的性能，层间剪力的具体分配方法也有所变化。通常的方法是：无填充墙的框架的层间剪力 V_f ，取该榀框架对应的填充墙框架层间剪力 V_{fw} 的 40%，而各榀填充墙框架的层间剪力，则按各榀结构的侧移刚度分配。

$$V_f \geq 0.4 V_{fw} \quad (14.2.47)$$

$$V_{fw} = V K_{fw} / \Sigma (K_{fw} + K_f) \quad (14.2.48)$$

式中 K_f ——为无填充墙框架的侧移刚度；

K_{fw} ——为抗侧力填充墙框架的侧移刚度。

5) 两端有山墙或到顶横墙的钢筋混凝土屋盖的单层工业厂房，横向地震剪力在各榀排架的分配及纵向地震剪力在各纵向柱列的分配，也要考虑墙体开裂后刚度的降低和屋盖平面内变形的影响。

至于同一轴线上层间剪力在各个竖向构件（柱或墙）之间的分配，一般取竖向构件的等效侧移刚度的比例进行分配。

14.3 竖向地震作用的简化计算方法

14.3.1 竖向地震作用计算的演变

竖向地震地面运动的衰减较快，过去的抗震设计往往不够重视。近年来，高烈度区的宏观震害和强震记录，说明竖向地震运动及其对建筑结构的影响，有时是相当可观的，抗震设计中要予以足够的重视。

唐山地震中，砖烟囱上部折断后横搁在断头的烟囱顶部，大型屋面板被单层工业厂房的上柱所穿破等震害，清楚地显示了极震区竖向地震作用的影响。根据强震观测资料的统计分析，在震中距小于 200km 的范围内，同一地震的竖向地面加速度峰值与水平地面加速度峰值之比 a_v/a_h ，平均值约 1/2，考虑到现有观测的震中距尚不很近，以增加一个均方差来提高保证率，则比值 a_v/a_h 接近 2/3。近年来，国内外都获得 a_v 接近或超过 a_h 的强震记录，最大的 a_v/a_h 达到 1.6。于是，结构竖向地震反应的研究日益受到重视。

目前，国外抗震设计规定中要求考虑竖向地震作用的结构或构件有：①长悬臂结构；②大跨度结构；③高耸结构和较高的高层建筑；④以轴向力为主的结构构件（柱或悬挂结构）；⑤砌体结构；⑥突出于建筑顶部的小构件。其中，前三类居多。我国的抗震设计规范，也只规定前三类结构要考虑向上或向下竖向地震作用的不利影响。

计算结构竖向地震作用的方法，多数国家采用静力法或水平地震作用折减法，只有少数国家采用竖向地震反应谱方法。这三种方法的特点如下：

1. 静力法最简单。不必计算结构或构件的竖向自振周期和振型，直接取结构或构件重力的某个百分数作为其竖向地震作用。如我国的 TJ11—78 抗震规范曾规定，8 度时取结构或构件重力的 10%，9 度时取 20%。

2. 水平地震作用折减法不甚合理。此法认为结构的竖向地震反应与水平地震反应直接相关，取结构或构件水平地震作用的某个百分比。由于竖向地面运动与水平地面运动的频率成分不同，结构竖向振动特性也不同，所以竖向地震作用与水平地震作用并无直接关系。

3. 竖向地震作用反应谱法较合理。此法与水平地震反应谱法相同，先计算结构的竖向自振周期和振型，再由竖向振型周期从竖向反应谱求得等效竖向力。求出各振型的竖向地震作用和内力后，用平方和开方法进行振型的内力组合。此法较合理，然而要计算结构的竖向自振特性，并需要建立相应的竖向地震反应谱。

此外，结构的竖向地震反应谱也可采用时程分析法求解，但计算量较大。在我国根据竖向地震反应谱和时程分析的结果进行统计分析，获得了高耸结构和大跨度结构竖向地震作用的实用简化分析法—拟静力法。此法被建筑抗震设计规范所采用。

14.3.2 高耸结构和高层建筑竖向地震作用的简化

文献 [2, 3] 通过将一些台站同时记录到的水平与竖向地震波按场地条件分类，求出各类场地竖向和水平平均反应谱，发现竖向和水平地震反应谱形状相差不大，故可以近似采用水平地震反应谱曲线来计算竖向地震作用。考虑到竖向地震加速度峰值平均约为水平地震加速度峰值的 $1/2 \sim 2/3$ ，建筑抗震规范规定竖向地震影响系数 α_v 取水平地震影响系数的 65%。

通过对高耸结构、高层建筑的时程分析和竖向反应谱分析，发现有以下规律：

1. 高耸结构、高层建筑的竖向地震内力与竖向构件所受重力之比 λ_v ，沿结构的高度由下往上逐渐增大，而不是一个常数，表 14.3.1 列出了部分结果。

2. 从表 14.3.1 可见，高耸结构顶部在强烈地震中可能出现拉力。这说明，竖向地震作用的影响是不可忽略的。

355m 电视塔的比值 $\lambda_v^{[3]}$ 表 14.3.1

位 置	输入 El-centro 波	输入天津波
顶部	1.38	1.32
270m	0.85	1.01
190m	0.45	0.58
90m	0.29	0.30
底部	0.22	0.25

3. 高耸结构和高层建筑竖向第一振型的地震内力与竖向前 5 个振型按平方和开方组合的地震内力相比较。误差仅在 5~15%。同时，竖向第一振型不仅竖向自振周期小于场地特征周期，而且其振型接近于倒三角形。

基于竖向地震作用的上述规律，高耸结构和高层建筑竖向地震作用的简化计算为类似于水平地震作用的底部剪力法，其计算公式（图 14.3.1）为：

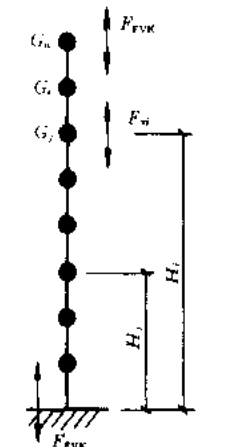


图 14.3.1 结构竖向地震作用计算简图
340

$$F_{EVK} = \alpha_{vmax} G_{eq} \quad (14.3.1)$$

$$F_{Vi} = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EVK} \quad (14.3.2)$$

$$G_{eq} = 0.75 \sum G_i \quad (14.3.3)$$

$$\alpha_{v\max} = 0.65\alpha_{h\max} \quad (14.3.4)$$

式中 F_{EVK} ——结构总竖向地震作用标准值；

F_{Vi} ——质点 i 的竖向地震作用标准值；

$\alpha_{v\max}$ 、 $\alpha_{h\max}$ ——分别为竖向、水平地震影响系数最大值。

各构件竖向地震作用内力按各构件承受的重力荷载内力代表值进行分配。

建筑抗震设计规范对高耸结构和高层建筑竖向地震作用沿高度分布采用倒三角形分布比原抗震规范的静力法有很大改进，在上部 1/3 高度的各质点数值明显增大，应该说更符合震害规律，表 14.3.2 列出了 100m 钢筋混凝土烟囱采用二本地震规范方法计算得到的竖向地震作用内力的比较。

100m 钢筋混凝土烟囱竖向地震作用内力的比较 表 14.3.2

烈 度	8 度		9 度	
	78 规范 (kN)	89 规范 (kN)	78 规范 (kN)	89 规范 (kN)
标高 (m)				
90	99.0	324.6	197.9	649.2
80	203.9	557.4	407.7	1114.8
70	312.5	770.1	625.0	1540.2
60	424.9	960.7	849.7	1921.3
50	550.6	1140.5	1011.1	2281.0
40	691.4	1306.0	1382.8	2611.9
30	850.6	1451.8	1701.2	2903.6
10	1296.1	1678.3	2592.1	3376.6
5	1594.0	1720.6	3187.9	3441.2
0	1770.6	1729.6	3541.2	3459.2

14.3.3 平板型网架屋盖与大于 24m 屋架的竖向地震作用计算

对不同类型平板型网架屋盖和大于 24m 屋架，用反应谱法计算了竖向地震作用下的内力，得到了其规律性

$$\mu_i = F_i^e / F_i^g \quad (14.3.5)$$

式中 F_i^e ——第 i 杆件的竖向地震内力；

F_i^g ——第 i 杆件的重力内力。

计算结果表明，①各杆的 μ_i 值虽不尽相同，但相差不大，可取其最大值 μ_{\max} 作为设计依据；②比值 μ_{\max} 与烈度和场地类别有关；③当结构竖向周期大于场地反应谱特征周期时，随跨度的增大， μ 值反而有所下降，由于在目前常用的跨度范围内，这个下降不很大，为了简化，可略去跨度的影响。这样，建筑抗震设计规范给出了平板型网架与大于 24m 屋架的竖向地震作用系数，如表 14.3.3 所示。则平板型网架屋盖和跨度大于 24m 屋架的竖向地震作用标准值，可取其重力荷载代表值和竖向地震作用系数的乘积。

竖向地震作用系数 表 14.3.3

结 构 类 型	烈 度	场 地 类 别		
		I	II	III、IV
平板型网架、钢屋架	8	不考虑	0.08	0.10
	9	0.15	0.15	0.20
钢筋混凝土屋架	8	0.10	0.13	0.13
	9	0.20	0.25	0.25

对于长悬臂和其他大跨度结构的竖向地震作用标准值，8 度和 9 度可分别取该结构、

构件重力荷载代表值的 10% 和 20%。

14.4 截面抗震验算

14.4.1 以概率为基础的承载力极限状态设计方法概述

建筑抗震设计规范为了更好地体现“小震不坏、设防烈度可修、大震不倒”的抗震设计原则，采用了二阶段设计方法来完成三个烈度水准的抗震设防要求，即“小震”作用下的截面抗震计算和“大震”作用下的变形验算。在第一阶段抗震设计中采用以概率为基础的多系数截面抗震验算表达式代替了 78 抗震规范中综合安全系数 K 的截面验算表达式。这一修订是根据地震作用的特点和一系列研究成果作出的。

众所周知，作用于建筑结构上的荷载（作用）都是随机的，有些是随机变量如恒载，有些则是与时间有关的随机过程如地震作用等，对于随机的问題应采用概率统计的方法来处理。因此，以概率为基础的可靠度分析方法对于建筑结构的安全可靠性分析是一种符合客观实际的分析方法。结构可靠度分析给出了结构失效（或可靠）的概率，它不仅与荷载（作用）、结构构件承载能力的标准值有关，而且还与荷载（作用）、结构构件承载能力的统计特征有关。结构设计的主要目标是，在可接受的失效概率的水平上保证结构在规定的设计基准期内能够完成预定的功能。这与安全系数法中只要抗力大于荷载效应乘以安全系数 K ，结构就安全的概念有本质区别。

以概率为基础的承载力极限状态设计方法，在已知各基本变量（作用在结构上的荷载和构件承载能力等）统计特征的前提下，根据给定的可靠指标，运用概率分析的可靠度方法进行结构构件设计。这种方法能够考虑有关因素的变异性，使结构构件的设计比较符合预期的可靠度要求。目前，这种方法在国际上只在原子能反应堆的设计中运用。对于一般的工业与民用建筑的设计，仍采用设计人员已经习惯的以基本变量的标准值和分项系数（荷载和抗力系数）的设计表达式。其中各项系数的确定是依据用概率分析原规范的可靠度水准并在进行个别调整后作为目标可靠指标，然后运用优化的方法确定的。其基本步骤如下：

1. 确定荷载（作用）和抗力的概率模型及统计参数，建立结构或构件承载能力的极限状态方程，分析现行规范的结构或构件在设计基准期内完成预定功能的可靠指标 β 和失效概率 P_f 。

2. 在校准原规范各结构构件可靠指标的基础上，对个别结构构件进行适当的调整得到目标可靠指标 β^* ，通过使按分项系数设计表达式设计的各构件所具有的可靠指标与目标可靠指标之间在总体上误差最小的原则优化得到设计表达式中的荷载（作用）和抗力分项系数。

3. 运用荷载组合原理得到某一种可变荷载为主要可变荷载时，其他可变荷载的组合系数。

建立实用的以概率为基础的截面抗震验算方法应和非抗震建筑结构设计的方法相一致。但地震作用和抗震设计的基本原则等都有其特点，抗震结构的功能要求与非抗震设计也有所不同。为了建立以概率为基础的承载力极限状态的截面抗震设计表达式，需要对以下问题进行分析研究：①地震作用的概率模型及其统计参数，其基础工作之一是华北、西北、西南三地区 45 个城镇的地震危险性分析结果；②抗震结构的功能及其相应的极限

状态函数，地震作用下结构构件承载能力的抗震可靠度分析方法和对原规范可靠指标的校准；③结构截面抗震设计表达式中地震作用分项系数和承载力抗震调整系数的确定；④运用随机过程的理论分析研究地震作用和其他可变荷载的组合。

14.4.2 结构抗震的可靠度分析

结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的概率称为结构的可靠度，并规定以“可靠指标”来具体度量结构的可靠度。其功能以“极限状态”为标志，当结构构件达到极限状态的概率超过了允许的限值，就不可靠了。因此，极限状态是衡量结构构件是否失效的标准。

根据抗震设计的基本原则，抗震结构应具有两种功能：在多遇的小震作用下完成基本处于弹性状态的功能和在罕遇的大震作用下完成不倒塌的功能。分析抗震结构是否可靠应采用相应的承载能力极限状态和变形能力或综合变形能力能力的极限状态。虽然在罕遇地震作用下结构不倒塌的可靠度水平，是衡量结构抗震设计好坏的标志，但是结构截面抗震设计和非抗震设计一样均采用承载能力的极限状态设计，因此承载能力的抗震可靠度分析是以概率为基础的抗震设计的基础工作之一。

在结构抗震承载能力的可靠度分析中，地震作用下结构反应的概率模型和统计参数的确定一般可采用两种方法，一是运用随机振动的方法，输入地震作用的功率谱密度函数等，根据结构的参数，可得到结构最大反应的概率统计特征；二是通过抗震设计反应谱，考虑抗震设计反应谱的离散性，得到结构最大反应的概率统计特征。无论那种方法都要得到地震作用下结构最大反应的概率统计特征，再与结构构件的承载能力，作用在结构上的恒载、楼面活荷载一起建立结构构件的承载能力极限状态函数，用考虑随机变量分布的改进的一次二阶矩方法等分析结构承载能力的抗震可靠度。下面介绍运用抗震设计反应谱，把地震作用这个与时间有关的随机过程转化为作用在结构上的等效荷载的结构承载能力抗震可靠度分析的实用方法^[4]。

结构承载能力抗震可靠度分析的基本问题是分析承载能力极限状态函数中的各基本随机变量的概率统计特征。

1. 地震作用的概率分布类型和统计参数

《建筑结构设计统一标准》给出了恒载为正态分布，楼面活荷载和风、雪荷载为极值Ⅰ型分布，结构构件抗力服从对数正态分布；其统计参数通常以平均值与标准值之比和变异系数表示。

由于近似的可靠度分析中，基本变量是随机变量。这就需要把地震作用这个与时间有关的随机过程转化为随机变量。通过对地震危险性分析结果的统计分析和考虑抗震设计反应谱的离散性得到作用在结构上的等效地震荷载的概率统计特征。文献[5]对在设计基准期内等效地震荷载的概率分布类型进行了分析、检验，确认结构的层剪力或底部剪力 v 的概率分布符合极值Ⅱ型。

$$F_{II}(v) = \exp\left[-\left(\frac{v}{0.385v_k}\right)^{-k}\right] \quad (14.4.1)$$

式中 v_k ——结构在基本烈度地震作用下的底部剪力或层剪力；

k ——形状参数，对于我国抗震设防区 $k=2.35$ 。

结构底部剪力（或层剪力） V 的均值 μ_v 和变异系数 δ_v 都是结构周期 T 和阻尼的函

数,这是由于地震作用的动力系数 S_{v0} 是结构周期和阻尼的函数。在抗震设计中,一般结构的阻尼比为 $\zeta=0.05$,关于随周期变化的问题,一些研究者来自世界各地的几百条强震记录进行了分析,得出了动力系数的均值和方差均随周期变化,但在每个周期 T_i 点服从同一概率分布的结论。动力系数的离散性与震源特性、土壤条件和地震波的频谱特性等因素有关,若对来自世界各地的地震记录的反应谱进行统计,得到的方差必然偏大。采用同一地区的地震记录去分析和统计反应谱的离散性更为合适。

在设计基准期 50 年内等效的地震荷载的变异系数是峰值加速度的变异系数占主要,从华北、西北、西南 45 个城镇的总体来看其变异系数为 1.176,反应谱变异系数随周期变化对在设计基准期 50 年内等效地震荷载变异系数的影响不大。文献 [4] 给出的等效地震荷载的变异系数为:

$$\begin{aligned}\delta_v &= \sqrt{\delta_{A/g}^2 + \delta_{S_{v0}}^2 + \delta_{G_m}^2 + \delta_D^2} \\ &= \sqrt{1.176^2 + 0.30^2 + 0.10^2 + 0.35^2} \\ &= 1.276\end{aligned}\quad (14.4.2)$$

式中 δ_v ——在设计基准期 50 年内等效地震荷载的变异系数;

$\delta_{A/g}$ ——地震峰值加速度与重力加速度比的变异系数;

$\delta_{S_{v0}}$ ——动力系数的变异系数;

$\delta_{G_m}^2$ ——结构重力代表值的变异系数;

δ_D ——地震作用模型化计算的变异系数,主要考虑烈度转化为峰值加速度和结构反应计算公式的不确定性。

关于等效地震荷载的平均值与标准值之比,由于抗震规范中反应谱的标准值就是最大反应的平均值,所以只与峰值加速度的平均值与标准值之比和重力荷载代表值的平均值与标准值之比有关。若把各地基本烈度的地震作用为地震作用的标准值,从 45 个城镇地震危险性分析结果的统计分析来看,在设计基准期 50 年内等效地震荷载的平均值与标准值之比为:

$$\mu_v/V_{EK} = 0.597 \quad (14.4.3)$$

式中 μ_v ——在设计基准期 50 年内等效地震荷载的平均值;

V_{EK} ——基本烈度地震作用下等效地震荷载的标准值。

对于某一强度地震作用下,等效地震荷载的概率分布假定为极值 I 型:

$$F_I(V/V_i = V_i) = \exp\{-\exp[-\alpha(V - \beta)]\} \quad (14.4.4)$$

$$\text{统计参数为:} \quad \mu_{V_i}/V_{K_i} = 1.06 \quad (14.4.5)$$

$$\delta_{V_i} = 0.30 \quad (14.4.6)$$

式中 μ_{V_i} ——某一强度地震作用下,等效地震荷载的平均值;

V_{K_i} ——某一强度地震作用下,等效地震荷载的标准值;

δ_{V_i} ——变异系数,主要考虑动力系数的离散性。

2. 结构构件抗力的概率统计参数

结构构件的抗力与材料的性质、截面尺寸和结构构件设计计算模式有关,这些可认为

是互不相关的随机变量。结构构件抗力的概率分布类型一般采用对数正态分布，其统计参数应考虑结构尺寸、材料的性质和抗力计算公式的离散性。

地震作用下结构及构件的抗力统计参数问题有待于模拟地震的实验数据的积累。从校准原抗震规范可靠度水平出发，一些结构构件（如钢筋混凝土大偏心受压、受弯构件等）采用《建筑结构设计统一标准》给出的结果，对于砌体结构墙体的抗剪承载力的统计参数，考虑了全国 100 榀墙体反复加载下的试验结果与原抗震规范计算公式相比较的离散性，其结果为^[6]：

$$\mu_R/R_K = 1.02 \quad (14.4.7)$$

$$\delta_R = 0.32 \quad (14.4.8)$$

作为校准原抗震规范结构抗震可靠指标，采用的有关结构构件抗力的统计参数，列于表 14.4.1。

有关结构构件抗力的统计参数 表 14.4.1

结构类型	构件种类	μ_R/R_K	δ_R	结构类型	构件种类	μ_R/R_K	δ_R
钢	偏心受压	1.21	0.15	砖砌体	抗震墙	1.02	0.32
薄 钢	偏心受压	1.20	0.15	钢筋混凝土	受 弯	1.13	0.10
木	受 弯	1.38	0.27		大偏心受压	1.16	0.13

3. 结构失效概率及可靠指标的计算

若有 N 个随机变量 x_i ($i=1, 2, \dots, n$) 影响结构的可靠度，并定义 $Z=g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为结构的极限状态函数。

当 $Z>0$ 时，结构可靠；

$Z<0$ 时，结构失效；

$Z=0$ 时，结构达到极限状态。

$Z=g(x_1, x_2, \dots, x_n)=0$ ，称为极限状态方程。

$Z<0$ 出现的概率称为结构的“失效概率”记作 P_f ，其积分表达式为：

$$P_f = \iiint_{z<0} \dots \int f_x(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (14.4.9)$$

式中， $f_x(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为 x_1, x_2, \dots, x_n 的联合概率密度函数。

如果把影响结构可靠度的基本变量综合为荷载效应 S 和结构抗力 R ，并且假定为两个独立的随机变量，则极限状态函数可表示为：

$$Z = g(r, s) \quad (14.4.10)$$

相应的概率密度函数为：

$$f_z(r, s) = f_R(r) f_S(s) \quad (14.4.11)$$

则失效概率 P_f 为：

$$P_f = \int_0^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds - \int_0^{\infty} f_R(r) [1 - F_S(r)] dr \quad (14.4.12)$$

式中

$$F_R(s) = P(r \leq s), F_s(r) = P(s \leq r)$$

由概率运算可得

$$P_G = P(z \geq 0) = 1 - P(z < 0) = 1 - P_f \quad (14.4.13)$$

这个概率 P_G 表示结构处于可靠状态的可能性的的大小,称为结构的可靠概率,失效概率和可靠概率是互补的,即 $P_G + P_f = 1$ 。

计算失效概率,对式(14.4.9)进行积分计算,在有多多个随机变量或极限状态函数为非线性时计算非常复杂。目前,在国际上一般采用一次二阶矩方法。在计算中对极限状态函数进行线性化处理,而且仅用平均值与标准差两个统计参数,因为方差又称为二阶中心矩,所以把这种方法称为一次二阶矩方法。近年来围绕如何考虑随机变量的概率分布等,提出了改进的方法,其中之一为验算点法,其基本思路为在设计验算点把非正态的随机变量当量化为正态的随机变量,经过反复迭代计算出可靠指标 β ,其计算框图见图 14.4.1。

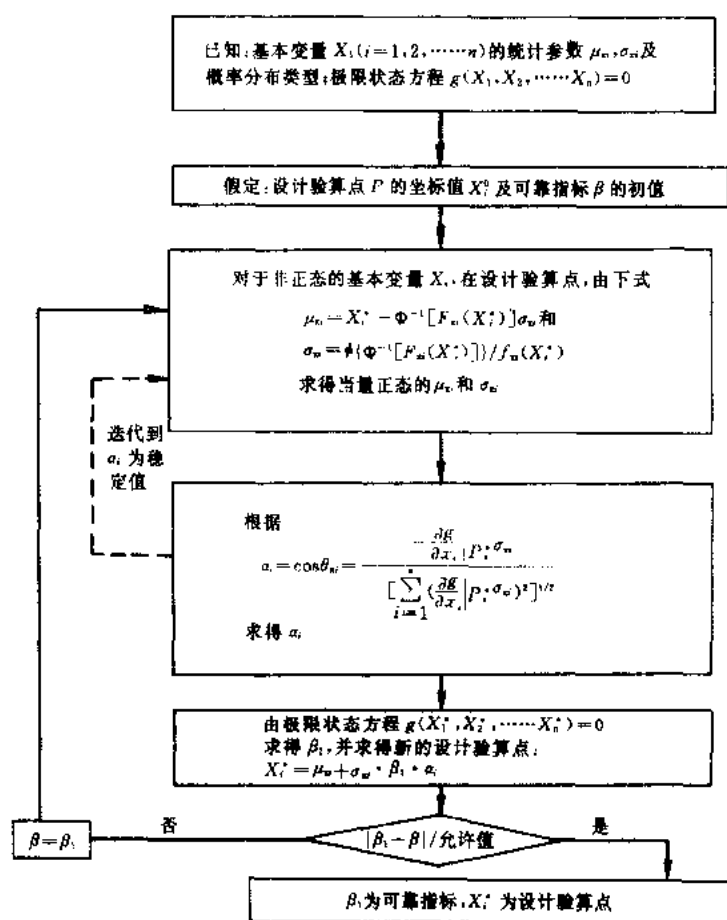


图 14.4.1 可靠指标计算框图

4. 结构构件承载能力的抗震可靠指标计算

分析地震作用下结构承载力极限状态的可靠度水准,通过计算各类结构中典型工程实例的可靠指标,也能够反映出目前各类结构的可靠度水平。但是,体现原抗震规范设计的各类结构不同构件的最低可靠度水准,还是要依据抗震规范设计表达式进行分析,即所谓“校准”。

这里还要指出，原抗震规范的截面抗震设计，各类结构都没有采用基本烈度的地震动参数，而是采用结构影响系数 C 对基本烈度地震作用下的弹性反应进行折减。（TJ11—78）抗震规范的截面抗震设计表达式为：

$$R_K \geq K_E(S_{GK} + CS_{EK}) \quad (14.4.14)$$

式中 S_{GK} 、 S_{EK} 分别为重力代表值效应和地震作用效应。

在校准原抗震规范的最低可靠度水平时取：

$$R_K = K_E(S_{GK} + CS_{EK}) \quad (14.4.15)$$

结构构件的可靠指标与荷载、抗力的统计特征有关，由于地震作用的变异系数远大于恒载，因此抗震可靠指标 β 和地震作用效应与恒载效应的比值有关，当地震作用效应远大于恒载效应时，可靠指标 β 减小。图 14.4.2 示出了钢筋混凝土大偏心受压构件抗震可靠指标 β 与 $\rho = S_{EK}/S_{GK}$ 的关系。

结构在设计基准期内抗震承载能力的失效概率，体现了在设计基准期内各种不同强度地震作用下结构的失效概率与该强度地震出现的概率乘积的总和。按照抗震规范，结构在基本烈度地震作用下已进入弹塑性状态，利用发展塑性变形来消耗地震的能量是抗震设计的特点。因此，在设计基准期内抗震承载能力的可靠指标低是合理的，一些结构构件抗震可靠指标的计算结果见表 14.4.2。

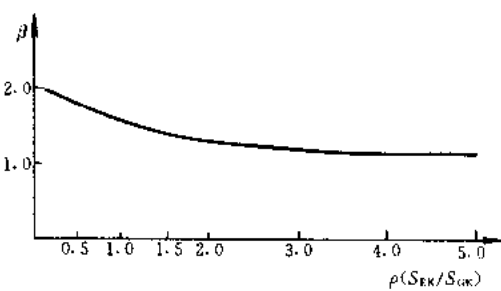


图 14.4.2 不同 ρ 的可靠指标
(钢筋混凝土大偏心受压构件)

文献 [7] 运用概率的方法，通过对华北、西北、西南 45 个城镇地震危险性分析结果的统计分析，定义和给出了新的建筑抗震设计规范中“小震”、“设防烈度”和“大震”的烈度水准。在截面抗震验算中采用多遇“小震”的地震动参数。因此，还要分析多遇“小震”作用下结构构件抗震承载能力可靠指标，其计算结果见表 14.4.3。

一些结构构件在 50 年内抗震承载能力可靠指标

多遇“小震”作用下一些结构构件抗震承载能力可靠指标

表 14.4.2

结构类型	构件种类	平均可靠指标	失效概率
钢	偏心受压	-0.002	0.501
薄钢	偏心受压	0.054	0.478
木	受弯	0.900	0.184
砖砌体	抗震墙	1.080	0.140
钢筋混凝土	受弯	0.465	0.343
	大偏心受压	0.625	0.266

表 14.4.3

结构类型	构件种类	平均可靠指标	失效概率
钢	偏心受压	1.03	0.151
薄钢	偏心受压	1.06	0.144
木	受弯	1.89	0.029
砖砌体	抗震墙	2.28	0.011
钢筋混凝土	受弯	1.20	0.113
	大偏心受压	1.66	0.048

通过对原抗震规范抗震承载能力的可靠度校准^[8]，表明：

(1) 结构在设计基准期内的抗震承载能力可靠指标是很低的，甚至是负值。这说明按照原抗震规范，结构在基本烈度地震作用下已进入弹塑性状态，不存在结构构件承载力的

安全储备。

(2) 在多遇地震作用下, 各结构构件抗震承载力可靠指标比非抗震的承载力可靠指标低得多, 其中原因之一是原抗震规范的抗震安全系数比非抗震设计降低 20%; 但钢结构构件的可靠指标更偏低一些。

(3) 原抗震规范对结构构件的延性要求, 实际上是与 $K_E C$ 相对应, 而不是仅与 C 值对应。由于采用抗震安全系数 K_E 掩盖了这个事实。从多遇地震作用下各类结构构件的抗震承载力可靠指标的差异、较真实地反映出不同构件的延性要求: 基本上属于脆性破坏的砖墙, 其承载能力的要求远大于延性结构, 受弯钢筋混凝土梁的延性要求也高于大偏心受压柱, 这可使抗震设计的概念更为清楚。

(4) 通过校准分析, 可把延性结构构件在多遇地震作用下的抗震承载能力 β 调整为 1.5 左右, 作为 (TJ11—89) 抗震设计规范截面抗震设计的承载能力的目标可靠指标。

14.4.3 截面抗震验算表达式中的分项系数^[9]

1. 地震作用分项系数的确定

荷载分项系数是以永久荷载与一种可变荷载相结合的简单情况确定。通过在设计验算点将极限状态方程转化为以基本变量标准值和分项系数形式的极限状态设计表达式。地震作用下, 设计验算点的极限状态方程为:

$$S_G^* + S_E^* = R^* \quad (14.4.16)$$

式中, S_G^* 、 S_E^* 、 R^* 分别为恒载效应、地震作用效应和结构抗力的设计验算点坐标。结构构件的极限状态设计表达式为:

$$\gamma_G S_{GK} + \gamma_E S_{EK} = R_K / \gamma_R \quad (14.4.17)$$

式中, S_{GK} 、 S_{EK} 、 R_K 分别为恒载效应、地震作用效应和结构抗力的标准值; γ_G 、 γ_E 、 γ_R 分别为恒载分项系数、地震作用分项系数和结构构件抗力系数。

式 (14.4.16) 与式 (14.4.17) 相等价条件是:

$$\gamma_G = S_G^* / S_{GK} \quad (14.4.18)$$

$$\gamma_E = S_E^* / S_{EK} \quad (14.4.19)$$

$$\gamma_R = R_K / R^* \quad (14.4.20)$$

分项系数 γ_G 、 γ_E 、 γ_R 不仅与给定的可靠指标有关, 而且与极限状态函数中所有基本变量的平均值、标准差和概率分布有关。当给定某一可靠指标使结构构件满足时, 随着地震作用与恒载效应的比值 ρ 改变, 各分项系数的取值也改变。应用到设计中显然是不方便的。

荷载 (作用) 分项系数的取值原则为: 对于各种不同材料的结构构件, 统一取相同的荷载 (作用) 分项系数; 在各种标准值给定的前提下, 选取一组分项系数, 使设计的各种不同材料的结构构件, 在各种不同的荷载效应比值下所具有的可靠指标与给定的目标可靠指标之间在总体上误差最小。这个条件也可以转化为使两者计算的结构构件抗力标准值的差值最小, 即按分项系数设计表达式求出的 R_K 与按给定的可靠指标求出的 R_K^* 之间的总体误差最小。

$$H_i = \sum_j (R_{K_{ij}}^* - R_{K_{ij}})^2 \quad (14.4.21)$$

式中 $R_{K_{ij}}$ ——第 i 种结构构件在荷载效应比值下, 由目标可靠指标求出的结构构件抗力

的标准值:

$R_{K_y}^*$ ——在同样情况下,按分项系数确定的结构构件抗力的标准值。

显然,使 T ($T = \sum_j H_i$) 值最小的一组 γ_G 、 γ_E 即为最优的荷载(作用)分项系数。《建筑结构设计统一标准》运用这个方法计算出荷载分项系数为 $\gamma_G = 1.2$, $\gamma_L = \gamma_W = 1.4$ (γ_L 、 γ_W 分别为楼面活荷载和风荷载分项系数),对于雪荷载按工程经验取 $\gamma_s = 1.4$ 。根据分析计算结果,并考虑在抗震设计中不同基本烈度地区作用效应与恒载效应比值范围的差异等因素,确定 $\gamma_E = 1.3$ 。

2. 结构构件抗力分项系数的确定

在优化地震作用分项系数的过程中,对于任一组给定的 γ_G 、 γ_E 都可求出一个优化的 γ_{Ri} 。

$$H_i = \sum_j \{ R_{K_y}^* - \gamma_{Ri} [\gamma_G (S_{GK})_j + \gamma_E (S_{EK})_j] \}^2 \quad (14.4.22)$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial \gamma_{Ri}} = 0$$

$$\gamma_{Ri} = \frac{\sum_j R_{K_y}^* [\gamma_G (S_{GK})_j + \gamma_E (S_{EK})_j]}{\sum_j [\gamma_G (S_{GK})_j + \gamma_E (S_{EK})_j]^2} \quad (14.4.23)$$

这样可得到各种结构构件的抗力分项系数。

由于有关规定以将非抗震设计的构件抗力系数转化为材料分项系数,相应的设计表达式中抗力标准值 R_K 已转化为承载力设计值 R_d 。若抗震验算中仍采用抗力标准值,则会给设计人员增加计算工作量。为此,相应于承载力设计值的分项系数可由下式计算:

$$\gamma_{RE} = \frac{\sum_j R_{d_y}^* [1.2 (S_{GK})_j + 1.3 (S_{EK})_j]}{\sum_j [1.2 (S_{GK})_j + 1.3 (S_{EK})_j]^2} \quad (14.4.24)$$

式中,下脚 d 表示构件承载力设计值; γ_{RE} 称为承载力抗震调整系数。

有关结构构件承载力抗震调整系数见表 14.4.4。

承载力抗震调整系数

表 14.4.4

材 料	结 构 构 件	受力状态	γ_{RE}
钢	柱		0.75
	梁		0.75
	构件焊缝		1.00
砌体	两端均有构造柱、芯柱的抗震墙	受剪	0.90
	其它抗震墙	受剪	1.00
钢筋混凝土	梁	受弯	0.75
	轴压比小于 0.15 的柱	偏压	0.75
	轴压比不小于 0.15 的柱	偏压	0.80
	抗震墙	偏压	0.85
	各类构件	受剪、偏拉	0.85

当仅考虑竖向地震作用时,各类结构构件承载力抗震调整系数均可采用 1.0。

14.4.4 多遇地震作用与其他可变荷载的组合

多遇地震作用效应和其他可变荷载效应的组合问题,是寻求多种不同的随机过程迭加后的统计特征问题。《建筑结构设计统一标准》对一般可变荷载采用了平稳二项随机过程的JCSS建议的近似组合概率模型,而通常认为地震作用比较符合泊松过程的概率模型^[8,9]。在《建筑结构设计统一标准》中,可变荷载的任意时点的概率分布是年的最大分布。当地震作用为主要作用时,用JCSS方法和Turktra方法(其规则是可变荷载中一个达到使用期最大值而其他可变荷载采用任意时点)没有多大差别,而后者较符合地震作用随机性强持续时间短的特点,故采用了Turktra方法和泊松过程的概率模型进行了分析。参考分析计算结果,并依靠工程经验的判断,建议参用《建筑结构设计统一标准》处理风荷载和其他可变荷载相组合的方式,沿用78抗震规范的规定,但对某些楼面活荷载的组合系数进行适当的调整。

鉴于地震作用是一种间接作用,地震作用和其他可变组合有自己的特点,在计算地震作用时,必须考虑地震发生时,永久荷载和其他重力荷载的组合问题;在计算作用效应时,除了上述组合外,还需考虑和风荷载效应的组合,二者都同样是多个随机过程迭加问题。在74和78抗震规范中,已经考虑相遇的可能性,并做了相应的处理,即在计算地震作用和验算地震作用效应时,对重力荷载取同样的组合系数,现在仍可采取同样的方法处理。于是,在计算地震作用时,将永久荷载和其他重力荷载的组合称为重力荷载代表值,基本上沿用78抗震规范所采用的组合值;在验算地震作用效应时,直接采用重力荷载代表值的效应,不再重复考虑永久荷载效应和其他重力荷载效应的组合,仅对高耸结构等考虑风荷载的组合系数,取 Ψ_w 为0.2。

14.4.5 截面抗震验算表达式和不同结构构件的形式

综上所述,根据第一阶段抗震设计的特点,得到了多遇地震作用下结构构件截面抗震验算表达式:

$$\gamma_G C_G G_E + \gamma_{Eh} C_{Eh} E_{hK} + \gamma_{Ev} C_{Ev} E_{vK} + \Psi_w \gamma_w C_w W_K \leq R / \gamma_{RE} \quad (14.4.25)$$

式中 γ_G ——重力荷载分项系数,一般情况下采用1.2,当重力荷载效应对构件承载力有利时,可采用1.0;

γ_{Eh} 、 γ_{Ev} ——分别为水平、竖向地震作用分项系数,应按表14.4.5采用;

γ_w ——风荷载分项系数,应采用1.4;

G_E ——重力荷载代表值,应取结构和配件自重标准值和其他重力荷载的组合值之和,其他重力荷载的组合系数见表14.4.6;

E_{hK} 、 E_{vK} ——分别为水平地震作用和竖向地震作用的标准值;

W_K ——风荷载标准值;

Ψ_w ——风荷载组合值系数,一般结构可不考虑,烟囱和较高水塔、高层建筑可采用0.2;

C_G 、 C_{Eh} 、 C_{Ev} 、 C_w ——分别为重力荷载、水平地震作用、竖向地震作用和风荷载作用效应系数,一般情况下应按《建筑结构设计统一标准》确定,在抗震规范中还有一些相应的增大系数或调整系数;

γ_{RE} ——承载力抗震调整系数。

地震作用分项系数

表 14.4.5

地震作用	γ_{Eh}	γ_{Ev}
仅考虑水平地震作用	1.3	不考虑
仅考虑竖向地震作用	不考虑	1.3
同时考虑水平与竖向地震作用	1.3	0.5

组合值系数

表 14.4.6

可变荷载种类	组合系数
雪荷载	0.5
屋面积灰荷载	0.5
屋面活荷载	不考虑
按实际情况考虑的楼面活荷载	1.0
按等效均布荷载考虑的楼面活荷载	藏书库、档案库 其他民用建筑
	0.8 0.5
吊车悬吊物重力	硬钩吊车 软钩吊车
	0.3 不考虑

注：多层工业厂房按等效均布荷载考虑的楼面活荷载的组合值系数可取 0.8。

由于各类结构所受的地震作用和其他荷载作用的反应不尽相同，并不是各类结构构件的荷载效应组合都取式 (14.4.25) 的左端所有项，基本上可分为以下几种。

1. 高层建筑的各类构件，除考虑水平地震内力和重力荷载内力的组合外，要考虑风荷载内力的组合；在 9 度区还要考虑竖向地震内力的组合，即：

在 7、8 度区和 6 度区 IV 类场地土的高层建筑截面抗震验算表达式为：

$$\gamma_G C_G G_E + 1.3 C_{\text{Eh}} E_{\text{hk}} + 0.28 C_W W_K \leq R / \gamma_{\text{RE}} \quad (14.4.26)$$

在 9 度区为：

$$\gamma_G C_G G_E + 1.3 C_{\text{Eh}} E_{\text{hk}} + 0.5 C_{\text{Ev}} E_{\text{vk}} + 0.28 C_W W_K \leq R / \gamma_{\text{RE}} \quad (14.4.27)$$

2. 单层、多层钢筋混凝土结构和单层、多层钢结构的各类构件，只考虑水平地震内力和重力荷载内力的组合，即：

$$\gamma_G C_G G_E + 1.3 C_{\text{Eh}} E_{\text{hk}} \leq R / \gamma_{\text{RE}} \quad (14.4.28)$$

3. 大跨度屋盖系统和长悬臂结构，如网架屋盖、跨度大于 24m 的屋架及大的挑台、雨篷等，只考虑竖向地震内力和重力荷载内力的组合，即：

$$\gamma_G C_G G_E + 1.3 C_{\text{Ev}} E_{\text{vk}} \leq R / \gamma_{\text{RE}} \quad (14.4.29)$$

其中， γ_{RE} 取 1.0。

4. 砌体结构的墙段，受剪承载力验算时，只考虑水平地震剪力，不考虑水平地震剪力与重力荷载内力的组合，即：

$$1.3 C_{\text{Eh}} E_{\text{hk}} \leq R / \gamma_{\text{RE}} \quad (14.4.30)$$

这里还要指出的是，关于 γ_G 取 1.2 和 1.0 的问题。在截面抗震验算中，有些已在《建筑抗震设计规范》中给予了明确规定，比如多层砖房墙段的受剪承载力与墙段 $\frac{1}{2}$ 高度处的平均压应力 σ_0 有关， σ_0 越大则墙段受剪承载力越大，其 γ_G 应取 1.0，所以建筑抗震设计规范规定为对应于重力荷载代表值的砌体截面平均压应力。有些需要正确理解加以运

用,比如在验算多层钢筋混凝土框架柱的轴压比时(轴压比指组合的轴压比设计值与柱全截面面积和混凝土抗压强度设计值乘积之比值),其组合轴压力设计值中的 γ_G 应取1.2;而在大偏心受压柱正截面承载力验算中,计算的承载力设计值要用柱轴压力的组合值,则 γ_G 应取1.0等。

14.5 结构抗震变形验算

14.5.1 结构抗震变形验算的基本内容

近年来,我国工程抗震研究者深入总结了唐山大地震的震害经验教训,对各类结构的抗震性能开展了一系列的研究工作。其中对在强烈地震作用下,结构弹塑性位移反应的特点和规律进行了大量的分析研究,揭示了在地震作用下结构弹塑性位移反应与弹性位移反应有着许多不同的特点,揭示了多层结构存在薄弱部位和在强烈地震作用下薄弱楼层率先屈服并产生弹塑性变形集中的现象等等。前边已经指出,78抗震规范的抗震设计方法是采用基本烈度的地震作用乘以结构影响系数 C 进行构件截面抗震承载力验算,隐含着在基本烈度地震作用下结构的弹塑性变形在允许的范围内,大量的震害和工程实例分析表明,具有薄弱楼层结构的弹塑性变形集中是非常突出的,是很难保证其层间弹塑性最大位移在结构变形能力允许的范围内。

通过对结构弹塑性位移反应特点和规律的研究,提出了估计单层厂房薄弱部位和多层剪切型结构薄弱楼层层间弹塑性最大位移反应的简化分析方法和公式^[10,11,12,13,14,15]。同时,通过对国内外结构构件和结构模型试验资料统计分析,以及对结构构件和结构层间变形能力的分析研究,给出了控制不同破坏程度的变形允许指标^[16]。

基于一系列的研究成果,建筑抗震设计规范采用“小震”作用下以概率为基础的承载力极限状态设计,“大震”作用下的弹塑性变形验算和各类结构抗震构造措施要求的设计方法。在第一阶段抗震设计中,除了进行构件截面抗震承载力验算外,为了满足在遭遇较多遇的低于本地区基本烈度的“小震”作用时,建筑物基本不损坏的抗震设计目标,对有些结构如钢筋混凝土结构还要验算“小震”作用下的变形,以防止结构构件、特别是非结构构件的较多损坏。

因此,结构抗震变形验算包括两部分内容,一是“小震”作用下结构处于弹性状态的变形验算;二是“大震”作用下结构的弹塑性变形验算。

14.5.2 “小震”作用下的结构抗震变形计算

按照建筑抗震设计规范的设计目标,结构在“小震”作用下基本处于弹性状态,其层间位移计算可根据地震作用的不同分析方法而采用相应的方法。

1. 对于按底部剪力法分析结构地震作用时,其弹性位移计算公式为:

$$\Delta u_e(i) = V_e(i)/K_i \quad (14.5.1)$$

式中 $\Delta u_e(i)$ ——第 i 层的层间位移;

K_i ——第 i 层的侧移刚度;

$V_e(i)$ ——第 i 层的水平地震剪力标准值。

2. 对于平面结构采用振型分解法计算水平地震作用时,其弹性位移可采用下列公式计算:

j 振型的位移 u_{ej} 可由式 (14.5.2) 计算

$$u_{ej}(i) = \alpha_j \gamma_j x_{ji} g (T_j / 2\pi)^2 \quad (14.5.2)$$

$$\gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ji} G_i}{\sum_{i=1}^n x_{ji}^2 G_i} \quad (14.5.3)$$

式中 α_j —— j 振型周期对应的地震影响系数;

γ_j —— j 振型的振型参与系数;

x_{ji} —— j 振型 i 质点的水平相对位移;

T_j —— j 振型的周期;

g ——重力加速度。

相应于 j 振型的层间位移 $\Delta u_{ej}^*(i)$ 为:

$$\Delta u_{ej}^*(i) = \Delta u_{ej}(i) - \theta_j(i-1)h_i \quad (14.5.4)$$

$$\Delta u_{ej}(i) = u_{ej}(i) - u_{ej}(i-1) \quad (14.5.5)$$

式中 $\theta_j(i-1)$ —— j 振型 $i-1$ 楼层的转角;

h_i ——第 i 层的层高。

各振型的层间位移可按平方和开方的原则组合得到该结构的层间位移 $\Delta u_e^*(i)$:

$$\Delta u_e^*(i) = \sqrt{\sum_{j=1}^m [\Delta u_{ej}^*(i)]^2} \quad (14.5.6)$$

3. 对于按扭转耦联的振型分解反应谱确定其平动和扭转地震作用的结构, 相应的弹性位移由下列方法计算。

(1) 结构 j 振型 i 楼层质心处的广义弹性位移是:

$$u_{ej}(i) = \alpha_j \gamma_{uj} x_{ji} g [T_j / (2\pi)]^2 \quad (14.5.7)$$

$$v_{ej}(i) = \alpha_j \gamma_{vj} y_{ji} g [T_j / (2\pi)]^2 \quad (14.5.8)$$

$$\theta_{ej}(i) = \alpha_j \gamma_{\theta j} \Phi_{ji} g [T_j / (2\pi)]^2 \quad (14.5.9)$$

式中 $u_{ej}(i)$ 、 $v_{ej}(i)$ 、 $\theta_{ej}(i)$ 分别为 j 振型 i 楼层质心在 x 、 y 和转角方向的广义弹性位移。

(2) 结构 j 振型 i 楼层第 k 榀平面结构在自身平面内的弹性变形, 利用刚性楼盖的假定可从几何关系得到 (图 14.5.1)

设 i 楼层质心到 k 榀平面结构的距离为 $s_k(i)$, 它在 x 、 y 方向上的投影分别为 $s_{xk}(i)$ 、 $s_{yk}(i)$, k 榀平面结构与 x 轴的夹角 $\theta_k(i)$, 可得:

$$u_{ejk}(i) = u_{ej}(i) \cos \theta_k(i) + v_{ej}(i) \sin \theta_k(i) + \theta_{ej}(i) s_k(i) \quad (14.5.10)$$

当 k 榀平面结构平行于 x 轴时, $\theta_k(i) = 0$, $s_k(i) = -s_{yk}(i)$ 则

$$u_{ejk}(i) = u_{ej}(i) - \theta_{ej}(i) s_{yk}(i) \quad (14.5.11)$$

当 k 榀平面结构平行于 y 轴时, $\theta_k(i) = \pi/2$, $s_k(i) = -s_{xk}(i)$, 则

$$u_{ejk}(i) = v_{ej}(i) + \theta_{ej}(i) s_{xk}(i) \quad (14.5.12)$$

由平动振型的方法类推, j 振型 i 楼层第 k 榀平面结构在自身平面内的层间弹性侧移

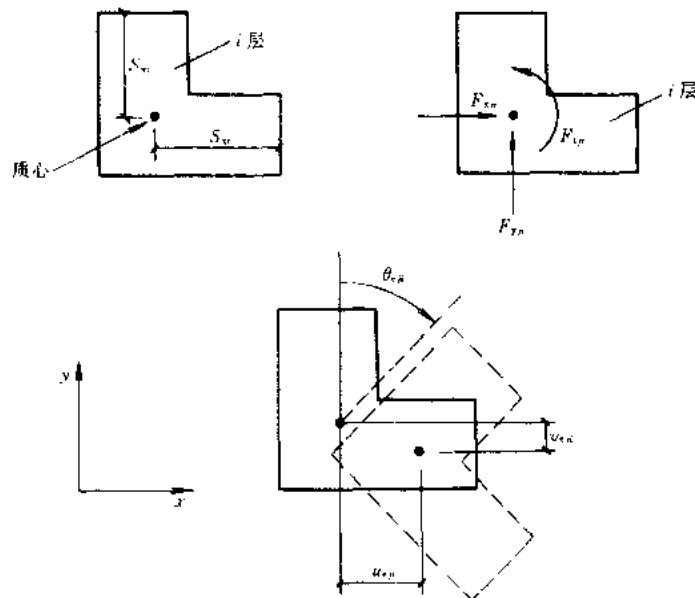


图 14.5.1 扭转效应示意图

差 $\Delta u_{ejk}(i)$ 是

$$\Delta u_{ejk}(i) = u_{ejk}(i) - u_{ejk}(i-1) \quad (14.5.13)$$

当需要扣除楼面平面转角的影响而得到层间位移时，其方法与平动振型的情况相同。

(3) 各振型的变形，根据扭转振型地震作用效应采用完全二次型 (CQC) 的形式予以组合：

i 层质心在 x 、 y 方向的位移 $u_e(i)$ 、 $v_e(i)$ 为

$$u_e(i) = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \rho_{jk} u_{ej}(i) u_{ek}(i)} \quad (14.5.14)$$

$$v_e(i) = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \rho_{jk} v_{ej}(i) v_{ek}(i)} \quad (14.5.15)$$

i 层 k 榀平面结构在自身平面内的位移 $u_{ek}(i)$ 和层间侧移 $\Delta u_{ek}(i)$ 为：

$$u_{ek}(i) = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^m \rho_{jr} u_{ejk}(i) u_{erk}(i)} \quad (14.5.16)$$

$$\Delta u_{ek}(i) = \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^m \rho_{jr} \Delta u_{ejr}(i) \Delta u_{erk}(i)} \quad (14.5.17)$$

其中的耦联系数 ρ_{jk} 、 ρ_{jr} 的计算公式，与地震组合内力计算时完全相同。

14.5.3 “小震”作用下的结构抗震变形验算

第一阶段抗震设计的变形验算方法是结构在较多遇的“小震”作用下的层间弹性位移应小于结构处于基本不坏状态的允许值。

建筑抗震设计规范规定的在第一阶段抗震设计中需要进行变形验算的房屋是钢筋混凝土框架和钢筋混凝土框架—抗震墙结构以及高层钢结构等。

钢筋混凝土结构房屋中采用的非结构构件（包括围护墙、隔墙和各种装修）种类繁

多，材料的性质和与结构连接性能都会影响其容许变形能力，经济合理地确定层间弹性位移角限值 $[\theta_e]$ 是一个十分复杂和困难的问题。文献[16]对这个问题进行了研究，通过分析结构和主要的非结构构件的变形性能，提供了相应的变形允许指标。对于框架填充墙结构，根据试验资料的分析，填充墙与框架间出现周边裂缝至墙面初裂时，变形值极小，层间位移角约为1/500。当墙面开裂较普遍，沿对角线裂缝基本贯通时，变形值（位移角）为1/650~1/350，但此时裂缝不宽且较易修复正常使用。当变形（位移角）达到1/120~1/80时，砌体破裂而严重破坏。所以，工程实用上用砌体填充墙面裂缝不超过对角线贯通作为“不坏”的标志。其他材料的非结构墙体，如外挂墙板及各种轻质隔墙，一般来说，其“不坏”的容许变形能力要比砌体填充墙大，但目前尚缺乏完整的实验资料。试验表明，钢筋混凝土抗震墙初裂时变形值（位移角）为1/5000~1/3000。墙板出现对角裂缝时的位移角约为1/1000~1/300。根据上述分析，新的抗震规范给出了表14.5.1所列的层间弹性位移角的限值 $[\theta_e]$ 。

层间弹性位移角限值 表 14.5.1

结构类型	$[\theta_e]$
框 架	1/550
框架—抗震墙 板柱—抗震墙 框架—核心筒	1/800
抗震墙、筒中筒	1/1000
框支层	1/1000
高层钢结构	1/300

14.5.4 “大震”作用下结构的弹塑性变形验算

在强烈地震作用下，结构将进入弹塑性状态，并通过发展塑性变形和累积耗能来消耗地震输入能量。大量的分析研究和震害都表明，具有薄弱楼层的结构，其弹塑性层间变形集中的现象是十分明显的。因此，在多遇地震作用下构件截面承载力抗震验算的基础上，进行罕遇地震作用下结构薄弱楼层（部位）的弹塑性变形验算，对于做到“大震不倒”具有十分重要的意义。

结构在强烈地震作用下变形验算的基本问题是，估计强烈地震作用下结构薄弱楼层（部位）的弹塑性最大位移反应和分析结构本身的变形能力，通过改善结构均匀性和采用改善薄弱楼层的变形能力的抗震构造措施等，使结构的层间弹塑性最大位移控制在允许的范围內。

建筑抗震规范为了减少设计工作量，对砌体结构仍然采用“小震”作用下的构件截面承载力验算和抗震构造措施要求的设计方法，不须进行变形验算，仅对特别重要结构和在过去地震中倒塌较多的部分延性结构增加“大震”变形验算的要求。对一般的延性结构可采用简化的方法，对特别重要和特别不规则的结构可采用输入地震波进行时程分析。简化的弹塑性变形验算的结构是：7~9度时的钢筋混凝土框架、8度Ⅲ、Ⅳ类场地和9度高大的单层钢筋混凝土厂房。

钢筋混凝土框架房屋“大震”的变形验算可概括为图14.5.2所示的框图。

从变形验算的框图来看，结构的“大震”变形验算，主要是“大震”作用下结构薄弱楼层层间弹塑性位移计算和结构弹塑性层间位移角限值的分析。下面就有关问题进行简要的介绍。

1. 剪切型结构弹塑性位移反应的规律

通过对大量震害实例和工程实例的剪切型结构的弹塑性位移反应分析，可以得到以下规律：

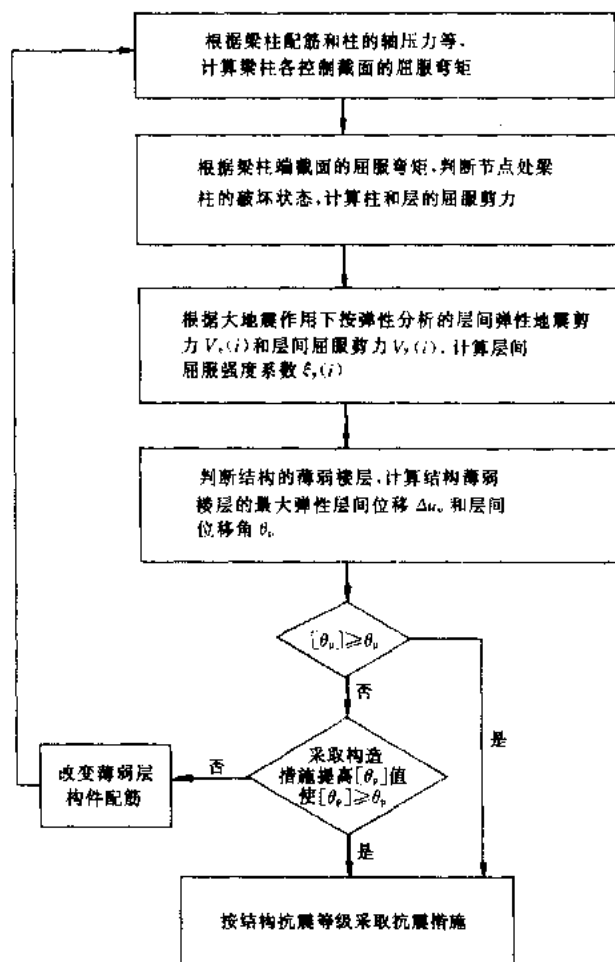


图 14.5.2 弹塑性变形验算框图

性位移反应的规律有着明显的区别。由于结构层间屈服强度系数的分布是影响结构层间弹塑性位移反应的主要因素，因此区分结构为弹塑性反应的“均匀”与“不均匀”，应以层间屈服强度系数 $\xi_y(i)$ 的分布是否大体相同来判断。大量的分析说明，即使是 $\xi_y(i)$ 大体相等的结构，其层间弹塑性最大位移反应各楼层也并不相等，但其不均匀的状况比“非均匀”结构层间弹塑性最大位移分布要好得多，因此有必要加以区分。

(3) 均匀结构弹塑性位移反应的特点。对于 $\xi_y(i)$ 沿楼层分布大体相同的结构，当 $\xi_y(i)$ 越小其弹塑性位移反应越大。在“均匀”结构中也存在相对变形集中的楼层，同一结构中一般也只出现一个层间弹塑性位移最大的楼层，而其它各层的层间位移一般都比较小，特别是与最大的弹塑性位移相邻的楼层小得更明显，如图 14.5.3 所示，但随着结构层数增多，也有某些结构出现两个或更多个较大层间弹塑性位移的情况。

(4) “不均匀”结构弹塑性位移反应的特点。“不均匀”结构薄弱楼层的最大弹塑性位移反应不仅与薄弱楼层 $\xi_y(i)$ 的大小有关，而且与相邻层 ξ_y 的差值有关，即 $\xi_y(i)$ 与相邻层 ξ_y 的平均值差值越大则薄弱楼层的弹塑性变形集中的现象越明显，如图 14.5.4 所示。这里还要指出的是，增强某一层的屈服剪力对于相邻楼层来讲就可能出现新的薄弱楼层。

(1) 影响结构层间弹塑性最大位移反应的主要因素。在结构质量、刚度和层间屈服强度系数 $\xi_y(i)$ ($\xi_y(i) = V_y(i) / V_e(i)$ ，其中， $V_y(i)$ 为第 i 层的屈服剪力， $V_e(i)$ 为第 i 层的弹性地震剪力) 三者中，层间屈服强度系数沿楼层高度的分布是影响层间弹塑性最大位移的主要因素，质量的分布影响结构地震作用的分布状况，刚度的分布影响结构层间弹性位移的分布状况，但刚度的不均匀变化会在刚度突变部位产生应力集中，如应力集中部位屈服强度不足，也会在该部位产生塑性变形集中。

(2) 多层剪切型结构弹塑性位移反应的“均匀”结构与“不均匀”结构的区分。地震作用下多层结构层间位移反应的均匀性关键是结构的层间位移角应大体相同。结构弹性位移反应的大体均匀依赖于结构的刚度与结构质量沿楼层高度分布符合一定的关系。在强烈地震作用下，结构弹塑性位移反应与结构弹性

(5) 结构层数对弹塑性位移反应的影响。多层结构的弹塑性位移反应和单层结构的弹塑性位移反应的明显区别,就是多层结构存在弹塑性变形集中的薄弱楼层。在多层结构中,随着层数的增加其弹塑性变形集中的楼层有可能是二个或更多一些,其层间弹塑性最大位移与弹性位移的比值 η_p 也有增大的趋势。

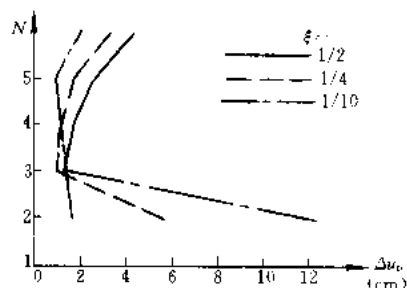


图 14.5.3 均匀结构的弹塑性变形

(6) 结构不同周期对层间弹塑性最大位移的影响。通过大量的工程算例分析发现,对于短周期多层结构的 η_p 值比较大,同时随 $\xi_y(i)$ 的减小而增大。但在同一 ξ_y 的不同结构中随结构周期增大又有下降的趋势,超过某一周期后 η_p 值变化比较平缓,其周期大约为地震波的

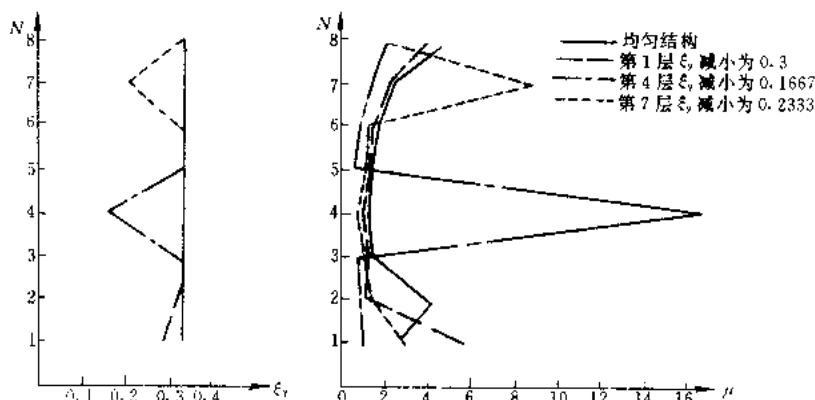


图 14.5.4 不均匀结构薄弱
楼层相应的 μ 值 ($T=1.0s$)

主要周期。由于地震波的主要周期反映了场地土的影响,可以认为转折点的位移反映了场地土的影响,由于在多层钢筋混凝土框架房屋中的基本周期一般都大于场地的特征周期,所以可不考虑 η_p 值在短周期的增大趋势。

(7) 多层结构弹塑性位移反应的顶点位移。大量的分析结构表明,多层剪切型结构的基本周期大于场地特征周期时,其顶点的弹塑性位移与同样强度地震作用下按弹性分析得到的顶点位移之比相当稳定,其统计平均值为 0.75,而且不同层数多层结构变化不明显。

2. 单层厂房弹塑性位移反应的规律^[17]

唐山地震中,单层工业厂房出现不少震害,通过分析天津、唐山两地共 106 个排架 307 个柱列的震害发现,柱的屈服强度比 ξ_y ($\xi_y = M_y/M_e$, M_y 为柱截面的屈服弯矩, M_e 为柱截面地震作用的弹性弯矩)与震害有明显的对应关系。当 ξ_y 值偏小时震害严重,同时,阶形柱的震害多发生在上柱。试验数据表明,在下柱首先进入屈服,裂缝宽度较大,刚度已明显减弱的情况下,仍然是上柱变形发展得快,以至最后的破坏还是上柱严重。因此,对阶形柱单层工业厂房,一般可根据 ξ_y 的大小对上柱进行变形验算。

3. 结构薄弱楼层(部位)最大弹塑性位移的计算

(1) 结构薄弱楼层（部位）最大弹塑性位移简化计算

建筑抗震设计规范在分析总结多层剪切型结构薄弱楼层层间弹塑性最大位移反应的特点和规律，以及对有关公式分析比较的基础上，提出了结构薄弱楼层（部位）的层间弹塑性最大位移的简化计算公式：

$$\Delta u_p = \eta_p \cdot \Delta u_e = \mu \cdot \Delta u_y = \frac{\eta_p}{\xi_y} \Delta u_y \quad (14.5.18)$$

式中 Δu_p ——层间弹塑性位移；

Δu_y ——层间屈服位移；

μ ——楼层延性系数；

Δu_e ——罕遇地震作用下按弹性分析的层间位移；

η_p ——弹塑性位移增大系数，当薄弱楼层（部位）的屈服强度系数不小于相邻层（部位）该系数平均值的 0.8 时，可按表 14.5.2 采用；当不大于该平均值的 0.5 时，可按表内相应数值的 1.5 倍采用，其他情况可采用内插法取值；

ξ_y ——层间屈服强度系数。

结构的弹塑性位移增大系数

表 14.5.2

结构类别	总层数 n 或部位	ξ_y			
		0.5	0.4	0.3	0.2
多层均匀结构	2~4	1.30	1.40	1.60	2.10
	5~7	1.50	1.65	1.80	2.40
	8~12	1.80	2.00	2.20	2.80
单层厂房	上柱	1.30	1.60	2.00	2.60

(2) 罕遇地震作用下按弹性分析的位移计算

罕遇地震作用下按弹性分析的位移计算比较简单，由于仍按弹性分析，所以结构的动力特性不变，这样罕遇地震作用下按弹性分析的位移一般可采用“小震”作用下的弹性位移乘以“大震”与相应“小震”的地震影响系数最大值之比，即 7 度时乘以 $0.5/0.08 = 6.25$ ，8 度时乘以 $0.9/0.16 = 5.625$ ，9 度时乘以 $1.4/0.32 = 4.375$ 。

这里要注意的是，关于框架填充墙结构的位移估计。建筑抗震规范规定 8 度 5 层以下和 7 度 8 层以下的填充墙框架结构可考虑填充墙的抗侧力作用，即同时考虑填充墙的刚度和承载力。除上述结构外，仅考虑填充墙刚度对框架周期的影响，即仅分析钢筋混凝土框架的刚度，计算结构的地震作用时，视填充墙的多少对周期乘以小于 1 的折减系数 ψ_T 。这种分析方法考虑了填充墙的刚度导致结构自振周期的缩短，而结构水平地震作用反应将增大。用这种增大的层间弹性地震剪力和框架的层间刚度（不计入填充墙的刚度）计算得到的层间位移则会偏大。由于在“小震”变形验算中已在变形允许指标中给予了考虑，即对于采用周期折减系数的钢筋混凝土框架房屋的允许指标比考虑填充墙抗侧力的房屋允许指标要放松一些，所以在“小震”作用下的弹性变形计算结果可不必对偏大部分进行修正。但是，在罕遇地震作用下结构薄弱楼层（部位）弹塑性最大位移的简化计算，是在罕遇地震作用下按弹性分析的层间位移乘以弹塑性位移的增大系数，而弹性位移估计过大必

将对简化的层间弹塑性最大位移计算产生较大的影响。因此,采用周期折减系数的分析方法时,通过分析研究给出适当的层间弹性位移修正系数,可以较好估计结构层间弹塑性最大位移反应。

单自由度结构周期计算公式为:

$$T = 2\pi \sqrt{m/K} \quad (14.5.19)$$

式中, T 、 m 、 K 分别为自由度结构的自振周期、质量和刚度。

从式 (14.5.19) 可以看出,在结构的质量不变的情况下,结构的自振周期的变化与结构刚度变化的平方成反比。

$$T \cdot \Psi_T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K \cdot \frac{1}{\Psi_T^2}}} \quad (14.5.20)$$

也就是说乘以结构周期折减系数 Ψ_T 相当于结构的刚度增大 $1/\Psi_T^2$ 倍。对于多自由体系的结构通过振型分解法得到各振型的周期,当各层的层间刚度中填充墙的刚度与无填充墙框架的层间刚度的比值相等时,其规律和单自由度体系一样。然而,在工程实际中很难做到各层填充墙与无填充墙框架的比值都一样,在实际震害中,填充墙框架中填充墙的破坏状态呈现下重上轻。为了反映这一震害规律,在填充墙的刚度计算中按层的不同部位乘以不同的折减系数,即上部 1/3 层的填充墙刚度取 100% 弹性刚度,中部 1/3 层取弹性刚度的 60%,下部 1/3 层取弹性刚度的 30%。由此可见,对于填充墙沿高度分布相同的钢筋混凝土框架结构,则底部、中部、上部层填充墙与框架刚度比的差异是比较明显的;各层的均用 Ψ_T^2 系数对按空框架的刚度计算得到的弹性位移给予折减,在某些楼层会出现折减过大的问题,用于“大震”作用下的层间弹性位移、层间弹塑性位移计算和变形验算会出现偏于不安全的问题。因此,多层结构中引入周期折减系数对各层层间位移的影响与单自由体系有着明显的差异。

文献 [1] 通过考虑不同楼层部位填充墙的刚度计算的层间弹性位移与采用不考虑填充墙刚度计算的层间弹性位移相比较,得到了多层结构采用周期折减系数时,层间弹性位移折减系数 Ψ_u 的规律。大量的分析表明,层间弹性位移的折减系数 Ψ_u 与楼层的位置有关,其规律可用上部、中部、下部 1/3 层来区分,表 14.5.3 和表 14.5.4 列出了 9 层、6 层钢筋混凝土框架结构采用不同周期折减系数 Ψ_T 时,对应于各楼层的 Ψ_u 值。

9 层结构不同 Ψ_T 值时对应于各层的 Ψ_u 值

表 14.5.3

$\Psi_T \backslash \Psi_u$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.82	0.85	0.74	0.74	0.57	0.57	0.57	0.41	0.41	0.41
0.66	0.66	0.49	0.49	0.31	0.31	0.31	0.20	0.20	0.20
0.54	0.49	0.34	0.34	0.19	0.19	0.19	0.12	0.12	0.12

从表 14.5.3 和表 14.5.4 所列出结果可以看出,虽然不同的总层数、不同周期折减系数引起的不同层数层间弹性位移的折减系数略有差别,但总的趋势、规律是一样的。即下部 1/3 层的 Ψ_u 近似等于 Ψ_T 的值,中部 1/3 层的 Ψ_u 比下部 1/3 层要小,上部 1/3 层的 Ψ_u 更小。综合工程实例和大量算例的分析结果,作为简化分析,则底部 1/3 层可取 Ψ_u

$=\Psi_T$, 中部 1/3 层可取 $\Psi_u=0.8\Psi_1$, 对于上部 1/3 层可取 $\Psi_u=0.5\Psi_T$ 。

6 层结构不同 Ψ_T 值时对应于各层的 Ψ_u 值

表 14.5.4

$\Psi_T \backslash \Psi_u$	1	2	3	4	5	6
0.79	0.79	0.69	0.51	0.51	0.38	0.38
0.74	0.70	0.61	0.42	0.42	0.30	0.30
0.64	0.57	0.47	0.29	0.29	0.20	0.20

4. 层间屈服剪力 V_y 的实用计算方法^[18]

除单层结构和弱柱型多层结构外, 层间极限剪力与外力分布有关, 其计算是比较复杂的。由于地震作用的随机性带来框架结构破坏形式的不确定性, 因此精确地计算楼层受剪承载力是很困难的。较为简化的实用计算方法有三种。

(1) 拟弱柱化法 (图 14.5.5a)

无论框架是“强梁弱柱型”还是“强柱弱梁型”, 此法均假定框架各楼层的柱端达到截面受弯承载力, 即柱端形成塑性铰。其计算步骤如下:

1) 计算柱端正截面受弯承载力

当柱轴压比小于 0.8 (即 $N_G/f_{cmk}bh \leq 0.5$) 时

$$M_{cyk} = A_s^u f_{yk} (h_0 - a'_s) + 0.5 N_G h (1 - N_G / f_{cmk} bh) \quad (14.5.21)$$

式中 M_{cyk} ——柱端按实际配筋和材料强度标准值计算的正截面受弯承载力;

f_{yk} ——钢筋受拉强度标准值;

A_s^u ——受拉区纵向钢筋实际配筋截面面积;

N_G ——对应于重力荷载代表值的柱轴向压力 (分项系数取 1.0);

f_{cmk} ——混凝土弯曲抗压强度标准值, $f_{cmk} = 1.1 f_{ck}$ (f_{ck} 为混凝土轴心受压强度标准值);

b 、 h 、 h_0 ——柱截面宽度、高度和有效高度;

a'_s ——混凝土保护层厚度。

2) 计算柱和楼层受剪承载力

$$V_{yj}(i) = \frac{M_{cykj}^u(i) + M_{cykj}^l(i)}{H_{nj}(i)} \quad (14.5.22)$$

$$V_y(i) = \sum_{j=1}^m V_{yj}(i) \quad (14.5.23)$$

式中 $V_{yj}(i)$ ——第 i 层第 j 根柱受剪承载力;

$M_{cykj}^u(i)$ 、 $M_{cykj}^l(i)$ ——分别为第 i 层第 j 根柱上、下端正截面受弯承载力;

$H_{nj}(i)$ ——第 i 层第 j 根柱净高;

$V_y(i)$ ——第 i 层楼层受剪承载力。

(2) 节点失效法 (图 14.5.5b)

假定交于框架节点的若干梁柱端正截面受弯屈服、致使节点基本上丧失抗转动能力, 这样的结果即使是“强柱弱梁型”框架, 各楼层也将独立达到破坏机制, 从而可判断薄弱

楼层的位置，其计算步骤如下：

1) 计算梁、柱端正截面

柱按式 (14.5.21) 计算 M_{cyk} ，梁端正截面受弯承载力的计算采用下式：

$$M_{byk} = A_s f_{yk} (h_0 - a'_s) \quad (14.5.24)$$

式中 M_{byk} ——梁端按实际配筋和材料强度标准值计算的正截面受弯承载力。

2) 判断节点处梁、柱的破坏状态，节点处梁、柱的破坏状态如图 14.5.6 所示三种情况。图 14.5.6a 为弱柱型，即柱出现塑性铰；图 14.5.6b 和图 14.5.6c 为弱梁型，梁首先出塑性铰，在地震作用下，节点上、下两柱端中有一端截面弯矩达到屈服而出现塑性铰。

对于图 14.5.6b 情况

$\Sigma M_{byk} < \Sigma M_{cyk}$ 且 $M'_c(i+1) = M_{cyk}(i) \frac{K(i+1)}{K(i)} < M_{cyk}(i+1)$ ，取 $M_{cyk}(i)$ 和 $M'_c(i+1)$ 。

对于图 14.5.6c 情况

$\Sigma M_{byk} < \Sigma M_{cyk}$ 且 $M_c(i) = M_{cyk}(i+1) \frac{K(i)}{K(i+1)} < M_{cyk}(i)$ ，取 $M_c(i)$ 和 $M_{cyk}(i+1)$ 。

式中， $K(i)$ 、 $K(i+1)$ 为节点下上第 i 层和第 $i+1$ 层的线刚度。

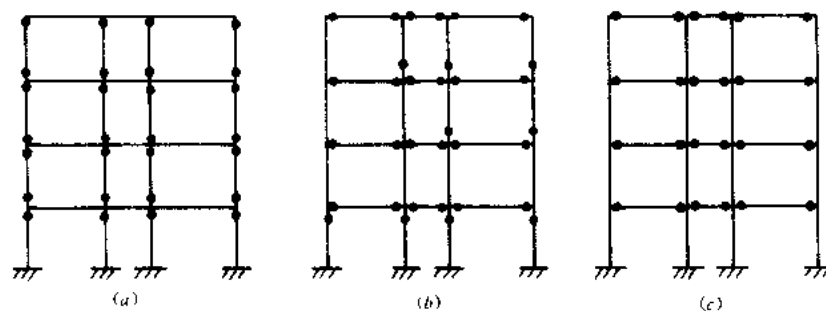


图 14.5.5 三种实用方法的简图

(a) 拟弱柱化法；(b) 节点失效法；(c) 节点平衡法

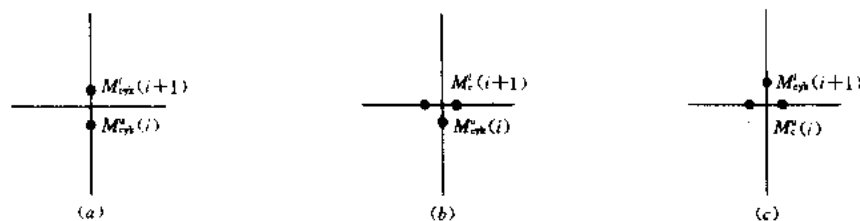


图 14.5.6 节点处丧失转动能力三种情况

3) 计算和楼层受剪承载力

根据节点处梁柱塑性铰判别，层间柱将有图 14.5.7 所示的五种情况，可求得柱和楼层的受剪承载力。

对于图 14.5.7a 和图 14.5.7b

$$V_{yj}(i) = \frac{M_{cyk}^u(j) + M_{cyk}^l(j)}{H_n(j)} \quad (14.5.25)$$

对于图 14.5.7c

$$V_{yj}(i) = \frac{M_{cyk}^u(j) + M_c^l(j)}{H_n(j)} \quad (14.5.26)$$

对于图 14.5.7d

$$V_{yj}(i) = \frac{M_c^u(j) + M_{cyk}^l(j)}{H_n(j)} \quad (14.5.27)$$

对于图 14.5.7e

$$V_{yj}(i) = \frac{M_c^u(j) + M_c^l(j)}{H_n(j)} \quad (14.5.28)$$

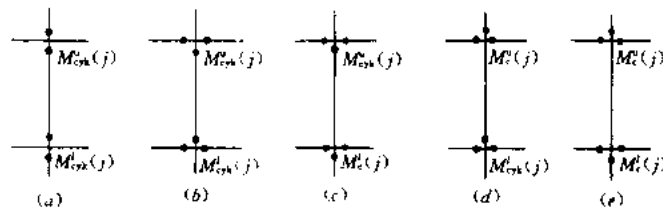


图 14.5.7 层间柱的五种破坏状态

(3) 节点平衡法 (图 14.5.5c)

对于“强柱弱梁型”框架,假定全部梁端均达到正截面受弯承载力后底层柱才屈服,此时整个框架也就达到整体破坏机制。在这种情况下,层间柱端截面受弯承载力按柱的线刚度分配确定。

$$M_c^u(i) = \sum M_{byk} \frac{K(i)}{K(i) + K(i+1)} \quad (14.5.29)$$

$$M_c^l(i+1) = \sum M_{byk} \frac{K(i+1)}{K(i) + K(i+1)} \quad (14.5.30)$$

$$V_{yj}(i) = \frac{M_c^u(j) + M_c^l(j)}{H_n(j)} \quad (14.5.31)$$

$$V_y(i) = \sum_{j=1}^m V_{yj}(i) \quad (14.5.32)$$

震害说明,框架结构屈服强度系数沿楼层的分布往往是不均匀的,结构总是在相对薄弱的楼层率先屈服而导致变形集中,所以罕遇地震作用的变形验算,实质是控制薄弱层的弹塑性变形不超过允许值。在上述层间屈服剪力的计算中,节点失效法较接近实际,拟弱柱化法对 V_y 值估计偏大,而节点平衡法对 V_y 值估计偏小,在选用中应考虑这方面的影响。

5. 多层剪切型结构薄弱楼层的判别^[12]

前面已经指出,多层结构在强烈地震作用下,总是在较薄弱的楼层率先进入屈服、发展弹塑性变形,形成变形集中的现象。多层结构的弹塑性变形验算实质上就是薄弱楼层的层间弹塑性最大位移是否在结构楼层的变形能力允许的范围内。因此,确定多层结构的薄

弱楼层是一个较为重要的问题。

对于结构层间屈服强度系数沿高度分布不均匀的结构，薄弱楼层的位置十分明显，即 $\xi_y(i)$ 为相对小的楼层，可用下式判断：

$$\xi_y(i) < 0.8[\xi_y(i+1) + \xi_y(i-1)]/2 \quad j \neq \begin{cases} 1 \\ N \end{cases} \quad (14.5.33)$$

$$\xi_y(N) < 0.8\xi_y(N-1) \quad i = N \quad (14.5.34)$$

$$\xi_y(1) < 0.8\xi_y(2) \quad i = 1 \quad (14.5.35)$$

对于结构层间屈服强度系数沿高度分布均匀的结构，薄弱楼层的位置往往不明显。通过分析研究发现多层均匀结构薄弱楼层的位置，随着结构的层数、结构的自振周期及 ξ_y 的大小变化而变化。当结构层数较少时，薄弱楼层一般在底层，但随着楼层的增加，同一结构中也有出现 2 个以至 3 个弹塑性层间位移相对大的楼层，薄弱楼层的位移发生在底层、中部几层、上部几层的均有，但仍以底层为多。图 14.5.8 示出了 3 层结构、5 层结构和 10 层结构薄弱楼层位移分布频度图。结构基本周期小于 1.0 秒的多层均匀结构，薄弱楼层基本出现在底层。 ξ_y 值较大的均匀结构，结构的各层一般刚刚进入屈服，结构的薄弱楼层不明显，当 ξ_y 越小时薄弱楼层较为明显，而且发生在底层的更多一些。因此，从工程实用上，可视底层为均匀结构的薄弱楼层。

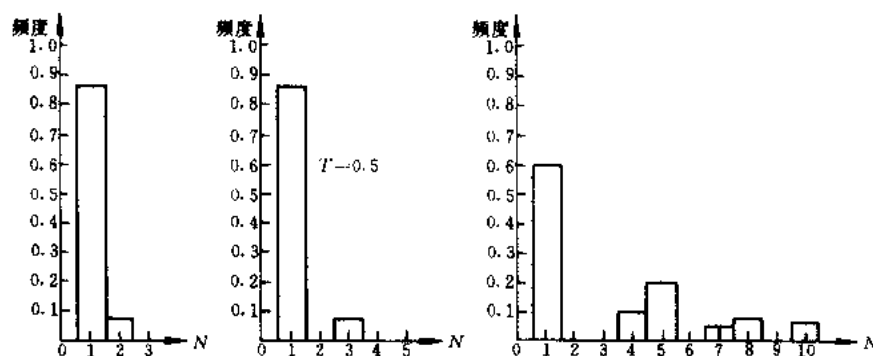


图 14.5.8 3 层、5 层和 10 层均匀结构最大层间变形位移的频度

6. 结构弹塑性层间位移允许指标^[16]

钢筋混凝土结构房屋的极限变形能力，不仅取决于主要结构构件的变形能力，而且与整个结构的破坏机理有关，例如强柱弱梁型框架通常比弱柱强梁型框架的变形能力要大，因此确定房屋的极限变形能力的限值，要比确定结构构件的极限变形能力更加复杂和困难。但是，对弱柱型框架来讲，梁的变形对结构层的变形能力也有一定增大作用。因此，把柱的变形能力作为层的变形能力是偏于安全的一种估计。

影响柱的弹塑性变形性能的因素很多，诸如主筋量、箍筋量及形式、轴压比、剪跨比和材料强度等。各种因素组合不同，柱的破坏形态和变形能力也显著不同。柱的破坏形态粗略地可分为弯曲型和剪切型两类，两者在滞回耗能及变形能力上都有很大差别。在抗震设计中，必须避免构件的剪切脆性破坏，因此，我们主要讨论弯曲型破坏的柱变形能力。

图 14.5.9 是不同剪跨比的 270 余根柱的极限位移角 (θ_u) 的频度分布。由图 14.5.9 可见，剪跨比为 1.5~2.0 时取 $\theta_u = 1/100$ ，(a/D) 为 2.5~4.0 时取 $\theta_u = 1/50$ ，其保证

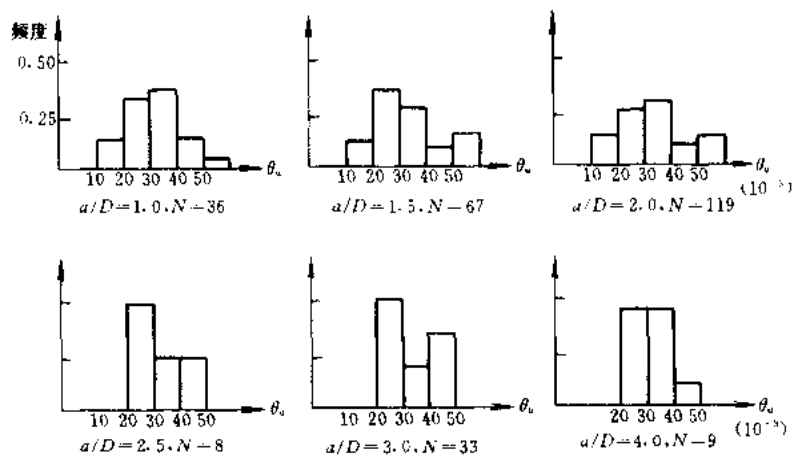


图 14.5.9 θ_u 的频度分布

率均比较高。

另外，国内外少量单层和多层框架模型试验也表明，框架的极限层间位移角一般在 $1/51 \sim 1/30$ 范围内，见表 14.5.5。因此，建筑抗震规范建议取 $1/50$ 作为层间弹塑性位移角的额定值。文献 [19] 对 230 多根柱极限位移角的概率统计分布类型和统计参数进行了分析，分析结果表明，层间极限位移角的平均值为 0.0327，标准差为 0.0116，取平均值减去 1.0 倍的标准差的值约为 $1/50$ 。从对试验资料的统计分析结果来看，取层间极限位移角 $1/50$ 作为薄弱楼层不倒塌的限值合适的。

通过试验与计算分析还发现，除构件的剪跨比外，梁的纵向配筋率和体积配箍率、柱的轴压比和体积配箍率等对极限变形能力均有一定的影响。根据分析和试验研究结果，建筑抗震规范中规定，对框架结构，当柱轴压比小于 0.4 时，层间极限弹塑性位移角可提高 10%，当柱子全高的箍筋构造采用本规范柱加密区的箍筋最小体积配箍率约大 30% 时，可提高 20%，但累计不超过 25%。抗震规范给出的层间弹塑性位移角限值见表 14.5.6

框架模型试验的层间位移角

表 14.5.5

试 验 对 象	层间位移角 (10^{-3})		说 明
	屈服时	极限时	
日本单跨单层框架 (1/2)	10.0	>40.0	
日本单跨二层框架 (1/2)	12.5	>50.0	顶层 θ 值
中国建筑科学研究院工程抗震所等两偏双跨二层框架 (1/2)	8.4	50.0	一、二层 θ 值相同
	10.0	45.0	
北京建筑设计院等双跨二层框架 (1/2)	13.1	30.0	二层 θ 值

层间弹塑性位移角

表 14.5.6

结 构 类 别	$[\theta_p]$	结 构 类 别	$[\theta_p]$
单层钢筋混凝土柱排架	1/30	抗震墙和筒中	1/120
框架和填充墙框架	1/50		
框架—抗震墙，板柱—抗震墙，板柱—核心筒	1/100	高层钢结构	1/70

7. 应用实例

(1) 四层较均匀的钢筋混凝土框架结构

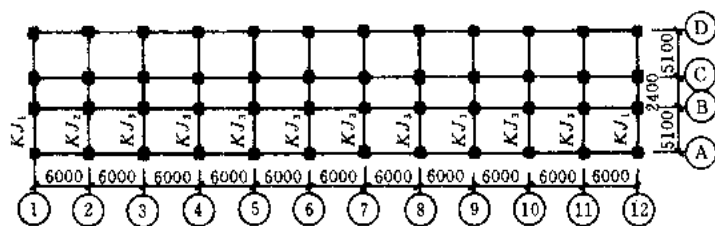


图 14.5.10a 结构平面图

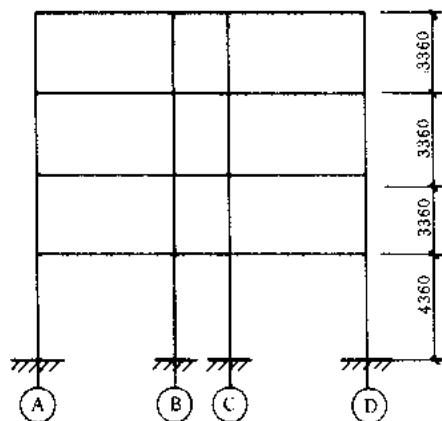


图 14.5.10b KJ3 榀框架计算简图

1) 建筑结构概况

四层钢筋混凝土框架结构平面图见图 14.5.10a，所选典型一榀框架计算简图见图 14.5.10b。框架梁的混凝土强度等级：梁为 C20、柱为 C25，梁柱主筋采用 HRB335 级钢筋，楼板采用钢筋混凝土预制多孔板，实心粘土砖填充墙。该建筑物所在地区基本烈度为 8 度，场地为 II 类。

2) 结构各柱的轴压力 (KJ3 榀)

根据作用在结构上的重力荷载代表值，可计算得到重力可在代表值作用下的各柱轴压力 ($\gamma_G = 1.0$)，计算结果见图 14.5.11。

3) 框架各层梁柱的配筋

根据构件地震作用效应与重力代表值效应的最不利组合进行抗震截面验算，并考虑建筑抗震设计规范对框架结构有关构造措施的规定，初步选定各层梁柱截面的配筋，见图 14.5.12。

4) 层间屈服剪力的计算

根据梁柱截面尺寸，混凝土和钢筋的材料强度，运用式 (14.5.21) 和式 (14.5.24) 可得到各梁柱控制截面的受弯承载力，计算结果见图 14.5.13。

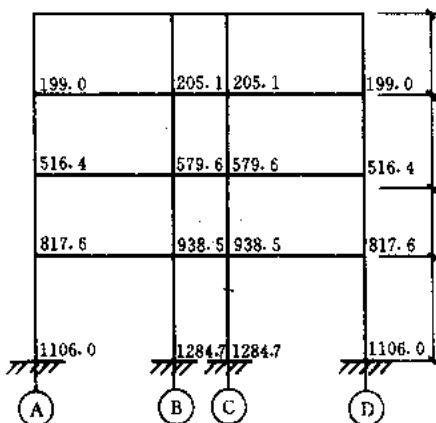


图 14.5.11 各柱底轴压力 N_G (kN)

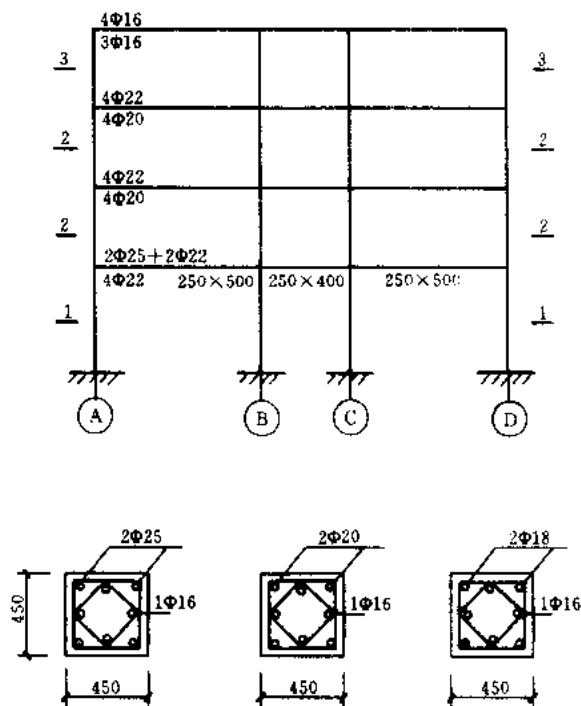


图 14.5.12 梁柱截面配筋图
(梁中各层杆端配筋均相同)

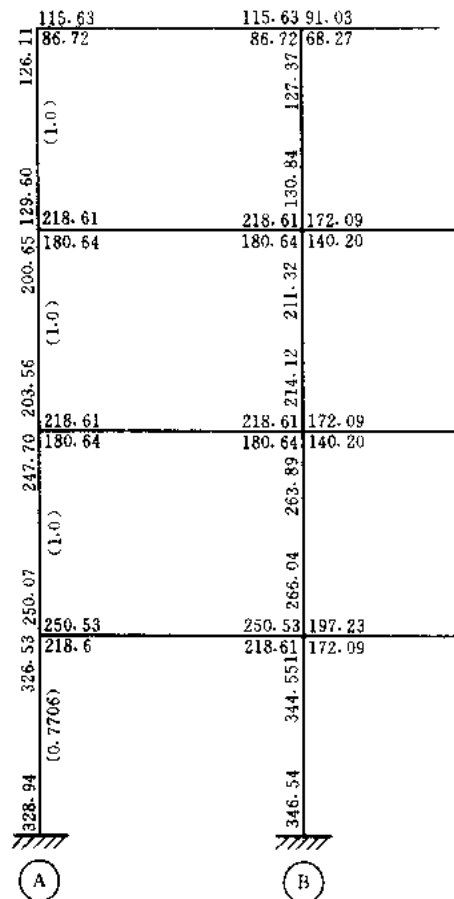


图 14.5.13 各梁、柱端受弯承载力(kN·m)
(括号内数字为各层柱弹性线刚度的比值)

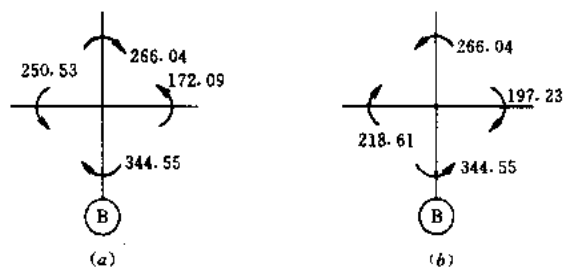


图 14.5.14 B轴底层节点梁柱受弯承载力(kN·m)

有了各梁柱组合件的杆端受弯承载力,可判断该节点处的梁柱破坏形式为弱梁型还是弱柱型,运用节点失效法可得到各柱端的受弯承载力(或当量受弯承载力),以B轴线底层节点为例,该梁柱节点受弯承载力的两种情况见图14.5.14。

两种情况 $\sum M_b$ 均小于 $\sum M_c$, 即均为弱梁型,梁出塑性铰后,第二层柱底

会出塑性铰,第一层柱顶不会进入屈服,其当屈服弯矩为:

$$\begin{aligned} M_{cyk}^u(1) &= M_{cyk}^l(2) \times K(1)/K(2) \\ &= 266.04 \times 0.7706 = 205.02 \text{ (kN·m)} \end{aligned}$$

运用同样的方法,可算得柱端的受弯承载力(或当量受弯承载力),运用式(14.5.25)~式(14.5.28)可得到各层的受剪承载力,计算结果见表14.5.7。

各层受剪承载力

表 14.5.7

层	一	二	三	四
V_s (kN)	555.8	653.0	580.2	341.9

5) “大震”变形验算

结构“大震”作用下按弹性分析得到的层剪力和层间位移可由“小震”作用下的分析结果乘以“大震”与“小震”地震作用影响系数比。对于 8 度为 $0.9/0.16 = 5.625$ ，该结构的有关计算参数见表 14.5.8。

该结构第一层为薄弱楼层， $\xi_y(1) = 0.751\xi_y(2)$ ，其“不均匀”的增大系数为 1.082， $\xi_y(1)$ 为 0.416，相应于“均匀”结构的弹塑性增大系数为 1.384，这样得到验算结果如下：

$$\eta_p = 1.384 \times 1.082 = 1.497$$

$$\Delta u_p = \eta_p \cdot \Delta u_e = 1.497R \times 44.86 = 67.1\text{mm}$$

$$\Delta u_R = 1/50 \times 4360 = 87.2\text{mm}$$

$$\Delta u_p < \Delta u_R \text{ 验算通过。}$$

有关计算参数

表 14.5.8

层	一	二	三	四
$V_y(i)$ (kN)	558.8	653.0	580.2	341.9
$V_e(i)$ (kN)	1342.2	1178.0	878.7	444.2
$\xi_y(i)$	0.416	0.554	0.660	0.770
$\Delta u_e(i)$ (mm)	44.85	29.91	22.31	11.28

(2) 九层钢筋混凝土框架结构

1) 建筑结构概况

九层钢筋混凝土框架结构的混凝土强度等级为：梁 C20、柱 C25；梁、柱主筋为 HRB335 级钢筋，楼板为预制钢筋混凝土多孔板，该结构外墙为实心粘土砖墙，内横、纵墙为 200mm 宽的煤灰渣砌块墙，该结构典型一榀的结构梁、柱截面尺寸及配筋见图 14.5.15。

2) 层间屈服剪力计算和“大震”变形验算结果

根据梁柱截面尺寸、混凝土强度等级和梁、柱主筋面积等，可计算得到各梁、柱端的受弯承载力，运用节点失效法可计算得到结构各柱、各层的层间受剪承载力。该结构“大震”作用下的有关计算参数见表 14.5.9。

该结构的薄弱楼层为底层， $\xi_y(1) = 0.426\xi_y(2)$ ，为很不“均匀”的结构， η_p 值应在按 $\xi_y(1) = 0.316$ 为“均匀”结构相应的 η_p 值基础上乘以 1.5 的增大系数。

有关计算参数

表 14.5.9

层	一	二	三	四	五	六	七	八	九
$V_y(i)$ (kN)	538.3	1167.9	1104.9	1031.6	947.9	897.9	494.2	439.0	346.6
$V_e(i)$ (kN)	1701.6	1585.4	1453.7	1311.6	1148.0	962.8	769.7	495.2	280.2
$\xi_y(i)$	0.316	0.741	0.760	0.787	0.826	0.932	0.642	0.887	1.237
$\Delta u_e(i)$ (mm)	45.64	22.21	27.01	22.17	16.93	19.49	23.74	7.28	12.76

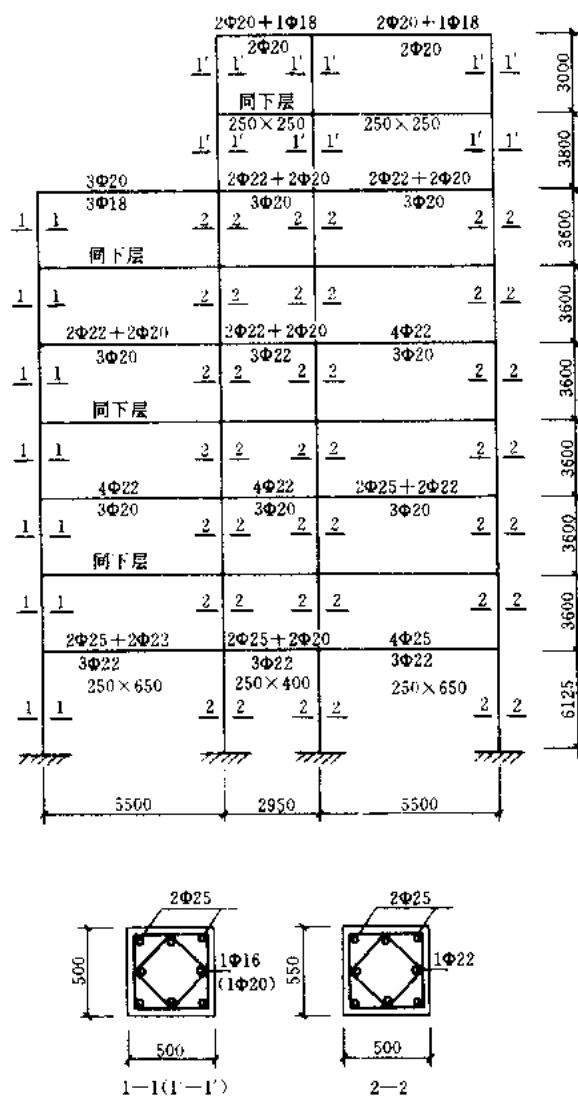


图 14.5.15 梁、柱配筋图 (mm)

$$\eta_P = 2.168 \times 1.5 = 3.252$$

$$\Delta u_p(1) = \Delta u_e \cdot \eta_P = 45.6 \times 3.252 = 148.4 \text{ mm}$$

$$\Delta u_R(1) = 6125.0 \times \left(\frac{1}{50}\right) = 122.5 \text{ mm}$$

$$\Delta u_p(1) > \Delta u_R(1)$$

该工程“大震”变形验算通不过，应改变结构层间屈服强度系数分布的均匀性或增加薄弱楼层柱的箍筋抗震构造措施等，再进行该结构的大震变形验算。

从上面两个钢筋混凝土框架结构房屋的“大震”变形验算可进一步说明，结构层间屈服强度系数的均匀性对结构层间弹塑性最大位移反应的影响很大，第一个结构属于比较均匀的结构，第二个结构属于很不均匀的结构，虽然两个结构的薄弱楼层（底层）的 ξ_y 值相差不多，但由于结构不均匀性的差异， η_P 值的不均匀增大系数，第一个结构为 1.08，

第二个结构为 1.5。因此，在房屋抗震设计中结构层间屈服强度系数沿楼层高度分布应尽量均匀一些。

参 考 文 献

- 1 高小旺, 卜庆顺. 多层与高层钢筋混凝土框架房屋的周期折减系数与层间弹性位移修正系数, 第三届高层建筑技术交流会论文集, 1991
- 2 余师和. 竖向地震反应谱. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1982
- 3 刘季等. 竖向反应谱及竖向地震作用分析. 抗震验算与构造措施, 1986
- 4 高小旺等. 地震下承载力可靠度计算方法. 工程结构可靠性, 1987
- 5 高小旺, 鲍嵩斌. 地震作用的概率模型及其统计参数. 地震工程与工程振动, 1985
- 6 高小旺, 周炳章等. 多层砖房的抗震可靠度分析. 建筑结构, 1986
- 7 高小旺, 鲍嵩斌. 用概率方法确定抗震设防标准. 建筑结构学报, 1986
- 8 高小旺等. 现行抗震规范可靠度水平的校准. 土木工程学报, 1987
- 9 高小旺等. 以概率为基础的抗震设计方法的研究. 建筑结构学报, 1988
- 10 何广乾, 魏珪, 戴国莹. 论地震作用下多层剪切型结构的弹塑性变形. 土木工程学报, 1983
- 11 尹之潜等. 抗震设计方法中的几个问题. 地震工程与工程振动, 1983
- 12 高小旺. 地震作用下多层剪切型结构弹塑性位移反应的实用计算方法. 土木工程学报, 1984
- 13 戴国莹, 钟益村. 框架结构地震反应计算若干问题研讨. 力学学报特刊, 1981
- 14 陈光华. 地震作用下多层剪切型结构弹塑性位移反应的简化计算. 建筑结构学报, 1984
- 15 魏珪, 戴国莹, 钟益村. 建筑结构的抗震变形验算. 建筑结构, 1983
- 16 钟益村, 田家骅, 王文基. 钢筋混凝土结构房屋变形性能及允许变形指标. 建筑结构, 1984
- 17 吴育才. 钢筋混凝土阶形柱的上柱是抗震中的薄弱环节. 建筑结构学报, 1985
- 18 钟益村. 剪切型结构层间抗震极限强度的实用分析方法. 工程抗震, 1986
- 19 高小旺, 沈聚敏. “大震”作用下钢筋混凝土框架房屋变形能力的抗震可靠度分析. 土木工程学报, (26) 3, 1993
- 20 鲍嵩斌, 李中锡, 高小旺, 周锡元. 我国部分地区基本烈度的概率标定. 地震学报, 1985
- 21 周锡元, 王广军, 苏经宇. 抗震设计反应谱的若干问题. 全国地震工程会议论文选集 (一), 1984
- 22 尹之潜, 李树桢. 多层建筑楼层变位与屈服强度的关系和控制变位防止倒塌问题. 地震工程与工程振动, 1985
- 23 魏珪. 水平地震作用下不对称建筑的抗震计算. 建筑科学, 1990

第 15 章 钢筋混凝土框架结构

15.1 钢筋混凝土框架房屋的震害

钢筋混凝土框架房屋是我国工业与民用建筑较常用的结构形式，层数一般在十层以下，多数为五、六层。在我国的历次大地震中，这类房屋的震害比多层砌体房屋要轻得多。但是，未经抗震设防的钢筋混凝土框架房屋也存在不少薄弱环节，在 8 度和 8 度以上的地震作用下有一定数量的这类房屋产生中等或严重破坏，极少数甚至产生倒塌。总结震害经验教训，有助于搞好这类房屋的抗震设计。

1. 结构层间屈服强度有明显的薄弱楼层

钢筋混凝土框架结构在整体设计上存在较大的不均匀性，使得这些结构存在着层间屈服强度特别弱的楼层。在强烈地震作用下，结构的薄弱楼层率先屈服、发展弹塑性变形，并形成弹塑性变形集中的现象。1976 年唐山大地震中，位于天津市塘沽区的天津碱厂十三层蒸吸塔框架，该结构楼层屈服强度分布不均匀，造成第 6 层和第 11 层的弹塑性变形集中，导致该结构六层以上全部倒塌。图 15.1.1 示出了该结构输入天津波的弹塑性分析结果。

2. 柱端与节点的破坏较为突出

框架结构的构件震害一般是梁轻柱重，柱顶重于柱底，尤其是角柱和边柱更易发生破坏。除剪跨比小的短柱（如楼梯间平台柱等）易发生柱中剪切破坏外，一般柱是柱端的弯曲破坏，轻者发生水平或斜向断裂；重者混凝土压酥，主筋外露、压屈和箍筋崩脱。当节

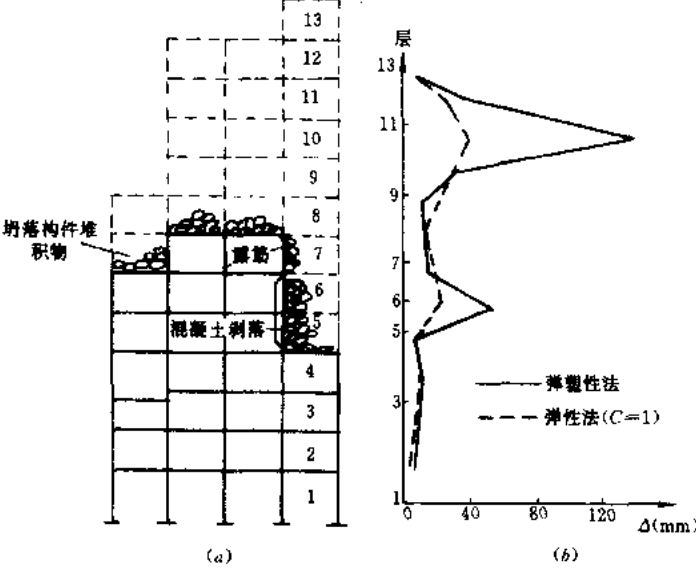


图 15.1.1 十三层蒸吸塔框架弹塑性地震反应分析
(a) 破坏分布；(b) 层间最大弹塑性位移

点核心区无箍筋约束时,节点与柱端破坏合并加重。当柱侧有强度高的砌体填充墙紧密嵌砌时,柱顶剪切破坏加重,破坏部位还可能转移到窗(门)洞上下处,甚至出现短柱的剪切破坏。

3. 砌体填充墙的破坏较为普遍

砌体填充墙刚度大而承载力低,首先承受地震作用而遭受破坏,在8度和8度以上地震作用下,填充墙的裂缝明显加重,甚至部分倒塌,震害规律一般是上轻下重,空心砌体墙重于实心砌体墙,砌块墙重于砖墙。

4. 防震缝的震害也很普遍

以往抗震设计者多主张将复杂、不规则的钢筋混凝土结构房屋用防震缝划分成较规则的单元。由于防震缝的宽度受到建筑装饰等要求限制,往往难以满足强烈地震时实际侧移量,从而造成相邻单元间碰撞而产生震害。天津友谊宾馆主楼东西段间设有150mm宽度的防震缝,完全满足原抗震规范(TJ11—74)规定,仍发生了相互碰撞,造成较重的震害。甚至在发生较低的地震烈度时,防震缝处饰面材料破坏普遍,唐山地震中6度区的北京市区内高层建筑,如民航大楼、长途电话楼、北京饭店西楼等都因防震缝或伸缩、沉降缝处装饰墙面损坏,增加了修复费用。

15.2 钢筋混凝土框架结构的抗震性能

钢筋混凝土本身是由混凝土和钢筋两种不同性能的材料所组成的。钢筋受拉时具有良好的变形能力,但容易压屈;混凝土则相反,抗压能力很强而抗拉能力很差。由他们构成的构件在地震作用下的性能,不仅取决于钢材和混凝土本身在反复交替荷载下的物理力学性能,而且取决于钢筋和混凝土两者之间的粘结性能。

国内外对钢筋混凝土框架结构的抗震性能进行了大量的试验和分析研究。

15.2.1 构件在反复荷载下的性能——恢复力特性

构件的抗震性能,主要用反复荷载下的延性来描述。所谓构件的延性,指的是构件在破坏前有明显的塑性变形或其他预兆。过去常用延性系数(极限变形和屈服变形的比值)来衡量。然而,在同样截面配筋的情况下,杆件越长则越柔,延性系数反而越小,而且不少构件尚难以明确地判断其屈服点,使延性系数的计算具有相当的随意性。近来,正逐步地直接采用变形能力来表征构件的延性。

1. 受弯构件的滞回特性

国内外对于受剪力影响较小的、以弯矩作用为主的钢筋混凝土梁,在反复循环荷载下滞回特性做了大量的试验研究。试验表明,当剪力较小时这种构件多是由于反复荷载下受拉钢筋超过屈服后,受压钢筋发生压屈而破坏。这属于“弯曲破坏”即纤维破坏,构件具有较大的延性。不同研究者的试验均表明,

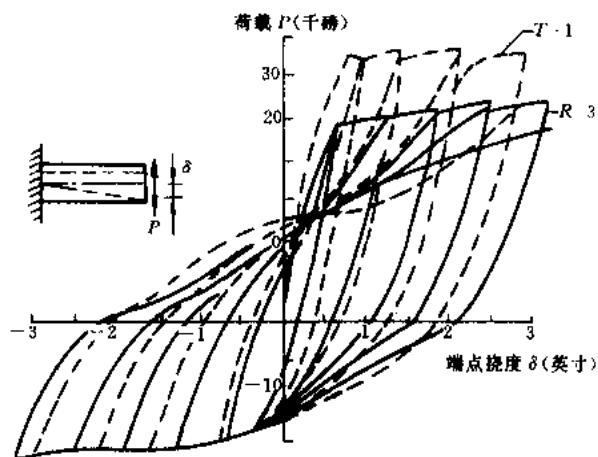


图 15.2.1 梁 R-3 和 T-1 的 $P-\delta$ 曲线

钢筋屈服以前,反复荷载下梁的“力-变形”曲线与单调加荷载的“力-变形”曲线是基本重合的,滞回环呈稳定的“梭形”,刚度退化较少。屈服以后,由于钢筋的BauShinger效应以及混凝土裂缝的开闭和塑性变形的发展,刚度随位移的增大而逐渐降低,出现刚度退化。如图15.2.1中梁R-3滞回曲线所示。当采用等幅加荷时,即使在钢筋屈服以后,三个循环的滞回曲线几乎重合,保持稳定的“梭形”。

2. 弯剪构件的滞回特性

为了减少高层建筑在地震时的结构损坏和非结构损坏,需要控制结构的层间侧移,因此要增大结构的抗侧力刚度。最经济有效的办法是增大框架的尺寸,但梁尺寸的增大将导致其抗弯承载力的增加,这样就需要避免使梁的支座区出现过大的剪力。弯剪构件的反复循环荷载的试验表明,当剪跨比减小时,随反复循环荷载次数的增加,刚度和承载力显著退化,延性也明显减少。

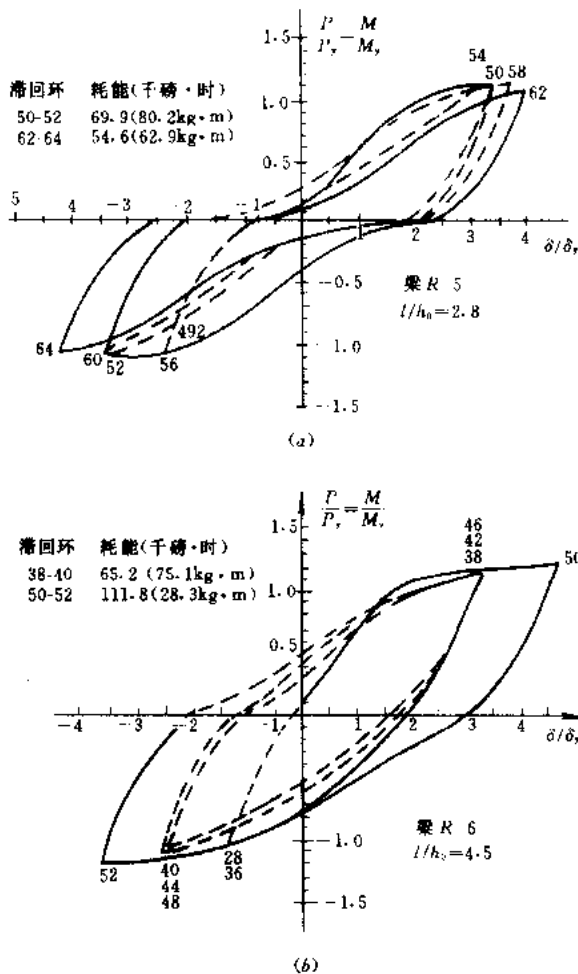


图 15.2.2 位移延性比相同时剪力对耗能的影响

整个梁高。这些裂缝截面的剪力将只能由纵筋的微弱“销栓”作用来承受,它加速了梁的破坏,最后形成所谓的“滑剪破坏”。滑剪破坏产生在纵筋屈服之后,故称为“弯剪破坏”。

3. 压弯构件的滞回特性

图15.2.2所示为其他条件(包括有效高度 h_0)相同,仅剪跨比 l/h_0 不同的两个梁R-5和R-6,在同一位移延性比下某几个加荷循环的对比可以清楚地看出,剪力较大的梁R-5比梁R-6有较大刚度退化和耗能的退化,梁R-5滞回环呈“捏拢”形,而梁R-6则基本保持为“梭形”。“捏拢”现象是由于每次循环加荷的初始阶段受剪承载力和刚度退化的结果(斜裂缝反复地张开、闭和)。梁的变形量测也表明,在梁端挠度中剪切变形和锚固滑动产生的挠度约各占1/3。图15.2.2为梁R-5距支座35cm一段的剪切变形引起的挠度和总挠度的关系。

当梁的剪跨比及其它条件大致相同时,增加箍筋的数量可以改善梁的耗能性质。

虽然加密箍筋可以延缓和减轻退化现象,但并不能使之完全消除。试验表明经过数次荷载循环后,剪力产生的斜裂缝不仅彼此交叉并与垂直受弯裂缝相交汇合在一起;同时在支座边有一、两条垂直裂缝发展并贯通整个梁高。

压弯构件是决定钢筋混凝土框架抗震性能的主要构件之一，一般可分为中长柱和短柱两种类型。

(1) 中长柱

随着轴压比的增加，承载力有增加，但屈服点则越来越不明显，变形能力相对降低。试验还表明，当采用有一定体积配筋率的复合箍筋时，如果受弯及轴压比不大，钢筋屈服后的塑性区可在一个相当长的区段内发展，即使轴压力较大，仍有一定的塑性区段。所以，构件变形能力有明显的改善。图 15.2.3 示出了压弯构件的滞回曲线。

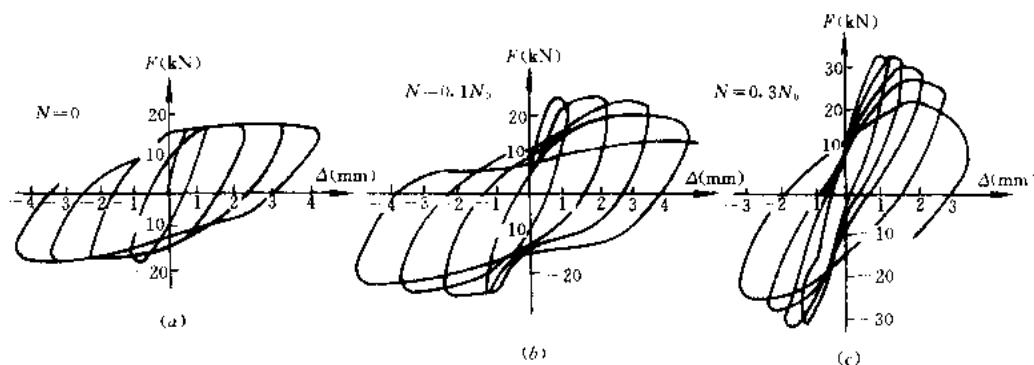


图 15.2.3 压弯构件的滞回曲线

图 15.2.4 是配筋率、配箍率、截面尺寸、混凝土强度等级完全相同的一组构件，在不同轴压比下的受力-变形曲线。可清楚地看到，轴压比对构件延性有着重大的影响。

(2) 短柱

1968 年日本十胜冲地震和 1971 年美国圣佛南多地震的震害发现，有些钢筋混凝土短柱由于剪力过大产生意外的脆性破坏，引起了人们对于短柱在反复荷载下抗剪承载力和变形研究的重视。

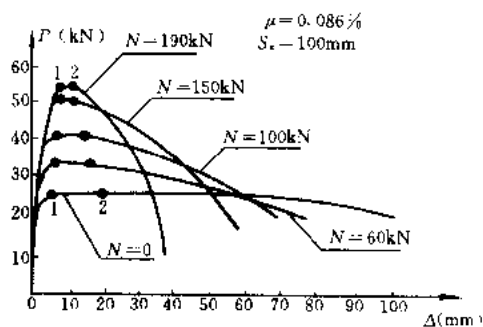


图 15.2.4 轴压比对受力-变形曲线的影响

图 15.2.5 所示为一组压弯剪试件的典型滞回曲线。试件为梁柱组合体，其受力体系及裂缝概貌如图 15.2.6 所示。试件的剪跨比为 3~5，配箍率为 0.28%~0.85%，轴压比 $\frac{N}{N_0} = 0.15 \sim 0.30$ (N_0 为轴心受压强度)。

试件在反复荷载下，柱中首先出现斜拉裂缝，然后发展为沿纵向钢筋的剪切-粘结裂缝，随变形幅度的增长，最后导致柱发生剪切-粘结破坏。达到荷载最大值以后，滞回曲线均为反“S 形”，如图 15.2.5 所示，在荷载较小时刚度几乎退化为零，回环面积扁平，表明吸能能力很小，表现出粘结破坏的滑移型滞回特性。柱轴力增大时，荷载最大值增大，但随循环次数的增加，承载力退化也加剧；当位移幅值保持不便时，通常经 3 次循环后承载力降低即趋近于该位移下第一次循环最大荷载的 60%。

15.2.2 钢筋混凝土框架结构的抗震性能

钢筋混凝土结构的性能，不仅取决于单个构件的性能，而且取决于各构件之间的组合

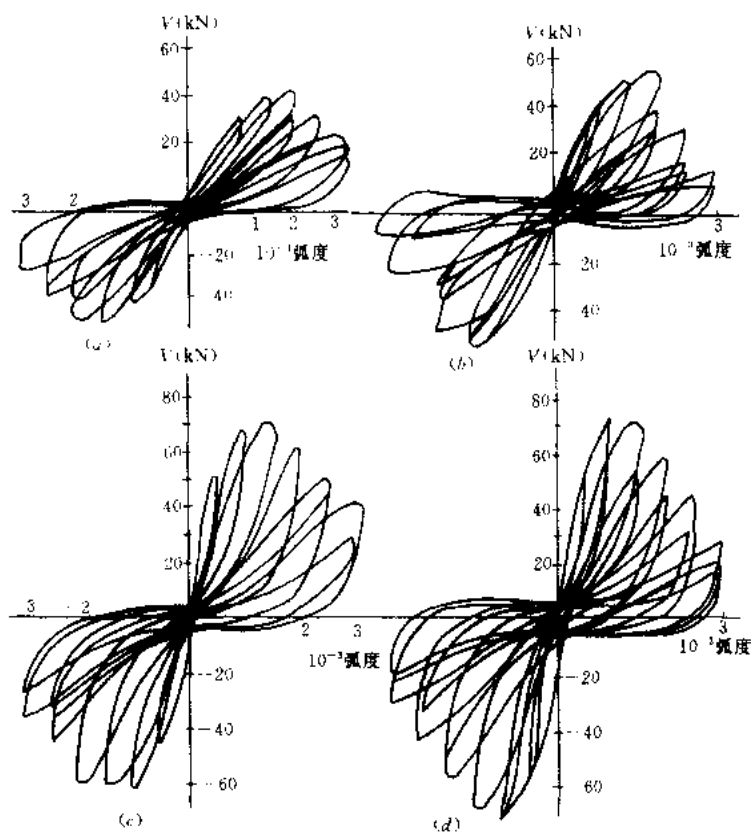


图 15.2.5 柱滞回曲线

- (a) 剪跨比 5, 配箍率 0.57%, 轴压比 0.15;
 (b) 剪跨比 5, 配箍率 0.57%, 轴压比 0.30;
 (c) 剪跨比 3, 配箍率 0.85%, 轴压比 0.15;
 (d) 剪跨比 3, 配箍率 0.85%, 轴压比 0.30

关系。唐山地震以来开展的试验工作主要有以下几种：

1. 在反复荷载下的平面框架试验

对弱梁型、弱柱型和混合型的平面框架进行试验，结果表明：

(1) 构件形成塑性铰和整个结构在水平力下形成塑性铰并不等同，结构的水平力—位移曲线的明显转折处所对应的破坏状态是多个构件均出现塑性铰，其中最后的一个称为“临界塑性铰”。

(2) 临界塑性铰的位置视弱梁型、弱柱型和混合型而有所不同，结构的恢复力特性曲线，包括刚度退化特性也不同。弱柱型框架的延性差，弱梁型框架的延性甚好，而混合型框架设计得当也有较好的延性。

(3) 随着结构塑性铰的发展，结构的等效阻尼有所增加，提高了塑性耗能能力。

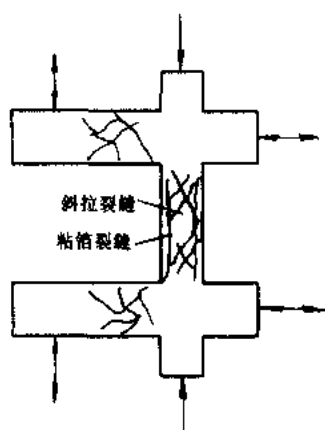


图 15.2.6 试件受力体系及裂缝概貌

这些试验结果，为改善框架的抗震性能提供了依据和方法。

2. 在反复荷载下的填充墙框架试验

用 240mm 厚的粘土砖作为填充墙的框架结构，与无填充墙的框架结构相比，有下列两个特点：其一，填充墙与框架梁柱可靠连接时，可使框架的抗震承载力增加几倍，且变形能力仍接近框架结构。由于具有比框架结构更多的抗震防线，抗震性能良好；其二，砖填充墙与框架梁柱相互作用的结果，使框架梁柱产生了附加剪力和轴向力，若在设计时未加考虑，则框架柱会出现局部的破坏，反而降低其抗震性能。

15.3 抗震设计的基本要求

地震作用具有较强的随机性和复杂性，要求在强烈地震作用下结构仍然保持在弹性状态，不发生破坏是很不经济的。既经济又安全的抗震设计是允许在强烈地震作用下破坏严重，但不应倒塌。因此，依靠弹塑性变形消耗地震的能量是抗震设计的特点，提高结构的变形、耗能能力和整体抗震能力，防止高于设防烈度的“大震”不倒是抗震设计要达到的目标。

通过总结历次强烈地震的经验、教训和结构抗震性能的试验以及分析研究，得出了一些很有价值抗震设计的概念，通常我们称之为抗震设计的基本要求。在本书的第 13 章已进行了讨论。结合多层与高层钢筋混凝土结构的特点，在本节中给予简要说明。

15.3.1 多层与高层钢筋混凝土结构抗震设计的基本要求

1. 结构的抗震计算和构造措施应按抗震等级划分

地震作用下，钢筋混凝土结构的地震反应具有下列特点：

(1) 地震作用越大，房屋的抗震要求越高。由于地震作用效应在与其他荷载等效应组合中所占比重不同，以及构件最低要求的限定（如材料强度、截面尺寸和构造配筋等要求），不同设防烈度和场地上，结构所具有的实际抗震能力会有较大的差别，结构可能进入弹塑性状态的程度也是不同的。地震震害表明，即使未经抗震设计的钢筋混凝土结构，在 7 度烈度区只有个别构件可能屈服；8 度、9 度烈度区的构件才可能加重增多。从经济角度考虑，对不同设防烈度和场地的结构抗震要求可以有明显的差别。

(2) 结构的抗震能力主要取决于主要抗侧力构件的性能，主、次要抗侧力构件的抗震要求可以有所区别。框架结构中的框架抗震要求应高于框架—抗震墙结构中的框架；框支层框架抗震要求更高。框架—抗震墙结构中抗震墙抗震要求应高于抗震墙结构中的抗震墙。

(3) 房屋越高，地震反应越大，其抗震要求应越高。

因此，综合考虑地震作用（包括区分设防烈度、场地类别）、结构类型（包括区分主、次要抗侧力构件）和房屋高度等主要因素，划分抗震等级进行抗震设计，是比较经济合理的。这样，可以对同一设防烈度的不同高度的房屋采用不同抗震等级设计；同一建筑物中不同结构部分也可以采用不同抗震等级设计。表 15.3.1 是规范规定的丙类建筑抗震等级划分。

2. 抗震结构宜有多道抗震防线

(1) 框架填充墙结构一般是性能较差的多道抗震防线结构，其中刚度大而承载力低的砌体填充墙实际上是与框架共同工作，但却是抗震性能差的第一道防线，一旦它达到极限

承载力, 刚度退化较快, 将把较多的地震作用转移到框架部分。在以往设计中, 有砌体填充墙框架的抗震设计只考虑填充墙重量和刚度对框架的不利影响, 而不计其承载力有利作用。对采用粘土砖填充墙的框架结构, 可以考虑粘土砖填充墙的抗侧力作用, 但要求填充墙框架部分承受的地震剪力, 不应小于填充墙框架所分配到的层间剪力的 40%, 同时无填充墙框架的框架承受的地震剪力也不应小于填充墙框架的框架所承受的剪力。

现浇钢筋混凝土结构的抗震等级

表 15.3.1

结 构 类 型			烈 度					
			6		7		8	
框架	高度 (m)		≤30	>30	≤30	>30	≤30	>30
	框架		四	三	三	二	二	一
	剧场、体育馆等大跨度公共建筑		三	二	二	一	一	一
框架-抗震墙	高度 (m)		≤60	>60	≤60	>60	≤60	>60
	框架		四	三	三	二	二	一
	抗震墙		三	二	二	一	一	一
抗震墙	高度 (m)		≤80	>80	≤80	>80	≤80	>80
	一般抗震墙		四	三	三	二	二	一
	落地抗震墙底部加强部位		三	二	二	一	一	一
	框支层框架		二	二	二	一	一	一
筒体	框架-核心筒	框架	三	二	二	一	一	一
		核心筒	二	二	二	一	一	一
	筒中筒	内筒	三	二	二	一	一	一
		外筒	三	二	二	一	一	一
板柱-抗震墙	板柱的柱		三	二	二	一	一	一
	抗震墙		二	二	二	二	二	二

注: 1. 一般抗震墙尚包括部分框支抗震墙结构的不落地抗震墙和落地抗震墙加强部位的上部;

2. 建筑场地为 I 类时, 除 6 度外可按降低一度对应的抗震等级采取构造措施, 但相应的计算要求不降低;

3. 接近或等于高度分界时, 应结合房屋不规则程度及场地、地基条件确定抗震等级。

(2) 框架-抗震墙结构是具有良好的多道防线的抗震结构, 其中抗震墙既是主要抗侧力构件又是第一道抗震防线。因此, 抗震墙应有相当数量, 其承受的结构底部地震倾覆力矩不应小于底部总地震倾覆力矩的 50%, 否则这种结构的特性不能很好发挥。同时, 为承受抗震墙开裂后重分配的地震作用, 任一层框架部分按框架和墙协同工作分析的地震剪力, 不应小于结构底部总地震剪力的 20% 和框架部分各层按协同工作分析的地震剪力最大的 1.5 倍两者的较小值。

(3) 抗震墙结构中抗震墙可以通过合理设置连梁 (包括非建筑功能需要的开洞) 组成多肢联肢墙, 使其具有优良的多道抗震防线性能。连梁的刚度、承载力和变形能力应与墙肢相匹配, 避免连梁过强而使墙肢产生较大拉力而过早出现刚度和承载力退化。一般情况下, 联肢墙宜采用弱连梁, 即在地震作用下连梁的总约束弯矩不大于该层联肢墙所承受的

总弯矩的 20%，见图 15.3.1。

双肢抗震墙中，凡一墙肢全截面出现拉力，其拉力不应超过全截面混凝土抗拉强度设计值。此时另一墙肢的组合剪力和组合弯矩应乘以增大系数 1.25，以考虑其内力重分布的不利影响。

3. 建筑结构布置宜规则

由于地震作用的复杂性，建筑结构的抗震反应还不能充分通过计算分析了解清楚，因此建筑结构的合理布置能起到重要的作用。近年来提出的“规则建筑”的概念，包括了建筑的平、立面形状和结构刚度、屈服强度分布等方面的综合要求。

(1) 建筑的平面

为了减小地震作用对建筑结构的整体和局部的不利影响，如扭转和应力集中效应，建筑平面形状宜规整，避免过大的外伸或内收。规范规定房屋平面的凹角或凸角不大于该方向总长度的 30%~50%，可以认为建筑外形是规则的，见图 15.3.2。

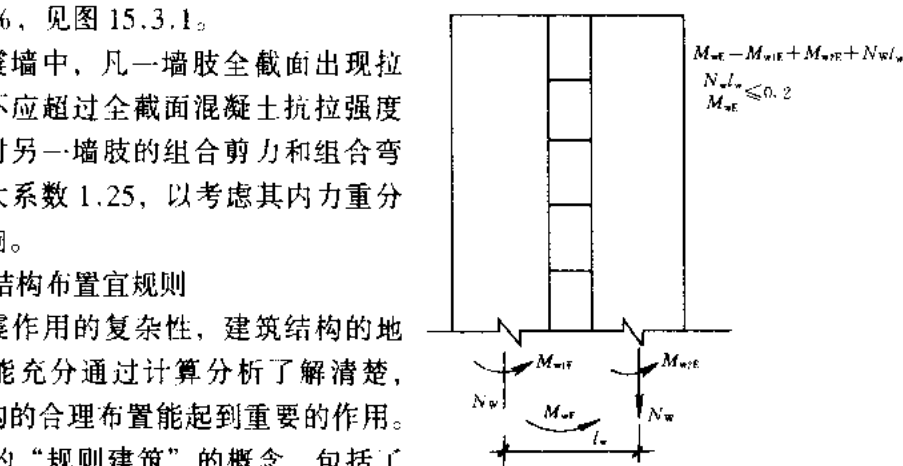


图 15.3.1 弱连梁的定义

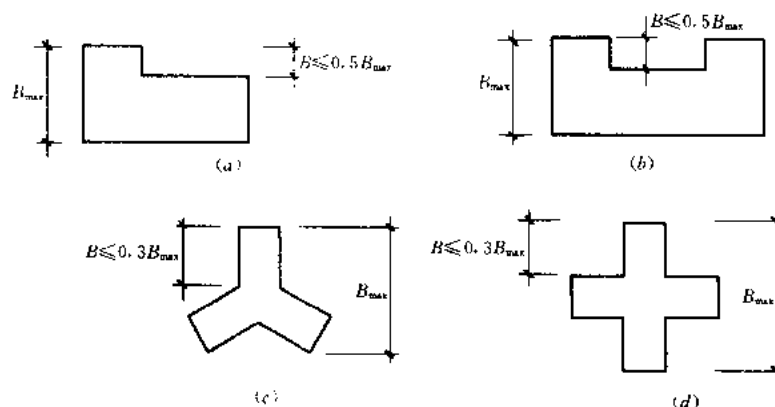


图 15.3.2 平面规则的建筑

(2) 沿房屋高度的层间刚度和层间屈服强度的分布宜均匀

水平地震作用下，结构处于弹性阶段时，其层间弹性位移分布主要取决于层间刚度分布（图 15.3.3）；在弹塑性阶段，层间刚度分布同样有影响，但层间弹塑性位移分布主要取决于层间屈服强度相对值，即层间屈服强度系数 ξ_y 。 ξ_y 分布越不均匀， ξ_y 的最小值越小，层间弹塑性变形集中现象越严重，见图 15.3.4。

根据大量地震反应分析统计，结构的层间刚度不小于其相邻上层刚度 70%，且不小于其上部相邻三层刚度平均值 80%，见图 15.3.5；层间屈服强度系数不小于其相邻层屈服强度系数平均值的 80%，见图 15.3.6，可认为是较均匀的结构。

为了减轻薄弱层的变形集中现象，钢筋混凝土结构抗震设计应注意以下一些问题：

1) 框架结构的各楼层中砌体填充墙尽量相同。

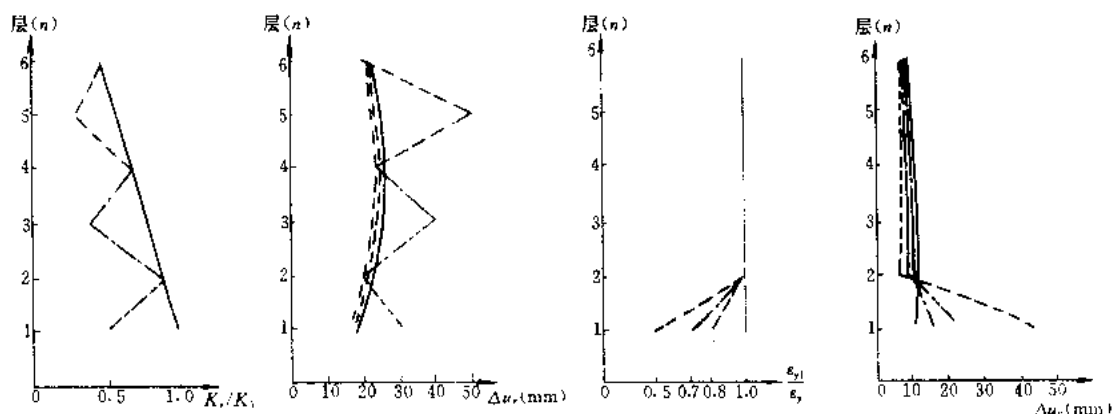


图 15.3.3 层间刚度突变对结构层间弹性位移分布的影响

图 15.3.4 层间屈服强度系数突变对结构层间弹塑性位移分布的影响

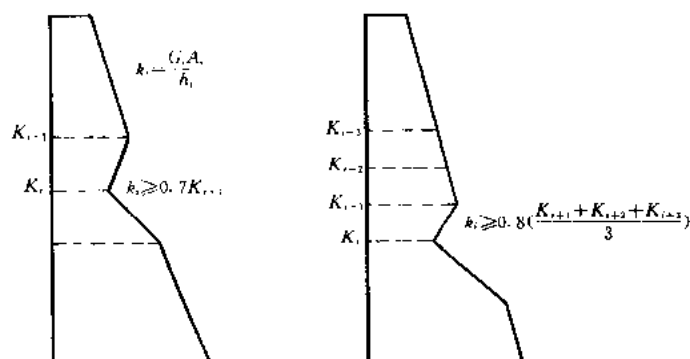


图 15.3.5 层间刚度分布均匀的结构

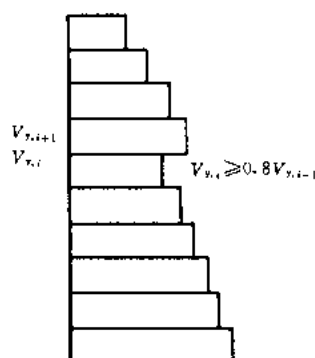


图 15.3.6 层间强度分布均匀的结构

2) 主要抗侧力竖向构件，特别是框架柱，其截面尺寸、混凝土强度等级和配筋量的改变不宜集中在同一楼层内。

3) 框支层的刚度不应小于相邻上层刚度的 50%，落地抗震墙数量不应小于上部抗震墙数量的 50%。

4) 应纠正“增加构件承载力总是有利无害”的非抗震设计概念，在设计和施工中不宜盲目改变混凝土强度等级和钢筋等级以及配筋量。

4. 合理设计结构破坏机制

钢筋混凝土结构具有良好的塑性内力重分布能力，能较充分地发挥吸收和耗散地震能量的作用。强烈地震作用下，合理的结构破坏机制应该是：

(1) 框架结构的梁柱节点是保证框架有效地抗御地震作用的关键部件，它的破坏是剪切脆性破坏，变形能力极差，且同时使交于节点的梁、柱失效，所以应保证其不发生太重的剪切裂缝。弯压剪作用的柱变形能力一般远比弯剪作用的梁为差，且柱的破坏直接导致本层结构失效。

较合理的框架地震破坏机制，应该是节点基本不破坏，梁比柱的屈服可能早发生、多发生，同一层中各柱两端的屈服历程越长越好，底层柱底的塑性铰宜最晚形成。总之，框架的抗震设计应使梁、柱端的塑性铰出现得尽可能分散，充分发挥整个结构的抗震能力。

(2) 框架-抗震墙结构和抗震墙结构中抗震墙的各墙段（包括小开洞墙和联肢墙肢）的高宽比不宜小于2，使其呈弯剪破坏，且塑性屈服也宜产生在墙的底部。连梁宜在梁端塑性屈服，且有足够的变形能力，在墙段充分发挥抗震作用前不失效。

5. 构件在极限破坏前不发生明显的脆性破坏

主要抗侧力的钢筋混凝土构件的极限破坏应以构件弯曲时主筋受拉屈服破坏为主，应避免变形性能差的混凝土首先压溃或剪切破坏，以及钢筋锚固失效和粘结破坏。

延性破坏和脆性破坏两者的变形性能差别很大，这与很多因素有关，诸如构件的抗剪和抗弯承载力比、剪跨比、剪压比、轴压比、主筋率、配筋率和箍筋形式、混凝土和钢筋材料、钢筋连接和锚固方式等。抗震规范中许多规定都是属于这方面的要求，现择要叙述如下：

(1) 轴压比限制

轴压比是控制偏心受拉边钢筋先达到抗拉强度，还是受压区混凝土边缘先达到其极限压应变的主要指标。试验研究表明，柱的变形能力随轴压比增大而急剧降低，尤其在高轴压比下，增加箍筋对改善柱变形能力的作用并不甚明显。所以，抗震结构应限制偏心受压构件的轴压比，特别是框架柱和框支柱，但是轴压比又是影响构件截面尺寸从而提高造价的重要因素，这种限制必须符合我国目前技术水平和经济条件。规范参考了界限轴压比和地震震害实际情况，分不同抗震等级取用了不同的限值。

轴压比的界限值可由柱截面受拉边钢筋达到抗拉强度的同时受压区混凝土边缘达到其极限压应变确定，见图 15.3.7。

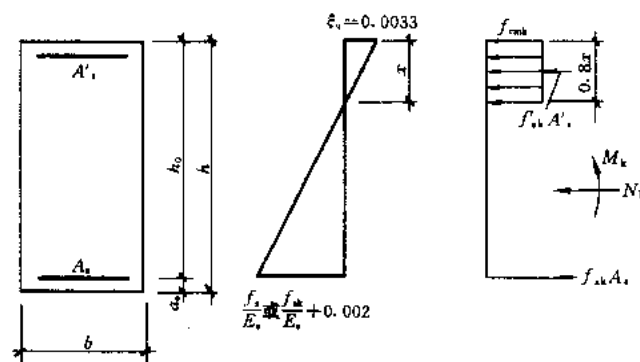


图 15.3.7 界限状态时柱截面应变及内力图

1) 界限相对中和轴高度

对有屈服点的钢筋（热轧钢筋、冷拉钢筋）

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{\xi_u}{\xi_u + \frac{f_{sk}}{E_s}} = \frac{0.0033}{0.0033 + \frac{f_{sk}}{E_s}} \quad (15.3.1)$$

对无屈服点的钢筋（热处理钢筋、钢丝和钢绞线）

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{\xi_u}{\xi_u + \frac{f_{sk}}{E_s} + 0.002} = \frac{0.0033}{0.0053 + \frac{f_{sk}}{E_s}} \quad (15.3.2)$$

对Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ级钢筋, ξ 值分别为 0.745、0.663~0.677 和 0.645。

2) 界限轴压比

在对称配筋情况下

$$N_k \approx 1.2bx f_c \quad (15.3.3)$$

$$\frac{N}{N_k} = \frac{\gamma_G N_G + \gamma_{Eh} N_E}{N_G + N_E} \approx 1.2 \quad (15.3.4)$$

$$\frac{h_0}{h} \approx 0.9 \quad (15.3.5)$$

$$\frac{N}{bh f_c} = 1.2 \frac{N h_0}{N_k h} \xi = 1.3 \xi \quad (15.3.6)$$

对Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ级钢筋, 界限轴压比分别为 0.79、0.86~0.88 和 0.84。

(2) 剪压比限制

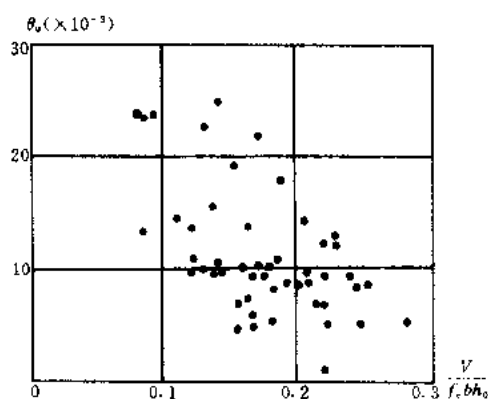


图 15.3.8 抗震墙平均剪应力
与极限位移角关系

现行的钢筋混凝土构件斜截面受剪承载力的设计表达式, 是基于斜截面上箍筋基本能达到抗拉屈服强度, 其受剪承载力随配筋特征值 $P_{sr} \frac{f_y}{f_c} \left(P_{sr} = \frac{A_{sr}}{bS} \right)$ 的增长呈线性关系。试验表明, 配箍特征值过大时, 箍筋不能充分发挥其强度, 构件将呈腹部混凝土斜压破坏; 同时剪压比对构件变形性能也有显著影响, 因此应限制剪压比, 实质上也是对构件最小截面的要求。

根据反复荷载作用下构件试验结果分析, 梁、柱和墙的剪压比采用 0.2 较为合适。例如, 根据日本的抗震墙试验资料统计 (图

15.3.8), 平均剪应力低于 $0.15 f_c$ 时, 墙的变形能力较好, 其极限位移角 θ_u 可达 10×10^{-3} 弧度以上。换算成设计值时剪压比相当于 0.2。

15.3.2 钢筋混凝土框架的结构体系

多层与高层钢筋混凝土结构的抗震设计基本要求, 包括了钢筋混凝土框架结构抗震设计的基本要求。下面着重对钢筋混凝土框架结构体系的要求进行简要说明。

1. 钢筋混凝土框架结构均宜双向设置

由于水平地震是由两个相互垂直的地震作用构成的, 所以钢筋混凝土框架结构应在两个方向上均具有较好的抗震能力。结构纵、横向的抗震能力相互影响和关联, 使结构形成空间结构体系。当一个方向的抗震能力较弱时, 则会率先开裂和破坏, 也将导致结构丧失空间协同能力和另一方向也将产生破坏。对于钢筋混凝土框架结构宜双向均为框架结构体系, 避免横向为框架、纵向为连系梁的结构体系, 而且还应尽量使横向和纵向框架的抗震能力相匹配。

2. 钢筋混凝土框架的梁、柱构件应避免剪切破坏

梁、柱是钢筋混凝土框架结构中的主要构件，应以构件弯曲时主筋受拉屈服破坏为主，避免剪切破坏。这就通常所讲的构件抗震设计应强剪弱弯，即构件弯曲破坏形成的极限剪力应小于构件斜截面的极限剪力，使得构件的杆端出现弯曲的塑性铰而不产生斜截面的脆性破坏。

3. 钢筋混凝土框架结构的梁、柱构件之间应设置为“强柱弱梁”

钢筋混凝土框架的层间变形能力决定于梁、柱的变形性能。柱是压弯构件，其变形能力不如弯曲构件的梁。所以，较合理的框架破坏机制，应该是梁比柱的塑性屈服尽可能早发生和多发，底层柱柱底的塑性铰较晚形成，各层柱的屈服顺序尽量错开，避免集中在某一层内。这样破坏机制的框架，才能具有良好的变形能力和整体抗震能力。图

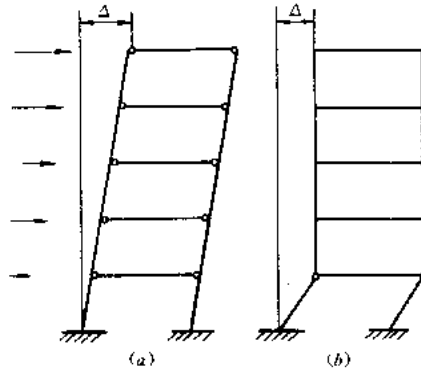


图 15.3.9 框架结构的两种典型破坏机制

15.3.9 示出了框架结构的两种典型破坏机制。

4. 梁柱节点的承载力宜大于梁、柱构件的承载力

在钢筋混凝土框架设计中，除了保证梁、柱构件具有足够的承载能力和变形能力以外，保证柱节点的抗剪承载力，使之不过早破坏也是十分重要的。梁柱节点合理的抗震设计原则是，在梁柱构件达到极限承载力前节点不应发生破坏。由震害调查可见，梁柱节点区的破坏大都是因为节点区无箍筋或少箍筋，在剪压作用下混凝土出现斜裂缝甚至挤压破碎，纵向钢筋压屈成灯笼状。因此，保证节点区不发生剪切破坏的主要措施是保证节点区混凝土强度的密实性及在节点核芯内配置足够的箍筋。

15.4 钢筋混凝土框架结构的抗震验算

15.4.1 地震作用效应调整

为了较合理地控制强震作用下钢筋混凝土结构破坏机制和构件破坏形态，提高变形能力，在抗震设计规范中体现了能力控制设计的概念，并区别不同抗震等级，在一定程度上实现“强柱弱梁”、强节点弱杆件和“强剪弱弯”的概念设计要求。上述的概念设计在安全、经济和合理的前提下转换为构件抗震承载力验算表达式（表 15.4.1）。表中抗震等级一、二和三级的强度增大系数 η_R 大致为 1.4、1.2 和 1.1，内力增大系数 η_w (η_v) 按下列规定取用。

构件抗震承载力验算表达式

表 15.4.1

项 目	实际承载力不等式	抗震承载力验算表达式
框架节点处梁柱	$\eta_R \Sigma M_{by} \leq \Sigma M_{cyk}$	$\eta_c \Sigma M_b \leq \Sigma M_c$
框架节点核芯区	$\eta_R \frac{\Sigma M_{by}}{h_0 - a_s'} \left(1 - \frac{h_0 - a_s'}{H_c - h_b} \right) \leq V_{jk}$	$\eta_{jb} \frac{\Sigma M_b}{h_{j0} - a_s'} \left(1 - \frac{h_{j0} - a_s'}{H_c - h_b} \right) \leq [V_j] / \gamma_{RE}$
框架梁	$\eta_R \Sigma M_{by} / l_n + V_{cjk} \leq V_{bk}$	$\eta_{wb} \Sigma M_b / l_n + V_{cb} \leq [V_b] / \gamma_{RE}$
框架柱	$\eta_R \Sigma M_{by} / H_c \leq V_{ck}$	$\eta_w \Sigma M_c / H_n \leq [V_c] / \gamma_{RE}$

1. 框架节点处梁柱弯矩设计值调整

框架节点处梁柱弯矩, 除顶层和柱轴压比小于 0.15 者外, 其设计值应按下列各式调整:

$$\Sigma M_c = \eta_c \Sigma M_b \quad (15.4.1)$$

9 度和一级框架结构尚应符合

$$\Sigma M_c = 1.2 \Sigma M_{bua} \quad (15.4.2)$$

式中 η_c ——强柱系数, 一级为 1.4, 二级为 1.2, 三级为 1.1;

ΣM_c ——节点上下柱端顺时针或反时针方向截面组合的弯矩设计值之和, 上下柱端弯矩, 一般情况可按弹性分析分配;

ΣM_b ——节点左右梁端顺时针或反时针方向截面组合的弯矩设计值之和, 节点左右梁端均为负弯矩时, 绝对值较小一端的弯矩应取零;

ΣM_{bua} ——节点左右梁端纵向受拉钢筋实际配筋面积 (考虑受压筋) 和材料强度标准值计算的受弯承载力所对应的弯矩设计值之和。

2. 框架节点核心区剪力设计值调整

框架节点核心区组合的剪力设计值, 应按下列各式调整:

$$V_j = \frac{\eta_{jb} \Sigma M_b}{h_{b0} - a'_s} \left(1 - \frac{h_{b0} - a'_s}{H_c - h_b} \right) \quad (15.4.3)$$

9 度和一级框架结构尚应符合

$$V_j = \frac{1.15 \Sigma M_{bua}}{h_{b0} - a'_s} \left(1 - \frac{h_{b0} - a'_s}{H_c - h_b} \right) \quad (15.4.4)$$

式中 V_j ——节点核心区组合的剪力设计值;

h_{b0} ——梁截面的有效高度, 节点两侧梁截面高度不等时可采用平均值;

a'_s ——梁受压钢筋合力点至受压边缘的距离;

H_c ——柱的计算刚度, 可采用节点上下柱反弯点之间的距离;

h_b ——梁的截面高度, 节点两侧梁截面高度不等时可采用平均值;

η_{jb} ——强节点系数, 一级取 1.35, 二级取 1.2。

3. 梁端剪力设计值调整

框架梁和抗震墙中跨高比大于 2.5 的连梁, 其端部截面组合的剪力设计值应按下列各式调整:

$$V = \eta_{vb} (M_b^l + M_b^r) / l_n + V_{Gb} \quad (15.4.5)$$

9 度和一级框架结构尚应符合

$$V = 1.1 (M_{bua}^l + M_{bua}^r) / L_n + V_{Gb} \quad (15.4.6)$$

式中 M_b^l 、 M_b^r ——分别为梁左右端顺时针或反时针方向截面组合的弯矩设计值, 当两端弯矩均为负弯矩时, 绝对值较小端的弯矩取零;

l_n ——梁的净跨;

V_{Gb} ——梁上重力荷载代表值 (9 度时高层建筑还应包括竖向地震作用标准值) 作用下, 按简支梁分析的梁端截面剪力设计值;

M_{bua}^l 、 M_{bua}^r ——分别为梁左右端反时针或顺时针方向根据实配钢筋面积 (考虑受压

筋) 和材料强度标准值计算的受弯承载力所对应的弯矩设计值;

η_{vb} ——梁剪力增大系数, 一级为 1.3, 二级为 1.2, 三级为 1.1。

4. 框架柱和框支柱端部组合的剪力设计值, 一、二、三级应按下列式调整:

$$V = \eta_{vc}(M_c^t + M_c^b)/H_n \quad (15.4.7)$$

9 度和一级框架结构尚应符合

$$V = 1.2(M_{cua}^t + M_{cua}^b)/H_n \quad (15.4.8)$$

式中 H_n ——柱的净高;

M_c^t 、 M_c^b ——分别为柱的上下端顺时针方向截面组合的弯矩设计值, 应符合强柱弱梁和底层柱底的调整要求;

M_{cua}^t 、 M_{cua}^b ——分别为柱的上下端顺时针或反时针方向根据实际配筋面积、材料强度标准和轴压力等计算的偏压承载力所对应的弯矩设计值;

η_{vc} ——柱剪力增大系数, 一级为 1.4, 二级为 1.2, 三级为 1.1。

5. 一、二级框架结构的底层柱下端截面和框支柱各层两端截面的弯矩设计值, 应分别乘以增大系数 1.5 和 1.25。其底层指无地下室的基础以上或地下室以上的首层。

6. 按两个主轴方向分别考虑地震作用时, 一、二级框架结构的角柱按调整后的弯矩、剪力设计值宜乘以增大系数 1.30。底层角柱下端的弯矩设计值应取这个增大系数和底层柱底弯矩增大系数的较大值。

15.4.2 截面抗震验算

钢筋混凝土结构按前述规定调整地震作用效应后, 在地震作用的不利组合下, 可按建筑抗震设计规范和《混凝土结构设计规范》有关的要求进行构件截面抗震验算。这里要说明的是, 新的混凝土设计规范采用 $\alpha_1 f_c$ 代替 f_{cm} 。其 α_1 取值, 当混凝土强度等级不大于 C50 时 α_1 为 1.0, 当混凝土强度等级为 C80 时 α_1 为 0.94, 其余线性内插。在本书中的 $f_{cm} = \alpha_1 f_c$ 。

1. 框架梁

(1) 正截面受弯承载力验算

矩形截面或翼缘位于受拉边的 T 形截面梁, 其正截面受弯承载力应按下列公式验算 (图 15.4.1):

$$M_b \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] \quad (15.4.9)$$

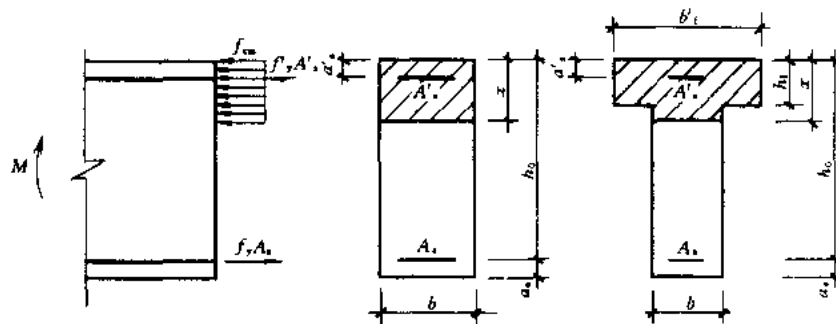


图 15.4.1 梁截面的有关参数

此时, 受压区高度 x 由下式确定:

$$x = (f_y A_s - f'_y A'_s) / f_{cm} b \quad (15.4.10)$$

混凝土受压区高度应符合下列要求:

$$\text{一级} \quad x \leq 0.25 h_0 \quad (15.4.11)$$

$$\text{二、三级} \quad x \leq 0.35 h_0 \quad (15.4.12)$$

$$\text{同时} \quad x \geq 2 a'_s \quad (15.4.13)$$

翼缘位于受压区的 T 形截面梁, 当符合下式条件时, 按宽度为 b'_f 的矩形截面计算。

$$f_y A_s \leq f_{cm} b'_f h'_f + f'_y A'_s \quad (15.4.14)$$

不符合公式 (15.4.13) 条件时, 其正截面受弯承载力应按下列公式验算:

$$M_b \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(b_0 - \frac{x}{2} \right) + f_{cm} (b'_f - b) \left(b_0 - \frac{h'_f}{2} \right) h'_f + f'_y A'_s (b_0 - a'_s) \right] \quad (15.4.15)$$

此时, 受压区高度 x 由下式确定:

$$f_{cm} [bx + (b'_f - b)h'_f] = f_y A_s - f'_y A'_s \quad (15.4.16)$$

式中 γ_{RE} ——承载力抗震调整系数, 取为 0.75。

梁的实际正截面承载力可按下列公式确定:

$$M_{by} = f_{yk} A_s^a (h_0 - a'_s) \quad (15.4.17)$$

(2) 斜截面受剪承载力验算

$$V_b \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.42 f_t b h_0 + 1.25 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 \right) \quad (15.4.18)$$

且

$$V_b \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0) \quad (15.4.19)$$

对集中荷载作用下的框架梁 (包括有多种荷载, 且集中荷载对节点边缘产生的剪力值占总剪力值的 75% 以上的情况), 其斜截面受剪承载力应按下列公式验算:

$$V_b \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(\frac{1.05}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 \right) \quad (15.4.20)$$

式中 γ_{RE} ——取为 0.85;

λ ——梁的剪跨比, 当 $\lambda > 3$ 时, 取 $\lambda = 3$, 当 $\lambda < 1.5$ 时, 取 $\lambda = 1.5$ 。

2. 框架柱

(1) 正截面受弯承载力验算

矩形截面柱正截面受弯承载力应按下列公式验算 (图 15.4.2):

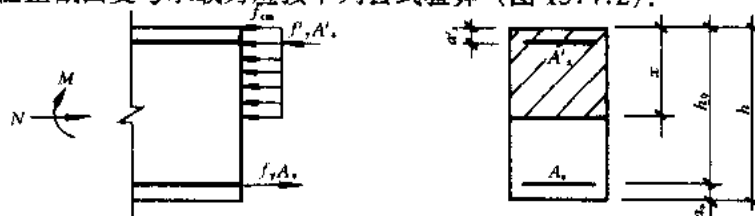


图 15.4.2 柱截面参数

$$\eta M_c \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] + 0.5 N (h_0 - a_s) \quad (15.4.21)$$

此时, 受压高度 x 由下式确定:

$$N = (f_{cm} b x + f'_y A'_s - \sigma_s A_s) / \gamma_{RE} \quad (15.4.22)$$

式中 γ_{RE} ——一般为 0.8, 轴压比小于 0.15 时, 取为 0.75;

η ——偏心距增大系数, 一般不考虑;

σ_s ——受拉边或受压较小边钢筋的应力;

当 $\xi = x/h_0 \leq \xi_b$ 时 (大偏心受压)

$$\text{取 } \sigma_s = f_y; \quad (15.4.23)$$

当 $\xi > \xi_b$ 时 (小偏心受压)

$$\sigma_s = \frac{f_y}{\xi_b - 0.8} \left(\frac{x}{h_0} - 0.8 \right) \quad (15.4.24)$$

当 $\xi > h/h_0$ 时, 取 $x = h$, σ_s 仍用计算的 ξ 值按公式 (15.4.24) 计算。

其中, 对于有屈服点钢筋 (热轧钢筋、冷拉钢筋) 且混凝土强度等级不大于 C50 时

$$\xi_b = \frac{0.8}{1 + \frac{f_y}{0.0033 E_s}} \quad (15.4.25)$$

柱的实际正截面承载力可按式确定:

$$M_{cy}^a = f_{yk} A_s^a (h_0 - a'_s) + 0.5 N_G h \left(1 - \frac{N_G}{f_{cmk} b h} \right) \quad (15.4.26)$$

(2) 斜截面受剪承载力验算

$$V_c \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(\frac{1.05}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.056 N \right) \quad (15.4.27)$$

且

$$V_c \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0) \quad (15.4.28)$$

式中 N ——考虑地震作用组合的柱轴压力设计值, 当 $N > 0.3 f_c b h$ 时, 取 $N = 0.3 f_c b h$;

λ ——框架柱的计算剪跨比 ($H_n/2h_0$), 当 $\lambda < 1$ 时, 取 $\lambda = 1$; 当 $\lambda > 3$ 时, 取 $\lambda = 3$;

γ_{RE} ——取为 0.85。

3. 框架节点

除三、四级框架外, 节点核芯区截面应按下列公式进行抗震验算 (图 15.4.3):

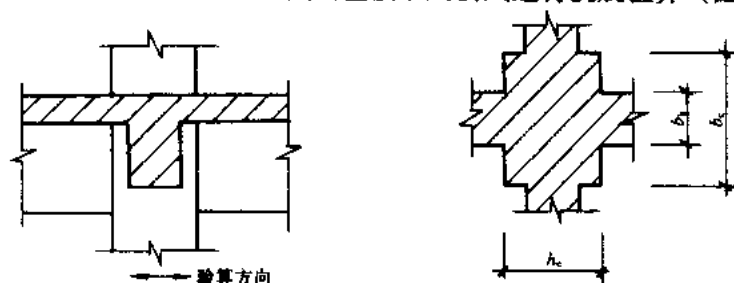


图 15.4.3 节点截面参数

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(1.1 \eta_b f_c b_j h_j + f_{yv} A_{svj} \frac{h_{w0} - a_s}{s} + 0.05 \eta_b N \frac{b_j h_j}{b_c h_c} \right) \quad (15.4.29)$$

且
$$V_j \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.3 \eta_b f_c b_j h_j) \quad (15.4.30)$$

9 度时

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.9 \eta_b f_c b_j h_j + f_{yv} A_{svj} \frac{h_{w0} - a_s}{s} \right) \quad (15.4.31)$$

式中 η_b ——正交梁的约束影响系数, 楼板为现浇时, 四侧各梁截面宽度不少于该侧柱截面宽度的 1/2, 且正交方向梁高度不小于主梁高度的 3/4 时, 可采用 1.5, 其他情况均可采用 1.0;

b_j ——节点核芯区的截面验算高度, 随验算方向梁、柱截面宽度比值变动: 当 $b_b \geq 0.5b_c$ 时, 取 $b_j = b_c$; 当 $b_b < 0.5b_c$ 时, 取 $b_j = b_b + 0.5b_c$ 和 $b_j = b_c$ 较小值;

当梁、柱中线不重且偏心距不大于柱宽的 1/4 时, 核芯区的截面验算宽度可取上述和下式计算结果的较小值, 柱配筋宜沿柱全高加密。

$$b_j = 0.5(b_b + b_c) + 0.25h_c - e \quad (15.4.32)$$

式中 N ——对应于重力荷载代表值的上柱轴向压力, 其值不应大于 $0.5f_c b_c h_c$;

A_{svj} ——核芯区验算宽度 b_j 范围内同一截面验算方向各肢箍筋的总截面面积;

γ_{RE} ——取用 0.85;

s ——箍筋间距;

e ——梁与柱中线偏心距。

4. 粘土砖填充墙框架

当可以考虑粘土砖填充墙的抗侧力作用时, 应按下列方法进行砖填充墙框架抗震验算。

(1) 侧移刚度

$$K_{fw} = K_f + K_w \quad (15.4.33)$$

$$K_w = 3\varphi_k \Sigma E_w I_w^3 / H_w (\varphi_m + \gamma\varphi_v) \quad (15.4.34)$$

$$\gamma = 9I_w^3 / A_w^3 H_w \quad (15.4.35)$$

式中 K_{fw} ——填充墙框架的层间侧移刚度;

K_f ——框架的层间侧移刚度;

K_w ——填充墙的层间侧移刚度, 但洞口面积与墙面面积之比大于 60% 的填充墙不考虑;

φ_k ——刚度折减系数, 房屋上部各层可采用 1.0, 中部各层可采用 0.6, 下部各层可采用 0.3, 上、中、下部各层可按总层数大致三分;

E_w ——填充墙砌体的弹性模量;

H_w ——填充墙高度;

γ ——剪切影响系数;

$A_w^{(b)}$, $I_w^{(b)}$ ——分别为填充墙水平截面面积和惯性矩, 开洞时可采用洞口两侧填充墙相应

值之和 (图 15.4.4), 上标 t、b 分别表示顶部和底部;

φ_m, φ_v ——洞口影响系数, 可按下列规定采用:

无洞口时: $\varphi_m = \varphi_v = 1$ (15.4.36)

开洞口时: $\varphi_m = \left(\frac{h}{H_w}\right)^3 \left(1 - \frac{I_w^t}{I_w^b}\right) + \frac{I_w^t}{I_w^b}$ (15.4.37)

$$\varphi_v = \frac{h}{H_w} \left(1 - \frac{A_w^t}{A_w^b}\right) + \frac{A_w^t}{A_w^b} \quad (15.4.38)$$

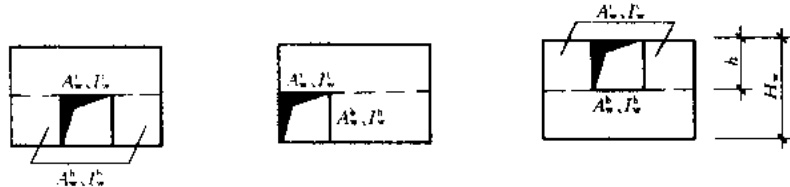


图 15.4.4 开洞填充墙截面面积和惯性矩

(2) 地震作用效应

楼层组合的剪力设计值应按各榀框架和填充墙框架的层间侧移刚度比例分配, 但无填充墙框架承担的剪力设计值不宜小于填充墙框架中框架部分承担的剪力设计值 (不包括由填充墙引起的附加剪力)。

填充墙框架的柱轴向压力和剪力应考虑填充墙引起的附加轴向压力和附加剪力, 其值可按下列公式确定:

$$N_f = V_w H_f / l \quad (15.4.39)$$

$$V_f = V_w \quad (15.4.40)$$

式中 N_f ——框架柱的附加轴向压力设计值;

V_w ——填充墙承担的剪力设计值, 柱两侧有填充墙时应采用两者的较大值;

H_f ——框架的层高;

l ——框架的跨度;

V_f ——框架柱的附加剪力设计值。

(3) 截面抗震验算

填充墙框架的受剪承载力应采用下列公式验算:

$$V_{fw} \leq \frac{1}{\gamma_{REc}} \sum (M_{cy}^u + M_{cy}^l) / H_c + \frac{1}{\gamma_{REw}} \sum f_{VE} A_{w0} \quad (15.4.41)$$

$$0.4 V_{fw} \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \sum (M_{cy}^u + M_{cy}^l) / H_c \quad (15.4.42)$$

式中 V_{fw} ——填充墙框架承担的剪力设计值;

f_{VE} ——砖墙抗震抗剪强度设计值;

A_{w0} ——砖墙水平截面的计算面积, 无洞口时可采用 1.25 倍实际截面面积; 有洞口时可采用截面净面积, 但宽度小于洞口高度 1/4 的墙肢不考虑;

M_{cy}^u, M_{cy}^l ——分别为框架柱上、下端的正截面承载力设计值;

H_c ——柱的计算高度，两侧有填充墙时可采用柱净高的 2/3；两侧有半截填充墙或仅一侧有填充墙时可采用柱净高；

γ_{REc} 、 γ_{REw} ——承载力抗震调整系数，对框架柱和填充墙分别采用 0.8 和 0.9。

15.4.3 框架层间弹性位移验算

框架（包括填充墙框架）应进行低于本地区设防烈度的多遇地震作用下结构的层间弹性位移验算。

$$\Delta u_e \leq [\theta_e] h_i \quad (15.4.43)$$

式中 Δu_e ——多遇地震作用的标准值产生的层间弹性位移。计算时，各作用分项系数均采用 1.0，钢筋混凝土构件可取弹性刚度；

$[\theta_e]$ ——层间弹性位移角限值，可采用 1/550；

h_i ——层高。

15.4.4 框架层间弹塑性位移验算

7~9 度时楼层屈服强度系数 ξ_y 小于 0.5 的框架和甲类建筑以及 8、9 度时的乙类框架建筑，应进行高于本地区设防烈度预估的罕遇地震作用下薄弱层的层间弹塑性位移验算。不超过 12 层且刚度无突出的框架结构（包括填充墙框架），可采用下述方法简化计算薄弱层弹塑性变形。

$$\Delta u_p = \eta_p \Delta u_e \quad (15.4.44)$$

$$\Delta u_p \leq [\theta_p] h \quad (15.4.45)$$

式中 Δu_p ——层间弹塑性位移；

Δu_e ——罕遇地震作用下按弹性分析的层间位移，可直接采用多遇地震作用标准值产生的层间弹性位移乘以罕遇地震与多遇地震水平地震影响系数最大值之比；如果计算框架层间弹性刚度未考虑填充墙刚度，但计算水平地震作用却考虑填充墙刚度影响对框架周期折减，则 Δu_e 值应乘相应折减系数值；

η_p ——弹塑性位移增大系数；当薄弱层的屈服强度系数 ξ_y 不小于相邻层该系数平均值的 0.8 时，可按表 15.4.2 采用；当不大于该平均值的 0.5 时，可按表内相应数值的 1.5 倍采用；其它情况可采用内插法取值；

$[\theta_p]$ ——层间弹塑性位移角限值，可采用 1/50。当框架柱轴压比小于 0.4 时，可提高 10%；当柱子全高的箍筋构造比表 15.5.6 中的最小含箍率特征值大 30% 时，可提高 20%，但累计不超过 25%。

框架薄弱层的位置，对楼层屈服强度系数沿高度分布均匀的结构可取底层；对分布不均匀的结构可取 ξ_y 最小的楼层和相对较小楼层；一般不超过 2~3 处。

弹塑性位移增大系数

表 15.4.2

结构类型	总层数	ξ_y			
		0.5	0.4	0.3	0.2
多层均匀框架结构	2~4	1.30	1.40	1.60	2.10
	5~7	1.50	1.65	1.80	2.40
	8~12	1.80	2.00	2.20	2.80

15.5 钢筋混凝土框架结构的抗震构造措施

15.5.1 框架梁

1. 梁的截面宽度不宜小于 200mm，截面高度比不宜大于 4，梁净跨与截面高度之比不宜小于 4。

2. 梁端纵向受拉钢筋率不宜大于 2.5%，且其底面和顶面配筋量的比值，除按计算确定外，一级不小于 0.5；二、三级不小于 0.3。梁顶面和底面的通长钢筋，一、二级不应小于 $2\phi 14$ ，且不应小于梁端顶面和底面纵向钢筋中较大截面面积的 1/4；三、四级不应小于 $2\phi 12$ 。梁内贯通中柱的每根纵向钢筋直径，一、二级均不宜大于柱在该方向的截面尺寸的 1/20（图 15.5.1）。

$$l_{aE} = 1.15l_a \quad (\text{一、二级})$$

$$l_{aE} = 1.05l_a \quad (\text{三级})$$

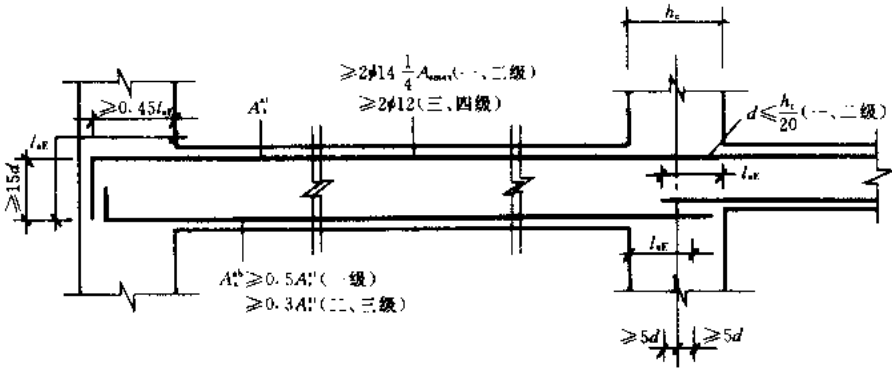


图 15.5.1 梁纵向钢筋构造要求

3. 梁端加密区箍筋最大间距和最小直径应按表 15.5.1 采用。当梁端纵向受拉钢筋配筋率大于 2% 时，表中箍筋最小直径应相应增大 2mm。加密区箍筋肢距，一级不宜大于 200mm 和 20 倍箍筋直径的较大值；二、三级不宜大于 250mm 和 20 倍箍筋直径的较大值；四级不宜大于 300mm。

梁加密区的长度、箍筋最大间距和最小直径			表 15.5.1
抗震等级	加密区的长度 (采用较大值)	箍筋最大间距 (采用最小值)	箍筋最小直径
一	$2h_b$ 、500mm	$h_b/4$ 、 $6d$ 、100mm	$\phi 10$
二	$1.5h_b$ 、500mm	$h_b/4$ 、 $8d$ 、100mm	$\phi 8$
三	$1.5h_b$ 、500mm	$h_b/4$ 、 $8d$ 、150mm	$\phi 8$
四	$1.5h_b$ 、500mm	$h_b/4$ 、 $8d$ 、150mm	$\phi 8$

注：d 为纵向钢筋直径； h_b 为梁高。

15.5.2 框架柱

1. 柱的截面宽度和高度不宜小于 300mm，柱剪跨比宜大于 2.0，柱截面宽高之比不宜大于 3。

2. 柱轴压比不应超过表 15.5.2 的规定, IV 类场地上较高的高层建筑的柱轴压比限值应适当减小。轴压比指组合的轴压力设计值与柱的全截面面积和混凝土抗压强度设计值乘积之比值。对于可不进行抗震验算的结构, 取非抗震设计的轴压力设计值计算。

柱 轴 压 比 限 值 表 15.5.2

类 别	抗 震 等 级		
	一	二	三
框 架	0.7	0.8	0.9
框-墙: 板柱-墙及筒体	0.75	0.85	0.95
框 支	0.6	0.7	...

- 注: 1. 表内限值适用于剪跨比 $\lambda > 2$ 、混凝土强度等级不高于 C60 的各类结构柱;
 2. 剪跨比不大于 2 的各类结构柱轴压比限值应降低 0.05;
 3. 剪跨比小于 1.5 的柱应采取特殊构造措施, 不包括在表 15.5.2 之内;
 4. 沿柱全高采用井字复合筋且箍筋肢距不大于 200mm、间距不大于 100mm、直径不小于 $\phi 12$, 或沿柱全高采用复合螺旋箍、螺距不大于 100mm、箍筋肢距不大于 200mm、直径不小于 $\phi 12$, 或沿柱全高采用连续复合矩形螺旋箍、螺距不大于 80mm、箍筋肢距不大于 200mm、直径不小于 $\phi 10$, 轴压比限值可增加 0.10;
 5. 轴压比限值不应大于 1.05。

3. 柱的纵向钢筋宜对称配置, 截面尺寸大于 400mm 的柱, 纵向钢筋间距不宜大于 200mm, 柱纵向钢筋的最小总配筋率应按表 15.5.3 采用, 同时应满足每一侧配筋率不小于 0.2%, 对 IV 类场地上较高的高层建筑, 表中的数值应相应增加 0.1。一级且剪跨比不大于 2 的柱, 其纵向受拉钢筋配筋率不宜大于 1.2%; 对 HRB335、HRB400 钢筋, 柱总受拉配筋率不应大于 5%。

4. 柱箍筋加密范围按表 15.5.4 采用, 加密区的箍筋间距和直径一般应按表 15.5.5 采用, 但三级框架柱中截面尺寸不大于 400mm 时, 箍筋最小直径可采用 $\phi 6$; 四级框架柱净高与柱截面高度之比大于 4 时, 箍筋直径应采用 $\phi 8$; 二级框架的箍筋直径不少于 $\phi 10$ 时, 最大间距可采用 150mm; 框支柱和净高与剪跨比小于 2 的柱, 箍筋间距不应大于 100mm。

柱纵向钢筋的最小总配筋率 (%) 表 15.5.3

类 别	抗 震 等 级			
	一	二	三	四
框架中柱和边柱框架角柱、框支柱	1.0	0.8	0.7	0.6
	1.2	1.0	0.9	0.8

箍筋加密区范围 表 15.5.4

类 别	加密区范围
一般柱端	$H_n/6$ 、 h_c (D), 450mm (最大值)
底层柱底	柱根不小于柱净高的 1/3; 当有刚性地面时, 除柱端外尚应取刚性地面上下各 500mm
剪跨比不大于 2 的柱、框支柱、一级及二级框架的角柱	柱全高

柱加密区箍筋的最小体积配筋率, 一、二、三时分别不应小于 0.8%、0.6% 和 0.4%。体积配筋率可按下式计算:

$$\rho_v = \lambda_v f_c / f_{yv} \quad (15.5.1)$$

式中 ρ_v ——按核心截面计算体积配筋率，一、二、三级分别不应小于 0.8%、0.6%、和 0.4%；计算复合箍的箍筋体积配筋率时，应扣除重叠部分箍筋体积；

f_c ——混凝土轴心抗压强度设计值；强度低于 C35 时，取 C35 计算；

f_{yv} ——箍筋抗拉强度设计值， f_{yv} 超过 360N/mm² 时，取 360N/mm²；

λ_v ——最小含箍特征值，按表 15.5.6 采用。

5. 柱非加密区的箍筋最小不宜小于加密区的 50%，箍筋间距，一、二级不应大于 10d；三、四级不应大于 15d。

柱加密区的箍筋最大间距和最小直径

表 15.5.5

抗震等级	箍筋最大间距 (采用较小值, mm)	箍筋最小直径
一	6d、100	φ10
二	8d、100	φ8
三	8d、150 (柱根 100)	φ8
四	8d、150 (柱根 100)	φ6 (柱根 φ8)

6. 柱加密区箍筋肢距，一级不宜大于 200mm，二、三级不宜大于 250mm 和 20 倍箍筋直径的较大者，四级不宜大于 300mm。至少每隔一根纵向钢筋宜在两个方向有箍筋约束；当采用拉筋组合箍时，拉筋宜紧靠纵向钢筋并勾住封闭箍。框架节点核心区箍筋的最大间距和最小直径宜按表 15.5.5 采用，一、二、三级框架节点核心区含箍特征值分别不宜小于 0.12、0.10、0.08。框架剪跨比不大于 2 的框架节点核心区含箍特征值不宜小于核心区上、下柱端的较大含箍特征值。

柱箍筋加密区的箍筋最小含箍特征值

表 15.5.6

抗震等级	箍筋形式	柱轴压比								
		≤0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.05
一	普通箍、复合箍	0.10	0.11	0.13	0.15	0.18	0.22	0.28	—	—
	螺旋箍、复合螺旋箍	0.08	0.09	0.11	0.13	0.16	0.19	0.24	—	—
二	普通箍、复合箍	0.08	0.09	0.11	0.13	0.15	0.18	0.22	0.28	0.31
	螺旋箍、复合螺旋箍	0.06	0.07	0.09	0.11	0.13	0.16	0.19	0.24	0.27
三	普通箍、复合箍	0.06	0.07	0.09	0.11	0.13	0.15	0.18	0.22	0.25
	螺旋箍、复合螺旋箍	0.05	0.06	0.07	0.09	0.11	0.13	0.16	0.19	0.22

注：1. 普通箍筋指单个矩形箍和单个圆形筋，复合箍指由矩形与菱形、多边形、圆形箍或拉筋组成的箍筋；复合螺旋箍指由螺旋箍与矩形、多边形、圆形箍或拉筋组成的箍筋；连续复合型矩形螺旋箍指全部螺旋箍为同一根钢筋加工而成的箍筋；

2. 框支柱宜采用复合螺旋箍或井字复合箍，其最小配筋特征值应比表内数值增加 0.02，且体积配筋率不应小于 1.5%；

3. 剪跨比不大于 2 的柱；宜采用螺旋箍或井字复合箍，其含箍特征值不应小于 0.12，9 度时不应小于 1.5%；

4. 计算复合螺旋箍的体积配筋率时，其非螺旋箍的箍筋体积应乘以换算系数 0.8。

15.5.3 砌体填充墙

考虑粘土砖填充墙的抗侧力作用时，砖填充墙应嵌砌在框架平面内并与梁柱紧密结合，墙厚不应小于 240mm，砂浆强度等级不应低于 M5，宜先砌墙后浇框架；其它各类砌体填充墙，宜与框架柱连接，但墙顶应与框架紧密结合。砌体填充墙应沿框架柱高每隔

500mm 配置 2 ϕ 6 拉筋, 拉筋伸入填充墙内长度, 一、二级框架宜沿全长设置; 三、四级框架不应小于墙长的 1/5 且不应小于 700mm。墙长度大于 5m 时, 墙顶部与梁宜有拉结措施, 墙高度超过 4m 时, 宜在墙中部设置与柱连接的通长钢筋混凝土水平系梁。

15.5.4 钢筋接头与锚固

框架柱的纵向钢筋接头, 一级和二级的各部位及三级的底层柱底宜采用焊接或机械连接; 其他部位可采用绑扎接头, 但钢筋搭接长度范围内箍筋间距不应大于 100mm。焊接或绑扎接头均不宜位于构件最大弯矩处, 且宜避开梁、柱端的箍筋加密区。绑扎接头的搭接长度和锚固长度, 一、二级时均应比非抗震设计的最小长度相应增加 1.15 倍, 三级增加 1.05 倍。

箍筋末端应做成 135°弯钩, 弯钩的平直部分不应小于箍筋直径的 10 倍。

柱纵向钢筋的总配筋率超过 3% 时, 箍筋应采用焊接。

15.6 计算例题

15.6.1 砖填充墙钢筋混凝土框架抗震设计

1. 工程概况

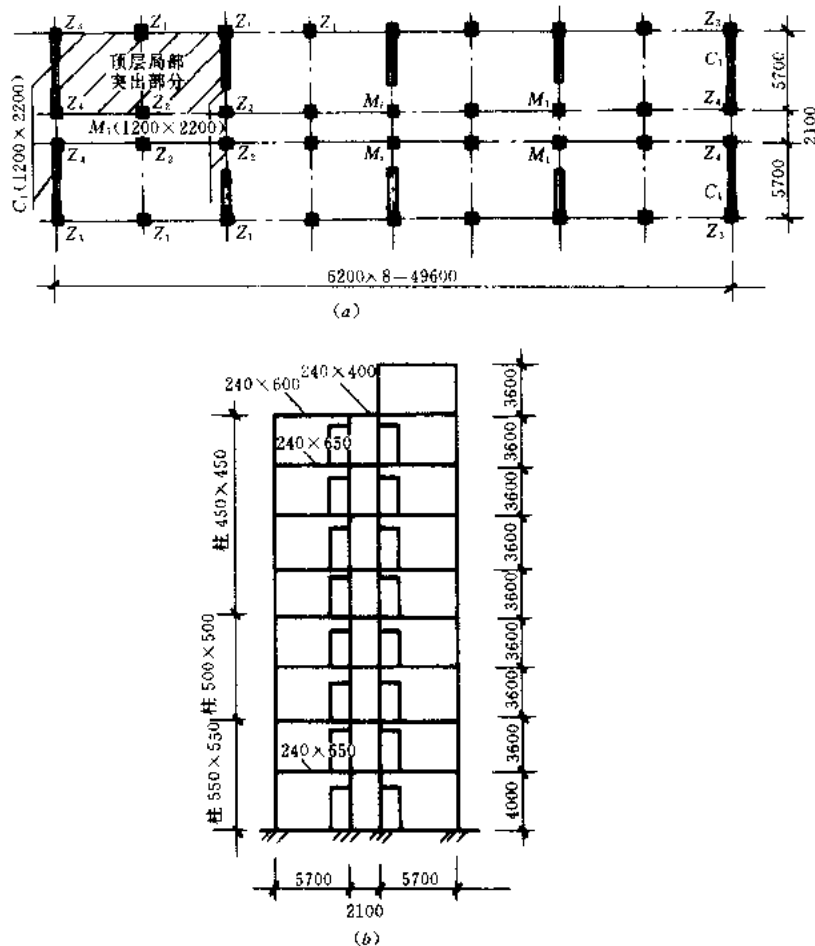


图 15.6.1 房屋平、剖面图
(a) 平面图; (b) 剖面图

本例为一幢轻工业厂房，设防烈度为 7 度，场地特征周期为 0.30s，现浇钢筋混凝土框架和装配整体式楼、屋盖，采用粘土砖填充墙，混凝土强度等级；梁 C20、柱 C25，主筋采用 HRB335 级变形钢筋，砖填充墙厚度均为 240mm，砖强度等级 MU7.5，砂浆强度等级 M5。

建筑结构平、立面布置和构件尺寸如图 15.6.1 所示，各楼层重力荷载代表值如图 15.6.2 所示。

2. 地震作用、地震内力计算和构件的承载力验算

(1) 刚度计算

1) 框架刚度

采用 D 值法计算框架刚度。混凝土弹性模量：C20 为 $E_c = 25.5 \text{ kN/mm}^2$ ，C25 为 $E_c = 28.0 \text{ kN/mm}^2$ 。框架横向的总刚度计算结果列于表 15.6.1

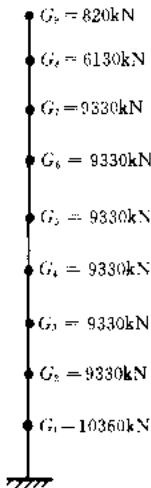


图 15.6.2 楼层重力荷载代表值分布图

框架横向总刚度 表 15.6.1

层号	$D (\times 10^3) (\text{kN/m})$				$\Sigma D (\times 10^3) (\text{kN/m})$
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
8	$14 \times 11.03 = 154.42$	$14 \times 14.22 = 199.09$	$4 \times 9.35 = 37.40$	$4 \times 12.55 = 50.20$	4.411
5~7	$14 \times 11.71 = 163.94$	$14 \times 14.62 = 204.68$	$4 \times 9.97 = 39.88$	$4 \times 12.94 = 51.76$	4.603
3、4	$14 \times 13.99 = 195.86$	$14 \times 18.38 = 257.32$	$4 \times 11.55 = 46.20$	$4 \times 15.79 = 63.16$	5.625
2	$14 \times 15.87 = 222.18$	$14 \times 21.75 = 304.50$	$4 \times 12.80 = 51.20$	$4 \times 18.23 = 72.92$	6.508
1	$14 \times 19.34 = 270.76$	$14 \times 22.66 = 317.24$	$4 \times 17.62 = 70.48$	$4 \times 20.70 = 82.80$	7.0413

2) 砖填充墙刚度

本例可考虑粘土砖填充墙的抗侧力作用，所以应计算填充墙的层间侧移刚度。粘土砖墙的弹性模量 $E_{tw} = 1500f = 2.055 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ ，一道山墙和横墙的层间侧移刚度计算结果列于表 15.6.2，填充墙框架中填充墙的总刚度列于表 15.6.3。

一道砖填充墙刚度 表 15.6.2

层号	H_w (m)	H (m)	下水平截面		上水平截面		洞口影响系数		ψ_k	γ	K_w ($\times 10^4$) (kN/m)
			A_w^b (m^2)	I_w^b (m^4)	A_w^t (m^2)	I_w^t (m^4)	ψ_m	ψ_v			
山 墙											
8	3.00	2.2	1.260	2.894	0.828	0.205	0.437	0.909	1.0	0.248	70.66
6、7	2.95	2.2	1.260	2.894	0.828	0.205	0.456	0.913	1.0	0.256	71.37
5	2.95	2.2	1.260	2.894	0.828	0.205	0.456	0.913	0.6	0.256	42.82
3、4	2.95	2.2	1.248	2.812	0.816	0.197	0.456	0.912	0.6	0.250	41.50
2	2.95	2.2	1.236	2.732	0.804	0.188	0.455	0.911	0.3	0.242	20.05
1	3.35	2.2	1.236	2.732	0.804	0.180	0.333	0.880	0.3	0.180	18.02
内 横 墙											
8	3.00	0.80	0.972	1.329	1.260	2.894	2.155	0.396	1.0	2.297	215.62
6、7	2.95	0.75	0.972	1.329	1.260	2.894	2.158	0.438	1.0	2.375	217.30
5	2.95	0.75	0.972	1.329	1.260	2.894	2.158	0.438	0.6	2.375	130.37
3、4	2.95	0.75	0.960	1.280	1.248	2.812	2.177	0.453	0.6	2.330	125.34
2	2.95	0.75	0.948	1.233	1.236	2.732	2.196	0.467	0.3	2.286	60.31
1	3.35	1.15	0.948	1.233	1.236	2.732	2.167	0.174	0.3	1.773	54.29

砖填充墙的总刚度

表 15.6.3

层 号	$K_w (\times 10^3) \text{ (kN/m)}$		$\Sigma K_w (\times 10^5) \text{ (kN/m)}$
	山 墙	内横墙	
8	$4 \times 70.66 = 282.64$	$6 \times 215.62 = 1293.72$	15.764
6、7	$4 \times 71.37 = 285.48$	$6 \times 217.30 = 1303.80$	15.893
5	$4 \times 42.82 = 171.28$	$6 \times 130.37 = 782.22$	9.535
3、4	$4 \times 41.50 = 166.00$	$6 \times 125.34 = 752.04$	9.180
2	$4 \times 20.05 = 80.20$	$6 \times 60.31 = 361.86$	4.421
1	$4 \times 18.02 = 72.08$	$6 \times 54.29 = 325.74$	3.978

(2) 多遇水平地震作用标准值计算

本例主体结构总高度为 32.8m, 且质量和刚度沿高度分布比较均匀, 可采用底部剪力法。

1) 基本自振周期

结构基本自振周期采用能量法计算, 有关参数的计算结果列于表 15.6.4。

能量法计算基本周期

表 15.6.4

层号	$G_i \text{ (kN)}$	$\Sigma(D + K_w)$ ($\times 10^5$) (kN/m)	$\Delta u_i = \frac{\sum_{j=1}^i G_j}{K_{rw}}$ (m)	$u_i = \sum_{j=1}^i \Delta u_j$ (m)	$G_i u_i$	$G_i u_i^2$
8	820+6130	20.175	0.00344	0.23661	1644.44	389.09
7	9330	20.496	0.00794	0.23317	2175.48	507.26
6	9330	20.496	0.012495	0.22523	2101.40	473.30
5	9330	14.138	0.02471	0.21273	1984.77	422.22
4	9330	14.805	0.02990	0.18802	1754.23	329.84
3	9330	14.805	0.03620	0.15812	1475.26	233.27
2	9330	10.929	0.05758	0.12192	1137.51	138.69
1	10360	11.391	0.06434	0.06434	666.56	42.89
Σ	73290				12939.65	2536.55

$$\begin{aligned}
 T_1 &= 2\psi_T \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n G_i u_i^2}{\sum_{i=1}^n G_i u_i}} \\
 &= 2 \times 1.0 \times \sqrt{2536.55/12939.65} \\
 &= 0.89s
 \end{aligned}$$

2) 水平地震作用标准值

7 度, $\alpha_{\max} = 0.08$ $T_g = 0.3s$

$$\alpha_1 = \left(\frac{T_g}{T_1} \right)^{0.9} \alpha_{\max} = \left(\frac{0.3}{0.89} \right)^{0.9} \times 0.08 = 0.03006$$

$$T_1 > 1.4T_g = 0.42s$$

应考虑顶部附加水平地震作用

$$\delta_n = 0.08T_1 + 0.07 = 0.08 \times 0.89 + 0.07 = 0.1412$$

$$F_{EK} = a_1 G_{eq} = 0.03006 \times 0.85 \times 73290 = 1872.6 \text{ kN}$$

$$\Delta F_n = \delta_n F_{EK} = 0.1412 \times 1872.6 = 264.4 \text{ kN}$$

顶部附加地震作用施加在屋面处，局部突出的屋顶小房间和第八层之间可近似按其重力荷载代表值的比例分配：

$$\Delta F_9 = \Delta F_n G_9 / (G_8 + G_9) = 264.4 \times 820 / (6130 + 820) = 31.1 \text{ kN}$$

$$\Delta F_8 = \Delta F_n G_8 / (G_8 + G_9) = 264.4 \times 6130 / (6130 + 820) = 233.3 \text{ kN}$$

(3) 楼层地震剪力设计值计算

各层地震作用的计算公式为：

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK} (1 - \delta_n)$$

楼层地震剪力设计值计算公式为：

$$\text{突出屋面小房间} \quad V_{E9} = \eta \gamma_{Eh} (F_9 + \Delta F_9)$$

$$\text{其他楼层} \quad V_{Ei} = \gamma_{Eh} \left(\sum_{j=i}^n F_j + \Delta F_n \right)$$

楼层的地震作用标准值和地震剪力设计值的计算结果列于表 15.6.5。

楼层地震作用标准值和地震剪力设计值

表 15.6.5

层 号	G_i (kN)	H_i (m)	$G_i H_i$ (kN·m)	F_i (kN)	ΔF_i	V_{Ei} (kN)	
						$\gamma_{Eh}=1.0$	$\gamma_{Eh}=1.3$
9	820	32.8	26896	36.8	31.1	203.7	264.8
8	6130	29.2	178996	244.7	233.3	545.9	709.7
7	9330	25.6	238848	326.5		872.4	1134.1
6	9330	22.0	205260	280.6		1153.0	1498.9
5	9330	18.4	171672	234.6		1387.6	1803.9
4	9330	14.8	138084	188.7		1576.3	2049.2
3	9330	11.2	104496	142.8		1719.1	2234.8
2	9330	7.6	70908	96.9		1816.0	2360.8
1	10360	4.0	41440	56.6		1872.6	2434.4
Σ	73290		1176600		264.4		

(4) 框架重力荷载效应

在重力荷载代表值作用下的框架内力分析，手算时可采用弯矩分配法。中框架的内力设计值计算结果列于表 15.6.6。

重力荷载作用下的中框架内力设计值

表 15.6.6

层号	左大梁		走道梁		边柱			中柱		
	M'_{lg} (kN·m)	M''_{lg} (kN·m)	M'_{lk} (kN·m)	M''_{lk} (kN·m)	N_G (kN)	M'_{dg} (kN·m)	M''_{dg} (kN·m)	N_G (kN)	M'_{dc} (kN·m)	M''_{dc} (kN·m)
8	-50.5	60.6	-16.2	16.2	-194.4 (-162.0)	50.5	57.0	-265.2 (-221.0)	-44.4	46.2
7	-104.2	114.2	-18.7	18.7	-440.4 (-367.0)	51.4	52.6	-602.4 (-502.0)	49.3	48.6
6	-105.1	115.6	-18.4	18.4	-706.8 (-589.0)	52.6	53.2	-967.2 (-806.0)	-48.6	-49.2
5	-104.2	114.7	-18.6	18.6	-972.0 (-810.0)	51.0	47.2	-1336.8 (-1109.0)	-46.8	42.7
4	-112.9	119.9	-16.0	16.0	-1237.2 (-1031.0)	65.8	69.0	-1694.4 (-1412.0)	-61.2	-57.4
3	-118.0	123.2	-12.7	12.7	-1503.6 (-1253.0)	56.2	52.4	-2058.0 (-1715.0)	-53.2	-49.8
	-123.4	127.1	-10.9	10.9	-1768.8	70.9	76.6	-2422.8	-66.4	-69.8
2	-120.0	122.9	-12.4	12.4	-1474.0 (-2064.0)	43.4	21.7	-2019.0 (-2826.0)	-40.7	20.4
1					(-1720.0)			(-2355.0)		

注：1. 弯矩以顺时针向为正，逆时针向为负；

2. 轴向力以拉力为正，压力为负；括号内数字为 γ_G 取用 1.0 时的 N_G 值；

3. 为简化计算，柱底未考虑自重对 N_G 的影响。

(5) 框架水平地震作用效应

首先将沿框架结构的楼层横向地震剪力设计值按各框架（包括框架和填充墙框架）的侧移刚度比例分配，其中框架部分承担的地震剪力设计值不应小于最不利的填充墙框架承担的地震剪力设计值的 40%，但无填充墙框架承担的剪力设计值，不宜小于对应填充墙框架中框架部分承担的剪力设计值（不包括由填充墙引起的附加剪力）。然后分析横向框架梁、柱的地震内力。各框架承担的地震剪力设计值和框架梁、柱的地震内力计算结果列于表 15.6.7～表 15.6.9。

框架和填充墙地震剪力设计值分配

表 15.6.7

层号	框 架		山墙填充墙框架						内横墙填充墙框架					
			框 架		填 充 墙		$0.4V_F$ (kN)		框 架		填 充 墙		$0.4V_F$ (kN)	
	$\frac{D}{\sum D + \sum K_w}$	V_F (kN)	$\frac{D}{\sum D + \sum K_w}$	V_F (kN)	$\frac{K_w}{\sum D + \sum K_w}$	V_F (kN)			$\frac{D}{\sum D + \sum K_w}$	V_F (kN)	$\frac{K_w}{\sum D + \sum K_w}$	V_F (kN)		
8	0.025	14.7	0.0217	12.8	0.07	41.2	21.6		0.025	14.7	0.214	126.0	56.3	
7	0.0257	26.8	0.0224	23.4	0.0696	72.6	38.4		0.0257	26.8	0.212	221.1	99.2	
6	0.0257	36.8	0.0224	32.1	0.0696	99.8	52.8		0.0257	36.8	0.212	303.9	136.3	
5	0.0372	65.5	0.0324	57.0	0.0606	106.6	65.4		0.0372	65.5	0.184	323.8	155.7	
4	0.0458	92.6	0.0369	74.6	0.0561	113.4	75.2		0.0458	92.6	0.169	341.7	173.7	
3	0.0458	101.7	0.0369	81.9	0.0561	124.6	82.6		0.0458	101.7	0.169	375.3	190.8	
2	0.0688	162.1	0.0568	133.8	0.0367	86.4	88.1		0.0688	162.1	0.110	259.1	168.5	
1	0.0737	179.4	0.0673	163.8	0.0316	76.9	96.3		0.0737	179.4	0.0953	232.0	164.6	

柱端地震弯矩设计值

表 15.6.8

层号	V_{FE} (kN)	边 柱					中 柱				
		$D/\Sigma D$	V_{CF} (kN)	η_c	M_{CF}^{L} (kN·m)	M_{CF}^{R} (kN·m)	$D/\Sigma D$	V_{CF} (kN)	η_c	M_{CF}^{L} (kN·m)	M_{CF}^{R} (kN·m)
8	56.3	0.2184	12.3	0.43	19.0	25.2		15.9	0.45	25.8	31.5
7	99.2	0.2224	22.1	0.45	35.8	43.8	0.2816	27.9	0.50	49.5	49.5
6	136.3	0.2224	30.3	0.49	53.4	55.6	0.2776	37.8	0.50	68.0	68.0
5	155.9	0.2224	34.7	0.49	61.0	63.5	0.2776	43.2	0.50	77.8	77.8
4	173.7	0.2161	37.5	0.50	67.5	67.5	0.2776	48.3	0.50	88.7	88.7
3	190.8	0.2161	41.2	0.50	74.2	74.2	0.2839	54.2	0.50	97.6	97.6
2	168.5	0.2109	35.5	0.50	63.9	63.9	0.2839	47.8	0.50	87.7	87.7
1	179.4	0.2302	41.3	0.65	107.4	57.8	0.2891	51.9	0.65	125.8	67.8

梁端地震弯矩和柱轴向力设计值

表 15.6.9

层号	边柱处		中 柱 处				V_{FE} (kN)		N_{E} (kN)	
	ΣM_{CF} (kN·m)	ΣM_{BF} (kN·m)	ΣM_{CF} (kN·m)	$K_{\text{E}}/\Sigma K_{\text{E}}$	ΣM_{BF} (kN·m)	M_{CF} (kN·m)	大梁	走道梁	边柱	中柱
8	19.0	-19.0	25.8	0.56	-14.4	-11.4	5.9	10.9	± 5.9	± 5.0
7	61.0	-61.0	81.0	0.62	-50.2	-30.8	19.5	29.3	± 25.4	± 14.8
6	97.2	-97.2	117.5	0.62	-72.9	-44.6	29.8	42.5	± 55.4	± 27.5
5	116.6	-116.6	145.8	0.62	-90.4	-55.8	36.3	53.1	± 91.4	± 44.3
4	131.0	-131.0	166.5	0.62	-103.2	-63.3	41.1	60.3	± 132.8	± 63.5
3	141.7	-141.7	186.3	0.62	-115.5	-70.8	45.1	67.4	± 177.9	± 85.8
2	138.1	-138.1	185.3	0.62	-114.9	-70.4	44.4	67.0	± 222.3	± 108.4
1	171.3	-171.3	213.5	0.62	-132.4	-81.1	53.3	77.2	± 275.6	± 132.3

(6) 填充墙框架中填充墙对框架柱引起的附加轴压力和附加剪力

填充墙框架的柱轴向压力和剪力，应考虑填充墙引起的附加轴向压力和附加剪力，其值可按下列公式确定：

$$\Delta N_{\text{f}} = V_{\text{w}} H_{\text{f}} / l$$

$$\Delta V_{\text{f}} = V_{\text{w}}$$

式中 ΔN_{f} ——框架柱的附加轴压力设计值；

V_{w} ——填充墙承担的剪力设计值，柱两侧有填充墙时可采用两者的较大值；

H_{f} ——框架的层高；

l ——框架的跨度；

ΔV_{f} ——框架柱的附加剪力设计值。

填充墙框架柱的附加轴向压力和附加剪力设计值计算结果见表 15.6.10。

(7) 框架组合的内力设计值

填充墙框架柱的附加轴向压力和附加剪力设计值

表 15.6.10

层号	山墙填充墙框架			内横墙填充墙框架		
	V_w (kN)	$\Delta N_f = V_w H_f / l$ (kN)	$\Delta V_f = V_w$ (kN)	V_w (kN)	ΔN_f (kN)	ΔV_f (kN)
8	41.2	± 26.0	± 41.2	126.0	± 79.6	± 126.0
7	72.6	± 45.9	± 72.6	221.1	± 139.6	± 221.1
6	99.8	± 63.0	± 99.8	303.9	± 191.9	± 303.9
5	106.6	± 67.3	± 106.6	323.8	± 204.5	± 323.8
4	113.4	± 71.6	± 113.4	341.7	± 215.8	± 341.7
3	124.6	± 78.7	± 124.6	375.3	± 237.0	± 375.3
2	86.4	± 54.6	± 86.4	259.1	± 163.6	± 259.1
1	76.9	± 54.0	± 76.9	232.0	± 162.8	± 232.0

在本例中, 只考虑重力荷载内力与水平地震作用内力的组合, 按《规范》规定, 框架的抗震等级属三级, 不利组合内力设计值的具体公式为:

$$\text{梁端弯矩} \quad M_b = M_{bG} + M_{bE}$$

$$\text{梁端剪力} \quad V_b = \eta_{vb}(M_b^l + M_b^r)_{\max} / l_n + 0.5 \times 1.2 q_k l_n$$

$$\text{柱轴压力} \quad N_c = N_G \pm N_E + \Delta N_f$$

$$\text{或} \quad N_c = N_G \pm N_E$$

式中, N_G 的重力代表值分项系数 γ_G , 不利时取为 1.2, 有利时取为 1.0。

$$\text{柱端弯矩} \quad M_c = M_{cG} + M_{cE}$$

$$\text{柱端剪力} \quad V_c = \eta_{vc}(M_c^u + M_c^l) / H_n + \Delta V_f$$

$$\text{或} \quad V_c = \eta_{vc}(M_c^u + M_c^l) / H_n$$

以首层为例, 大梁 $l_n = 5.15\text{m}$, $q_k = 59.5\text{kN/m}$; 走道梁 $l_n = 1.55\text{m}$, $q_k = 47.8\text{kN/m}$; 柱净高 $H_n = 3.35\text{m}$; $\eta_{vb} = \eta_{vc} = 1.1$ 。梁、柱组合内力设计值计算结果列于表 15.6.11 和表 15.6.12。

首层梁的组合内力设计值

表 15.6.11

组 合	左 大 梁				走 道 梁			
	M_b^l (kN·m)	M_b^r (kN·m)	V_{Gb} (kN)	V_b (kN)	M_b^l (kN·m)	M_b^r (kN·m)	V_{Gb} (kN)	V_b (kN)
G+E	-291.3	-41.8	183.9	-240.5	-144.8	-120.0	44.5	-215.3
G-E	51.3	204.0		233.5	120.0	144.8		215.3

首层柱的组合内力设计值

表 15.6.12

组 合	边 柱					中 柱				
	N (kN)	M_c^u (kN·m)	M_c^l (kN·m)	V_c^u (kN)	V_c^l (kN)	N (kN)	M_c^u (kN·m)	M_c^l (kN·m)	V_c^u (kN)	V_c^l (kN)
G+E	-2502.4 (-2158.4)	150.8	79.5	68.7	300.7	-2958.4 (-2487.4)	85.1	47.4	271.6	39.6
G-E	-1625.6 (-1281.6)	-64.0	-36.1	-261.9	-29.9	-2856.5 (-2365.5)	-166.5	-88.2	-76.0	-308.0

(8) 填充墙框架构件截面承载力验算

以首层为例

1) 大梁

以梁左端截面为例, $M_b^u = 291.3\text{kNm}$, $M_b^l = 51.3\text{kNm}$ 。选用纵向钢筋数量为

$$3\phi 25(\text{上部}) \quad A_s = 1473\text{mm}^2, \rho = 0.94\% > \rho_{\min}$$

$$3\phi 22(\text{下部}) \quad A'_s = 1140\text{mm}^2, \rho = 0.73\% > \rho_{\min}$$

$$A'_s/A_s = 1140/1473 = 0.77 > 0.3(\text{三级})$$

截面上部

$$A'_s = 1140\text{mm}^2 \geq 0.3A_s, \text{计算 } x \text{ 时, 取 } A'_s = 0.5A_s$$

$$\begin{aligned} x &= f_y(A_s - A'_s)/f_{cm}b \\ &= 310(1473 - 0.5 \times 1473)/(11 \times 240) \\ &= 86.5\text{mm} > 2a'_s = 70\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm}bx \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] \\ &= \frac{1}{0.75} [11 \times 240 \times 86.5 \times (615 - 0.5 \times 86.5) + 310 \times 1140 \times 580] / 10^6 \\ &= 447.4\text{kN} \cdot \text{m} > M_b^u = 291.3\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

截面下部

$$A'_s = 1473\text{mm}^2 \geq 0.3A_s, \text{计算 } x \text{ 时, 取 } A'_s = 0.5A_s$$

$$\begin{aligned} x &= f_y(A_s - A'_s)/f_{cm}b \\ &= 310(1140 - 0.5 \times 1140)/(11 \times 240) \\ &= 66.9\text{mm} < 2a'_s = 70\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\gamma_{RE}} [f_y A_s (h_0 - a'_s)] = \frac{1}{0.75} [310 \times 1140 \times 580] \\ &= 273.3\text{kN} \cdot \text{m} > M_b^l = 51.3\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

箍筋数量为 $2\phi 8 - 100$, $A_{sv} = 101\text{mm}^2$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\gamma_{RE}} \left[0.056 f_c b h_0 + 1.2 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 \right] \\ &= \frac{1}{0.85} \left(0.056 \times 240 \times 615 + 1.2 \times 210 \times \frac{101}{100} \times 615 \right) \\ &= 281.4\text{kN} > V_{\max} = 240.5\text{kN} \end{aligned}$$

$$\text{且} \quad \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0) = \frac{1}{0.85} (0.2 \times 10 \times 240 \times 615) = 347.3\text{kN}$$

配筋数量已满足三级框架梁端加密区不少于直径 $\phi 8$ 和间距 150 以及箍筋肢距不大于 250mm 的要求。

2) 中柱

$$\lambda_N = \frac{N_c}{f_c b_c h_c} = \frac{2958.4}{12500 \times (0.55)^2} = 0.78 < [\lambda_N] = 0.9$$

纵向钢筋选用 $4\phi 8 + 8\phi 12$, $\Sigma A_s = 1256 + 1357 = 2613\text{mm}^2$

$$A_s = A'_s = 628\text{mm}^2, \rho = 0.86\% > 0.6\%$$

$$\xi = \frac{\gamma_{RE} N_c}{f_{cm} b h_0} = \frac{0.8 \times 2856.5}{13500 \times 0.55 \times 0.51} = 0.60$$

$\xi > \xi_b$ 属小偏心受压构件

$$H_n/h = 3.35/0.55 = 6.1 < 8, \eta = 1.0$$

$$\xi = \frac{\gamma_{RE} N - \xi_b f_{cm} b h_0}{\gamma_{RE} N \left[\eta \frac{N_c}{N} + e_a \right] + 0.5(h_0 - a'_s)} - \frac{0.45 f_{cm} b h_0^2}{(0.8 - \xi_b)(h_0 - a'_s)} + \xi_b$$

$$\frac{M_c}{N} = \frac{166.5}{2856.5} = 58\text{mm} < 0.3h_0 = 0.3 \times 510 = 153\text{mm}$$

$$e_a = 0.12 \left(0.3h_0 - \frac{M_c}{N} \right) = 0.12 \times (153 - 58) = 11.4\text{mm}$$

ξ_b 取为 0.544

$$\xi = \frac{0.8 \times 2856500 - 0.544 \times 13.5 \times 550 \times 510}{0.8 \times 2856500 \left[(58 + 11.4) + 0.5 \times 480 \right] - 0.45 \times 13.5 \times 550 \times 510^2} + 0.544$$

$$= 0.644$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_{RE}} [f_y A'_s (h_0 - a'_s) + \xi (1 - 0.5\xi) f_{cm} b h_0^2] + 0.5N(h_0 - a'_s) - Ne_a \\ &= \left\{ \frac{1}{0.8} [310 \times 628 \times 480 + 0.644 \times (1 - 0.5 \times 0.644) \times 13.5 \times 550 \times 510^2] \right\} / 10^6 \\ &= 452.7\text{kN} \cdot \text{m} > M_{\text{cmax}}^u = 166.5\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

箍筋数量为 $\Phi 10-100$ 复合箍, $A_{sv} = 314\text{mm}^2$

$$N > 0.3f_c b h = 0.3 \times 12500 \times 0.55^2 = 1134.4\text{kN}$$

取 $N = 1134.4\text{kN}$; $\lambda = \frac{3.35}{2 \times 0.51} = 3.28 > 3$, 取 $\lambda = 3$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(\frac{0.16}{\lambda + 1.5} f_c b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.56N \right) \\ &= \frac{1}{0.85} \left(\frac{0.16}{3 + 1.5} \times 12.5 \times 550 \times 510 + 210 \times \frac{314}{100} \times 510 + 0.56 \times 1134400 \right) / 10^3 \\ &= 617.0\text{kN} > V_c (\text{表 15.6.12}) \end{aligned}$$

$$\rho_v = \frac{\sum_{i=1}^n A_{si} l_i}{s A_{c0}} \times 100\% = \frac{4 \times \left(500 + \frac{500}{3} \sqrt{2} \right) \times 78.5}{100 \times (500)^2} \times 100\% = 0.92\%$$

三级框架柱当轴压力比大于 0.6 时, 箍筋最小体积配箍率 0.8%~1.2%, 以及箍肢距不宜大于 300mm, 满足要求。

3) 节点

三级框架柱节点核心区可不进行抗震验算,其箍筋量按构造要求,体积配筋率不小于0.6%。

4) 填充墙框架

柱上下端正截面承载力设计值的计算要用到柱的轴压力,同一层柱上、下端截面轴压力的差别为柱下端比柱上端截面多一个柱自重,对于底层,这个差异相对很小,在计算中可以忽略,但对于顶层柱影响就相对大一些。

边柱:

$$\xi = \frac{\gamma_{RE} N}{f_{cm} b} = \frac{0.8 \times 1281600}{13.5 \times 550} = 138 \text{mm}$$

$$\xi = \frac{138}{510} = 0.27 < \xi_n, \text{ 为大偏心受压构件}$$

$$H_n/h = \frac{3.35}{0.55} = 6.10 < 8, \eta = 1.0$$

$$\frac{M_c}{N} = \frac{64000}{1281.6} = 50 \text{mm} < 0.3 \times 510 = 153 \text{mm}$$

$$e_a = 0.12 \left(0.3h_0 - \frac{M_c}{N} \right) = 0.12 \times (153 - 50) = 12.4 \text{mm}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] - 0.5N(h_0 - a'_s) - Ne_s \\ &= \left\{ \frac{1}{0.8} \left[13.5 \times 550 \times 138 \times \left(510 - \frac{138}{2} \right) + 310 \times 628 \times 480 \right] \right. \\ & \quad \left. - 0.5 \times 1281600 \times 480 - 1281600 \times 12.4 \right\} / 10^6 \\ &= 358.2 \text{kN} \cdot \text{m} > M_c^u = 64.0 \text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

一层砖墙:

砖填充墙砂浆强度等级为 M5, $f_v = 0.12 \text{MPa}$, $\sigma_0 = 0.032 \text{MPa}$

$$\xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v}$$

$$= \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.032 / 0.12} = 0.88$$

$$\frac{1}{\gamma_{REW}} f_v \xi_N A_{w0} = \frac{1}{0.8} \times 0.88 \times 120 \times 3.95 \times 0.24 = 111.2 \text{kN}$$

$$\frac{1}{\gamma_{REC}} \sum (M_{yc}^u + M_{yc}^l) / H_c + \frac{1}{\gamma_{REW}} \sum f_v \xi_N A_{w0}$$

$$= 4 \times (358.2 + 452.7) / 3.35 + 2 \times 111.2$$

$$= 1190.6 \text{kN} > V_{fw} = 179.4 + 232.0 = 411.4 \text{kN}$$

3. 填充墙框架的变形验算

(1) 填充墙框架的弹性变形验算

在多遇水平地震作用下，填充墙框架结构层间弹性变形验算结果列于表 15.6.13，从表中可以看出满足规范要求， $[\theta_e] = 1/550$ 。

砖填充墙框架层间弹性位移 表 15.6.13

层	V_k	$\Sigma (K_w + D) (\times 10^5)$	$\Delta u_{ei} (mm)$	$\Delta u_{ei}/H_i$
8	453.1	20.175	0.22	1/16363
7	802.4	20.496	0.39	1/92230
6	1102.5	20.496	0.54	1/6666
5	1353.5	14.138	0.96	1/3250
4	1555.4	14.805	1.05	1/3428
3	1708.2	14.805	1.15	1/3130
2	1811.9	10.929	1.66	1/2168
1	1872.6	11.391	1.64	1/2439

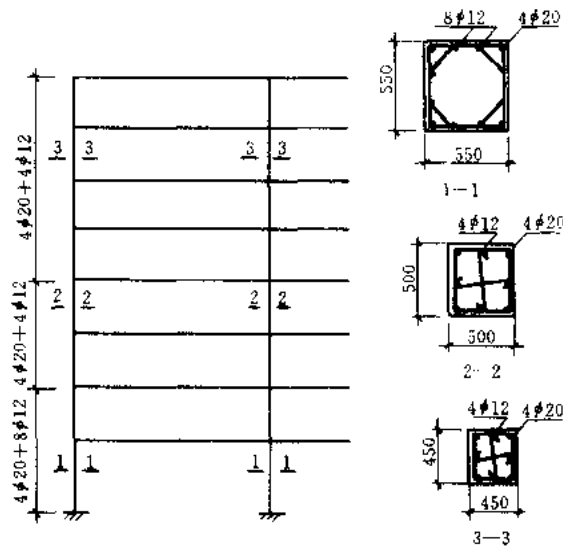


图 15.6.3 框架柱配筋

(2) 填充墙框架弹性变形验算

根据框架构件截面承载力验算，柱的配筋见图 15.6.3。填充墙框架的楼层受剪承载力 V_y 可采用下列公式计算：

$$V_y = \Sigma V_{yc} + \Sigma f_{VEk} A_{w0}$$

式中 V_{yc} ——框架柱楼层受剪承载力，根据梁柱的实际配筋和材料强度标准值以及梁柱组合件的破坏形式来计算；

$f_{VEk} A_{w0}$ ——填充墙斜面受剪承载力。

根据梁、柱的截面尺寸、主筋量和柱的轴压力，可计算得到梁、柱控制截面的受弯承载力，通过对梁柱组合件破坏形式的分析，可计算得到各柱的屈服

剪力，并计算砖填充墙的极限受剪承载力，可计算得到砖填充墙框架的楼层受剪承载力。内横墙填充墙框架楼层受剪承载力和层间弹塑性位移检验结果，分别列于表 15.6.14 和表 15.6.15。

内横墙填充框架楼层受剪承载力 表 15.6.14

层 号	边 柱	中 柱	填充墙 $V_{wy} (kN)$	$V_y (kN)$
	$V_{iy} (kN)$	$V_{ey} (kN)$		
8	47.24	55.23	295.49	500.4
7	75.05	90.96	295.49	615.2
6	88.78	121.37	295.49	715.8
5	111.96	133.47	295.49	786.3
4	194.88	227.06	291.84	1135.7
3	198.96	227.57	291.84	1144.9
2	286.56	325.24	288.19	1511.8
1	249.41	272.78	288.19	1332.6

内横墙填充框架层间弹塑性位移

表 15.6.15

层号	V_c (kN)	K_w (kN/m)	Δu_i (mm)	V_j (kN)	ξ_y	η_p	Δu_c (mm)	$\Delta u_p/H$	$[\theta_p]$
8	879.4	481.74×10^3	1.83	500.4	0.57				
7	1549.4	487.26×10^3	3.18	615.2	0.40				
6	2129.4	487.26×10^3	4.37	715.8	0.34				
5	2433.1	313.4×10^3	7.76	786.3	0.32	2.16	16.8	1/214	1/50
4	2714.4	315.42×10^3	8.61	1135.7	0.42				
3	2981.3	315.42×10^3	9.45	1144.9	0.38				
2	2632.5	195.86×10^3	13.44	1511.8	0.57				
1	2571.3	192.58×10^3	13.35	1332.6	0.52				

15.6.2 4层钢筋混凝土框架结构抗震设计

1. 工程概况

本例为一幢教学实验楼，设防烈度为9度，场地特征周期为0.3s，现浇钢筋混凝土框架，楼、屋盖为装配整体式，外墙采用砖与加气混凝土复合墙，内墙为加气混凝土砌块墙，梁、柱的混凝土强度等级均为C35，主筋为HRB335级变形钢筋。

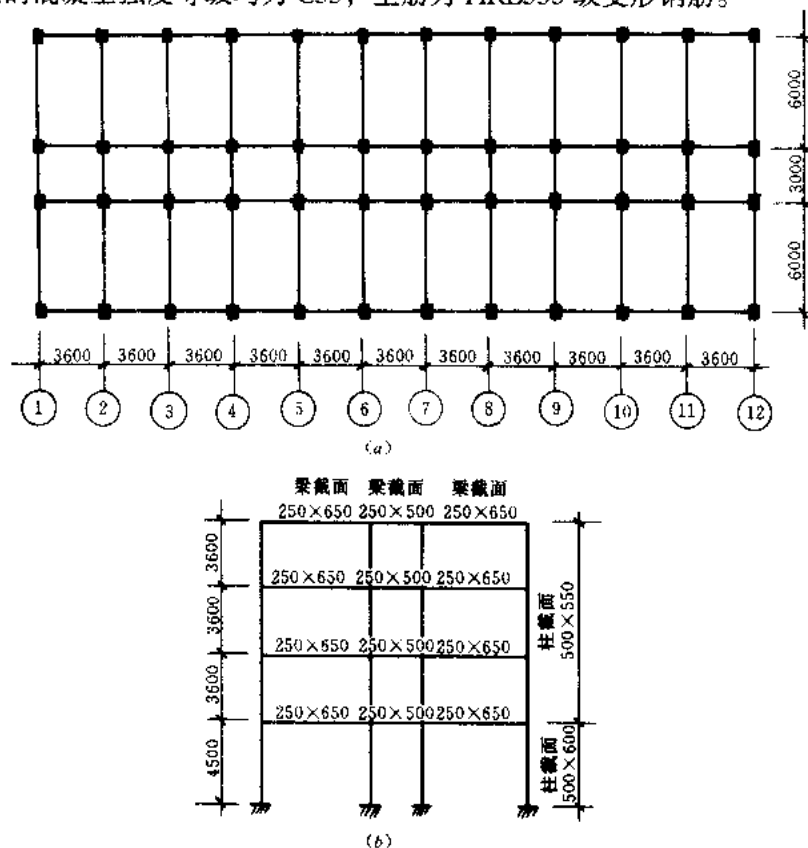


图 15.6.4 房屋平、剖面图

(a) 平面图; (b) 剖面图

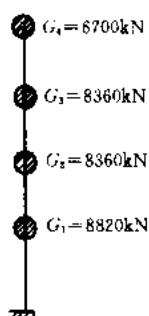


图 15.6.5 各楼层重力荷载代表值

建筑结构平、立面布置和构件尺寸如图 15.6.4 所示, 各楼层重力荷载代表值如图 15.6.5 所示。

2. 地震作用、地震内力计算和构件的承载力验算

(1) 框架刚度计算

采用 D 值法计算框架刚度, 其中采用装配整体式楼、屋盖时梁的惯性矩, 中间框架取 $I = 1.5I_0$, 边框架取 $I = 1.2I_0$; 混凝土弹性模量为 $E_c = 31.5\text{kN/mm}^2$ 。计算结果列于表 15.6.16~表 15.6.18。

(2) 多遇地震作用标准值计算

梁的线刚度

表 15.6.16

类别	混凝土强度等级	截面	跨度	矩形截面惯性矩	边 框 架		中 框 架	
		$b \times h$ (m^2)	l (m)	$I_0 (\times 10^{-3})$ (m^4)	$I (\times 10^{-3})$ (m^4)	$k_b = \frac{E_c I}{l} (\times 10^4)$ ($\text{kN}\cdot\text{m}$)	$I (\times 10^{-3})$ (m^4)	$k_b = \frac{E_c I}{l} (\times 10^4)$ ($\text{kN}\cdot\text{m}$)
边跨梁	C35	0.25×0.65	6.0	5.72	6.86	3.60	8.58	4.50
中跨梁	C35	0.25×0.50	3.0	2.60	3.12	3.28	3.90	4.10

柱的线刚度

表 15.6.17

层 号	混凝土强度等级	截 面	层 高	惯性矩	线刚度
		$b \times h$ (m)	H (m)	$I (\times 10^{-3})$ (m^4)	$k_c = \frac{E_c I}{l} (\times 10^4)$ ($\text{kN}\cdot\text{m}$)
2~4	C35	0.5×0.55	3.6	6.93	6.06
1	C35	0.5×0.60	4.5	9.00	6.30

框架的总刚度

表 15.6.18

层号	D (kN/m)				$\Sigma D (\times 10^5)$ (kN/m)
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
2~4	$15192.5 \times 20 = 303850.0$	$23289.4 \times 20 = 465788.0$	$12849.9 \times 4 = 51399.6$	$20318.1 \times 4 = 81272.4$	9.023
1	$16701.8 \times 20 = 334036.0$	$20691.8 \times 20 = 413836.0$	$15555.6 \times 4 = 62222.4$	$19222.5 \times 4 = 76890.0$	8.870

该建筑物总高度为 15.3m, 且质量和刚度沿高度分布也较均匀, 可采用底部剪力法计算结构的地震作用。

1) 基本自振周期

结构基本周期计算采用能量法公式, 由于房屋外墙采用砖和加气混凝土复合墙, 内墙为加气混凝土砌块墙, 其周期折减系数 ψ_T 取为 0.9, 具体计算列于表 15.6.19。

$$T_1 = 2\psi_T \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n G_i u_i^2}{\sum_{i=1}^n G_i u_i}}$$

$$= 2 \times 0.9 \sqrt{146.31/2080.83} = 0.48s$$

2) 水平地震作用标准值和楼层地震剪力设计值

能量法计算结构的基本周期

表 15.6.19

层号	G_i (kN)	ΣD ($\times 10^5$) (kN/m)	$\Delta u_i = \frac{\sum_{j=i}^n G_j}{D_i}$ (m)	$u_i = \sum_{j=1}^i \Delta u_j$ (m)	$G_i u_i$	$G_i u_i^2$
4	6700.0	9.023	0.007425	0.086419	579.007	50.037
3	8360.0	9.023	0.016691	0.078994	660.3898	52.1668
2	8360.0	9.023	0.025956	0.062303	520.853	32.451
1	8820.0	8.87	0.036347	0.036347	320.581	11.652
Σ	32240		0.086419		2080.83	146.31

9 度和场地特征周期为 0.3s

$$\alpha_{\max} = 0.32, T_g = 0.30s$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{T_g}{T_1} \right)^{0.9} \alpha_{\max} = \left(\frac{0.3}{0.48} \right)^{0.9} \times 0.32 = 0.2096$$

$$T_1 > 1.4 T_g = 1.4 \times 0.30 = 0.42s$$

应考虑顶部附加地震作用

$$F_{Ek} = \alpha_1 G_{eq} = 0.2096 \times 0.85 \times 32240.0 = 5743.9kN$$

$$\delta_n = 0.08 T_1 + 0.07 = 0.1084$$

$$\Delta F_n = \delta_n F_{Ek} = 0.1084 \times 5743.9 = 622.6kN$$

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} (1 - \delta_n) F_{Ek}$$

楼层地震剪力设计值计算结构列于表 15.6.20。

楼层地震剪力设计值

表 15.6.20

层号	G_i (kN)	H_i (m)	$G_i H_i$ (kN·m)	F_i (kN)	ΔF_n (kN)	$V_{Ei} = \gamma_{Eh}$ $\left(\sum_{j=i}^n F_j + \Delta F_n \right)$
4	6700.0	15.3	102510.0	1706.0		3027.2
3	8360.0	11.7	97812.0	1627.8		5143.3
2	8360.0	8.1	67716.0	1126.9		6608.3
1	8820.0	4.5	39690.0	660.6	622.6	7467.1
Σ	32240.0		307728.0	5121.3		

3) 框架水平地震作用效应

将框架横向的楼层地震剪力设计值按各平面框架的侧移刚度分配，得到边框架和中框架承担的楼层地震剪力设计值。

将一榀框架的楼层地震剪力，按各柱的 D 值分配求得各柱的地震剪力设计值 $V_{cE} = V_{Ei} D / \Sigma D$ ，近似按倒三角形楼层地震剪力设计值分布确定各柱的反弯点，计算柱端地震弯矩设计值 $M_{cE}^l = V_{cE} y_l h_i$ 和 $M_{cE}^u = V_{cE} (1 - y_l) h_i$ ；可按节点处两侧梁的线刚度 k_b 分配

求得梁端地震弯矩设计值 $M_{bE} = \Sigma M_{cE} k_b / \Sigma k_b$; 然后计算梁端地震剪力设计值 $V_{bE} = (M_{bE}^l + M_{bE}^r) / l_n$, 并由节点两侧梁端剪力设计值之差求得柱的地震压力设计值 $N_E = \Sigma (V_{bE}^l - V_{bE}^r)$, 中框架内力设计值计算列于表 15.6.21 和表 15.6.22

柱端地震弯矩设计值 表 15.6.21

层号	边 柱					中 柱				
	$D/\Sigma D$	V_{cE} (kN)	η_c	M_{cE}^u (kN·m)	M_{cE}^l (kN·m)	$D/\Sigma D$	V_{cE} (kN)	η_c	M_{cE}^u (kN·m)	M_{cE}^l (kN·m)
4	0.0168	45.8	0.35	107.2	57.7	0.0258	70.4	0.40	152.1	101.4
3	0.0168	83.8	0.45	165.9	135.8	0.0258	128.7	0.45	254.8	208.5
2	0.0168	110.1	0.50	198.2	198.2	0.0258	169.0	0.50	304.2	304.2
1	0.0188	140.4	0.70	189.5	442.3	0.0233	174.0	0.65	274.1	509.0

梁端地震弯矩和柱的地震轴向力设计值 表 15.6.22

层号	边 柱 处		中 柱 处				V_{bE} (kN)		N_E (kN)	
	ΣM_{cE} (kN·m)	M_{bE}^l (kN·m)	ΣM_{cE} (kN·m)	$K_b/\Sigma K_b$	M_{bE}^u (kN·m)	M_{bE}^r (kN·m)	边跨梁	中跨梁	边柱	中柱
4	107.2	-107.2	152.1	0.523	-79.5	-72.6	-31.1	-48.4	-31.1	-17.3
3	223.6	-223.6	356.2	0.523	-186.3	-169.9	-68.3	-113.3	-99.4	-62.3
2	334.0	-334.0	512.7	0.523	-268.1	-244.6	-100.4	-163.1	-199.8	-125.0
1	387.7	-387.7	578.3	0.523	-302.5	-275.8	-115.0	-183.9	-314.8	-193.9

4) 框架重力荷载效应

在重力荷载代表值作用下的框架内力分析, 手算时可采用弯矩分配法。其中, 重力荷载分项系数 $\gamma_G = 1.2$ 梁端弯矩调幅系数为 0.8, 与地震作用效应组合时, 屋面活荷载不考虑, 按等效均布荷载考虑楼面活荷载起组合值系数取为 0.5, 中框架重力荷载作用的内力设计值计算结果, 列于表 15.6.23 中。

重力荷载作用下的中框架内力设计值 表 15.6.23

层号	左边跨梁		中跨梁		边 柱			中 柱		
	M_{bG}^l (kN·m)	M_{bG}^r (kN·m)	M_{bG}^l (kN·m)	M_{bG}^r (kN·m)	N_G (kN)	M_{cG}^u (kN·m)	M_{cG}^l (kN·m)	N_G (kN)	M_{cG}^u (kN·m)	M_{cG}^l (kN·m)
4	-53.8	74.9	-30.4	30.4	-159.6 (-133.0)	67.2	53.9	-207.9 (-170.8)	-43.8	-47.1
3	-80.2	91.4	-22.2	22.2	-448.9 (-374.1)	26.2	48.0	-453.4 (-377.8)	-39.5	-40.6
2	-78.8	90.7	-23.2	23.2	-738.0 (-605.0)	590.5	53.6	-752.0 (-626.7)	-43.8	-45.9
1	-76.6	88.8	-24.9	24.9	-1035.2 (-862.7)	42.2	21.6	-1057.2 (-881.0)	-34.0	-17.0

- 注: 1. 弯矩以顺时针方向为正, 反时针方向为负;
2. 轴向力以拉力为正, 压力为负, 括号内数字为 $\gamma_G = 1.0$ 的 N_G 值;
3. 表中所示柱轴向力设计值的部位为柱底截面。

5) 框架组合内力设计值和构件截面承载力验算

本例题只考虑重力荷载内力与水平地震作用内力的组合, 按《规范》规定, 9 度区的

钢筋混凝土框架房屋的抗震等级属于一级，在内力组合中，应考虑地震作用内力的调整。内力的调整原则和方法可按照本章第四节进行。

6) 梁的内力组合和截面抗震验算

① 梁

梁端弯矩的组合设计值，以首层为例列于表 15.6.24。

首层梁端组合弯矩设计值表

表 15.6.24

组 合	左 大 梁		走 道 梁	
	M'_b (kN·m)	M''_b (kN·m)	M'_b (kN·m)	M''_b (kN·m)
G + E	-464.3	-213.7	-144.8	-120.0
G - E	311.1	391.3	120.0	144.8

注：G 表示重力荷载下的内力设计值，E 表示地震作用下的内力设计值。

左大梁

梁左端截面纵向钢筋实际配筋为

$$4\phi 25(\text{上部}) \quad A_s = 1964\text{mm}^2 \quad \rho = 1.2\%$$

$$4\phi 22(\text{下部}) \quad A'_s = 1520\text{mm}^2 \quad \rho = 0.94\%$$

截面上部

$$\begin{aligned} x &= f_y(A_s - 0.5A'_s)/f_{cm}b \\ &= 310 \times 0.5 \times 1964 / 19.0 \times 250 = 64.1\text{mm} < 2a'_s \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\gamma_{RE}}[f_y A_s (h_0 - a'_s)] = \frac{1}{0.75} \times 310 \times 1964 \times 580 = 470.8\text{kN} \cdot \text{m} > M'_b = 464.3\text{kN} \cdot \text{m}$$

截面下部

$$x < 2a_s$$

$$\frac{1}{\gamma_{RE}} f_y A'_s (h_0 - a_s) = \frac{1}{0.75} \times 310 \times 1520 \times 580 = 364.4\text{kN} \cdot \text{m} > M'_b = 311.1\text{kN} \cdot \text{m}$$

左大梁（右大梁）左右两端纵向钢筋实际配筋相同。

左大梁的计算配筋，梁左端截面为：1936.7mm²（上部）和 1297.7mm²（下部），右端截面为：1632.2mm²（上部）和 891.4mm²（下部）。

左大梁的梁端剪力增大系数为 1.3，但尚应符合 $V = 1.1 (M_{Lun}^L + M_{Lun}^R) / L_n + V_{Gb}$

走道梁

梁左端截面纵向钢筋实际配筋为：

$$4\phi 25(\text{上部}) \quad A_s = 1964\text{mm}^2 \quad \rho = 1.57\%$$

$$4\phi 22(\text{下部}) \quad A'_s = 1520\text{mm}^2 \quad \rho = 1.22\%$$

截面上部

$$\begin{aligned} x &= f_y(A_s - 0.5A'_s)/f_{cm}b \\ &= 310 \times 0.5 \times 1964 / (19 \times 250) = 64.1\text{mm} < 2a'_s \\ \frac{1}{\gamma_{RE}}[f_y A_s (h_0 - a'_s)] &= \frac{1}{0.75} \times 310 \times 1964 \times 430 \\ &= 349.1\text{kNm} > M'_b = 300.71\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

截面下部

$$x < 2a'_s$$

$$\frac{1}{\gamma_{RE}} f_y A_s (h_0 - a'_s) = \frac{1}{0.75} \times 310 \times 1520 \times 430 \times 10^{-6}$$

$$= 270.2 \text{ kN} \cdot \text{m} > M'_b = 250.9 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

走道梁左右两端截面的计算配筋为：1691.9mm²（上部）和1411.7mm²（下部）

走道梁的梁端剪力增大系数为1.3，但尚应符合 $V = 1.1(M'_{L_{\max}} + M'_{L_{\min}})/L_n + V_{GJ}$

走道梁

η_{vb} 底层梁的梁端剪力增大系数，对于左大梁的 $(M'_b + M''_b)$ 为 G-E 组合起控制作用，所以 η_{vb} 应取 1.3，走道梁 $\eta_{vb} = 1.3$ ，左大梁与走道梁的剪力控制中计算剪力的 1.3 倍较实配的 1.1 倍大，这样可运用下式算得底层梁的梁端组合剪力设计值，列于表 15.6.25

底层梁的梁端

组合剪力设计值 表 15.6.25

类 别	左（右）大梁	走道梁
梁端剪力组合值（kN）	287.5	338.6

注：梁端剪力计算时， M'_b 和 M''_b 应取节点边缘处的弯矩设计值，为简化计，该例均取轴线处的弯矩设计值（这样取值偏于安全）。

$$V_b = 1.3(M'_b + M''_b)/l_n + 0.6q_k l_n$$

其中大梁 $q_k = 33.5 \text{ kN/m}$ ， $l_n = 5.4 \text{ m}$ ；走道梁为 $q_k = 29.0 \text{ kN/m}$ ， $l_n = 2.4 \text{ m}$ 。

梁的斜截面受剪承载力验算

大梁的箍筋数量为 $\phi 10 @ 100$ ， $A_{sv} = 157 \text{ mm}^2$ 。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.056 f_c b h_0 + 1.2 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 \right) \\ &= \frac{1}{0.85} \left(0.056 \times 17.5 \times 250 \times 615 + 1.2 \times 210 \times \frac{157}{100} \times 615 \right) \\ &= 463.5 \text{ kN} > 287.5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{且 } \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0) &= \frac{1}{0.85} \times (0.2 \times 17.5 \times 250 \times 615) \\ &= 538.1 \text{ kN} > 287.5 \text{ kN} \end{aligned}$$

走道梁的箍筋数量为 $\phi 10 @ 100$ ， $A_{sv} = 157 \text{ mm}^2$ 。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.056 f_c b h_0 + 1.2 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 \right) \\ &= \frac{1}{0.85} \left(0.056 \times 17.5 \times 250 \times 465 + 1.2 \times 210 \times \frac{157}{100} \times 465 \right) \\ &= 350.5 \text{ kN} > V_b = 338.6 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{且 } \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0) &= \frac{1}{0.85} \times (0.2 \times 17.5 \times 250 \times 465) \\ &= 478.7 \text{ kN} > 338.6 \text{ kN} \end{aligned}$$

②柱

底层柱轴向力的组合内力见表 15.6.26。

首层柱底弯矩 $M_c = 1.5 (M_{cG} \pm M_{cE})$ ，列于表 15.6.27。

底层柱底
轴向力的组合值 (kN)

表 15.6.26

组 合	边 柱	中 柱
G + E	-1350.0 (-1177.5)	-1250.8 (-1074.6)
G - E	-720.4 (-547.9)	-863.6 (-687.4)

注：括号内数字为 $\gamma_{G1} = 1.0$ 的 N 值。

底层柱底
组合弯矩值 (kN·m)

表 15.6.27

组 合	边 柱	中 柱
1.5 ($M_{cG} \pm M_{cE}$)	695.9	738.0
1.5 ($M_{cG} \pm M_{cE}$)	-631.1	-789.0

除底层柱底外的柱端弯矩设计值 $\Sigma M_c = \eta_c \Sigma M_b$ ，对 9 度和一级框架结构尚应符合 $\Sigma M_c = 1.2 \Sigma M_{bu0}$ 。

这里要说明的是，底层柱顶和第二层柱底的弯矩取值的增大系数，应分别按顺时针和反时针的 ΣM_b 乘以相应的顺时针和反时针的 η_c ，然后再按底层和第二层柱的线刚度进行分配得到相应的柱端弯矩设计值。

底层柱顶弯矩和轴向力组合值见表 15.6.28。

底层柱顶弯矩和轴向力组合值

表 15.6.28

组 合	边 柱		中 柱	
	M_c^u (kN·m)	N_c^u (kN)	M_c^u (kN·m)	N_c^u (kN)
G + E	-291.3	-1316.3 (-1143.8)	429.7	-1271.1 (-1040.9)
G - E	225.0	-754.2 (-581.7)	453.7	-897.4 (-721.2)

柱轴压比验算：

边柱

$$\lambda_N = \frac{N}{f_c b h} = \frac{1350.0 \times 10^3}{17.5 \times 500 \times 600} = 0.26 < [\lambda_N] = 0.7$$

中柱

$$\lambda_N = \frac{N}{f_c b h} = \frac{1250.8 \times 10^3}{17.5 \times 500 \times 600} = 0.24 < [\lambda_N] = 0.7$$

柱截面承载力验算：

边柱柱底截面配筋为 12 ϕ 28， $A_s = 2460 \text{mm}^2$

对于 G + E 组合的柱底弯矩

$$x = \gamma_{RE} N / f_{cm} b$$

$$= (0.8 \times 1350.0 \times 10^3) / 19 \times 500 = 113.7 > 2a'_s$$

$$\frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] - 0.5 N (h_0 - a'_s)$$

$$= \frac{1}{0.8} [19 \times 500 \times 113.7 \times 503.15 + 290 \times 2460 \times 520] - 0.5 \times 1350000 \times 520$$

$$= 792.1 \text{kN} \cdot \text{m} > M_c^l = 695.9 \text{kN} \cdot \text{m}$$

对于 $G-E$ 组合的柱底弯矩, $\lambda_N < 0.15$, $\gamma_{RE} = 0.75$,

$$x < 2a'_s$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_{RE}} f_y A_s (h_0 - a'_s) + 0.5N(h_0 - a'_s) \\ &= \frac{1}{0.75} \times 290 \times 2460 \times 520 + 0.5 \times 547900 \times 520 \\ &= 637.1 \text{ kN} \cdot \text{m} > M'_c = 631.1 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

中柱柱底截面配筋为 $16\phi 28$, $A_s = 3079 \text{ mm}^2$

对于 $G+E$ 组合的柱底弯矩:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\gamma_{RE} N}{f_{cm} b} = \frac{1250800 \times 0.8}{19 \times 500} = 105.3 > 2a'_s \\ & \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] - 0.5N(h_0 - a'_s) \\ &= \frac{1}{0.8} [19 \times 500 \times 105.3 \times 507.35 + 290 \times 3079 \times 520] - 0.5 \times 1250800 \times 520 \\ &= 889.6 \text{ kN} \cdot \text{m} > M'_c = 738.0 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

对于 $G-E$ 组合的柱底弯矩:

$$\begin{aligned} x &< 2a'_s, \text{ 且 } \lambda < 0.15, \gamma_{RE} = 0.75 \\ & \frac{1}{\gamma_{RE}} f_y A_s (h_0 - a'_s) + 0.5N(h_0 - a'_s) \\ &= \frac{1}{0.75} \times 290 \times 3079 \times 520 + 0.5 \times 687400 \times 520 \\ &= 797.8 \text{ kNm} > M'_c = 789.0 \text{ kNm} \end{aligned}$$

底层柱顶截面配筋, 边柱和中柱均为 $12\phi 25$, $A_s = 1964 \text{ mm}^2$

边柱的 $G+E$ 组合的柱顶弯矩:

$$\begin{aligned} x &= \frac{0.8 \times 1316300}{19 \times 500} = 110.8 \text{ mm} < 2a'_s \\ & \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] - 0.5N(h_0 - a'_s) \\ &= \frac{1}{0.8} [19 \times 500 \times 110.8 \times 504.6 + 310 \times 1964 \times 520] - 0.5 \times 1316300 \times 520 \\ &= 717.4 \text{ kNm} > M_c^u = 291.3 \text{ kNm} \end{aligned}$$

边柱的 $G-E$ 组合的柱顶弯矩:

$$\begin{aligned} x &< 2a'_s, \lambda_N = \frac{581700}{17.5 \times 500 \times 600} = 0.11 < 0.15, \gamma_{RE} = 0.75, \\ & \frac{1}{\gamma_{RE}} f_y A_s (h_0 - a'_s) + 0.5N(h_0 - a'_s) \\ &= \frac{1}{0.75} [310 \times 1964 \times 520] + 0.5 \times 581700 \times 520 \\ &= 573.4 \text{ kNm} > M_c^u = 225.0 \text{ kNm} \end{aligned}$$

中柱的 $G+E$ 组合的柱顶弯矩:

$$x = \frac{0.8 \times 1217100}{19 \times 500} = 102.5 \text{mm}$$

$$\frac{1}{\gamma_{\text{RE}}} \left[f_{\text{cm}} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] - 0.5 N (h_0 - a'_s)$$

$$= \frac{1}{0.8} [19 \times 500 \times 102.5 \times 508.75 + 310 \times 1964 \times 520] - 0.5 \times 1217100 \times 520$$

$$= 698.5 \text{kNm} > M_c^u = 429.7 \text{kNm}$$

中柱的 G-E 组合的柱顶弯矩:

$$x < 2a'_s, \lambda_N = \frac{721200}{17.5 \times 500 \times 600} = 0.137 < 0.15, \gamma_{\text{RE}} = 0.75,$$

$$\frac{1}{\gamma_{\text{RE}}} f_y A_s (h_0 - a'_s) + 0.5 N (h_0 - a'_s)$$

$$= \frac{1}{0.75} \times 310 \times 1964 \times 520 + 0.5 \times 721200 \times 520$$

$$= 609.6 \text{kNm} > M_c^u = 453.7 \text{kNm}$$

柱端剪力设计值采用下式

$$V = \eta_v (M_c^u + M_c^l) / H_n$$

9 度和一级框架结构尚应符合

$$V = 1.2 (M_{\text{cmax}}^u + M_{\text{cmin}}^l) / H_n$$

式中, M_c^u 、 M_c^l 应取柱上、下节点边缘处的弯矩设计值, 为简化计, 本篇各例均取梁轴线处的弯矩设计值 (这样) 取值偏于安全 η_v 为柱剪力增大系数, 一级为 1.4。

对于首层柱, 柱净高 $H_c = 4.2\text{m}$ 。边柱上、下端截面计算配筋分别为 319.0mm^2 和 2430.3mm^2 , 中柱上、下端截面计算配筋分别为 1606.0mm^2 和 3035.2mm^2 。

边柱和中柱剪力设计值为:

$$V_{\text{边}} = \eta_{\text{边}} \times (M_c^u + M_c^l) / H_n = 1.4 \times (695.9 + 335) / 4.2 = 343.6 \text{kN}$$

$$V_{\text{中}} = 1.4 \times (789 + 570.8) / 4.2 = 453.3 \text{kN}$$

边柱斜截面抗震受剪承载力验算, 柱加密区箍筋为 $2\Phi 10 - 100$, $A_{sv} = 314\text{mm}^2$

$$\frac{1}{\gamma_{\text{RE}}} \left(\frac{0.16}{\lambda + 1.5} f_c b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.056 N_c \right)$$

$$= \frac{1}{0.85} \left(\frac{0.16}{3 + 1.5} \times 17.5 \times 500 \times 560 + 210 \times \frac{314}{100} \times 560 + 0.056 \times 1143800 \right)$$

$$= 714.8 \text{kN} > V_{\text{边}} = 343.6 \text{kN}$$

且

$$0.2 f_c b h_0 / \gamma_{\text{RE}} = 0.2 \times 17.5 \times 500 \times 560 / 0.85 = 1152.9 \text{kN} > 343.6 \text{kN}$$

中柱斜截面受剪承载力验算, 柱加密区箍筋为 $2\Phi 10$, $A_{sv} = 314\text{mm}^2$

$$\frac{1}{\gamma_{\text{RE}}} \left(\frac{0.16}{\lambda + 1.5} f_c b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.056 N_c \right)$$

$$= \frac{1}{0.85} \left(\frac{0.16}{4.5} \times 17.5 \times 500 \times 560 + 210 \times \frac{314}{100} \times 560 + 0.056 \times 721200 \right)$$

$$= 686.9 \text{kN} > V_{\text{中}} = 453.3 \text{kN}$$

且

$$\frac{1}{\gamma_{RE}} 0.2 f_c b h_0 = \frac{1}{0.85} (0.2 \times 17.5 \times 500 \times 560) = 1152.9 \text{ kN} > 453.3 \text{ kN}$$

③节点

底层边柱节点和中柱节点的剪力设计值为

$$V_j = \frac{\eta_c \sum M_b}{h_0 - a'_s} \left(1 - \frac{h_0 - a'_s}{H_c - h_b} \right)$$

$$V_{j\text{边}} = \frac{1.35 \times 464.3}{0.58} \left(1 - \frac{0.58}{3.15 - 0.65} \right) = 830.0 \text{ kN}$$

$$V_{j\text{中}} = \frac{1.35 \times 642.2}{0.506} \left(1 - \frac{0.506}{3.375 - 0.575} \right) = 1403.7 \text{ kN}$$

边节点:

$$\frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.1 \eta_j f_c b_j h_j + 0.1 \eta_j N_c \frac{b_j}{b_c} + f_{yv} A_{svj} (h_0 - a'_s) / s \right)$$

$$= \frac{1}{0.85} (0.1 \times 17.5 \times 500 \times 600 + 0.1 \times 1143800 + 210 \times 314 \times 6)$$

$$= 1217.7 \text{ kN} > V_{j\text{边}} = 830.0 \text{ kN}$$

且

$$\frac{1}{\gamma_{RE}} (0.3 b_j f_c b_j h_j) = \frac{1}{0.85} \times 0.3 \times 17.5 \times 500 \times 600$$

$$= 1852.9 \text{ kN} > V_{j\text{中}} = 830.0 \text{ kN}$$

中节点:

$$(1/0.85) (0.1 \times 1.5 \times 17.5 \times 500 \times 600 + 0.1 \times 1.5 \times 721200 + 210 \times 314 \times 6)$$

$$= 1519.2 \text{ kN} > 1403.7 \text{ kN}$$

且

$$(1/0.85) \times 0.3 \times 1.5 \times 17.5 \times 500 \times 600 = 2779.4 \text{ kN} > 1403.7 \text{ kN}$$

3. 框架变形验算

(1) 框架层间弹性变形验算

在多遇水平地震作用下, 框架的弹性变形验算结果列于表 15.6.29 中, 其中 $\gamma_{Eh} = 1.0$ 。

层间弹性位移

表 15.6.29

层号	V_{ei} (kN)	D_i (kN/m)	Δu_{ei} (mm)	$\Delta u_{ei}/H_i$	$[\theta_e]$
4	2098.8	9.023×10^5	2.33	1/1545	1/450
3	3836.1	9.023×10^5	4.25	1/847	
2	5038.9	9.023×10^5	5.58	1/645	
1	5743.9	8.87×10^5	6.48	1/694	

从表 15.6.29 所列验算结果可以看出, 多遇水平地震作用的变形验算满足要求。

(2) 框架弹塑性变形验算

1) 罕遇地震作用下的层间弹性地震剪力

罕遇地震作用下的层间弹性地震剪力, 可运用多遇水平地震作用的计算结果乘以 9 度

区罕遇与多遇水平地震作用影响系数的比值 ($1.4/0.32 = 4.375$) 给出, 具体结果见表 15.6.30

罕遇地震作用下层间弹性地震剪力 表 15.6.30

层	1	2	3	4
$V_e (i) \text{ (kN)}$	25129.6	22045.2	16782.9	9182.3

2) 结构层间屈服剪力

框架梁柱配筋图见图 15.6.6 所示。

框架梁端和柱端正截面受弯承载力计算公式分别为:

$$M_{by} = f_{yk} A_s (h_0 - a'_s)$$

$$M_{cy} = f A_s (h_0 - a'_s) + 0.5 N_G h \left(1 - \frac{N_G}{f_{cmk} b h} \right)$$

中框架柱底轴压力见表 15.6.23。梁柱端正截面受弯承载力计算结果如图 15.6.7。

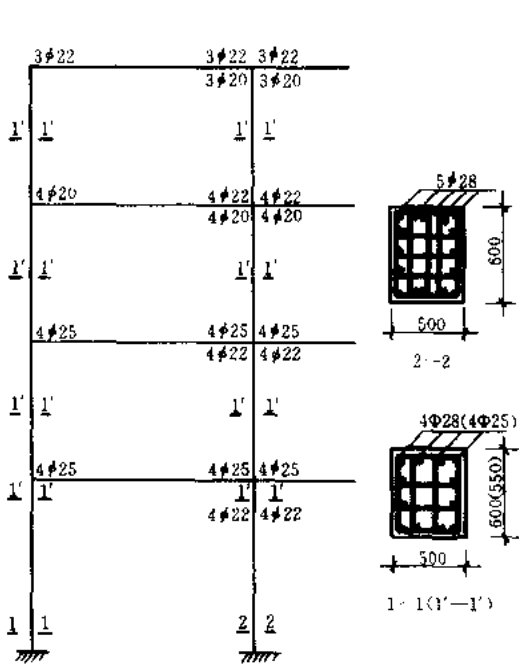


图 15.6.6 中框架梁柱配筋图

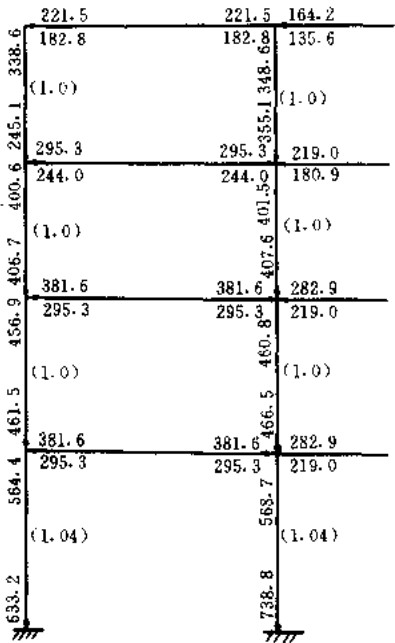


图 15.6.7 中框架梁柱端的屈服弯矩 (kN·m)

注: 括号内数值为柱的相对线刚度。

运用节点失效法, 可得到各柱的受剪承载力, 对于顶层柱节点, 一种情况为弱梁型, 另一种情况为弱柱型, 两中柱各为一种情况, 需取两种形式的计算结果, 中框架各层的受剪承载力计算结果, 列于表 15.6.31 中。

中框架各楼层层间受剪承载力计算结果 表 15.6.31

层	1	2	3	4
$V_{边柱} \text{ (kN)}$	247.3×2	241.2×2	208.8×2	$157.4 + 146.6$
$V_{中柱} \text{ (kN)}$	272.0×2	242.8×2	211.8×2	$195.4 + 195.0$
$V_e \text{ (kN)}$	1038.6	968.0	841.2	694.4

为了简化罕遇地震作用下的弹塑性变形验算，以中框架的验算为代表进行，这需要按刚度分配得到中框架罕遇地震作用下的层间弹性地震剪力和相应的弹性位移。对于层间弹性位移，还应乘以弹性位移修正系数 ψ_0 ，中框架罕遇地震变形验算的有关计算参数列于表 15.6.32 中。

罕遇地震变形验算的有关计算参数

表 15.6.32

层	1	2	3	4
$V_y(i)$ (kN)	1038.6	966.0	841.2	694.4
$V_e(i)$ (kN)	2118.8	1880.4	1431.5	783.2
ξ_y	0.49	0.51	0.59	0.89
$\Delta u_e(i)$ (mm)	25.5	22.0	13.4	4.6

该结构最薄弱楼层为底层， $\xi_1/\xi_2=0.96$ 为均匀结构，其他各层 $\xi_y(i)$ 均大于 0.5。底层的弹塑性最大层间位移 Δu_p 为：

$$\begin{aligned}\Delta u_p &= \eta_p \Delta u_e \\ &= 1.31 \times 25.5 = 33.4\text{mm} \\ \theta_p &= 33.4/4500 = 1/135\end{aligned}$$

由于 $\theta_p < [\theta_p] = 1/50$ ，大震变形验算通过。

参 考 文 献

- 1 龚思礼等编著. 建筑抗震设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994
- 2 龚思礼主编. 建筑抗震设计手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994
- 3 钟益村, 高小旺等编. 建筑抗震设计规范 (GBJ11—89) 应用设计实例. 中国铁道出版社, 1993

第 16 章 钢筋混凝土抗震墙结构

16.1 钢筋混凝土抗震墙结构的抗震性能

抗震墙是一种抵抗侧向力的结构单元。它可以组成完全由抗震墙抵抗侧力的抗震墙结构；也可以和框架共同抵抗侧向力而形成框架-抗震墙结构；在筒体结构中，实腹筒也由抗震墙组成。由于抗震墙具有较大的抗侧力刚度，在结构中它往往承受水平力中的大部分。但抗震墙并非只是抗剪或以剪切破坏为主，在高宽比大于 2.0 的高等抗震墙中，由于弯距和轴力相对较大，破坏往往由弯曲控制，通过一系列的研究已认识到抗震墙结构具有良好的抗弯性能以及弯曲破坏下具有良好的变形性能，可以实现延性抗震墙设计。因此，在高层建筑中，抗震墙成为一种有效的抗侧力结构体系，特别对于地震区，设置抗震墙（或由抗震墙组成的筒体）可以改善结构的抗震性能。

按照墙的几何形状及有无门洞，抗震墙又可分成不同的类型，如图 16.1.1 所示。它们的破坏形态和配筋构造要求既有共性，又有特殊性。例如，不开洞的墙为悬臂抗震墙；开有洞口的墙称为开洞抗震墙；根据抗震墙的高宽比，有可分为高等抗震墙、中高等抗震墙、低矮抗震墙。在框架-抗震墙结构中，抗震墙往往和梁、柱结合在一起称为带边框的抗震墙等等。

悬臂抗震墙没有洞口，可以看成是一个悬臂构件，承受压力、弯距、剪力的共同作用。它应当符合钢筋混凝土压弯剪构件的基本规律。但是与柱相比，它往往高度大（一般抗震墙高度为建筑物总高），截面薄而长。因此沿截面边长要布置许多分布钢筋。同时截面抗剪问题较为突出，这使抗震墙截面的配筋计算、构造和柱略有不同。在平面外，抗震墙必须依赖各层楼板作为支撑而保持其总体稳定。在楼层高大范围内，则应当考虑抗震墙结构的局部稳定和平面外的承载力问题。通常所说的抗震墙配筋计算是指在墙平面内受力的承载力计算，而平面外的侧向稳定则通过构造措施或进行必要的验算加以保证。

悬臂抗震墙既是一个承受压弯剪共同作用的构件。它就可能出现弯曲破坏或剪力破坏。通常由竖向钢筋抵抗弯曲，水平钢筋抵抗剪力。

开口抗震墙与悬臂抗震墙不同，洞口将抗震墙分成墙肢及连系梁两类构件。联系梁一般跨高比都较小，抗剪承载力较一般受弯构件突出。墙肢则和悬臂抗震墙相似，承受轴

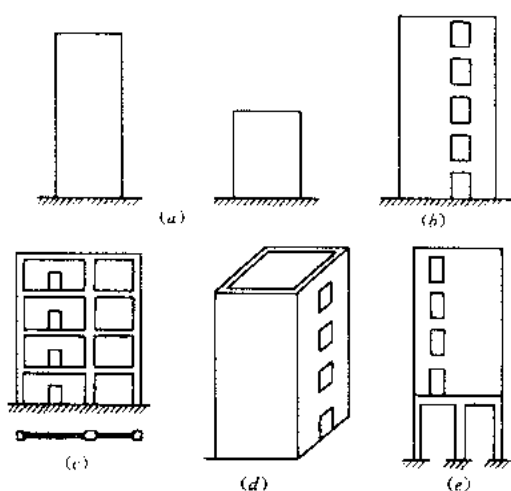


图 16.1.1 抗震墙类型

(a) 悬臂剪力墙；(b) 开口剪力墙；(c) 带边框剪力墙；(d) 井筒；(e) 框支剪力墙

力、弯矩与剪力的共同作用。在水平荷载作用下的受拉墙肢轴向压力可能较小，甚至可能是轴向拉力，此时抗弯、抗剪的承载力会降低。

16.1.1 钢筋混凝土抗震墙构件的抗震性能

钢筋混凝土抗震墙根据不同的高宽比一般可分为三种类型：一是高宽比大于 2.0 的高等抗震墙，二是高宽比不大于 2.0 且大于 1.0 的中等高抗震墙，三是高宽比小于 1.0 的低矮墙。对于高的抗震墙，其破坏状态一般为弯曲破坏，具有较好的变形能力；中等高抗震墙的破坏状态为弯剪破坏，具有一定的变形能力；低矮墙的破坏状态一般为剪切破坏，其变形能力比较差。

(1) 悬臂抗震墙

悬臂抗震墙可能出现如图 16.1.2 的几种破坏形式。

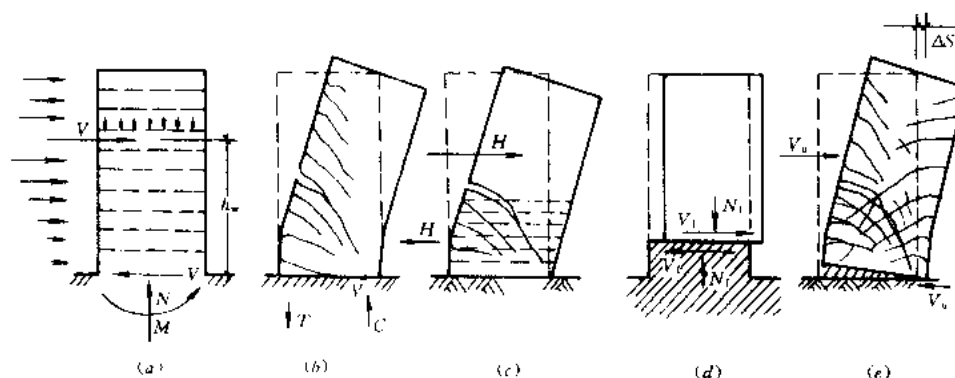


图 16.1.2 悬臂抗震墙的几种破坏形式

(a) 墙的受力情况；(b) 弯曲破坏；(c) 斜向受拉破坏；(d) 转移剪切破坏；(e) 沿铰滑动破坏

(2) 开洞抗震墙

开洞抗震墙的墙肢宽度、连梁的刚度和承载能力对整个抗震墙的承载能力和变形能力都有很大的影响。

墙肢为高宽比大于 2.0 的高等抗震墙时为弯曲破坏，若为高宽比小于 1.0 的低矮墙时为脆性破坏。

连系梁出现脆性破坏，会使墙肢丧失约束而形成单独墙肢，与连系梁不破坏的墙相比，墙肢中轴力减小、弯矩加大，墙的侧向刚度大大降低，侧向位移加大，承载能力也将降低。在继续承载情况下，墙肢截面屈服形成破坏机构。图 16.1.3 表示开洞抗震墙模型的试验所得的顶点位移滞回曲线。该模型发生连系梁剪切破坏。图中曲线表明，连系梁剪切破坏以后，刚度退化严重，滞回环变得扁而平，变形加大，承载能力降低。但是降低到一定程度以后，在墙肢破坏以前，仍具有一定的承载能力。

对于开洞抗震墙避免墙肢的剪切破坏和尽量避免连梁的剪切破坏，能有效地提高开洞抗震墙的承载能力和变形能力。开洞抗震墙的弯曲破坏，存在下列两种情况：

1) 连系梁不屈服，墙肢弯曲破坏后丧失承载能力。这种情况往往出现在联系梁刚度及承载能力都较大的开洞抗震墙中。墙的整体性能很好，其刚度和破坏情况都接近于悬臂墙。

2) 连系梁先屈服，然后墙肢弯曲破坏丧失承载能力。当连系梁钢筋屈服并具有延性

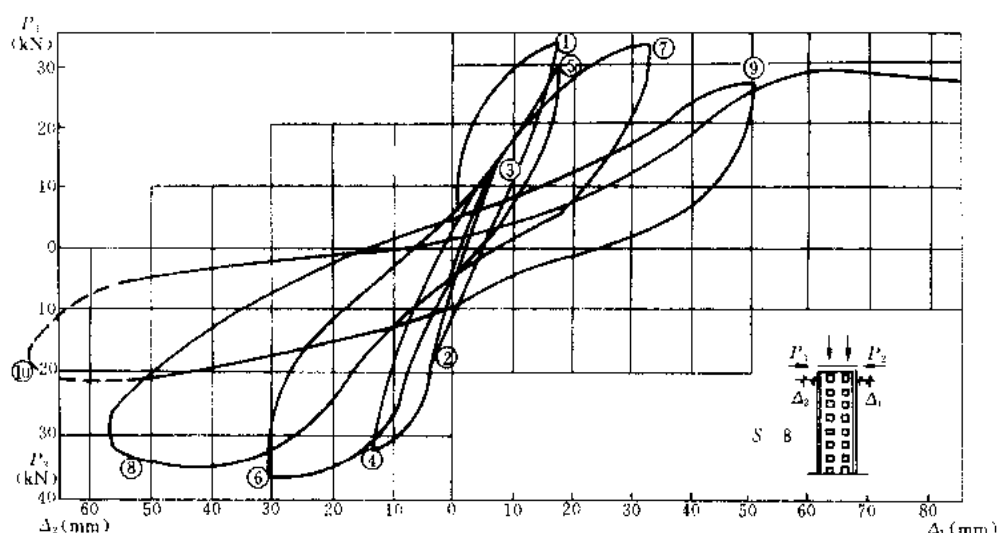


图 16.1.3 连系梁剪切破坏的抗震墙滞回曲线

时，它既可以吸收大量地震能量，又能继续传递弯矩与剪力，对墙肢有一定的约束作用。使抗震墙保持足够的刚度和承载力，延性较好。这种破坏形式是最理想的。

图 16.1.4 是另一片连系梁先屈服，然后墙肢屈服的抗震墙模型在反复荷载作用下的顶点位移滞回曲线。与图 16.1.3 抗震墙滞回性能相比较，可以看出具有延性连系梁的开洞抗震墙滞回环稳定，抗震性能较好。

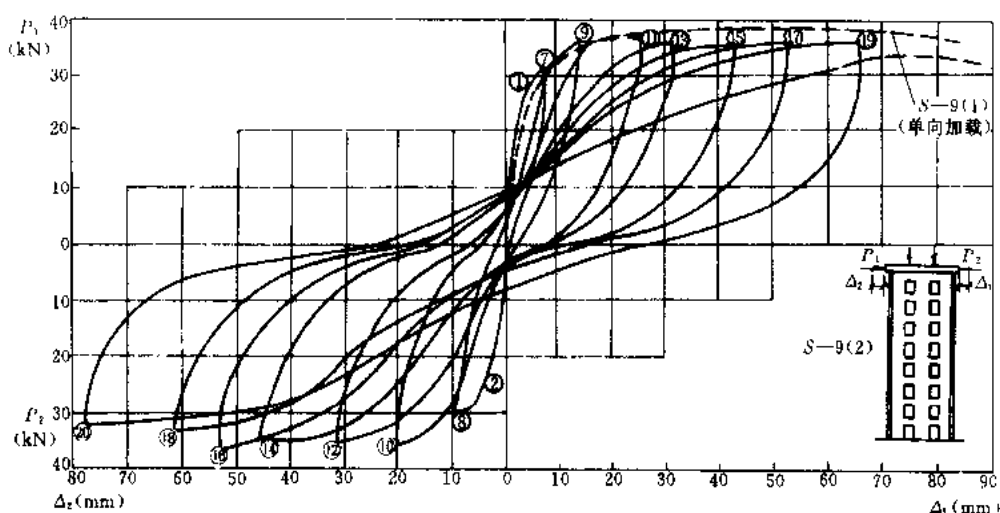


图 16.1.4 具有延性连系梁的抗震墙滞回曲线

在开洞抗震墙中，当连系梁端部钢筋屈服，可以形成数量众多的塑性铰时，具有较好的变形能力和耗能能力。这是最理想的。其次，如果连系梁出现剪切破坏，按照抗震结构设计的“多道设防”的原则，只要保证墙肢安全，整个结构就不致严重破坏或倒塌。因此，经过合理设计的开洞抗震墙，与悬臂抗震墙相比，可以作到裂缝分散，由连系梁端塑性铰吸收地震能量，从而保证墙肢的安全，是一种抗震性能很好的结构。

按照“强墙弱梁”原则加强墙肢的承载力，绝对避免墙肢的剪切破坏，同时尽可能避免连系梁过早的剪切破坏，对于提高开洞抗震墙的承载能力和变形能力是至关重要的。

16.1.2 抗震墙结构的模型试验

抗震墙结构在高层建筑中广泛使用。通过大量的水平反复荷载下的试验,研究了墙肢高宽比、洞口排列、连梁刚度、墙体边缘构件尺寸和配筋,竖向分布筋和横向分布筋的作用等,为提高抗震墙结构的变形能力提供了依据。

8层抗震墙结构模型的震动台试验表明,由于纵横墙共同工作,空间受力特性明显,合理地考虑翼墙的作用,才能使结构内力分析比较合乎实际情况。

带有框支层的底层大空间 12 层抗震墙结构的计算机和推力机联机模型试验表明,如果充分注意框支托梁和框支柱的设计,并使框支层有足够的剪力,则框支抗震墙结构仍有一定的变形能力。图 16.1.5a 是框支层的水平承载力,图 16.1.5b 是总水平力-顶点位移的滞回曲线。

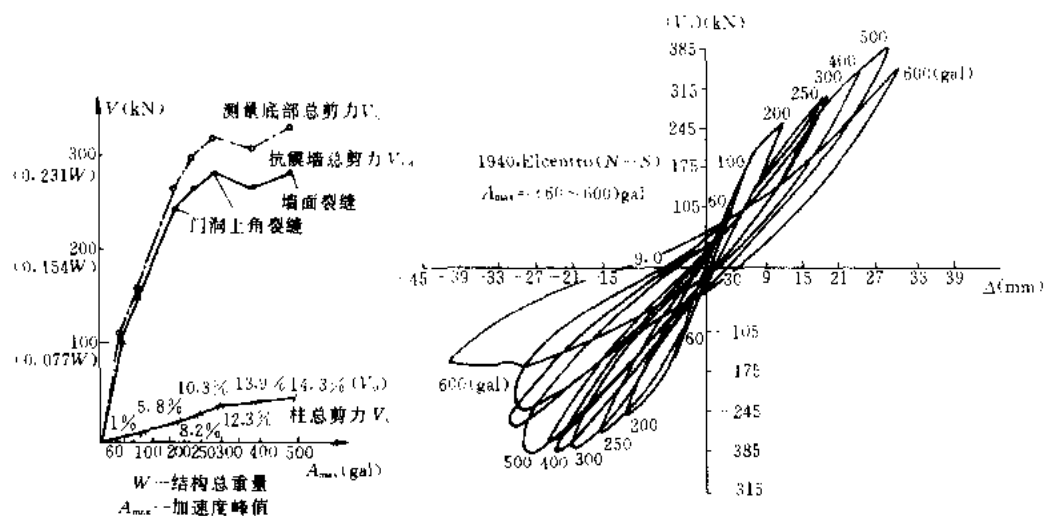


图 16.1.5 框支抗震墙结构受力性能
(a) 底层的水平力; (b) 顶点滞回曲线

16.2 高层钢筋混凝土抗震墙结构和钢筋混凝土框架-抗震墙结构房屋的震害

历次地震震害表明,高层钢筋混凝土抗震墙结构和高层钢筋混凝土框架-抗震墙结构房屋具有较好的抗震性能,其震害一般比较轻,其震害主要特点是:

16.2.1 设有抗震墙的钢筋混凝土结构有良好的抗震性能

唐山地震中,位于 8 度区的天津市友谊宾馆主楼按 7 度抗震设防,东段为八层框架结构,刚度小、变形大,实心砖填充墙普遍严重破坏,个别梁柱损坏;西段为十一层框架-抗震墙结构,同类的填充墙破坏较轻。1972 年 12 月 23 日尼加拉瓜首都 6.25 级马那瓜地震,震中距市区很近,最大水平加速度为 0.2~0.4g。市中心有两幢相距甚近的高层建筑,十五层的中央银行为柔性的框架结构,破坏严重,震后修复费用高达原造价的 80%,而十八层的美洲银行为抗震墙结构,只受到轻微破坏。通过实际震害分析,人们普遍认识到设置抗震墙的钢筋混凝土结构,其抗震效果远比柔性框架为好,所以对建筑装修要求较高的房屋和高层建筑应优先采用框架-抗震墙结构或抗震墙结构。

日本的关东地震中,人们发现含墙率大于 $25\text{cm}^2/\text{m}^2$ 或墙的平均剪应力小于 1.3MPa 的建筑,震害较轻。1968年5月16日日本的7.9级十胜冲地震,含墙率低于 $30\text{cm}^2/\text{m}^2$ 和墙的平均剪应力大于 1.2MPa 的建筑很容易产生震害。因此,框架-抗震墙结构和框支层结构应有适量的抗震墙,并且合理分配几个抗侧力构件之间抗震能力。

16.2.2 连梁和墙肢底层的破坏是抗震墙的主要震害

开洞抗震墙中,由于洞口应力集中,连系梁端部极为敏感,在约束弯矩作用下,很容易在连系梁端部形成垂直方向的弯曲裂缝。

当连系梁跨高比较大时(跨度 l 与梁高 d 之比),梁以受弯为主,可能出现弯曲破坏。

多数情况下,抗震墙往往具有剪跨比较小的高梁($l/d \leq 2$)。除了端部很容易出现垂直的弯曲裂缝外,还很容易出现斜向的剪切裂缝。当抗剪箍筋不足或剪应力过大时,可能很早就出现剪切破坏,使墙肢间丧失联系,抗震墙承载能力降低。例如,1964年美国阿拉斯加地震时,安克雷奇市的一幢公寓山墙的破坏是很典型的连系梁剪切破坏的例子,该连系梁的跨高比小于1。

开口抗震墙的底层墙肢内力最大,容易在墙肢底部出现裂缝及破坏。在水平荷载下受拉的墙肢往往轴压力较小,有时甚至出现拉力,墙肢底部很容易出现水平裂缝。对于层高小而宽度较大的墙肢,也容易出现斜裂缝。墙肢的破坏有以下几种情况:

当抗震墙的总高度与总宽度之比比较小,而使总剪跨比较小时,墙肢中的斜向裂缝可能贯通成大的斜向裂缝而出现剪切破坏;

如果某个抗震墙局部墙肢的剪跨比较小,也可能出现局部墙肢的剪坏;例如,一片抗震墙的总高度较大,但由于在底层楼板处作用有一个较大的集中力,使底层墙肢剪跨比较小,只有1.38,因而在底层墙肢中出现了剪切破坏;这种破坏情况可能出现在抗震墙和框支抗震墙协同工作的结构中,由于框支抗震墙在底层卸载,通过楼板将水平荷载传到另一些落地抗震墙上,这些落地抗震墙的底层剪力加大,剪跨比减小;

1978年6月日本仙台地震时某建筑物外墙由于窗口形成了矮而宽的墙肢,在墙肢上出现了斜向交叉裂缝;

当剪跨比较大,并采取措施加强墙肢的抗剪能力时,则出现墙肢弯曲破坏。

16.3 钢筋混凝土抗震墙房屋的结构布置

对于钢筋混凝土房屋抗震设计的平、立面布置要规则等基本要求,在钢筋混凝土框架结构的抗震设计中给予了说明,这些要求也同样适用于钢筋混凝土抗震墙结构和框架-抗震墙结构。下面重点讨论钢筋混凝土抗震墙结构的结构布置。

16.3.1 抗震墙的平面布置

抗震墙结构中全部竖向荷载和水平力都由钢筋混凝土抗震墙承受,所以抗震墙应沿结构平面主要轴线方向布置。一般情况下,采用矩形、L形、T形平面时,抗震墙沿两个正交的主轴方向布置;三角形及Y形平面可沿三个方向布置;正多边形、圆形和弧形平面,则可沿径向及环向布置。

单片抗震墙的长度不宜过大。一方面由于抗震墙的长度很大,使得结构周期变短,地震作用增大;另一方面抗震墙应当是高细的,呈受弯工作状态,由受弯承载力决定破坏状态,使抗震墙具有足够延性,而抗震墙太长,形成低矮抗震墙,就会由受剪承载力控制破

坏状态,抗震墙呈脆性,对抗震不利。

所以,同一轴上的连续抗震墙过长时,应该用楼板(不设连梁)或细弱的连梁分成若干个墙段,每一个墙段相当于一片独立抗震墙,墙段的高宽比不应小于2。每一墙段可以是单片墙、小开口墙或联肢墙,具有若干个墙肢。每一墙肢的宽度不宜大于8m,以保证墙肢也是受弯承载力控制,而且靠近中和轴的竖向分布钢筋在破坏时能充分发挥起作用。

在抗震墙结构中,如果抗震墙的数量设置的太多,则会增加结构刚度,使得地震作用增大。因此,抗震墙的数量在方案阶段就要合理地确定。判断抗震墙结构合理刚度可以由基本周期来考虑,宜使抗震墙结构的基本周期控制在 $T_1 = (0.04 \sim 0.05) N$ (T_1 为结构基本周期, N 为总层数)。

16.3.2 抗震墙的竖向布置

钢筋混凝土抗震墙结构的抗震墙沿竖向应连续,不应中断。当顶层取消部分抗震墙而设置大房间时,其余抗震墙在构造上应予以加强;当底层取消部分抗震墙时,应设置转换层,并按专门规定进行结构设计。

为避免刚度突变,抗震墙的厚度应按阶段变化,每次厚度减少宜为50~100mm,使抗震墙刚度均匀连续改变。厚度改变和混凝土强度等级以及墙的配筋率的改变宜错开楼层。

抗震墙的洞口宜上下对齐,成列布置,使抗震墙形成明确的墙肢和连梁。成列开洞的规则抗震墙传力途径合理,受力明确,地震中不容易因为复杂应力而产生震害(图16.3.1a);错洞墙洞口上、下不对齐,受力复杂,洞口边容易产生显著的应力集中,因而配筋量增大,而且地震中因应力集中产生震害(图16.3.1b)。

抗震墙相邻洞口之间以及洞口与墙边缘之间要避免小墙肢(图16.3.2)。试验表明:墙肢宽度与厚度之比小于3的小墙肢在反复荷载作用下,比大墙肢早开裂,即使加强配筋,也难以防止小墙肢的较早破坏。在设计抗震墙时,墙肢宽度不宜小于 $3b_w$ (b_w 为墙厚),且不应小于500mm。

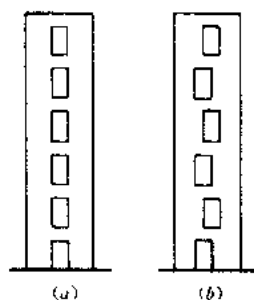


图 16.3.1 抗震墙的洞口
(a) 规则开洞; (b) 错开洞口

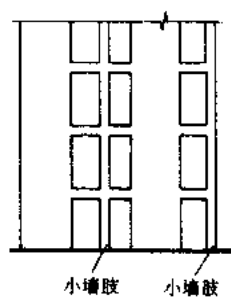


图 16.3.2 小墙肢

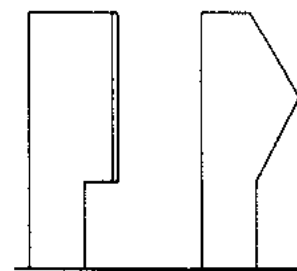


图 16.3.3 刀把形抗震墙

采用刀把形抗震墙(图16.3.3)会使抗震墙受力复杂,应力局部集中,而且竖向地震作用会产生较大的影响,宜十分慎重。

16.3.3 抗震墙的厚度

抗震墙的厚度:一、二级抗震等级时不应小于160mm,且不应小于层高的1/20;三级不应小于140mm,且不应小于层高的1/25。一、二级加强部位的墙厚不应小于层高的1/16且不应小于200mm,当底部加强部位无端柱或翼墙时不宜小于净高的1/12。

抗震墙厚度与层高的关系是由墙体在重力荷载作用下不产生屈曲的要求来决定的。抗震墙可以看作是支承在相邻楼板上的压弯板,如果太薄,容易在外界干扰下丧失稳定。

当采用装配式楼板时,抗震墙截面将被楼板端部支承面覆盖一部分,如果覆盖面过大,抗震墙在楼层处被削弱太多,整体性较差。因此,楼板端部深入墙体后,覆盖抗震墙的截面面积不应大于40%。如果预制楼板伸入墙身30mm,抗震墙最小厚度也不宜小于160mm。

16.4 钢筋混凝土抗震墙结构的内力计算

16.4.1 根据开洞情况的抗震墙分类

对于洞口比较均匀的抗震墙结构中的抗震墙,可根据抗震墙的洞口大小、洞口位置及其对抗震墙的减弱情况区分为整体墙、整体小开口墙、小开口墙、壁式框架、双肢或联肢墙及大开口墙等。

抗震墙的整体性系数 α 按下式计算:

$$\text{双肢墙} \quad \alpha = H \sqrt{\frac{12 I_b a^2}{h(I_1 + I_2) L^3 I_A}} \quad (16.4.1)$$

$$\text{联肢墙} \quad \alpha = H \sqrt{\frac{12}{0.8h} \sum_{j=1}^{m+1} \frac{I_{bj} \mu_j^2}{L_j^3}} \quad (16.4.2)$$

式中 I_1, I_2 ——墙肢1, 2的截面惯性矩;

m ——洞口列数;

h ——层高;

H ——抗震墙总高度;

a_j ——第 j 列洞口两侧墙肢轴线距离;

L_j ——第 j 列连梁计算跨度,取为洞口宽度加梁高的1/2;

I_j ——第 j 墙肢的惯性矩;

I ——抗震墙对组合截面形心的惯性矩;

$$I_A = \sum_{j=1}^{m+1} I_j \quad (16.4.3)$$

I_{bj} ——第 j 列连梁的折算惯性矩(考虑剪切变形),

$$I_{bj} = \frac{I_{bj0}}{1 + \frac{28\mu I_{bj0}}{A_{bj} L_j^2}} \quad (16.4.4)$$

式中 I_{bj0} ——第 j 列连梁截面的惯性矩;

A_{bj} ——第 j 列连梁的截面面积;

μ ——梁截面形状系数,矩形截面取 $\mu=1.2$ 。

各类抗震墙可按以下条件区分。

(1) 整体小开口墙(图16.4.1)

$\alpha > 10$, 洞口面积比 $\leq 16\%$

$\sum l_i < 15\% L_w$

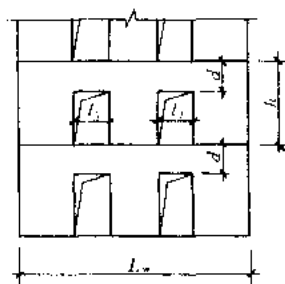


图 16.4.1 整体小开口墙

$$d > 0.2h$$

孔洞净距及洞边至墙边尺寸大于孔洞长边尺寸。

(2) 小开口墙：

$$\alpha \geq 10, \text{洞口面积比} \leq 25\%, d \geq 0.2h$$

$$I_A/I \leq \zeta, \zeta \approx 1 - 0.04\alpha/n, I_A = I - \sum I_i$$

(3) 壁式框架：

$$\alpha \geq 10, I_A/I > \zeta$$

(4) 双肢墙、联肢墙：

$$1 < \alpha < 10, \text{洞口面积比} > 25\%, I_A/I \leq \zeta$$

(5) 大开口墙：

$\alpha \leq 1$ ，弱梁连接，可按独立墙肢考虑。

(6) 墙肢和洞口均匀的抗震墙，连梁的约束程度对各类墙的关系大致如表 16.4.1 所示，其中连梁约束系数 $\lambda = \sum M_l/M_0$ ，此处 $\sum M_l$ 为所考虑的连接约束弯矩及其以上各层连梁约束弯矩之和； M_0 为抗震墙底部弯矩。

连梁最大剪力为

$$V_{b,\max} \approx \frac{V_0}{L_w} h \varphi_{\max} \quad (16.4.5)$$

式中 φ_{\max} ——连梁的最大剪力系数；

h ——层高；

V_0 ——一道抗震墙的底部剪力；

L_w ——抗震墙总长度。

连梁约束程度与抗震墙类别的关系

表 16.4.1

整体性系数 α	连梁约束系数 λ	连梁最大剪力系数 φ_{\max}	连梁类别	抗震墙类别
< 1			铰接	铰接联肢墙
1	0.19	0.17	弱	大开口墙
1~2			较弱	双肢墙 联肢墙
2	0.47	0.37		双肢墙 联肢墙
2.5	0.527	0.43		双肢墙 联肢墙
3	0.584	0.48		双肢墙 联肢墙
3~10			较强	双肢墙 联肢墙
10	0.884	0.84		小开口墙 壁式框架
> 10				小开口墙 壁式框架 整体小开口墙
∞	1			整体墙

为了使抗震墙具有较高的延性，宜采用整体性系数 $\alpha=2\sim 3.5$ 。如要求较大的刚度及耗能能力，则以采用 $\alpha=3.5\sim 10$ 的联肢墙为宜。对于延性要求不高的抗震墙，可采用 $\alpha\geq 10$ 的小开口墙，当然也可以混合采用小开口墙作为第一道防线，而联肢墙作为第二道防线。

当抗震墙过长或墙肢过宽时，可采用弱连梁 ($\alpha\leq 1$) 将墙分为若干墙段，使其高宽比 ≥ 2 ，以保证适当的延性。

16.4.2 小开口整体墙的内力计算

1. 墙肢弯矩

$$M_j = 0.85M \frac{I_j}{I} + 0.15M \frac{I_j}{\sum I_j} \quad (16.4.6)$$

式 (16.4.6) 中，右端第一项为整体弯矩在墙肢中产生的弯矩，占总弯矩的 85%；第二项为墙肢局部弯矩，占总弯矩的 15%。 $\sum M_j$ 远小于荷载产生的总弯矩 M ，不足部分由墙肢轴力产生的力矩来平衡。

2. 墙肢轴力

$$N_j = 0.85M \frac{A_j Y_j}{I} \quad (16.4.7)$$

式中 A_j 、 I_j ——第 j 墙肢的截面积和惯性矩；

I ——对组合截面形心的整体惯性矩；

Y_j ——第 j 墙肢截面重心至组合截面重心的距离。

3. 墙肢的剪力

$$V_j = V \frac{A_j}{\sum A_j} \text{ (底层)} \quad (16.4.8a)$$

$$V_j = V \left(\frac{A_j}{2\sum A_j} + \frac{I_j}{2\sum I_j} \right) \text{ (其它层)} \quad (16.4.8b)$$

式中 V ——水平力产生的楼层总剪力。

当抗震墙符合小开口墙的条件而又夹有个别细小墙肢时，小墙肢会产生显著的局部弯曲，使墙肢弯矩增大。这时，小墙肢截面弯矩宜附加一个局部弯矩：

$$M_j = M_{j0} + \Delta M_j \quad (16.4.9)$$

$$\Delta M_j = V_j \frac{h_0}{2}$$

式中 M_{j0} ——按整体小开口墙计算的墙肢弯矩 (式 16.4.6)；

ΔM_j ——由于小墙肢局部弯曲增加的弯矩；

V_j ——第 j 墙肢剪力；

h_0 ——洞口高度。

4. 位移和等效刚度

由试验研究和有限元分析表明：由于洞口的削弱，小开口墙的位移比按材料力学公式计算的组合截面构件的位移增大 20%。

所以小开口墙的顶点位移 u 可按式计算：

$$u = 1.2 \times \frac{qH^4}{8EI} \left[1 + \frac{4\mu EI}{GAH^2} \right] \text{ (均布荷载)} \quad (16.4.10a)$$

$$u = 1.2 \times \frac{11q_{\max}H^4}{120EI} \left[1 + \frac{3.67\mu EI}{GAH^2} \right] \text{ (倒三角形分布荷载)} \quad (16.4.10b)$$

$$u = 1.2 \times \frac{PH^3}{3EI} \left[1 + \frac{3\mu EI}{GAH^2} \right] \text{ (顶点集中荷载)} \quad (16.4.10c)$$

式中 A ——为截面总面积, $A = \sum_{j=1}^{m+1} A_{j0}$

由此, 小开口墙的等效刚度为:

$$EI_{eq} = \frac{0.8EI}{1 + \frac{9\mu I}{AH^2}}$$

16.4.3 联肢墙的计算

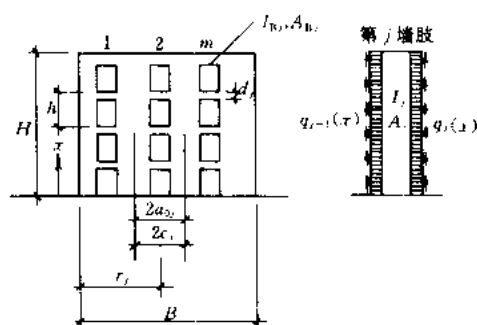


图 16.4.2 联肢墙

当抗震墙的洞口成列布置, 而整体系数 α 小于 10 时, 抗震墙应按联肢墙计算 (图 16.4.2)。在联肢墙的内力与位移的计算中, 假定:

- (1) 沿竖向, 墙肢的连梁的刚度不变, 层高不变。如有变化, 取各层平均值;
- (2) 每列连梁的反弯点都在跨中, 连梁的作用可以由均匀分布的竖向弹性薄片来代替;
- (3) 各墙肢刚度相差不过分悬殊, 因而它们的变形曲线相同, 各层的位移 u 和转角 θ'

也相同。

应用力法的原理, 将每列连梁沿中点切开, 形成 $m+1$ 个独立悬臂墙肢 (m 为洞口列数), 形成静定的基本体系。在切口两侧出现多余未知力——连续分布的剪力 $q_j(x)$ 。

分析在未知力 $q_j(x)$ 和外荷载作用下, 墙肢和连梁变形后在切口两侧产生的相对位移, 使切口两侧产生相对位移的主要因素有:

1. 在分布剪力 $q_j(x)$ 作用下, 连梁产生的弯曲变形与剪切变形:

$$\delta_{lj}(x) = -2q_j(x) \left(\frac{a_j^3 h}{3EI_{bj0}} + \frac{\mu a_j h}{GA_{bj}} \right) = -\frac{2}{3} \frac{a_j^3 h}{EI_{bj}} q_j(x) \quad (16.4.11)$$

式中 a_j ——第 j 列连梁跨度之半, $a_j = a_{j0} + \frac{d_j}{4}$;

$q_j(x)$ ——第 j 列连梁的分布剪力;

I_{bj0} ——第 j 列连梁惯性矩;

I_{bj} ——第 j 列连梁考虑剪切变形的折算惯性矩。

$$I_{bj} = \frac{I_{bj0}}{1 + \frac{7\mu I_{bj0}}{a_j^2 A_{bj}}}$$

2. 由于外荷载作用使墙肢产生弯曲与剪切变形, 墙肢产生转角后, 连梁切口产生相

对变形:

$$\delta_{2j}(x) = 2c_j\theta_1 + 2a_j\theta_2 \quad (16.4.12)$$

式中 θ_1 、 θ_2 ——由墙肢弯曲变形和剪切变形产生的墙肢转角。

3. 由于墙肢轴向变形, 使连梁产生竖向移动, 切口两边就产生相对位移:

$$\begin{aligned} \delta_{3j}(x) = & -\frac{1}{E} \left(\frac{1}{A_j} + \frac{1}{A_{j+1}} \right) \int_0^H \int_x^H q_j(x) dx dr + \frac{1}{EA_j} \int_0^H \int_x^H q_{j-1}(x) dx dr \\ & + \frac{1}{EA_{j+1}} \int_0^H \int_x^H q_{j+1}(x) dx dr \end{aligned} \quad (16.4.13)$$

但是, 连梁本来没有切口, 这些位移应当满足切口的连续条件:

$$\delta_{1j}(x) + \delta_{2j}(x) + \delta_{3j}(x) = 0 \quad (16.4.14)$$

将 (16.4.11)、(16.4.12)、(16.4.13) 式代入, 微分两次, 可得第 j 列连梁的微分方程。

16.4.4 壁式框架的计算

联肢墙和壁式框架均可转换为带刚域框架 (图 16.4.3)。

刚域的范围由下式确定:

$$d_{b1} = a_1 - h_b/4 \quad (16.4.15)$$

$$d_{b2} = a_2 - h_b/4 \quad (16.4.16)$$

$$d_{c1} = c_1 - b_c/4 \quad (16.4.17)$$

$$d_{c2} = c_2 - b_c/4 \quad (16.4.18)$$

当计算的刚域长度小于零时, 不考虑刚域影响。

带刚域杆件的等效刚度可近似按下式计算:

$$EI_0 = EI_0 \gamma_v (l/l_0)^2 \quad (16.4.19)$$

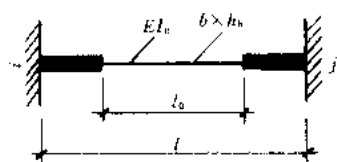


图 16.4.4 带刚域杆件

l_0 ——中段杆长度。

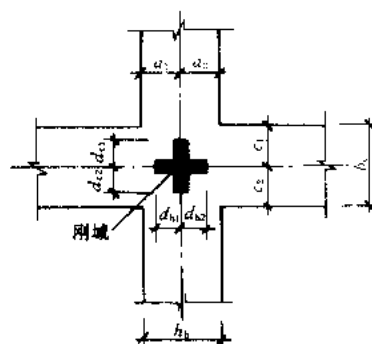


图 16.4.3 刚域范围

式中 EI_0 ——中段杆截面刚度 (图 16.4.4);

γ_v ——考虑剪切变形的刚度折减系数, 采用表 16.4.2 给出的数值;

h_b ——中段杆截面高度;

EI_{eq} ——等效刚度;

l ——包括刚域的杆长;

考虑剪切变形的刚度折减系数

表 16.4.2

h_b/l_0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
γ_v	1.0	0.97	0.89	0.79	0.68	0.57	0.48	0.41	0.34	0.29	0.25

利用式 (16.4.19) 将带刚域杆件变为等效等截面杆件后, 可进行简化计算, 求顶点位移及等效刚度。

16.4.5 抗震墙翼缘的作用

计算地震作用、位移及抗震墙协同工作时, 应考虑纵横墙相连的共同作用。现浇抗震

墙的翼缘有效宽度可采用抗震墙间距的一半、门窗洞间的墙宽、抗震墙两侧各 6 倍翼缘墙厚度和抗震墙总高的 1/10 四者中的最小值。当抗震墙墙肢出现大偏拉情况时，翼缘的压力影响范围最多采用翼缘墙的一个开间。

抗震墙的截面计算可近似不考虑翼缘的作用，但端部配筋可考虑部分翼缘范围内的配筋，该范围可取抗震墙厚度加两侧各 2 倍翼缘墙厚度。

16.4.6 抗震墙有错位或转折情况的近似计算

抗震等级为一、二的抗震墙由于墙体分隔，在平面上可能错开位置而不能直通（图 16.4.5），当墙轴线错开距离不大于 3 倍连接墙厚度，一、二级，楼板为现浇时，有错位墙可近似按整体直线墙考虑。抗震等级为三级的抗震墙，当错开距离不大于 6 倍连接墙厚度且不大于 2.0m 时，也可近似按整体墙考虑，但计算所得的内力应乘以增大系数 1.2，等效刚度应乘以折减系数 0.8。

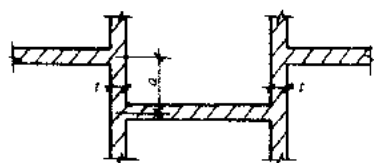


图 16.4.5 抗震墙平面错位



图 16.4.6 折线抗震墙

由于设计要求，抗震墙可能成为折线（图 16.4.6），当折线总偏移角不大于 15° 时可近似按直线抗震墙考虑，但对抗震等级为一、二级的抗震墙，要求楼板为现浇。

16.4.7 联肢抗震墙的连接梁调幅

在地震作用下按弹性计算抗震墙连梁的剪力及相应弯矩时，当某几层的连梁弯矩过大、配筋率过高或剪力过大超过剪压比限值时，可适当考虑弯矩调幅，其中静载弯矩调幅不大于 20%，地震弯矩调幅不大于 30%，连梁弯矩进行调幅后，应相应增加墙肢的弯矩，以满足平衡条件。

16.5 截面抗震验算

1. 剪跨比大于 2.0 的抗震墙和剪跨比大于 2.5 的连梁，其截面组合的剪力设计值应符合下式要求：

$$V = \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b_w h_w) \quad (16.5.1)$$

当抗震墙的剪跨比不大于 2.0、部分框支抗震墙的框支柱和落地墙的加强部及连梁的跨高比不大于 2.5 时宜满足下式：

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.15 f_c b_w h_w) \quad (16.5.2)$$

式中 V ——抗震墙或连梁端部截面组合的剪力设计值，连梁端部截面组合的剪力设计值按式 (16.5.5) 计算；

b_w ——抗震墙厚度；

h_w ——抗震墙截面长度或连梁的截面高度；

γ_{RE} ——抗震承载力调整系数，取 $\gamma_{RE}=0.85$ 。

2. 抗震墙底部加强部位截面组合的剪力设计值，一、二、三级应按下式调整：

$$V = \eta_{vw} V_w \quad (16.5.3)$$

9度时尚应符合

$$V = 1.1 \frac{M_{wua}}{M_w} V_w \quad (16.5.4)$$

式中 V ——抗震墙底部加强部位截面组合的剪力设计值；

V_w ——抗震墙底部加强部位截面的剪力设计值；

M_{wua} ——抗震墙底部按实配钢筋面积、材料强度标准值和轴力设计值计算的承载力所对应的弯矩设计值；有翼墙时考虑墙两侧各一倍翼墙厚度范围内配筋；

M_w ——抗震墙底部截面组合的弯矩设计值；

η_{vw} ——抗震墙剪力增大系数，一级为 1.6，二级为 1.4，三级为 1.2。

3. 抗震墙中跨高比大于 2.5 倍梁高的连梁，其端部截面组合的剪力设计值应按下列各式进行调整：

$$V = \eta_{vb} (M'_b + M''_b) / l_n + V_{Gb} \quad (16.5.5)$$

9度时尚应符合

$$V = 1.1 (M'_{bua} + M''_{bua}) / l_n + V_{Gb} \quad (16.5.6)$$

式中 η_{vb} ——梁剪力增大系数，一级为 1.3，二级为 1.2，三级为 1.1；

l_n ——梁的净跨；

V_{Gb} ——梁上重力荷载代表值（9度时高层建筑还应包括竖向地震作用的标准值）作用下，按简支梁分析的梁端截面剪力设计值；

M'_{bua} 、 M''_{bua} ——分别为梁左右端反时针的或顺时针方向根据实配钢筋面积（考虑受压筋）和材料强度标准值计算的受弯承载力所对应的弯矩设计值；

M'_b 、 M''_b ——梁的左右端顺时针的或反时针方向截面组合的弯矩设计值，当两端弯矩均为负弯矩时，绝对值较小一端的弯矩取零。

4. 抗震墙截面设计的弯矩取值

合理设计的高抗震墙，其塑性铰应发生在抗震墙根部，这样就可以把这个范围做为加强区，采取提高延性措施。由于地震作用的变化以及抗震墙受弯配筋的不适当，往往不能保证塑性铰的固定部位，这对抗震墙的设计是不利的。为了使塑性铰在抗震墙根部出现，需要加强抗震墙上部的截面受弯承载力，抗震等级为一级的抗震墙包括单肢墙、小开洞墙或弱连梁的联肢墙各截面弯矩设计值应按以下规定采用（图 16.5.1）：

①底部加强区各截面均应按墙底组合弯矩设计值采用，墙顶组合弯矩设计值按顶部连梁约束弯矩采用，中间各截面的弯矩设计值按上述两者之间的线性变化取值，底部加强部位的最上部截面按纵向钢筋实际面

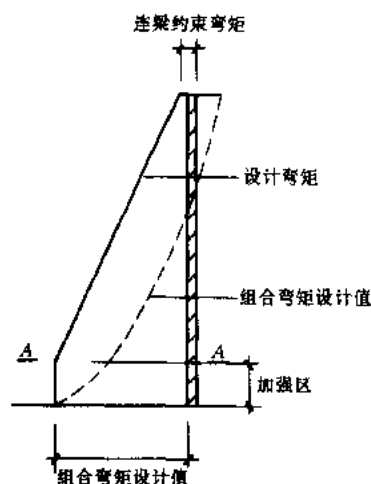


图 16.5.1 一级抗震墙墙肢设计弯矩图

积。

②底部加强部位的最上部截面 A-A 按纵向配筋实际面积 (包括墙身和边缘构件范围内配筋)、重力荷载代表值和材料强度标准值计算的实际正截面受弯承载力, 不应大于相邻上一层底截面的实际受弯承载力。

5. 双肢抗震墙截面设计的内力取值

在竖向荷载与地震力共同作用下, 双肢抗震墙应避免小偏心受拉。当墙肢出现拉力时, 该墙肢刚度开始退化, 拉力愈大退化愈多, 当截面为大偏心受拉, 且平均拉应力不大于混凝土的抗拉强度设计值时, 则另一墙肢的组合剪力设计值及组合弯矩设计值应乘以增大系数 1.25, 计算时应考虑来自不同方向的地震作用。

截面承受的拉力应满足以下条件:

$$N_t = N \cdot \sum V \quad (16.5.7)$$

$$N_t \leq A f_t \quad (16.5.8)$$

式中 N ——由重力代表值引起的墙肢轴压力;

N_t ——截面承受的拉力;

$\sum V$ ——截面以上连梁由于地震力引起的剪力之和;

A ——墙肢截面面积;

f_t ——墙肢混凝土抗拉强度设计值。

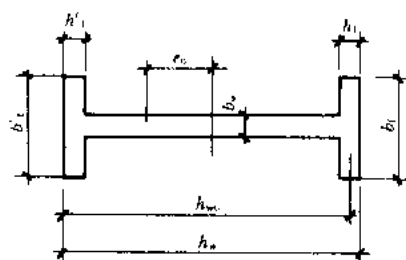


图 16.5.2 工字型截面抗震墙

6. 偏心受压及偏心受拉抗震墙的正截面承载力计算

反复和单调荷载作用下的正截面承载力对比试验表明, 在反复荷载作用下, 大偏心受压抗震墙的正截面承载力与单调荷载作用下的正截面承载力比较接近。

(1) 矩形、T 形和工型截面偏心受压抗震墙 (图 16.5.2) 的正截面承载力可按式计算:

$$N \leq [A'_s f'_y - A_s \sigma_s - N_{sw} + N_c] \frac{1}{\gamma_{RE}} \quad (16.5.9)$$

$$M \leq [A'_s f'_y \left(h_{w0} - \frac{h'_f}{2} \right) - M_{sw} + M_c - N \left(\frac{h_w - h_f}{2} \right)] \frac{1}{\gamma_{RE}} \quad (16.5.10)$$

当 $x > h'_f$ 时,

$$N_c = f_{cm} b_{wx} x + f_{cm} (b'_f - b_w) h'_f \quad (16.5.11)$$

$$M_c = f_{cm} b_{wx} x (h_{w0} - x/2) + f_{cm} (b'_f - b_w) h'_f (h_{w0} - h'_f/2) \quad (16.5.12)$$

当 $x \leq h'_f$ 时,

$$N_c = f_{cm} b'_f x \quad (16.5.13)$$

$$M_c = f_{cm} b'_{fz} x (h_{w0} - x/2) \quad (16.5.14)$$

当 $x \leq \xi_b h_{w0}$ 时,

$$\sigma_s = f_y \quad (16.5.15)$$

$$N_{sw} = (h_{w0} - 1.5x) b_w f_{yw} \mu_w \quad (16.5.16)$$

$$M_{sw} = 0.5(h_{w0} - 1.5x)^2 b_w f_{yw} \mu_w \quad (16.5.17)$$

当 $x \geq \xi_b h_{w0}$ 时,

$$\sigma_s = 0.0033 E_s \left(\frac{0.8}{\xi_b} - 1 \right) \quad (16.5.18)$$

$$N_{sw} = 0 \quad (16.5.19)$$

$$M_{sw} = 0 \quad (16.5.20)$$

$$\xi_b = \frac{0.8}{1 + \frac{f_y}{0.0033 E_s}} \quad (16.5.21)$$

矩形截面当 $A_s = A'_s$ 时, x 值可由下式计算:

$$x = \frac{N + A_{sw} f_{yw}}{1.5 \frac{A_{sw} f_{yw}}{h_{w0}} + f_{cm} b_w} \quad (16.5.22)$$

式中 f_y 、 f'_y 、 f_{yw} 、 f_{yh} ——抗震墙端部受拉、受压钢筋和墙身竖向及横向分布钢筋强度设计值;

f_{cm} ——混凝土弯曲抗压强度设计值;

h_{w0} ——抗震墙截面有效高度;

μ_w ——抗震墙竖向分布钢筋配筋率;

A_{sw} ——墙身竖向均布钢筋面积;

A_s ——抗震墙端部受拉钢筋截面面积;

A'_s ——抗震墙端部受压钢筋截面面积;

E_s ——抗震墙端部受拉钢筋弹性模量;

σ_s ——抗震墙端部受拉钢筋应力;

x ——抗震墙截面受压区高度;

γ_{RE} ——抗震承载力调整系数, $\gamma_{RE} = 0.85$ 。

(2) 矩形截面大偏心受拉抗震墙正截面承载力可按下列近似公式验算:

$$N \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[\frac{1}{\frac{1}{N_{0u}} + \frac{e_0}{M_{wu}}} \right] \quad (16.5.23)$$

$$N_{0u} = 2A_s f_y + A_{sw} f_{yw} \quad (16.5.24)$$

$$M_{wu} = A_s f_y \left(h_{w0} - \frac{h'_f}{2} \right) + A_{sw} f_{yw} \frac{h_{w0} - h'_f/2}{2} \quad (16.5.25)$$

式中 N ——抗震墙承受的组合拉力设计值；
 e_0 ——轴向力作用点至截面重心的距离；
 A_s ——墙端竖向配筋面积；
 N_{0u} ——抗震墙的轴心受拉承载力值；
 M_{wu} ——抗震墙的正截面受弯承载力值；
 $\gamma_{RE} = 0.85$ 。

7. 偏心受压抗震墙斜截面受剪承载力计算和抗震验算公式为：

$$V_w \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[\frac{1}{\lambda - 0.5} \left(0.04 f_c b_w h_{w0} + 0.1 N \frac{A_w}{A} \right) + 0.8 f_{yh} \frac{A_{sh}}{s} h_{w0} \right] \quad (16.5.26)$$

式中 V_w ——抗震墙承受的组合剪力设计值；
 N ——考虑重力代表值作用的抗震墙轴向压力值，当 N 大于 $0.2 f_c b_w h_w$ 时，取 $N = 0.2 f_c b_w h_w$ ；
 A ——抗震墙截面总面积；
 A_w ——抗震墙腹板面积，矩形截面取 $A_w = A$ ；
 λ ——计算截面处剪跨比， $\lambda = M_w / V_w h_{w0}$ ， $\lambda < 1.5$ 时取 1.5， $\lambda > 2.2$ 时取 2.2，其中 M_w 为与 V_w 相应的设计弯矩值，当计算截面与墙底之间的距离小于 $h_w/2$ 时， λ 应按 $h_w/2$ 处的设计弯矩与剪力值计算。

偏心受拉抗震墙斜截面受剪承载力按下式计算和验算：

$$V_w \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[\frac{1}{\lambda - 0.5} \left(0.04 f_c b_w h_{w0} - 0.1 N \frac{A_w}{A} \right) + 0.8 f_{yh} \frac{A_{sh}}{s} h_{w0} \right] \quad (16.5.27)$$

当公式右侧计算值小于 $\frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.8 f_{yh} \frac{A_{sh}}{s} h_{w0} \right)$ 时，

$$\text{取} \quad V_w = \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.8 f_{yh} \frac{A_{sh}}{s} h_{w0} \right) \quad (16.5.28)$$

8. 抗震墙连梁斜截面受剪承载力计算

当连梁的跨高比大于 2.5 时，其斜截面受剪承载力可按式 (16.5.29) 计算。当连梁的跨高比小于或等于 2.5 时应按式 (16.5.30) 计算：

$$V_w \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.05 f_c b_b h_{b0} + 0.8 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_{b0} \right) \quad (16.5.29)$$

$$V_w \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.05 f_c b_b h_{b0} + 0.7 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_{b0} \right) \quad (16.5.30)$$

管道穿过连梁预留洞口宜位于连梁中部，洞口的加强设计同框架的要求，当不能满足要求时，连梁与抗震墙的连接应按铰接考虑。

9. 抗震墙施工缝的受剪验算

抗震墙的水平施工缝是受剪的薄弱部位，特别是当剪应力较高、轴压力较小，甚至出现拉力时，一级抗震墙的施工缝截面应进行受剪承载力验算，此时只考虑钢筋及摩擦力的作用，施工缝受剪承载力按下式验算：

$$V_{wi} \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.6 f_y A_s + 0.8 N) \quad (16.5.31)$$

式中 V_{wi} ——抗震墙水平施工缝组合的剪力设计值；
 f_y ——竖向钢筋抗拉强度设计值；
 A_s ——施工缝处抗震墙墙板竖向分布钢筋和边缘构件纵向钢筋（不包括两侧翼墙）的纵向钢筋的总截面面积；
 N ——施工缝处不利组合的轴向力设计值，压力取正值，拉力取负值。
 当不能满足式（16.5.31）要求时，应补充短钢筋，在施工缝的上下应满足锚固长度。

16.6 抗震墙结构的抗震构造措施

1. 抗震墙的小墙肢长度不宜小于墙厚的 3 倍。小墙肢的轴力设计值轴压比不宜大于 0.6。小墙肢的配筋构造应按柱考虑。
2. 抗震墙厚度大于 140mm 时，竖向和横向分布筋应采用双排布置；双排分布钢筋之间应采用拉筋连接，拉筋直径不应小于 6mm，间距不应大于 700mm、拉筋应与外皮钢筋钩牢，底部加强部位的拉筋宜适当加密。
3. 抗震墙竖向和横向分布钢筋应符合表 16.6.1 的要求。Ⅳ类场地上三级的较高的高层建筑，其一般部位的分布钢筋最小配筋率不应小于 0.2%，部分抗震墙结构的落地墙及其框支层以上一层墙体的分布钢筋最小配筋率不应小于 0.3%，钢筋间距不应大于 200mm。

抗震墙分布钢筋配筋要求			表 16.6.1
抗震等级	最小配筋率 (%)	最大间距 (mm)	最小直径 (mm)
一	0.25	300	8
二	0.25		
三、四	0.20		

注：钢筋直径不宜大于墙厚的 1/10。

4. 抗震墙边缘构件的设置
 抗震墙结构的边缘构件设置应符合下列要求：

(1) 一级和二级抗震墙的底部加强部位整个相连的墙体，在重力荷载作用下墙体平均轴压比不宜超过表 16.6.2 的上限值，底部加强部位以上的墙体平均轴压比不应大于底部加强部位的平均轴压比。

抗震墙最大平均轴压比				表 16.6.2
项 目	9 度	8 度一级	二级	
轴压比上限	0.40	0.50	0.60	
轴压比下限	0.10	0.20	0.30	

- 注：1. 墙体平均轴压比 n_w 可按下式计算： $n_w = N / (f_c A_w)$ ， N 为重力荷载设计值， A_w 为墙体截面面积；
 2. 翼墙长度小于其 2 倍厚度或端柱截面边长小于 2 倍墙厚时，按矩形截面对待。

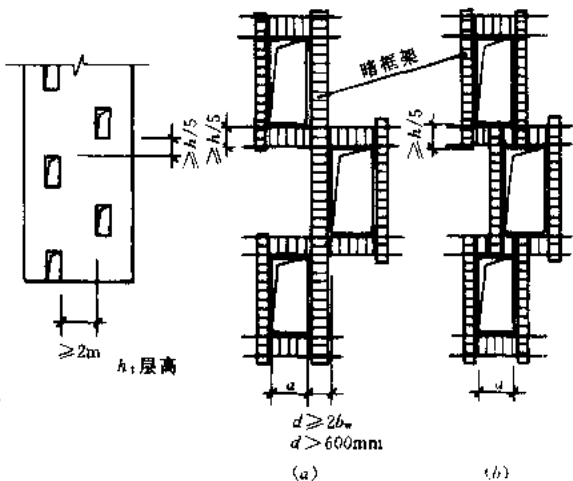


图 16.6.1 抗震墙开洞
 (a) 一级抗震墙；(b) 二、三级抗震墙

底部加强部位的边缘构件应按墙体平均轴压比分为两类：当墙体平均轴压比不小于表 16.6.2 的下限值时应设置约束边缘构件，不超过时可设置构造边缘构件。

抗震墙构造边缘构件的配筋要求 表 16.6.3

抗震等级	底部加强部位			其它部位		
	纵向钢筋最小量 (取较大值)	箍筋或拉筋		纵向钢筋最小量	箍筋或拉筋	
		最小直径	沿竖向最大间距 (mm)		最小直径	沿竖向最大间距 (mm)
一	$0.010A_c$, 4 ϕ 16	ϕ 8	100	4 ϕ 14	ϕ 8	150
二	$0.008A_c$, 4 ϕ 14	ϕ 8	150	4 ϕ 12	ϕ 8	200
三	$0.005A_c$, 4 ϕ 14	ϕ 6	150	4 ϕ 12	ϕ 6	200
四	$0.005A_c$, 4 ϕ 12	ϕ 6	200	4 ϕ 12	ϕ 6	250

- 注：1. A_c 为边缘构件的截面面积；
 2. 其它部位的拉筋配置在暗柱范围，水平间距尚不应大于纵筋间距的 2 倍；
 3. A_c 为端柱时，尚应满足柱配筋要求；
 4. 转角交叉处宜用箍筋。

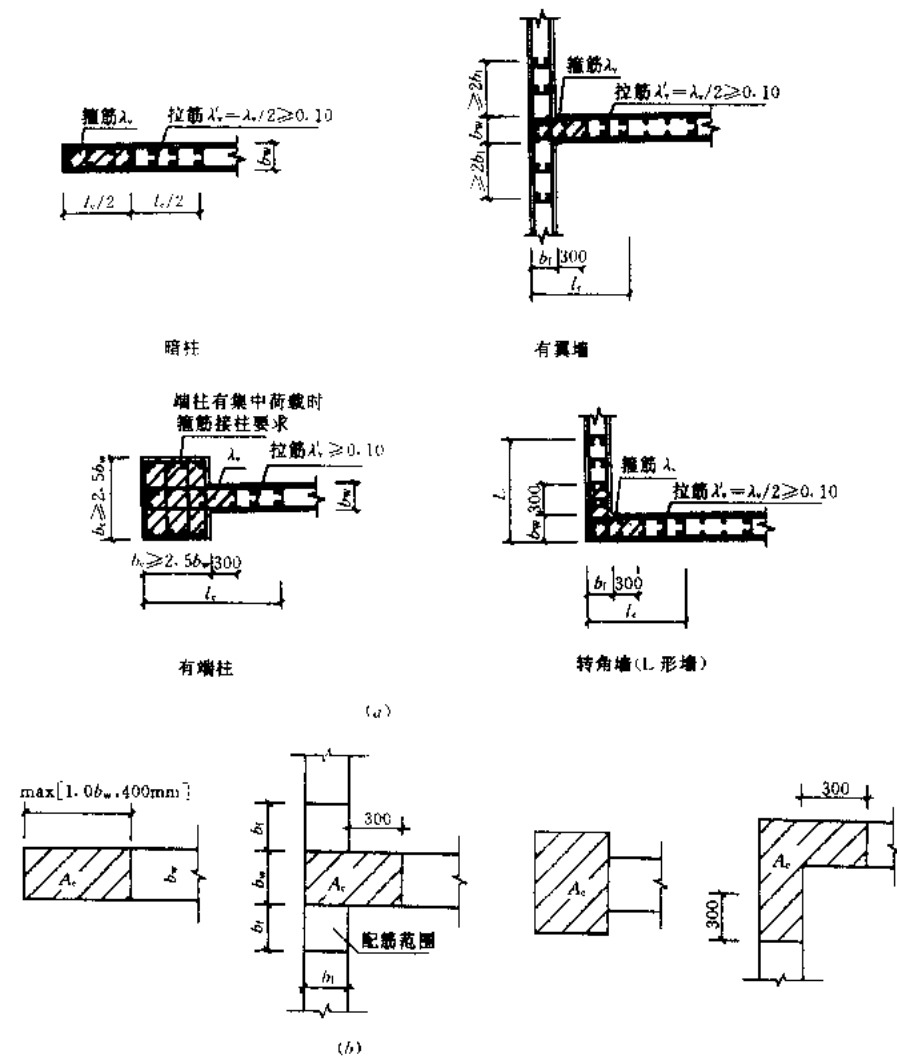


图 16.6.2 抗震墙边缘构件
 (a) 抗震墙的约束边缘构件；(b) 抗震墙的构造边缘构件范围

(2) 部分框支抗震墙净高的落地抗震墙, 梁端应有翼墙或端柱, 并应设置约束边缘构件。如图 16.6.2a。

(3) 抗震墙的构造边缘构件的范围, 应按图 16.6.2b 采用; 构造边缘构件的配筋, 应符合表 16.6.3 的要求。墙体端部横向分布钢筋的锚固和拉筋构造要求见图 16.6.3。

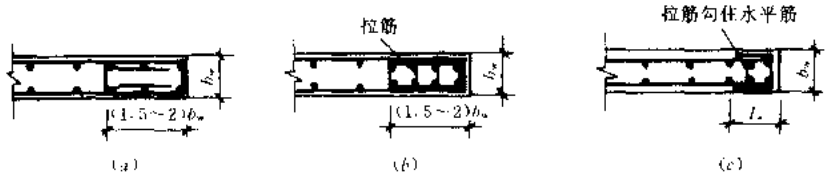


图 16.6.3 墙体端部横向分布钢筋构造要求

(a) 有暗柱 (分布筋为绑扎); (b) 有暗柱 (分布筋为焊网); (c) 三级抗震墙端头未形成暗柱

(4) 约束边缘构件沿墙肢的长度和含箍特征值应符合表 16.6.4 的要求, 纵向钢筋的最小量应符合表 16.6.3 的要求。约束边缘构件的高度, 应向上延伸到底部加强部位以上不小于约束边缘构件纵向钢筋锚固长度的高度。

约束边缘构件范围 l_c 及其含箍特征值 λ_v 表 16.6.4

项 目	9 度		8 度一级		二 级	
轴压比范围	0.1	0.4	0.2	0.5	0.3	0.6
λ_v 范围	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2
l_c (暗柱)	$0.1h_w$	$0.25h_w$	$0.1h_w$	$0.25h_w$	$0.1h_w$	$0.25h_w$
l_c (有翼墙)	$b_f + 300$	$0.2h_w$	$b_f + 300$	$0.2h_w$	$b_f + 300$	$0.2h_w$
l_c (有端柱)	$b_c + 300$	$0.2h_w$	$b_c + 300$	$0.2h_w$	$b_c + 300$	$0.2h_w$

注: 1. 轴压比介于表中范围限时, l_c 和 λ_v 由内插确定;
2. l_c 为约束边缘构件沿墙肢长度, 不应小于表内数值、 $1.5h_w$ 和 450mm 的较大值。

5. 抗震墙钢筋的连接和锚固应满足下列要求:

(1) 抗震墙竖向分布钢筋的连接: 一级的所有部位和二级的加强部位的接头应错开, 每次连接的钢筋数量不应超过 50% (图 16.6.4a)。其他墙体的竖向钢筋可在同一部位连接 (图 16.6.4b)。竖向分布筋直径大于 22mm 时宜采用机械连接。

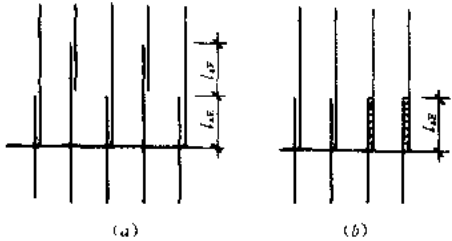


图 16.6.4 墙板竖向分布钢筋的搭接

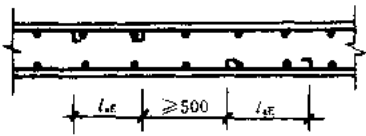


图 16.6.5 横向分布筋连接

(2) 抗震墙横向分布钢筋的连接满足图 16.6.5 的构造要求。

(3) 抗震墙现浇内外墙平面交接处和三、四级抗震墙与上下层处钢筋连接构造及与预制楼板连接构造可分别采用图 16.6.6 和图 16.6.7 做法。9 度及一级抗震墙结构的楼板应采用现浇。

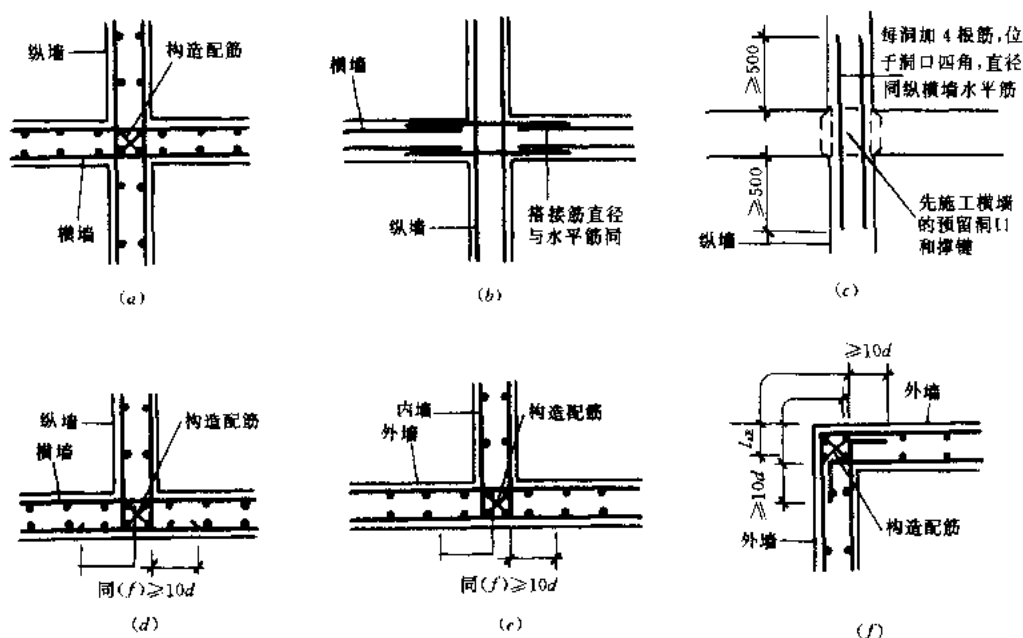


图 16.6.6 现浇内外墙的连接

(a) 十字内墙; (b) 水平筋断开时加搭接筋; (c) 三、四级抗震墙横墙预留洞加搭接筋;
(d) 丁字内墙; (e) 丁'字内外墙; (f) 外墙转角

6. 抗震墙连梁的钢筋连接和锚固应满足下列要求:

(1) 连梁上下水平钢筋伸入墙内的长度 l_{aE} 不应小于: 一级、二级 $1.15l_a$, 三级 $1.05l_a$; 四级 l_a , 且均不应小于 600mm。 l_a 为钢筋的锚固长度。

(2) 连梁沿梁全长的箍筋构造要求应按第十五章框架梁梁端加密区箍筋构造要求 (表 15.5.1)。

顶层连梁伸入墙体的钢筋长度范围内, 应设置间距小于 150mm、直径同连梁的构造箍筋 (图 16.6.8)。

(3) 连梁在各种门窗洞口处的构造如图 16.6.9 所示。连梁有穿行管道开洞时, 洞口上下的有效高度不宜小于梁高的 $1/3$, 且不应小于 200mm, 小洞口时可采用加钢套管办法 (图 16.6.10)。

(4) 对于墙厚 $b_w \geq 250\text{mm}$ 、跨高比小于 1 的短连梁, 宜采用交叉斜配筋构造, 以改善其延性 (图 16.6.11)。

7. 抗震墙上有非连续的小洞口, 且其各边长小于 800mm 时, 可将被截断的分布钢筋集中配置在洞边, 且不应小于 $2\phi 12$ (图 16.6.12)。

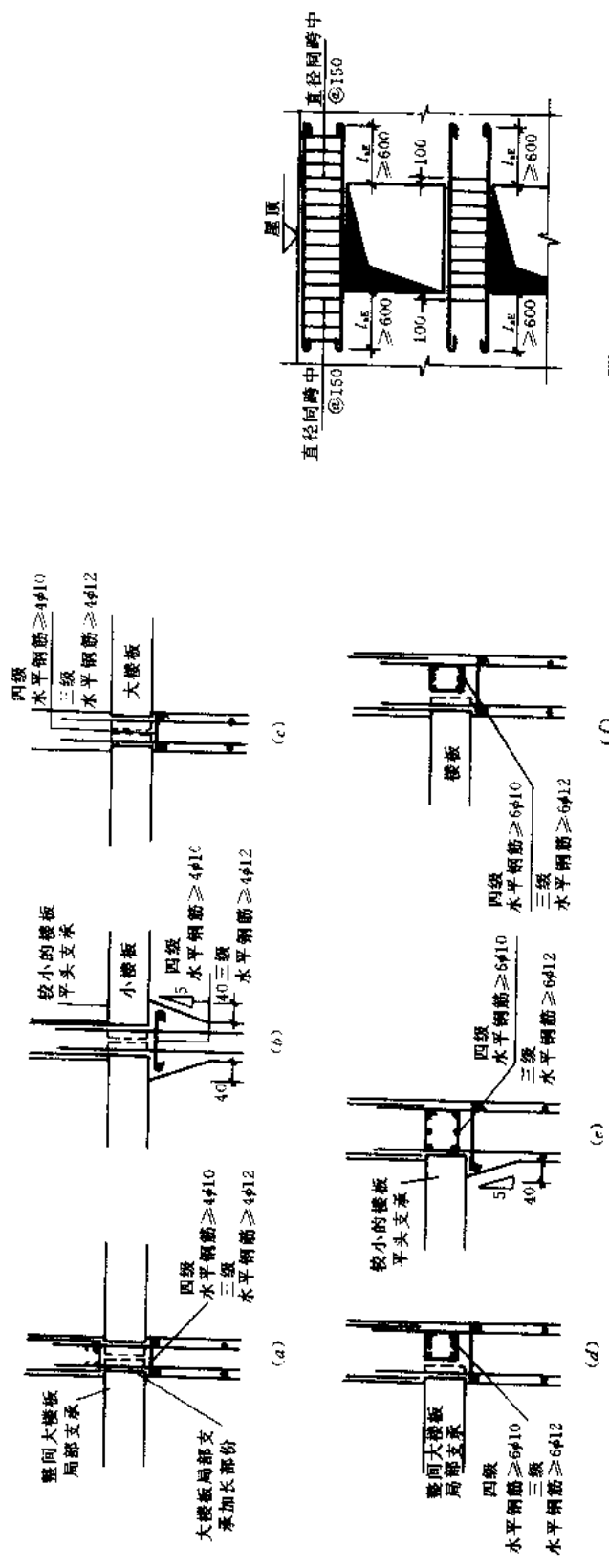
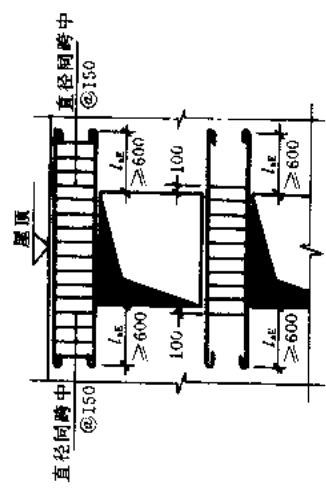


图 16.6.7 二、四级现浇内外墙楼层上下层墙体连接

(a)内横墙一;(b)内横墙二;(c)内纵墙一;(d)外横墙一;(e)外横墙二;(f)外纵墙
注:现浇楼板可不设圈梁。

图 16.6.8 连梁的配筋构造



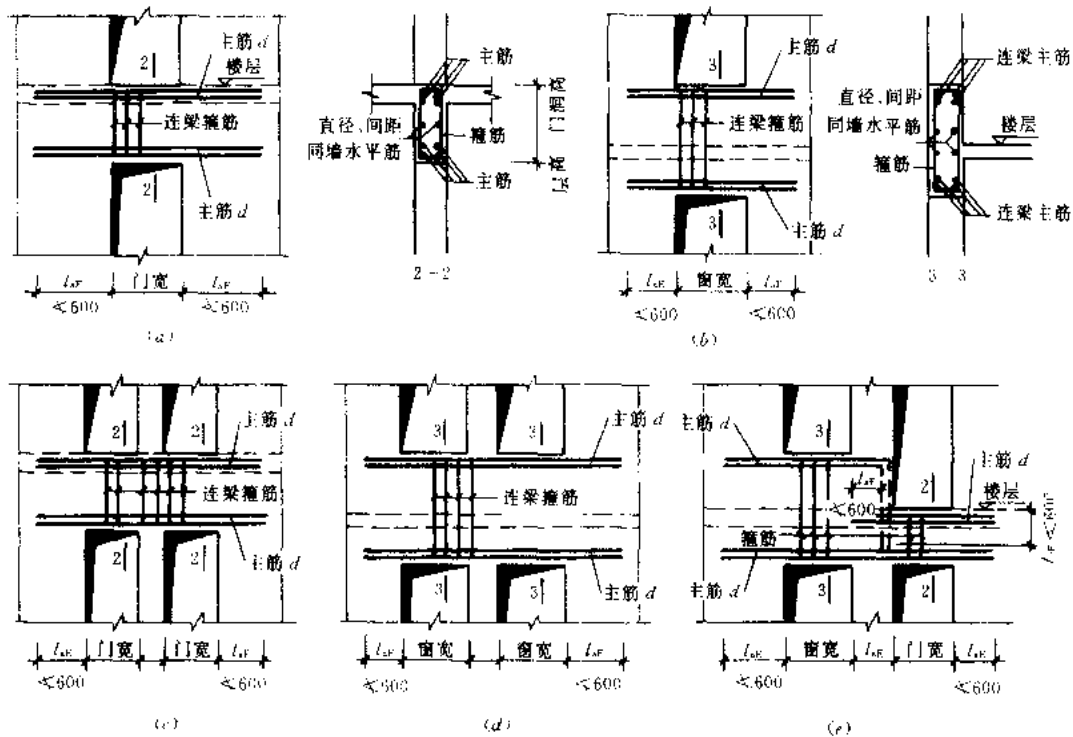


图 16.6.9 现浇墙体的门窗连梁配筋

(a) 单门洞; (b) 单窗洞; (c) 双门洞; (d) 双窗洞; (e) 门窗洞

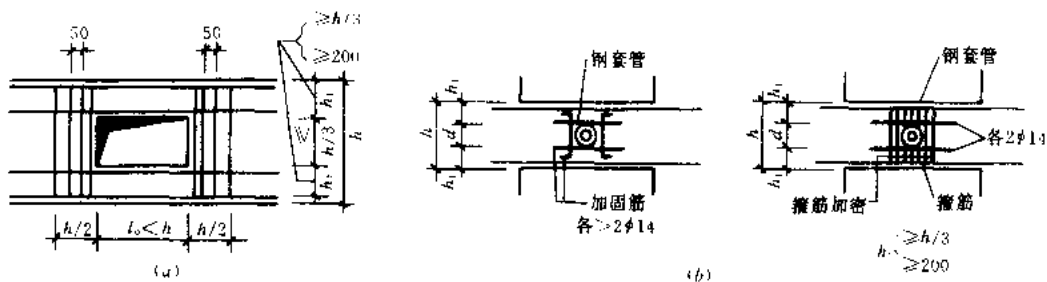


图 16.6.10 连梁开洞处构造

(a) 连梁开较大洞口; (b) 连梁开较小洞加固

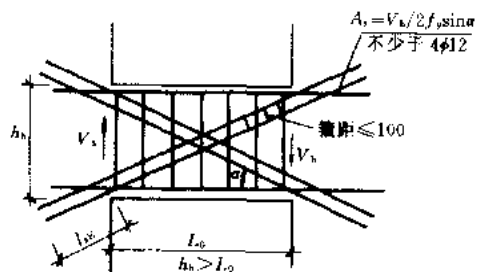


图 16.6.11 短连梁的交叉斜配筋构造

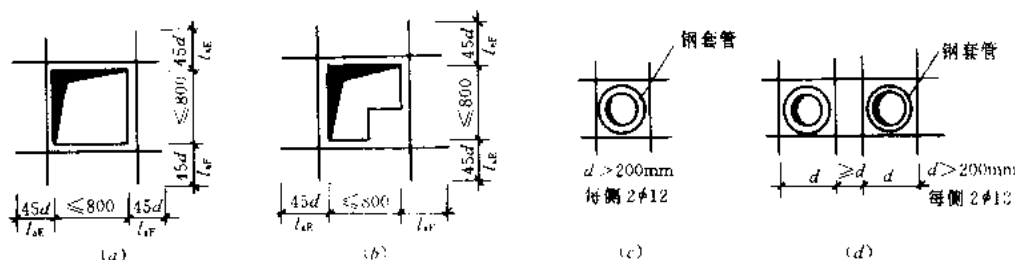


图 16.6.12 抗震墙小洞口处配筋构造

16.7 底部大空间剪力墙结构的抗震设计

由于底部为大空间的商场上部为办公楼或住宅的建筑功能的要求,就提出了建造底部大空间的框支剪力墙结构。

底层为框架体系上部为剪力墙的柔性底层房屋,由于底层为特别薄弱的楼层而在强烈地震中破坏严重。如 1964 年南斯拉夫的斯可比耶地震,1978 年罗马尼亚的布加勒斯特地震的震害均表明,这种底层特别薄弱的柔性框支剪力墙房屋的抗震性能比较差,其震害较为严重。

16.7.1 底层大空间剪力墙结构的试验研究

为了研究和改善这类房屋的抗震性能,中国建筑科学研究院结构所于 1981 年~1983 年进行了十二层底层大空间剪力墙结构模型的拟动力试验研究。

原型和模型的底层平面、标准层平面和剪力墙类型见图 16.7.1。

试验直接输入地震记录,在弹性阶段采用 El Centro、唐山迁安和人工模拟波 MMW,采用 El Centro 波进行模型破坏试验。

图 16.7.2 示出了输入 El Centro 波、峰值加速度为 800gal 时破坏的裂缝图。

通过这个模型试验,得到了以下的主要结论:

1. 只要按规范和规程规定的方法进行设计,采取必要的构造措施,底部大空间剪力墙结构可以在 6~8 度抗震设防区应用。
2. 只要保证底部楼层刚度不太小,符合规范和规程规定要求,并加大底部楼层承载力,最终破坏不会在底部楼层发生,结构有较好的变形能力。
3. 转换层楼面受力与变形显著,必须加强其构造措施。由试验表明,楼板平面内刚度无限大的假定不能用于大空间楼层分析。
4. 小墙肢开裂和破坏早且严重,在设计中要尽量避免使用。

16.7.2 底部大空间剪力墙结构的布置

底部大空间剪力墙结构的布置,主要考虑两个关键问题:

- (1) 保证底部大空间层有较好的刚度,防止沿竖向刚度比过大;
- (2) 加强转换层的刚度与承载力,保证转换层可以将上层剪力可靠地传递到落地抗震墙上去。

1. 底部大空间层的刚度

底部应有落地剪力墙和(或)落地筒体,落地纵横剪力墙最好成组布置,结合为落地筒。



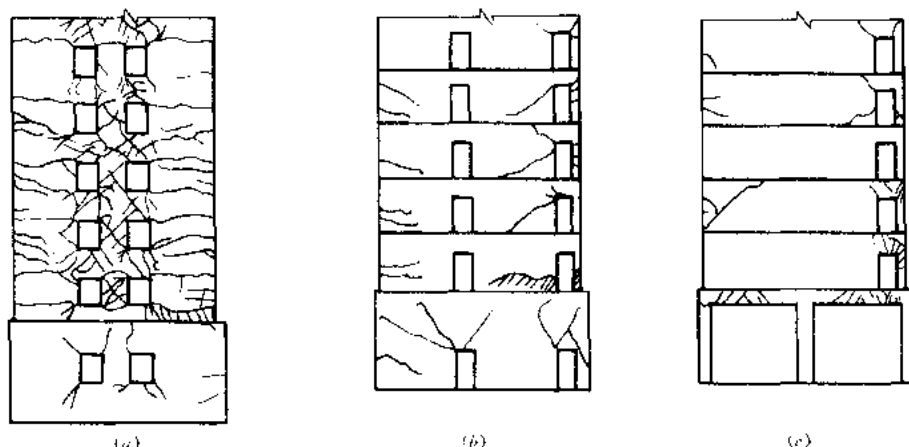


图 16.7.2 $A_{\max} = 800\text{gal}$ 时的裂缝图形
(a) ①轴剪力墙; (b) ②轴剪力墙; (c) ③轴剪力墙

A_c ——全部柱的截面面积;

h_i 、 h_{i+1} ——第 i 层、 $i+1$ 层的层高。

在抗震设计时, γ 应尽量接近于 1, 不应大于 2。

2. 落地剪力墙的洞口

落地剪力墙数量本来就不多, 所以尽量不开洞, 开小洞, 以免刚度削弱太大。如果开洞时, 宜布置在剪力墙的中部。

框支梁上部一层的墙体很重要, 应力分布复杂。为了有效地通过墙体将荷载传到下部楼层, 所以这一层墙体不宜设边门洞, 不得在中柱上方开设门洞。

3. 楼面布置要求

转换层楼面受很大内力, 楼板变形显著, 所以转换层楼面应采用厚度不小于 180mm 的现浇板。

不要在大空间范围内将楼板开大洞, 如果必须在大空间部分设置楼、电梯间时, 应用钢筋混凝土剪力墙围成筒体。

落地剪力墙的最大间距 L 应符合以下要求:

6 度、7 度: $L \leq 2.5B$, $L \leq 30\text{m}$;

8 度: $L \leq 2B$, $L \leq 24\text{m}$;

16.7.3 框支剪力墙结构的内力分析

在进行框支墙与落底墙协同作用的分析之后, 对于框支墙的墙-框连接区的应力分布最有效的分析方法是有限元平面弹性应力分析程序, 这种方法可以分析任何形状、任意荷载作用下框支剪力墙的内力状况。对于规则对称的框支剪力墙 (包括无洞口或在跨中有一排小洞口), 在竖向荷载作用下亦可采用简化方法进行内力计算。计算地震力对框支梁的作用时, 可近似取梁上同号分布力的平均值作为满荷载考虑。

框支梁的刚度愈大, 柱的刚度愈小, 则边柱上方竖向应力 σ_{y1} 与中柱上方竖向应力 σ_{y2} 之比愈大。在通常的尺寸下 ($h_b/l_0 = 0.1 \sim 0.16$, $b_b/l_0 = 0.6 \sim 0.10$), 边柱上方竖向应力约为 $(4 \sim 6) w/b_w$, 中柱上方竖向应力约为 $(2.0 \sim 3.5) w/b_w$ 。 w 为作用在框支梁

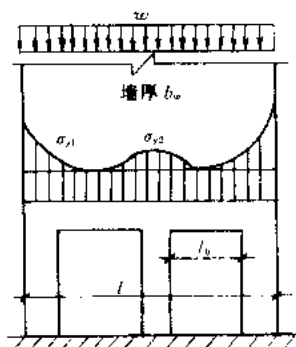


图 16.7.3 框支梁上的
竖向应力分布

以上的单位长度竖向荷载； b_b 为框支梁宽度（图 16.7.3）。

试验说明，超出弹性阶段后，边柱上方应力逐渐减小，中柱处逐渐增加，因此设计时宜将中柱上方按弹性分析求得的竖向应力适当提高 25% 左右。

有纵墙时，边柱处与中柱处的竖向应力比例将有所变化，此时中柱处应力趋于减小。

水平拉应力在中柱梁上方最大约为 $(0.7 \sim 1.0) w/b_w$ ，在梁下方最大约为 $(1.06 \sim 1.64) w/b_w$ 。在梁端界面上沿水平缝的最大剪应力约为 $(1.2 \sim 2.0) w/b_w$ 。

16.7.4 底层大空间剪力墙结构的抗震设计要求

1. 转换层楼板

转换层楼板应有足够的平面内整体刚度，现浇板的厚度不宜小于 180mm，混凝土强度等级不宜低于 C30，应采用双层双向配筋，每个方向配筋率不小于 0.25%。

转换层楼板传递框支剪力墙的底部剪力，因此应验算楼板平面内的受剪承载力。当为一级抗震等级时，框支层楼板的平面内设计剪力值宜乘以增大系数 1.5。

转换层楼板与落地剪力墙应有良好的连接，以保证剪力的传递。楼板的厚度以及穿过和连接落地剪力墙的钢筋面积应满足以下要求：

$$V_f \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.1 f_c b_f t_f) \quad (16.7.2)$$

$$V_f \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.6 f_y A_s) \quad (16.7.3)$$

式中 V_f ——由不落地墙通过转换层楼板传到落地剪力墙的剪力设计值；

b_f ——转换层楼板宽度；

t_f ——转换层楼板厚度；

A_s ——穿过落地剪力墙的转换层楼板的全部钢筋截面面积。

转换层楼板在落地剪力墙之间的长宽比不宜超过表 16.7.1 的规定，且落地剪力墙的间距不宜超过 24m。

落地剪力墙之间的转换层楼板长宽比

表 16.7.1

转换层现浇梁板 (抗震等级为三级 时可用叠合板)	烈 度		
	6	7	8
	2.5	2.5	2.0

当落地剪力墙的距离超过表 16.7.1 规定，特别是当不落地剪力墙的内力相差较大时，转换层楼板应核算其平面内受弯受剪承载力。

转换层楼板的边缘及洞口周边应设边梁或暗梁，暗梁宽度不小于板厚的两倍，梁内

纵向钢筋配筋率不小于暗梁截面的 1%，宜采用焊接钢筋接头，楼板钢筋应锚固在边缘构件内。

当转换层楼板上的洞口较大时，应考虑妥善的加强措施，图 16.7.4 表示转换层楼板的结构布置，此时楼板应按平面内受弯计算。

2. 框支梁

(1) 框支梁的混凝土强度等级不宜低于 C30。

(2) 框支梁的纵向钢筋

框支梁的纵向钢筋按偏心受拉承载力计算确定。主筋的最小配筋率为 0.2%，不宜有接头，不得采用绑扎接头。同一截面上，接头的钢筋截面面积不应超过全部钢筋截面面积 25%。接头应避开上部墙体的开洞部位。

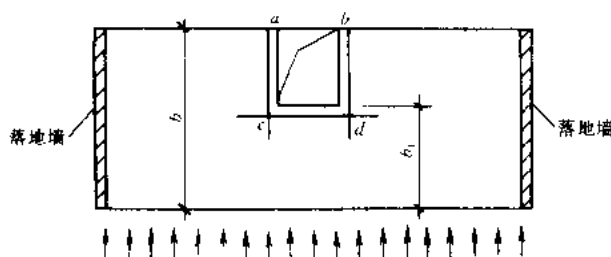


图 16.7.4 带大洞口的转换层楼盖

由于框支梁是偏心受拉构件，所以纵向钢筋一般都直通伸入支座。上部钢筋如果部分在跨中切断，则至少要保留 50% 伸入支座。框支梁不应采用弯起钢筋，下部钢筋应全部伸入支座。

沿梁的两侧，应布置间距不大于 200mm、直径不小于 $\phi 16$ 的腰筋。在计算截面偏拉承载力时，可以计算腰筋的作用。

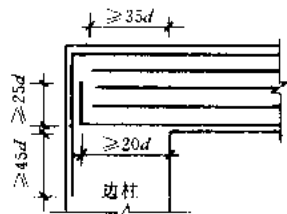


图 16.7.5 框支梁主筋和腰筋的锚固

伸入支座的全部钢筋都应在柱内可靠地锚固，负钢筋应伸入梁下皮以下 $45d$ (图 16.7.5)。

(3) 框支梁的箍筋

框支梁的箍筋由抗剪承载力计算决定。在离柱边 $0.2L_{n1}$ 或 $1.5h_{b1}$ 的范围内，箍筋间距不超过 100mm，直径不小于 $\phi 8$ mm。门洞口下亦按此加密布置，其余部位可将间距加大但不超过 200mm。

腰筋应每隔一根用拉筋加以约束、固定。

3. 框支柱

(1) 框支抗震墙结构的框支柱应进行下列内力调整

1) 框支柱承受的最小地震剪力宜按下列规定采用：

框支柱的数目多于 10 根时，柱承受地震剪力之和不应小于该楼层剪力的 20%；少于 10 根时，每根柱承受的地震剪力不应小于该楼层剪力的 2%。

2) 一级和二级框支柱由地震作用引起的附加轴力应分别乘以增大系数 1.5、1.2。计算轴压比时可不考虑增大系数。

(2) 框支柱的截面尺寸

框支柱的截面尺寸由以下三方面条件决定：

1) 最小构造尺寸

框支柱的宽度 b_c 宜与梁宽 b_b 相等，但有时为了便于柱的主筋通过，也可以比梁宽 b_b 大 50mm。而且抗震设计时，柱宽 b_c 不宜小于 450mm；截面高度 h_c 不宜小于 b_c ，也不宜小于梁跨度的 $1/12$ 。

框支柱不宜采用短柱，柱净高与柱截面高度之比不宜小于 4。当不能满足此项要求时，宜加大框支楼层的层高。

2) 轴压比限值

框支柱要求有比一般框架柱更大的延性和抗倒塌能力，所以对轴压比 μ_r 有很严格的要求。抗震设计时框支柱的轴压比应符合表 16.7.2 的要求。

框支柱轴压比 μ_c 的限值 表 16.7.2

抗震等级	一 级	二 级
μ_c 限值	0.6	0.7

框支柱的混凝土强度等级不低于 C30。

(3) 纵向配筋

柱内全部纵向钢筋的最小配筋率为：

一级： $\rho_{\min} = 1.2\%$

二级： $\rho_{\min} = 1.0\%$

纵向钢筋的间距，不宜大于 200mm。

全部纵向钢筋的最大配筋率 ρ_{\max} 为 3%。超过时，箍筋应焊为封闭式。

纵向钢筋的接头宜留在离楼面 700mm 以上的区段。宜用焊接接头。如采用搭接接头，则搭接长度为 $45d$ ，I 级钢筋加弯钩，II 级钢筋加直钩。同一截面搭接的截面面积不应超过 50%。

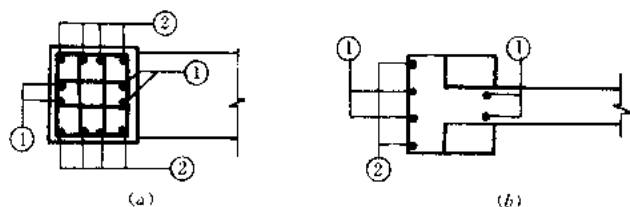


图 16.7.6 框支柱竖向主筋锚固要求

①号筋应尽量伸入上层墙体内作为上一层墙体的端部筋；

②号筋锚入底层楼板内长度 $\geq 45d$ ，当上层墙带有翼缘时

②号筋也应尽量伸入上层墙体内（见图 16.7.6）

3) 抗剪要求

如果框支柱不满足轴压比限值或抗剪要求，应加大截面尺寸或提高混凝土强度等级。

竖向钢筋在柱顶锚固要求见图

16.7.6，能伸入上部墙体的钢筋尽量伸入墙体；不能伸入墙体的钢筋在梁内锚固。

(4) 箍筋

框支柱的箍筋应沿全高加密，加密区的箍筋配筋要求同一般框架柱的加密区箍筋要求，而且不少于 $\phi 10@100\text{mm}$ 。

(5) 框支梁上部的墙体

1) 框支梁上部的墙体开口边门洞时，应加强小墙肢配筋，并设外墙翼缘（图 16.7.7），同时要加强这一区段框支梁的抗剪承载力，必要时采用加腋梁。

2) 框支柱应有部分纵向钢筋延伸到框支梁以上墙体，延伸长度等于层高。

3) 最小配筋率应按加强区的最小配筋率采用。墙体竖向钢筋在框支梁的锚固长度按 l_{aE} 采用。

4) 为了保证剪力墙与框支梁在界面处的连接整体性，墙与梁的接缝应按剪力摩擦进行验算。连接缝处水平剪力设计值（单位长度平均值）为

$$V \leq A_s f_y \quad (16.7.4)$$

式中 A_s ——沿楼缝单位长度竖向配筋面积；

f_y ——钢筋抗拉强度设计值。

16.7.5 落地剪力墙

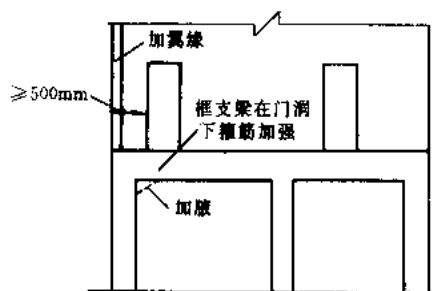


图 16.7.7 托梁上方门洞

为了避免落地剪力墙剪切破坏并提高落地剪力墙的延性,抗震等级为一、二级的落地剪力墙加强部按剪力墙根部截面的组合弯矩设计值 M_w 分别乘以增大系数 1.5 和 1.2 进行设计。加强区以上的设计弯矩按线性化考虑(图 16.7.8)。落地抗震墙的墙肢不宜出现偏心受拉。

一、二级落地剪力墙加强区的剪力增大系数均按式 16.5.3 考虑。

落地剪力墙加强区截面的剪力组合设计值应符合下式要求:

$$V_w \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} 0.15 f_c b_w h_w \quad (16.7.5)$$

落地墙及框支层以上一层剪力墙竖向和横向分布钢筋配筋率不得小于 0.3%。

落地双肢剪力墙宜使连梁具有较大的约束弯矩(整体性系数 α 宜不小于 3),同时要避免由于连梁过强在地震作用下使一侧墙肢出现拉力。

抗震等级一级的落地双肢剪力墙,当轴向平均压应力 $\leq 0.2 f_c$, 及剪应力 $> 0.15 f_t$ 时,为了防止剪切滑动,在墙肢根部可设交叉斜筋,斜筋宜设在两层分布筋之间,采用根数不多的较粗钢筋(图 16.7.9)。一端锚入基础另端锚入墙内。一般情况下,斜筋按承担作用于底部剪力设计值的 30% 考虑。

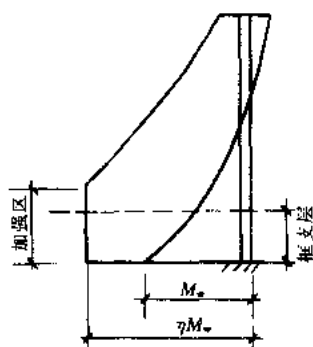


图 16.7.8 一、二级框支层的落地墙设计弯矩图

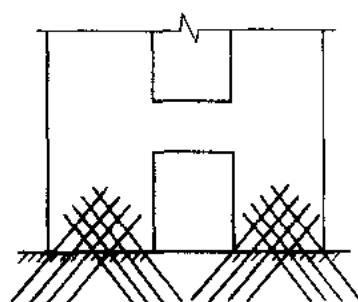


图 16.7.9 框支层的落地双肢剪力墙根部斜筋构造

16.8 计算例题

1. 工程概况

本工程为全现浇抗震墙结构的高层住宅,地上 15 层,地下 2 层,地上部分内外墙厚度均为 200mm,平面布置如图 16.8.1 所示,各层层高及重力荷载代表值如图 16.8.2 所示。墙体混凝土强度等级:1~6 层为 C25;其余各层为 C20。

计算水平地震作用下结构横向内力和墙 W6 一层的截面承载力。设防烈度为 8 度,场地特征周期为 0.3s。

2. 墙截面特征计算

各道横墙截面特征列于表 16.8.1。墙的分类按 16.4 节进行判断,外墙门窗洞口的连梁高度均为 450mm,内墙门洞口边梁高度均为 700mm。外墙连梁惯性矩 $I_{bjo} = \frac{1}{12} \times 0.2 \times$

$0.45^3 = 1.52 \times 10^{-3} \text{m}^4$, 内墙连梁惯性矩 $I_{bj0} = \frac{1}{12} \times 0.2 \times 0.7^3 = 5.72 \times 10^{-3} \text{m}^4$, 连梁计算

跨 $L_j = L_{j0} + \frac{h_b}{2}$

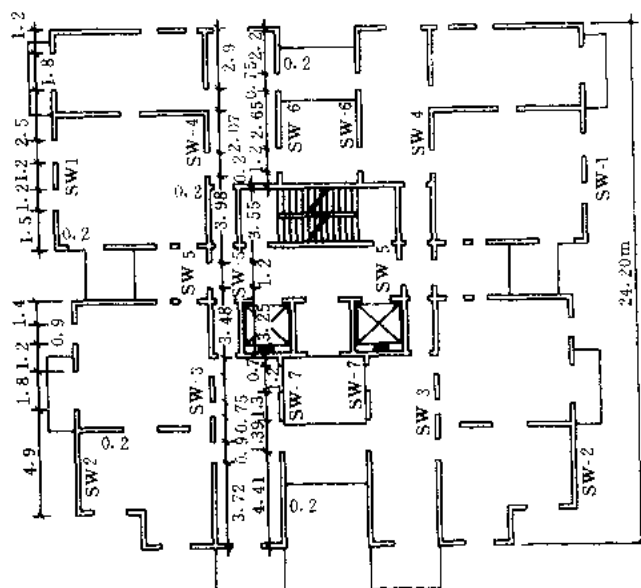


图 16.8.1 墙平面



图 16.8.2 层高和各层重力代表值

$$\Sigma I_j = 0.3743 \text{m}^4, \quad \tau = 0.80, \quad H = 15 \times 2.7 = 40.5 \text{m}$$

$$\alpha = H \sqrt{\frac{12}{\tau h \Sigma I_j} \frac{\Sigma I_{bj} a_j^2}{L_j^3}} = 40.5 \sqrt{\frac{12}{0.8 \times 2.7 \times 0.3743} \times 0.00943} = 15.15$$

$$I = 12.598 \text{m}^4, I_n = I - \Sigma I_j = 12.598 - 0.3743 = 12.2237 \text{m}^4$$

$$\frac{I_n}{I} = \frac{12.2237}{12.598} = 0.97, \xi = 0.96, \text{为壁式框架。}$$

各道墙截面特征 (墙厚均为 200mm)

表 16.8.1

墙号	各墙肢截面面积 (m ²)				各墙肢截面惯性矩 (m ⁴)				组合截面惯性矩 I (m ⁴)
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	I ₁	I ₂	I ₃	I ₄	
SW1	0.30	0.24	0.50	0.24	0.05625	0.0288	0.26042	0.0288	12.598
	ΣA _j = 1.28				ΣI _j = 0.37427				
SW2	0.98	0.24	0.28		1.961	0.0288	0.04573		15.033
	ΣA _j = 1.50				ΣI _j = 2.0353				
SW3	0.744	0.22	0.22	0.696	0.858	0.0222	0.0222	0.7024	27.665
	ΣA _j = 1.88				ΣI _j = 1.6048				
SW4	0.796	0.414	0.58		1.0507	0.1478	0.4065		20.764
	ΣA _j = 1.79				ΣI _j = 1.605				

续表

墙号	各墙肢截面面积 (m ²)				各墙肢截面惯性矩 (m ⁴)				组合截面惯性矩 <i>I</i> (m ⁴)
	<i>A</i> ₁	<i>A</i> ₂	<i>A</i> ₃	<i>A</i> ₄	<i>I</i> ₁	<i>I</i> ₂	<i>I</i> ₃	<i>I</i> ₄	
SW5	0.65	0.71			0.5721	0.7456			8.498
	Σ <i>A</i> _{<i>j</i>} = 1.36				Σ <i>I</i> _{<i>j</i>} = 1.318				
SW6	0.14	0.53	0.44		0.00572	0.3102	0.1775		5.195
	Σ <i>A</i> _{<i>j</i>} = 1.11				Σ <i>I</i> _{<i>j</i>} = 0.4934				
SW7	0.882	0.26	0.14		1.4294	0.0366	0.00572		8.834
	Σ <i>A</i> _{<i>j</i>} = 1.282				Σ <i>I</i> _{<i>j</i>} = 1.472				

SW1

表 16.8.2

洞口	L_j (m)	$\frac{h_b}{L_j}$	$\frac{1}{1+3\left(\frac{h_b}{L_j}\right)^2}$	I_{bj} (m ⁴)	L_j^3 (m ³)	a_j (m)	a_j^2 (m ²)	$\frac{I_{bj} a_j^2}{L_j^3}$
1	1.13	0.398	0.678	0.00103	1.443	2.25	5.063	0.00361
2	1.43	0.315	0.771	0.00117	2.924	3.05	9.303	0.00372
3	2.03	0.222	0.871	0.00132	8.365	3.65	13.323	0.00210
								$\Sigma = 0.00943$

SW2

表 16.8.3

洞口	L_j (m)	$\frac{h_b}{L_j}$	$\frac{1}{1+3\left(\frac{h_b}{L_j}\right)^2}$	I_{bj} (m ⁴)	L_j^3 (m ³)	a_j (m)	a_j^2 (m ²)	$\frac{I_{bj} a_j^2}{L_j^3}$
1	2.03	0.222	0.871	0.00132	8.365	4.85	23.52	0.00371
2	1.13	0.398	0.678	0.00103	1.443	2.20	4.84	0.00345
								$\Sigma = 0.00716$

$$\Sigma I_j = 2.0353 \text{ m}^4, \tau = 0.80,$$

$$\alpha = 40.5 \sqrt{\frac{12}{0.8 \times 2.7 \times 2.0353}} \times 0.00716 = 5.66$$

$$I = 15.033 \text{ m}^4, I_n = I - \Sigma I_j = 15.033 - 2.0353 = 12.9977 \text{ m}^4$$

$$\frac{I_n}{I} = \frac{12.9977}{15.033} = 0.865, \text{属于联肢墙。}$$

$$\text{SW4}, A_f = 10.95 \times 2.7 = 29.56 \text{ m}^2 \quad A_{0p} = (1+1)2 = 4 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{0p}}{A_f} = \frac{4}{29.56} = 0.135 < 0.16, \text{属于整截面墙。}$$

SW5 也属整截面墙。

SW6 属于整体小开口墙。

SW3、SW7 均属联肢墙。

壁式框架 SW1 和联肢墙 SW2、SW3、SW7 均按带刚域杆件的框架，计算侧移刚度 D 。

$$\text{SW1、SW2、SW7 的连梁 } I = \frac{0.2 \times 0.45^3}{12} = 1.518 \times 10^{-3} \text{ m}^4, \text{ C20 时 } EI = 38709$$

$\text{kN}\cdot\text{m}^2$, C25 时 $EI = 42504\text{kN}\cdot\text{m}^2$ 。SW3 的连梁 $I = \frac{0.2 \times 0.7^3}{12} = 5.717 \times 10^{-3}\text{m}^4$, C20 时 $EI = 145784\text{kN}\cdot\text{m}^2$, C25 时 $EI = 160076\text{kN}\cdot\text{m}^2$ 。

连梁杆端刚度

表 16.8.4

墙号	连梁号	a	b	$\left(\frac{h}{L_0}\right)^2$	$\beta = 3\left(\frac{h}{L_0}\right)^3$	ξ	ξ'	$k = \frac{EI}{L}$	$(1-a-b)^3$	k_{12}	k_{21}	L (m)
SW1	1	0.28	0.22	0.16	0.48	5.73	5.05	17204 18891	0.125	98579 108245	86880 95400	2.25
	2	0.18	0.29	0.10	0.30	4.59	5.73	14337 15742	0.149	65807 72256	82151 90202	2.7
	3	0.24	0.15	0.05	0.15	4.17	3.48	11730 12880	0.227	48914 53710	40820 44822	3.3
SW2	1	0.48	0.10	0.05	0.15	16.22	7.28	7981 8764	0.074	129452 142152	58102 63802	4.85
	2	0.22	0.27	0.16	0.48	4.83	5.33	17595 19320	0.133	84984 93316	93781 102976	2.2
SW3	1	0.53	0.13	0.39	1.17	16.41	7.03	44043 48361	0.039	722746 793604	309622 339978	3.31
	2	0.24	0.24	0.52	1.56	2.78	2.78	78802 86527	0.141	219070 240545	219070 240545	1.85
	3	0.13	0.50	0.33	0.99	6.25	13.59	44311 48655	0.051	276944 304094	602186 661221	3.29
SW7	1	0.49	0.13	0.078	0.23	20.10	9.46	9108 10001	0.055	183071 201020	86162 94609	4.25
	2	0.25	0.11	0.10	0.30	3.35	2.52	17595 19320	0.262	58943 64722	44339 48686	2.2

墙 SW1、SW2、SW3、SW7 各层 D 值

表 16.8.5

墙号	柱号	$\bar{k} = \frac{\sum k}{2k_c}, \bar{k} = \frac{\sum k}{k_c}$	$\alpha = \frac{\bar{k}}{2 + \bar{k}}$ $\alpha = \frac{0.5 + \bar{k}}{2 + \bar{k}}$	k_c kN·m	7~15 层 1~6 层	$\frac{12}{h^2}$	$D = ak_c \frac{12}{h^2}$ (kN/m) 7~15 层 2~6 层 1 层	各层 $\sum D$ (kN/m) 7~15 层 2~6 层 1 层
SW1	1	$\frac{2 \times 98579}{2 \times 531250} = 0.186$	0.085	531250			74327 81611 301482	
	2	$\frac{2(86880 + 65807)}{2 \times 272000} = 0.561$	0.314	583313			98049 107658 203517	311313
	3	$\frac{2(82151 + 48914)}{2 \times 245952} = 0.0053$	0.219	272000			107687 118240 1120168	341822
	4	$\frac{2 \times 40820}{2 \times 272000} = 0.15$	0.414	298656		1.646	31250 34313 148459	1773626
SW2	1	$\frac{2 \times 129452}{2 \times 18520556} = 0.007$	0.0266	2459522			1060872 1164838 8468504	
	2	$\frac{2(58102 + 84984)}{2 \times 272000} = 0.526$	0.252	2700555			93124 102250 199585	1223664
	3	$\frac{2 \times 93781}{2 \times 431894} = 0.217$	0.0698	272000		1.646	69668 76495 252123	1343583 8920212

续表

墙号	柱号	$\bar{k} = \frac{\sum k_c}{2k_c} \cdot \bar{k} = \frac{\sum k_c}{k_c}$	$a = \frac{\bar{k}}{2 + \bar{k}}$ $\alpha = \frac{0.5 + \bar{k}}{2 + \bar{k}}$	k_c kN·m	7 ~ 15 层 1 ~ 6 层	$\frac{12}{h^2}$	$D = ak_c \frac{12}{h^2}$ (kN/m) 7 ~ 15 层 2 ~ 6 层 1 层	各层 ΣD (kN/m) 7 ~ 15 层 2 ~ 6 层 1 层
SW3	1	$\frac{2 \times 722746}{2 \times 8103333} = 0.089$	0.0427	8103333	1.646	569536	1423052	8012635
			0.282	8897460		625351		
	2	$\frac{2(309622 + 219070)}{2 \times 209667} = 2.522$	0.558	209667		192572		
			0.668	230214		211444		
	3	$\frac{2(219070 + 276944)}{2 \times 209667} = 2.366$	0.542	209667		253127	1562511	
			0.656	230214		187051		
	4	$\frac{2 \times 602186}{2 \times 6633778} = 0.0908$	0.0434	6633778		205381		
			0.282	7283888		248579		
						473893		
						520335		
						3380977		
SW7	1	$\frac{2(183071)}{2 \times 13499889} = 0.0136$	0.0067	13499889	1.646	148879	273528	6504696
			0.255	14822878		163470		
	2	$\frac{2(8162 + 58943)}{2 \times 345667} = 0.42$	0.1736	345667		6221607		
			0.380	379542		98773		
	3	$\frac{2 \times 44339}{2 \times 54022} = 0.821$	0.291	54022		108452	300338	
			0.468	59316		237396		
						25876		
						28416		
						45693		

3. 抗震墙的刚度计算

(1) 带刚域壁式框架 SW1、SW2、SW3、SW7 的总刚度 C_f 值

$$D = \frac{[(0.311 + 1.224 + 1.423 + 0.274)9 + (0.342 + 1.344 + 1.563 + 0.3)5 + 1.774 + 8.92 + 8.013 + 6.505]10^6}{15}$$

$$= 4.803 \times 10^6 \text{ kN/m}$$

$$C_f = 2Dh = 2 \times 4.803 \times 10^6 \times 2.7 = 25.936 \times 10^6 \text{ kN}$$

(2) 墙 SW4、SW5、SW6 的总刚度 EI_w 值

$$EI_w = 2(493.15 + 212.451 + 128.022)10^6 = 1667.966 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

(3) 结构刚度特征值

$$\lambda = H \sqrt{\frac{C_f}{EI_w}} = 40.5 \sqrt{\frac{2593.6 \times 10^4}{1667.966 \times 10^6}} = 5$$

4. 地震作用计算

重力荷载代表值 $G_E = 108000 \text{ kN}$ 。结构自振周期为 $T_1 = 0.05 \times 15 = 0.75 \text{ s}$ 。

$$\alpha_1 = \left(\frac{T_g}{T_1}\right)^{0.9} \alpha_{\max} = \left(\frac{0.3}{0.75}\right)^{0.9} \times 0.16 = 0.0701, \text{ 结构总水平地震作用标准值为:}$$

$$F_{EK} = \alpha_1 G_{eq} = \alpha_1 \times 0.85 G_E = 0.0701 \times 0.85 \times 108000 = 6435 \text{ kN}$$

顶部附加水平地震作用:

$$\Delta F_n = \delta_n F_{EK} = 0.13 \times 6435 = 836.6 \text{ kN}$$

其中 $\delta_n = 0.08 T_1 + 0.07 = 0.08 \times 0.75 + 0.07 = 0.13$

各楼层层高均为 2.7m, 各楼层重力荷载相同 $G_i = \frac{G_E}{15} = 7200 \text{ kN}$, 各楼层处的水平地震作用:

$$F_i = \frac{i}{\sum_{j=1}^{15} j} (F_{EK} - \Delta F_n)$$

结构底部总弯矩为 $M_0 = \sum F_i H_i = \frac{h}{\sum_{i=1}^{15} i^2} (F_{EK} - \Delta F_n) \sum_{i=1}^{15} i^2, i = 1, 2, 3, \dots, 15, \sum_{i=1}^{15} i = 120, \sum_{i=1}^{15} i^2 = 1240$, 得:

$$M_0 = \frac{2.7}{120} (6435 - 450) 1240 = 166981.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

倒三角形分布作用上端值:

$$q_{\max} = \frac{3M_0}{H^2} = \frac{3 \times 166981.5}{40.5^2} = 305.4 \text{ kN/m}$$

5. 内力计算

计算各墙底部及一、二层内力, 近似按框墙结构分析, 采用侧移法, 各内力系数如表 16.8.6 所示。

$\lambda = 5$ 内力系数

表 16.8.6

层数	x/H	ϕ'_w	ϕ'_f	ϕ'_M	ϕ''_w	ϕ''_f	ϕ''_M
2	0.13	0.328	0.213	4.354	0.523	0.477	0.105
1	0.07	0.364	0.340	6.267	0.706	0.295	0.141
底	0	0.500	0	9.253	1.000	0	0.200

(1) 墙 SW4、SW5、SW6 的总内力

底部: $V_w = \phi'_w q_{\max} H + \phi''_w \Delta F_n = 0.5 \times 305.41 \times 40.5 + 1 \times 450 = 0.5 \times 12369.1 + 1 \times 450 = 6634.55 \text{ kN}$

$$\begin{aligned} M_w &= \phi'_M \frac{q_{\max} H^2}{100} + \phi''_M \Delta F_n H \\ &= 9.253 \times \frac{305.41 \times 40.5^2}{100} + 0.2 \times 450 \times 40.5 \\ &= 9.253 \times 5009.49 + 0.2 \times 18225 = 49997.81 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

一层: $V_w = 0.364 \times 12369.1 + 0.706 \times 450 = 4820.05 \text{ kN}$

$$M_w = 6.267 \times 5009.49 + 0.141 \times 18225 = 33964.20 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

二层: $V_w = 0.328 \times 12369.1 + 0.523 \times 450 = 4292.41 \text{ kN}$

$$M_w = 4.354 \times 5009.49 + 0.105 \times 18225 = 23724.94 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(2) 墙 SW1、SW2、SW3、SW7 的总内力

$$\begin{aligned} \text{一层: } V_w &= \varphi'_w q_{\max} H + \varphi''_w \phi''_w \Delta F_n \\ &= 0.34 \times 305.41 \times 40.5 + 0.295 \times 450 = 4338.24 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{二层: } V_w = 0.213 \times 12369.1 + 0.477 \times 450 = 2849.27 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(3) 墙 SW6 的内力

$$\begin{aligned} \text{底部: } V_w &= \frac{EI_{\text{eq}}}{\sum EI_{\text{eq}}} \times \frac{V_w}{2} = \frac{128.022 \times 10^6}{833.98 \times 10^6} \times \frac{6634.55}{2} \\ &= 0.1535 \times \frac{6634.55}{2} = 509.2 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$M_w = \frac{EI_{\text{eq}}}{\sum EI_{\text{eq}}} \times \frac{M_w}{2} = 0.1535 \times \frac{49997.81}{2} = 3837.33 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{一层: } V_w = 0.1535 \times \frac{4820.05}{2} = 369.94 \text{ kN}$$

$$M_w = 0.1535 \times \frac{33964.2}{2} = 2606.75 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{二层: } V_w = 0.1535 \times \frac{4292.41}{2} = 329.44 \text{ kN}$$

$$M_w = 0.1535 \times \frac{23724.94}{2} = 1820.89 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(4) 墙 SW6 墙肢 3 的内力

$$\text{底部: } V_{w3} = \frac{A_3}{\sum A} V_{w6} = \frac{0.44}{1.11} \times 509.2 = 0.3964 \times 509.2 = 201.85 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} M_{w3} &= \left(0.85 \frac{I_3}{I} + 0.15 \frac{I_3}{\sum I_j} \right) M_{w6} = \left(0.85 \frac{0.1775}{5.195} + 0.15 \frac{0.1775}{0.4934} \right) 3837.33 \\ &= 0.083 \times 3837.33 = 318.50 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{w3} &= 0.85 \frac{A_3 y_3}{I} M_{w6} = 0.85 \frac{0.44 \times 2.28}{5.195} 3837.33 \\ &= 0.1641 \times 3837.33 = 629.71 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{一层: } V_{w3} = 0.3964 \times 369.94 = 146.64 \text{ kN}$$

$$M_{w3} = 0.083 \times 2606.75 = 216.36 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$N_{w3} = 0.1641 \times 2606.75 = 427.77 \text{ kN}$$

$$\text{二层: } V_{w3} = 0.3964 \times 329.44 = 130.59 \text{ kN}$$

$$M_{w3} = 0.083 \times 1820.89 = 151.13 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$N_{w3} = 0.1641 \times 1820.89 = 298.81 \text{ kN}$$

竖向重力荷载作用下。总重力荷载 $G_E = 108000 \text{ kN}$ ，第一层墙体总面积 $A_{\text{横}} + A_{\text{纵}} = 20.40 + 16.60 = 37 \text{ m}^2$ ，每平方米墙面积折合荷载 $q = \frac{108000}{37} = 2918.92 \text{ kN/m}^2$ 。墙 SW6 墙肢 3 的轴力为： $N_3 = q \cdot A_3 = 2918.92 \times 0.44 = 1284.3 \text{ kN}$

6. 墙截面设计

以墙 SW6 一层的墙肢 3 为例, 墙肢截面为 200×2200 , 混凝土强度等级为 C25。

(1) 墙截面应符合下式要求

$$\gamma_{Eh} \eta_{vw} V_w \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.20 f_c b_w h_w)$$

$H = 40.5\text{m}$, 抗震等级为二级, 增大系数 $\eta_{vw} = 1.4$, 分项系数 $\gamma_{Eh} = 1.3$ 。

$$1.3 \times 1.4 \times 201.85 = 367.37\text{kN} < \frac{1}{0.85} \times 0.2 \times 12.5 \times 200 \times 2200 / 100 = 1294.12\text{kN}$$

(2) 斜截面受剪承载力验算

$$N_w = N_3 - \gamma_{Eh} N_{w3} = 1284.3 - 1.3 \times 629.71 = 465.68\text{kN}$$

$$\eta_{vw} \gamma_{Eh} N_{w3} = 1.4 \times 1.3 \times 201.85 = 367.37\text{kN}$$

$$\lambda = \frac{\gamma_{Eh} M_{w3}}{\eta_{vw} \gamma_{Eh} V_{w3} h_{w0}} = \frac{1.3 \times 318.50}{367.37 \times 2.05} = 0.55 \quad \text{取 } 1.5$$

$$\eta_{vw} \gamma_{Eh} V_{w3} \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[\frac{1}{\lambda \times 0.5} (0.04 f_c b_w h_{w0} + 0.1 N_w) + 0.8 f_{yh} \frac{A_{sh}}{s} h_{w0} \right]$$

纵、横分布筋为 $\phi 8-200$ 双向双排。

$$367.37\text{kN} < \frac{1}{0.85} \left[\frac{1}{1.5 - 0.5} (0.04 \times 12.5 \times 200 \times 2050 + 0.1 \times 465.71 \times 10^3) + 0.8 \times 210 \times \frac{100}{200} \times 2050 \right] / 1000$$

$$= 423.77\text{kN}$$

(3) 正截面偏心受压承载力验算

墙体分布筋 $\phi 8-200$ 双排, $A_{sw} = 100.5 \times \frac{1600}{200} = 804\text{mm}^2$, 端部钢筋 II 级钢, $\xi_b = 0.544$, 对称配筋 $A_s = A'_s$, 按矩形计算, 得:

$$x = \frac{(\gamma_{RE} N_w + A_{sw} f_{yw}) h_{w0}}{f_{cm} b_w h_{w0} + 1.5 A_{sw} f_{yw}} = \frac{(0.85 \times 465.71 \times 10^3 + 804 \times 210) 2050}{13.5 \times 200 \times 2050 + 1.5 \times 804 \times 210}$$

$$= 200\text{mm} < \xi_b h_{w0} = 0.544 \times 2050 = 1115\text{mm}$$

属大偏心。

$$M_{sw} = \frac{1}{2} (h_{w0} - 1.5x)^2 \frac{A_{sw} f_{yw}}{h_{w0}} = \frac{1}{2} (2050 - 1.5 \times 200)^2 \times \frac{804 \times 210}{2050}$$

$$= 126.12 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$M_c = f_{cm} b_w x \left(h_{w0} - \frac{x}{2} \right) = 13.5 \times 200 \times 200 \left(2050 - \frac{200}{2} \right)$$

$$= 1053 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$A_s = A'_s = \frac{\gamma_{RE} \left[M_w + N_w \left(h_{w0} - \frac{h_w}{2} \right) \right] + M_{sw} - M_c}{f_y (h_{w0} - a')}$$

$$= \frac{0.85 \left[318.5 \times 10^6 + 465.71 \times 10^3 \left(2050 - \frac{2200}{2} \right) \right] + 126.12 \times 10^6 - 1053 \times 10^6}{310(2050 - 150)}$$

$$= \text{负值}$$

构造要求 $A_s = A'_s = 0.012A_c = 0.012 \times 200 \times 300 = 720\text{mm}^2$, $4\phi 16$, 箍筋 $\phi 8 - 150$ 。

(4) 连梁承载力验算

一层连梁的剪力为 $V_b = N_{w3(1)} - N_{w3(2)} = 427.77 - 298.81 = 128.96\text{kN}$, $L_0/h_b = 0.75/0.45 = 1.67 < 2.5$, 斜截面受剪承载力应满足:

$$\eta_{vb}\gamma_{Eh}V_b \leq \frac{1}{\gamma_{RE}}\left(0.049f_c b_b h_{b0} + 0.7f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_{b0}\right)$$

当采用箍筋 $\phi 12 - 100$ 时得:

$$\begin{aligned} & 1.2 \times 1.3 \times 128.96 \\ &= 201.18\text{kN} < \frac{1}{0.85}\left(0.049 \times 12.5 \times 200 \times 415 + 0.7 \times 210 \times \frac{226}{100} \times 415\right)/1000 \\ &= 222.01\text{kN} \end{aligned}$$

$$\text{连梁弯矩 } M_b = V_b \frac{L_0}{2} = 128.96 \times \frac{0.75}{2} = 48.36\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{纵向筋 } A_s = A'_s = \frac{\gamma_{Eh}\gamma_{RE}M_b}{f_y(h_{b0} - a')} = \frac{1.3 \times 0.85 \times 48.36 \times 10^6}{310(415 - 35)} = 453.63\text{mm}^2, \text{实配上}$$

下 $2\phi 18(509\text{mm}^2)$ 。

参 考 文 献

- 1 龚思礼等编著. 建筑抗震设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994
- 2 胡庆昌. 钢筋混凝土房屋抗震设计. 北京: 地震出版社, 1991
- 3 包世华, 方鄂华. 高层建筑结构设计. 北京: 清华大学出版社, 1990
- 4 赵西安. 钢筋混凝土高层建筑结构设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1992
- 5 黄宗瑜, 沈聚敏. 框支剪力墙结构反应的研究. 建筑结构学报, 1986, 6
- 6 龚思礼主编. 建筑抗震设计手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 1994

第 17 章 钢筋混凝土框架-抗震墙结构

17.1 钢筋混凝土框架-抗震墙结构的受力特点

钢筋混凝土框架-抗震墙结构由框架和抗震墙两种不同的抗侧力结构组成,这两种结构的受力特点和变形性质都不相同。如图 17.1.1 所示,抗震墙是竖向悬臂弯曲结构,其变形曲线是弯曲型,如同竖向悬臂梁,楼层越高水平位移增长越快。框架的工作特点类似于竖向悬臂剪切梁,其变形曲线为剪切型,楼层越高水平位移增长越慢。

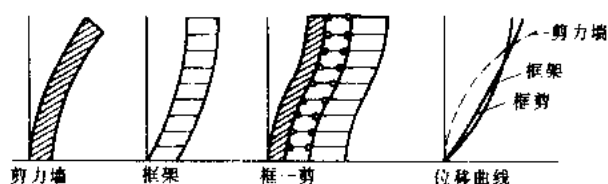


图 17.1.1 框剪结构受力特点

框架-抗震墙结构在同一结构单元中,通过平面内刚度无限大的楼板连接在一起,使两者不能再自由变形,在不考虑扭转的情况下,它们在同一楼层上位移必须相同,使得框剪结构的位移曲线就成了一条反 S 形的曲线。

在下部楼层,抗震墙的位移较小,它拉着框架按弯曲型曲线变形,抗震墙承受大部分水平力;上部楼层则相反,抗震墙位移越来越大,有外倒的趋势;而框架则呈内收的趋势,框架拉抗震墙按剪切型曲线变形,框架除了负担外荷载产生的水平力外,还额外负担了把抗震墙拉回来的附加水平力。所以,在上部楼层,即使外荷载产生的楼层剪力较小,框架中也出现相当大的剪力。

由图 17.1.2 可见,沿竖向抗震墙和框架之间水平力的分配比例 V_w/V_f 并不是一个定值,它随楼层的高度改变。因此,水平力在框架和抗震墙之间,应按位移协调的原则进行计算。

在框架-抗震墙结构中的框架,受力情况不同于纯框架结构中的框架(图 17.1.3)。纯框架结构中,每片框架的剪力都是下大上小;而在框剪结构中,框架所受的剪力却是下小上大。

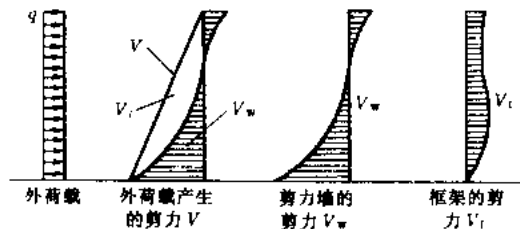


图 17.1.2 水平力在框架与抗震墙之间的分配

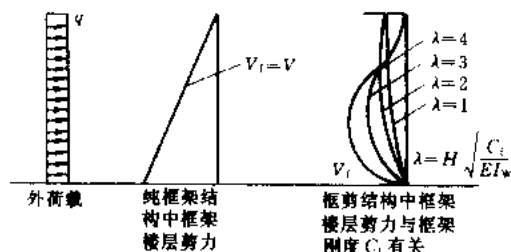


图 17.1.3 框架的楼层剪力 V_f

由图 17.2.3 可见,纯框架结构的控制部位在下部楼层;而框剪结构中的框架,控制

部位在中部甚至是顶部楼层，两者的内力分布规律不同。由此可以得到两个重要的结论：

(1) 纯框架结构设计完毕后，如果又增加了一些抗震墙，就必须按框架-抗震墙结构重新核算，否则不能保证框架部分的中部和上部楼层的安全；

(2) 在结构中增设了抗震墙、电梯井等弯曲型构件，就必须按框架-抗震墙结构进行内力计算，不能简单地按框架结构计算。不考虑它们受力不一定就安全，相反，设计结果是框架中部、上部楼层剪力偏小，则该结构偏于不安全。

17.2 抗震设计的基本要求

框架-抗震墙结构具有多道防线的抗震性能。多遇的“小震”作用时，抗震墙作第一道防线对抗震起主要作用。预估的基本烈度地震在作用时，抗震墙则会开裂，其刚度有一定退化，地震作用由框架与抗震墙共同承担。罕遇地震作用时抗震墙刚度大幅度退化，但仍具有一定的耗能作用，结构刚度降低也会减小地震力，此时框架承担的地震作用将增大，框架作为第二道防线将起到保持结构稳定及防止倒塌的作用。

17.2.1 适用的房屋最大高度

框架-抗震墙结构兼有框架结构空间布置灵活和抗震墙结构刚度大、抗震性能好的特点，也是高层旅馆和公共建筑较常用的一种结构。

表 17.2.1 是这类现浇结构适用的房屋最大高度，对于不规则结构、或Ⅳ类场地上的结构，适用的最大高度应适当降低。

适用的房屋最大高度 (m)				表 17.2.1
结构类型	设 防 烈 度			
	6	7	8	9
框架-抗震墙结构	130	120	100	50

17.2.2 框架-抗震墙结构中应设置一定数量的抗震墙

通过对框架-抗震墙结构的分析，发现钢筋混凝土结构随抗震墙数量增加而震害减少。日本曾分析过福井地震和十胜冲地震中钢筋混凝土多层建筑的震害，发现当每 m^2 楼面平均抗震墙长度少于 50mm 时，震害严重；多于 150mm 时，破坏轻微，甚至无震害，从而得出含墙率不少于 50mm/ m^2 的要求。当然，这个统计是粗略的，它没有反映墙厚、层数、重量等因素，但是表明在框架-抗震墙结构中，抗震墙越多，震害越轻。对十胜冲地震震害重新进行了分析，用了双指标来控制：一是平均压应力 $\left(\sigma = \frac{G}{A_c + A_w}\right)$ ，即楼层以上重量除以墙、柱截面面积，反映了层数、重量以及结构截面面积等因素；二是以抗震墙截面面积表示的含墙率，反映了墙厚的因素。分析表明，当平均压应力 σ 小于 1.2MPa、含墙率大于 5000mm/ m^2 时，无震害；两个条件均不满足时，严重震害。1978 年日本宫城冲地震震害调查结果也是类似的，只不过含墙率控制有 3000 mm/ m^2 ，因为从 1968 年十胜冲地震后，抗震设计技术有了很大的进步，在加强构造措施的基础上，抗震墙数量可以适当减少。

17.2.3 结构布置

1. 抗震墙布置的基本原则

框架-抗震墙结构中的抗震墙宜沿主轴方向双向设置，贯通房屋全高，且横向与纵向

抗震墙宜相连，互为翼墙，以提高其刚度和承载能力。

抗震墙的一般布置原则是“均匀、分散、对称、周边”。均匀、分散是要求抗震墙的片数多，每片的刚度不要太大；不要只设置一两片刚度很大、连续很长的抗震墙，因为片数太少，地震中万一一个别抗震墙破坏后，剩下的一两片墙难以承受全部地震力，截面设计也困难（特别是连梁）。相应地基础承受过大的剪力和倾覆力矩，尤为难以处理。所以，在方案阶段宜考虑布置很多片的抗震墙，在楼层平面上均匀布开，不要集中到某一局部区域。

对称、周边布置是对高层建筑抵抗扭转的要求，抗震墙的刚度大，它的位置对楼层平面刚度分布起决定性的作用。抗震墙对称布置，就能基本上保证了建筑物的对称性，避免和减少建筑物受到的扭矩。另一方面，抗震墙沿建筑平面的周边布置可以最大限度地加大抗扭转的内力臂，提高整个结构的抗扭能力。当然，沿周边布置有困难时，往里面进来一两个间距也是可以的，希望抗震墙的距离尽可能拉开。

2. 抗震墙布置位置的选择

一般情况下，抗震墙宜布置在竖向荷载较大处、平面形状变化处和楼梯间和电梯间等。

布置在竖向荷载较大处，主要考虑两个原因：因抗震墙承受大的竖向荷载，可以避免设置截面尺寸过大的柱子，满足建筑布置的要求；抗震墙是主要抗侧力结构，承受很大的弯矩和剪力，需要较大的竖向荷载来避免出现轴向拉力，提高截面承载力，也便于基础设计。

在平面变化较大的角隅部位，容易产生大的应力集中，设置抗震墙予以加强是很有必要的。

楼（电）梯间楼板开大洞，削弱严重，特别是在端角和凹角处设置楼（电）梯间时，受力更为不利，采用楼（电）梯竖井来加强是有效的措施。

房屋较长时，纵向抗震墙不宜设置在端开间，以减少温度效应等不利影响。

3. 抗震墙布置的具体要求

(1) 楼（电）梯间、竖井

楼（电）梯间、竖井等使楼面开洞的竖向通道，不宜设在结构单元端部角区及凹角处，如必须设置时，应设抗震墙加强。这种竖向通道不宜独立设在柱网以外的中间部位（图 17.2.1a），而至少有一边应与柱网重合（图 17.2.1b）。

(2) 纵横墙成组布置

纵横向抗震墙宜合并布置为 L 形、T 形和口字形，以使纵墙可以作为横墙的翼缘，横墙也可以作为纵墙的翼缘，从而提高其承载力和刚度（图 17.2.2）。

两片抗震墙通过框架梁（实际上是连梁）组成联肢墙也可以大大提高其刚度。

(3) 合理调整抗震墙的长度

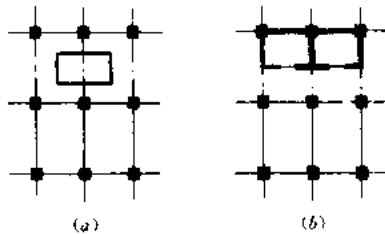


图 17.2.1 竖井的布置

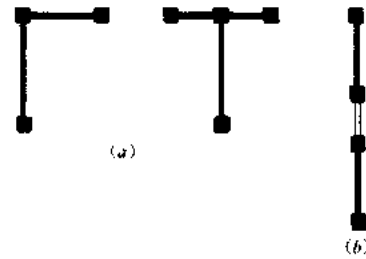


图 17.2.2 抗震墙的组合
(a) 纵横墙组合；(b) 双肢墙



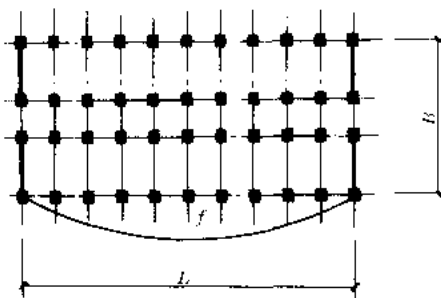
连成一片的单个墙肢长度不宜大于 8m，以免因剪切而破坏。而且，墙肢过长，中间部分的分布钢筋还未达到屈服，端部钢筋早就因变形过大而断开。所以，较长的单片墙可以留出结构洞口，划分为联肢墙的两个墙肢（图 17.2.3），如果建筑上不需要这个洞口，可以在施工完毕后用砖墙或其它轻质材料封闭。

(4) 抗震墙的最大间距

抗震墙的间距 表 17.2.2

结构	6度、7度	8度	9度
现浇	$\leq 4B$ 并且 $\leq 50m$	$\leq 3B$ 并且 $\leq 40m$	$\leq 2B$ 并且 $\leq 30m$
装配式整体	$\leq 3B$ 并且 $\leq 40m$	$\leq 2.5B$ 并且 $\leq 30m$	/

3. 现浇部分厚度大于 60 mm 的预应力或非预应力叠合板可作为现浇楼板考虑。



4. 抗震墙的边框梁、柱

缘,抗震墙的端部钢筋配置在柱截面内。端柱增强了抗震墙的承载力和稳定性。试验结果表明,取消框架柱后,抗震墙的极限承载力将下降 30%。位于楼层上的框架梁也应保留,虽然在内力分析时不考虑抗震墙上的边框梁受力,但梁作为抗震墙的横向加劲肋,提高抗震墙的极限承载力。同样,对比试验表明,边框梁取消后,抗震墙极限承载力下降 10%。如果建筑功能上确实无法设置明梁,也应设置暗梁,暗梁的高度、纵筋钢筋和箍筋与明梁相同,配置在墙身内。

5. 框架-抗震墙结构的抗震等级

$$\lambda = H \sqrt{\frac{C_f}{EI_w}} \quad (17.2.1)$$

式中 H ——房屋高度；

EI_w ——抗震墙总平均等效刚度；

C_f ——框架的剪切刚度。

当抗震墙所承担的地震倾覆力矩不小于结构总地震倾覆力矩的 50% 时，其框架和抗震墙的抗震等级按表 15.3.1 中的框架-抗震墙结构进行划分；当抗震墙所承担的地震倾覆力矩小于结构总地震倾覆力矩的 50% 时，其框架的抗震等级应按表 15.3.1 中框架结构进行划分，房屋的最大适用高度可比框架结构适当增加。

17.3 框架-抗震墙结构的内力分析

17.3.1 基本计算假定

根据框架-抗震墙结构的工作特点，我们可以得到计算的两个基本假定：

(1) 在同一楼层上，框架和抗震墙的水平位移都相等： $u_w = u_f$ （这里不考虑扭转的影响）。

(2) 荷载的作用由抗震墙和框架共同承担，即：

$$\begin{cases} P = P_w + P_f \\ V = V_w + V_f \end{cases} \quad (17.3.1)$$

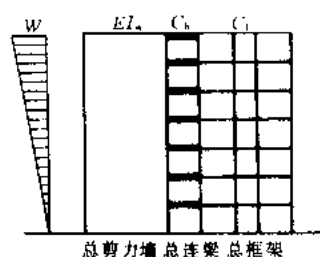


图 17.3.1 框剪结构的计算图形

抗震墙与框架之间的连梁变形后，对抗震墙的轴线产生一个约束弯矩 m ，这一弯矩与外荷载产生的弯矩方向相反，减少了抗震墙本身承受的弯矩，同时另一端提高了框架柱的剪切刚度，因此连梁的作用可以用剪切刚度来代表。

根据上述假定，框架-抗震墙结构的计算图形可如图 17.3.1 所示。由于同一层楼各片框架和抗震墙的位移都相同，所以结构单元中所有的抗震墙可以合并为总抗震墙，作为一个竖向悬臂弯曲构件；所有的框架可以合并为一个总框架，相当于一个悬臂剪切构件；所有的连梁合并为总连梁，相当于一个附加的剪切刚度。总抗震墙、总框架和总连梁的刚度分别为各种类型结构的刚度之和：

$$\begin{cases} EI_w = \sum EI_{wj} \\ C_b = \sum C_{bj} \\ C_f = \sum C_{fj} \end{cases} \quad (17.3.2)$$

式中， EI_{wj} 为第 j 片抗震墙的刚度，可根据抗震墙的类型（实体墙、小开口墙和联肢墙）取其各自的等效刚度； C_{fj} 为第 j 片框架的剪切刚度； $C_{fj} = D_j h$ ， D_j 为第 j 片框架的抗侧力刚度， h 为层高。 C_{bj} 为第 j 列连梁的等效剪切刚度：

$$C_{bj} = \frac{1}{h} (K_{12} + K_{21}) \quad (17.3.3)$$

由图 17.3.2 可见，在框架与抗震墙之间的连梁，一端连着抗震墙，一端连着框架。连着抗震墙的一端带有刚域，长度为 al ；另一端则不带刚域。刚域长度 al 取墙肢轴线至洞边的距离减去梁高的 $1/4$ 。连梁的约束刚度为：

$$\left. \begin{aligned} K_{12} &= \frac{6(1+\alpha)}{(1-\alpha)^3} \frac{EI_b}{l} \\ K_{21} &= -\frac{6}{(1-\alpha)^2} \frac{EI_b}{l} \end{aligned} \right\} \quad (17.3-4)$$

所以,
$$C_{12} = \frac{12}{(1-\alpha)^3} \frac{EI_b}{lh} \quad (17.3-5)$$

计算连梁的弯曲刚度时, 应考虑连梁的剪切变形予以折减。

为了表达框架-抗震墙结构中框架与抗震墙刚度的比值, 引入刚度特征 λ ,

$$\lambda = H \sqrt{\frac{C_f}{EI_w}} \quad (17.3-6)$$

当 $\lambda=0$ 时, 为抗震墙结构, 随框架增多, λ 值也逐渐加大。连梁的梁端弯矩提高了框架柱的剪切刚度, 相应增加了框架的剪切刚度 C_{f0} 。

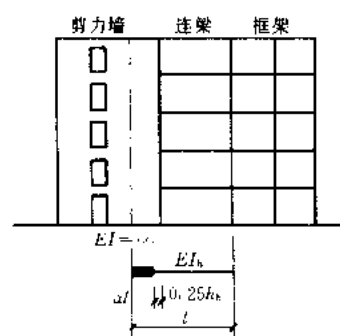


图 17.3.2 连梁的刚度

17.3.2 用侧移法计算框架-抗震墙结构

1. 基本方程及其解

由材料力学中剪切梁的内力与位移的关系, 可以得到总框架中的下列关系:

$$\left. \begin{aligned} V_f &= C_f y' \\ P_f &= -C_f y'' \end{aligned} \right\} \quad (17.3.7)$$

同样, 由弯曲梁的内力与位移关系, 也可以得到总抗震墙中:

$$\left. \begin{aligned} M_w &= -EI_w y'' \\ V_w &= -EI_w y''' \\ P_w &= EI_w y'''' \end{aligned} \right\} \quad (17.3.8)$$

由于 $P = P_w + P_f$, 所以有:

$$EI_w y'''' - C_f y'' = P(x) \quad (17.3.9)$$

这就是框架-抗震墙结构的基本方程, 它的形式如同弹性地基梁的方程, 框架相当于抗震墙的弹性地基, 其弹簧常数为 C_f 。

框架的剪切刚度包括框架柱的剪切刚度和连梁的等效剪切刚度:

$$C_f = \sum D_{cj} h + \sum \frac{1}{h} (K_{12} + K_{21})_j$$

方程 (17.3.9) 可改写为:

$$y'''' - \frac{\lambda^2}{H^2} y'' = \frac{p(x)}{EI_w} \quad (17.3.10)$$

方程 (17.3.10) 为四阶常系数微分方程, 其解具有下列形式:

$$y = A \operatorname{sh} \lambda \frac{x}{H} + B \operatorname{ch} \lambda \frac{x}{H} + C_1 + C_2 x + f(x) \quad (17.3.11)$$

其中, $f(x)$ 取决于荷载形式:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{q}{2C_F}x^2 & (\text{均布荷载}) \\ -\frac{q_{\max}}{6HC_F}x^3 & (\text{倒三角形分布荷载}) \\ 0 & (\text{顶点集中荷载}) \end{cases}$$

考虑边界条件:

$$x = 0, y = 0$$

$$x = 0, y' = 0$$

$$x = H, M_w = 0$$

$$x = M, \quad V = V_w + V_f \begin{cases} 0 & (\text{均布荷载}) \\ 0 & (\text{倒三角形分布荷载}) \\ P & (\text{顶点集中荷载}) \end{cases}$$

求出积分常数 A 、 B 、 C_1 、 C_2 后, 可按式计算内力:

$$\begin{cases} M_w = EI_w y'' \\ V_w = -EI_w y''' \\ V_f = C_f y' \end{cases} \quad (17.3.12)$$

2. 内力与位移公式

(1) 采用简化法时, 水平荷载作用下框剪结构中框架和抗震墙的总内力计算

1) 均布荷载 (图 17.3.3)

$$V_w = \frac{1}{\lambda} \left[\lambda \operatorname{ch} \lambda \xi - \frac{\lambda \operatorname{sh} \lambda + 1}{\operatorname{ch} \lambda} \operatorname{sh} \lambda \xi \right] qH = \varphi_w qH = \theta_w V_0 \quad (17.3.13)$$

$$V_0 = qH \quad (17.3.14)$$

$$V_f = (1 - \xi)qH - V_w = \varphi_f qH \quad (17.3.15)$$

$$M_w = \frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{\lambda \operatorname{sh} \lambda + 1}{\operatorname{ch} \lambda} \operatorname{ch} \lambda \xi - \lambda \operatorname{sh} \lambda \xi - 1 \right] qH^2 = \frac{\varphi_M qH^2}{100} = \theta_M M_0 \quad (17.3.16)$$

$$M_0 = \frac{1}{2} qH^2 \quad (17.3.17)$$

2) 倒三角形分布荷载 (图 17.3.4)

$$\begin{aligned} V_w &= \frac{1}{\lambda^2} \left[1 + \left(\frac{\lambda^2}{2} - 1 \right) \operatorname{ch} \lambda \xi - \left(\frac{\lambda^2 \operatorname{sh} \lambda}{2} - \operatorname{sh} \lambda + \lambda \right) \frac{\operatorname{sh} \lambda \xi}{\operatorname{ch} \lambda} \right] q_{\max} H \\ &= \varphi_w q_{\max} H = \theta_w V_0 \end{aligned} \quad (17.3.18)$$

$$V_0 = \frac{1}{2} q_{\max} H \quad (17.3.19)$$

$$V_f = \frac{1}{2} (1 - \xi^2) q_{\max} H - V_w = \varphi_f q_{\max} H \quad (17.3.20)$$

$$\begin{aligned} M_w &= \frac{1}{\lambda^3} \left[\left(\frac{\lambda^2 \operatorname{sh} \lambda + 1}{2} - \operatorname{sh} \lambda + \lambda \right) \frac{\operatorname{ch} \lambda \xi}{\operatorname{ch} \lambda} - \left(\frac{\lambda^2}{2} - 1 \right) \operatorname{sh} \lambda \xi - \lambda \xi \right] q_{\max} H^2 \\ &= \frac{\varphi_M q_{\max} H^2}{100} = \theta_M M_0 \end{aligned} \quad (17.3.21)$$

$$M_0 = \frac{1}{3} q_{\max} H^2 \quad (17.3-22)$$

3) 顶点集中荷载 (图 17.3.5)

$$V_w = (\operatorname{ch} \lambda \xi - \operatorname{th} \lambda \operatorname{sh} \lambda \xi) F - \varphi_w F = \theta_w F \quad (17.3.23)$$

$$V_f = (1 - \varphi_w) F = \varphi_f F \quad (17.3.24)$$

$$M_w = \frac{1}{\lambda} (\operatorname{th} \lambda \operatorname{ch} \lambda \xi - \operatorname{sh} \lambda \xi) FH = \varphi_M FH = \theta_M M_0 \quad (17.3.25)$$

$$M_0 = FH \quad (17.3.26)$$

式中 V_w ——抗震墙总剪力;

V_f ——框架总剪力;

M_w ——抗震墙总弯矩;

λ ——刚度特征值, $\lambda = H \sqrt{\frac{C_F + C_b}{EI_{eq}}}$;

ξ ——相对高度, $\xi = x/H$;

q ——均布荷载;

q_{\max} ——倒三角形分布荷载的最大值;

F ——顶点集中荷载;

$\varphi_{w,M,F}$ ——各种内力计算系数;

$\theta_{w,M}$ ——各种内力系数, 可由图 17.3.3 至图 17.3.5 中查得;

EI_{eq} ——抗震墙总等效刚度。

(2) 采用简化法时, 水平荷载作用下框架-抗震墙结构的位移计算

1) 均布荷载作用下 (图 17.3.6)

$$u_x = \frac{1}{\lambda^4} \left[\left(\frac{\lambda \operatorname{ch} \lambda + 1}{\operatorname{ch} \lambda} \right) (\operatorname{ch} \lambda \xi - 1) - \lambda \operatorname{sh} \lambda \xi + \lambda^2 \left(\xi - \frac{\xi^2}{2} \right) \right] \frac{qH^4}{EI_{eq}} = \frac{\varphi_u qH^4}{100EI_{eq}} = \theta_u \quad (17.3.27)$$

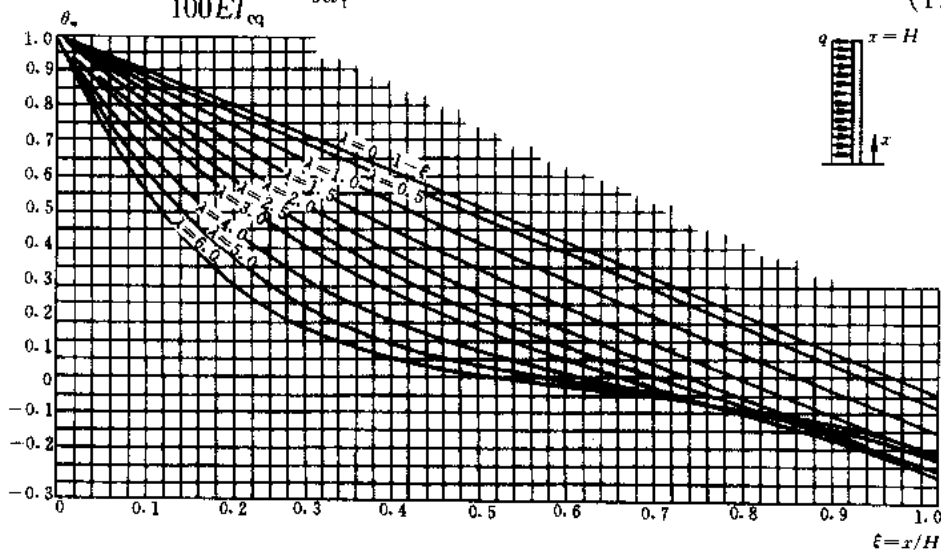


图 17.3.3a 均布荷载作用下抗震墙的剪力系数 θ_w

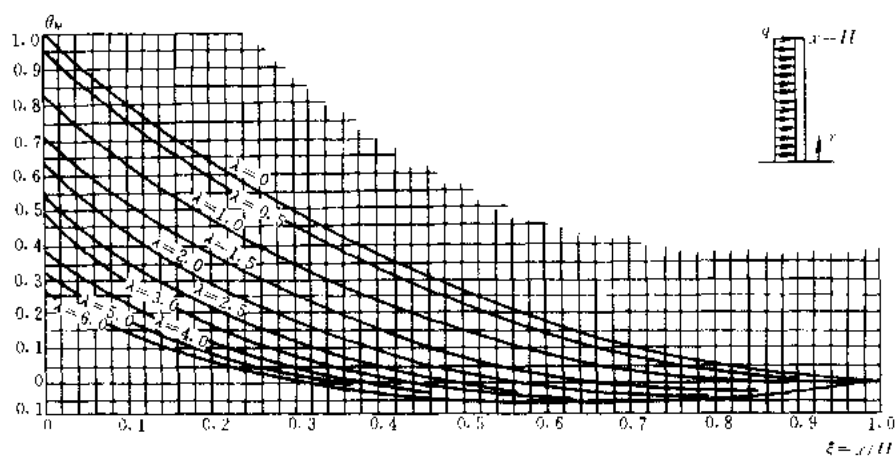


图 17.3.36 均布荷载作用下抗震墙的弯矩系数 θ_M

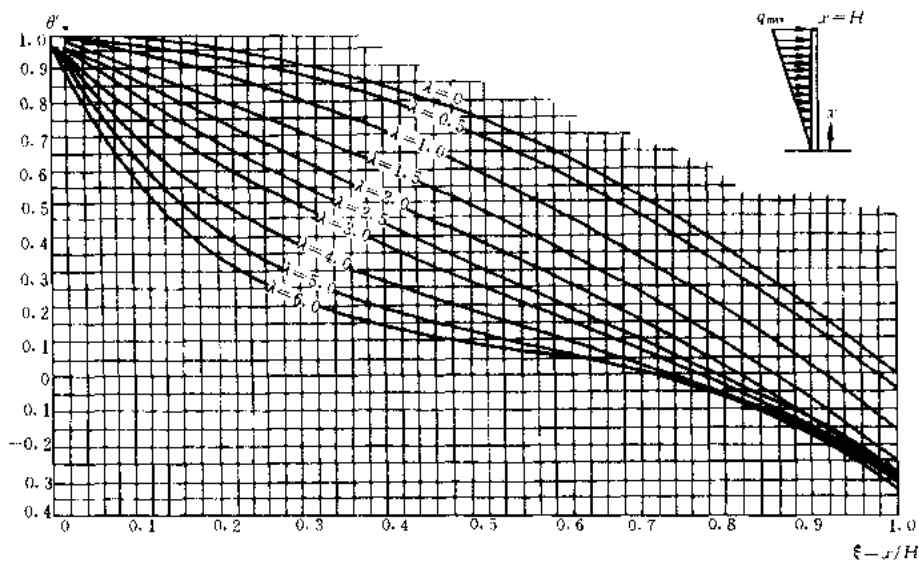


图 17.3.4a 三角形荷载作用下抗震墙的剪力系数 θ'_W

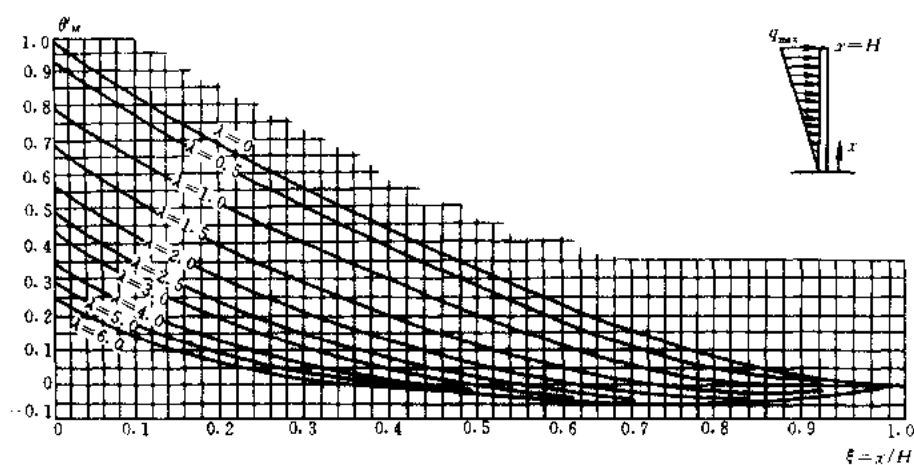


图 17.3.4b 倒三角形荷载作用下抗震墙的弯矩系数 θ_M

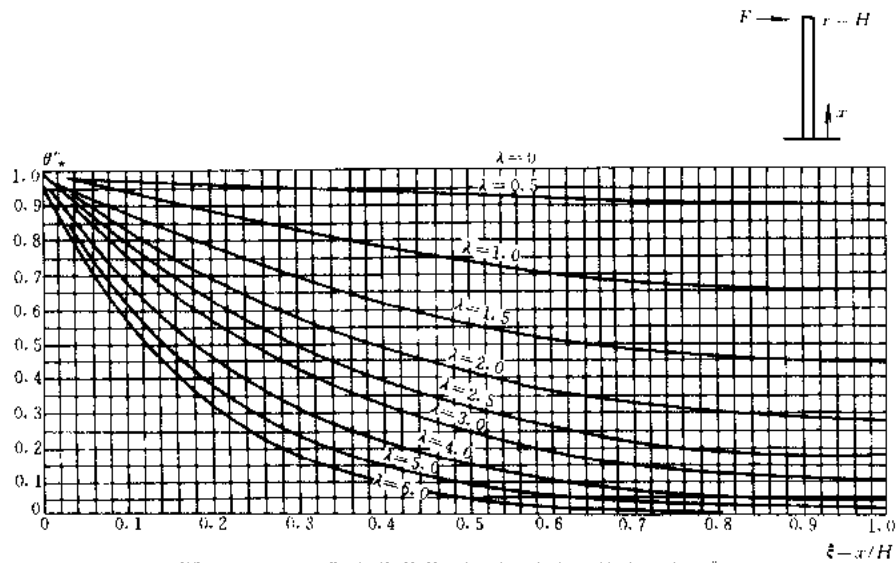


图 17.3.5a 集中荷载作用下抗震墙的剪力系数 θ_w

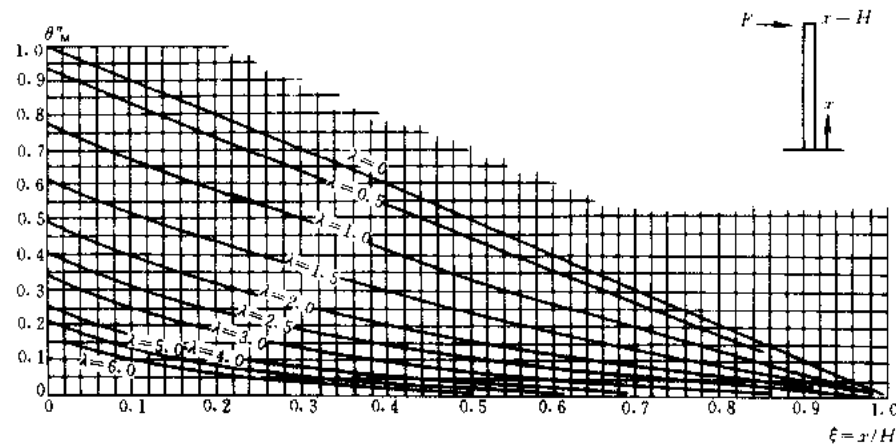


图 17.3.5b 集中荷载作用下抗震墙的弯矩系数 θ_M

$$u_t = \frac{qH^4}{8EI_{eq}} \quad (17.3.28)$$

2) 倒三角形分布荷载作用下 (图 17.3.7)

$$u_x = \frac{1}{\lambda^2} \left[\left(\frac{\text{sh}\lambda}{2\lambda} - \frac{\text{sh}\lambda}{\lambda^3} + \frac{1}{\lambda^2} \right) \left(\frac{\text{ch}\lambda\xi - 1}{\text{ch}\lambda} \right) + \left(\xi - \frac{\text{sh}\lambda\xi}{\lambda} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda^2} \right) - \frac{\xi^3}{6} \right] \times \frac{q_{\max} H^4}{EI_{eq}} = \frac{\varphi_u q_{\max} H^4}{100EI_{eq}} = \theta' u_t \quad (17.3.29)$$

$$u_t = \frac{11 q_{\max} H^4}{120EI_{eq}} \quad (17.3.30)$$

3) 顶点集中荷载作用下 (图 17.3.8)

$$u_x = \left[\frac{\text{sh}\lambda}{\lambda^3 \text{ch}\lambda} (\text{ch}\lambda\xi - 1) - \frac{\text{sh}\lambda\xi}{\lambda^3} + \frac{\xi}{\lambda^2} \right] \frac{FH^3}{EI_{eq}} = \frac{\varphi_u FH^3}{100EI_{eq}} = \theta' u_t \quad (17.3.31)$$

$$u_x = \frac{FH^3}{3EI_{eq}} \quad (17.3.32)$$

式中 u_x ——高度 x 处的水平位移；

u_t ——顶点水平位移；

EI_{eq} ——抗震墙总等效刚度；

φ_u ——位移计算系数；

θ ——位移系数，可由图 17.3.6 至图 17.3.8 查得。

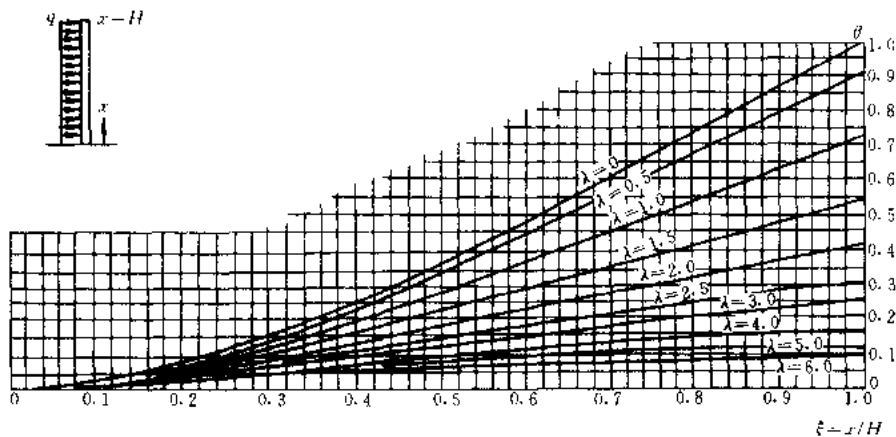


图 17.3.6 均布荷载作用下的位移系数 θ

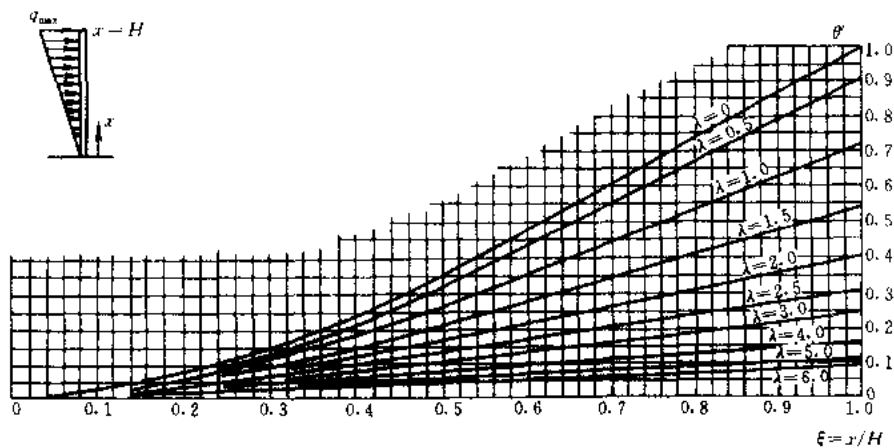


图 17.3.7 倒三角形荷载作用下的位移系数 θ'

(3) 框架-抗震墙结构经协同工作计算框架分得剪力后，当考虑与抗震墙相连的框架连梁总等效刚度 C_b 时，按下列公式计算框架总剪力和连梁的楼层平均总约束弯矩。

框架总剪力：

$$V'_f = \frac{C_F}{C_F + C_b} V_f \quad (17.3.33)$$

连梁的楼层平均总约束弯矩：

$$\tilde{m} = \frac{C_b}{C_F + C_b} V_F = V_F - V'_F \quad (17.3.34)$$

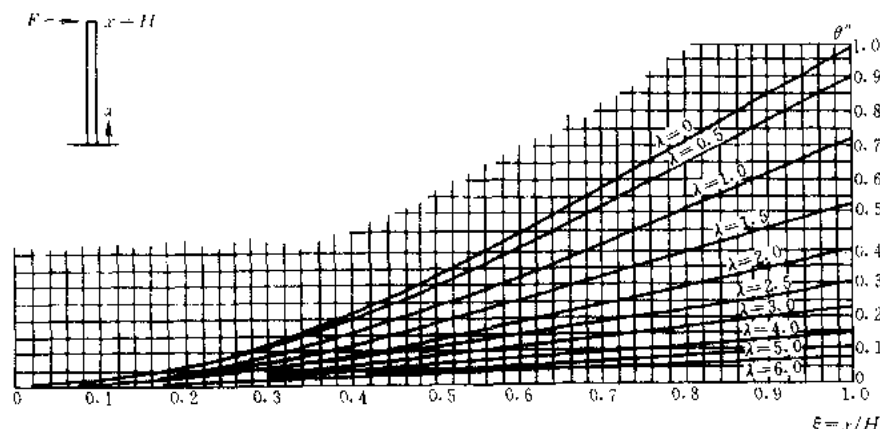


图 17.3.8 集中荷载作用下的位移系数 θ''

式中 \widetilde{m} ——连梁沿楼层平均总约束弯矩；

V_f 、 V_f' ——由协同工作分配给框架（包括约束梁）的剪力值和框架的总剪力；

C_f 、 C_b ——框架总刚度和与抗震墙相连的框架连梁总等效刚度。

17.4 框架-抗震墙结构中框架的剪力调整

目前，不论是采用手算方法还是计算机方法，计算中都采用了楼板平面内刚度无限大的假定，即认为楼板在自身平面内是不变形的。但是在框架-抗震墙结构中，作为主要侧向支承的抗震墙间距比较大，实际上楼板是有变形的，变形的结果将使框架部分的水平位移大于抗震墙的水平位移，相应地，框架实际承受的水平力大于采用刚性楼板假定的计算结果。

另外，抗震墙的刚度大，承受了大部分水平力，因而在地震作用下，抗震墙会首先开裂，刚度降低，从而使一部分地震力向框架转移，框架受到的地震作用会显著增加。

由内力分析可知，框架-抗震墙结构中的框架，受力情况不同于纯框架结构中的框架，它下部楼层的计算剪力很小，其底部接近于零。显然，直接按照计算的剪力进行配筋是不安全的，必须予以适当的调整，使框架具有足够的抗震能力，使框架成为框架-抗震墙结构的第二道防线。

抗震设计时，框架-抗震墙结构计算所得的框架楼层总剪力 V_f （即各框架柱剪力之和）应按下列方法调整：

1. 规则建筑中的楼层按下列方法调整框架的总剪力：

(1) $V_f \geq 0.2 V_0$ 的楼层不必调整， V_f 可按计算值采用。

(2) $V_f \leq 0.2 V_0$ 的楼层，设计时 V_f 取下列两者的较小值：

$$\begin{aligned} &1.5 V_{f_{\max}} \\ &0.2 V_0 \end{aligned}$$

其中， V_0 为地震作用产生的结构底部总剪力； $V_{f_{\max}}$ 为框架部分各层承受地震剪力中的最大值。

2. 当侧向刚度小于下一层的 70% 时, 该层及以上各层框架地震剪力不应小于按计算分析的本层框架地震剪力的 2 倍。

3. 当采用反应谱振型分解法时, 可在内力振型组合后进行一次总的调整。这时, V_i 取各振型的组合, V_0 也采用底部各振型剪力的组合。

4. 进行调整时, 首先计算各层的调整系数 η , η 取下列数值的较小者:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= 0.2 \frac{V_0}{V_i} \\ \eta &= 1.5 \frac{V_{i\max}}{V_i} \end{aligned} \right\} \quad (17.4.1)$$

式中 η ——为本层框架剪力的放大系数。

用 η 乘本层柱的弯矩、剪力计算值, 即得调整后内力值。梁上、下两层的调整系数往往不同, 可取上、下楼层的平均值。用平均的 η 乘梁的弯矩和剪力, 得调整后的内力。

柱的轴力可不调整。

框架剪力的调整是框架-抗震墙结构进行内力计算后, 为提高框架部分承载力的一种人为的措施, 是调整截面设计用的内力设计值, 所以调整后, 节点弯矩与剪力不再保持平衡, 也不必再重分配节点弯矩。

17.5 框架-抗震墙结构的截面承载力计算和抗震构造措施

框架-抗震墙结构的框架部分有关截面计算与构造同第 15 章框架结构部分。抗震墙有关截面计算与一般构造见第 16 章抗震墙结构部分。

17.5.1 有边框抗震墙的受弯承载力设计值的简化计算

多层及高层有边框抗震墙的底部在竖向荷载及地震作用下一般为大偏心受压, 当受拉侧边柱主筋及墙身部分纵筋达到抗拉强度设计值、受压侧边柱纵筋达到抗压强度设计值时, 即达到抗震墙设计阶段受弯承载力。

根据不同剪跨比、不同配筋率的抗震墙试验结果统计求得的截面受弯承载力设计值计算公式如下:

$$M = \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[A_s f_y h'_w + f_{yw} \mu_w b_w x \left(h'_w - \frac{x + h_c}{2} \right) + 0.5 N h'_w \right] \quad (17.5.1)$$

$$x = \left[0.65 - 0.294 \left(\frac{A_s f_{yc}}{A_{sw} f_{yw}} \right) \right] h_w \quad (17.5.2)$$

式中 M ——抗震墙受弯承载力设计值;

A_s ——受拉侧边柱纵筋面积;

f_{yc} ——受拉侧边柱纵筋抗拉强度设计值;

f_{yw} ——墙身竖向分布钢筋抗拉强度设计值;

μ_w ——墙身竖向分布钢筋配筋率;

A'_s ——受压侧边柱纵筋面积;

A_{sw} ——墙身纵向分布筋面积;

f_{yc} ——受压侧边柱钢筋抗压强度设计值;

N ——竖向荷载与地震作用下的组合轴力。

17.5.2 有边框抗震墙的受弯极限承载力计算

有边框抗震墙的受弯极限承载力可按下列公式计算：

$$M_u = A_s f_{yk} (h_w - h_c) + 0.5 A_{sw} f_{vw} (h_w - h_c) + 0.5 N (h_w - h_c) \quad (17.5.3)$$

式中 f_{yk} ——受压侧边柱纵筋抗压强度标准值；
 f_{vw} ——墙身竖向分布钢筋抗拉强度标准值。

17.5.3 带边框抗震墙的构造要求

1. 带边框抗震墙的厚度不应小于 160mm，且不应小于层高的 1/20。抗震墙的周边应设置梁（或暗梁）和端柱组成的边框，端柱截面宜与同层框架柱相同，纵向配筋应满足表 15.5.3 的要求，且不宜少于相似受荷面积框架柱的配筋；洞口处应设置构造边缘构件，其范围应按图 17.5.1 采用，其配筋应按符合抗震墙边缘构件的配筋要求。

2. 抗震墙的横向及竖向分布钢筋均不应少于 0.25%，并应双排布置，拉筋间距不应大于 600mm。

3. 抗震墙端柱全高范围的箍筋应满足表 16.6.4 抗震墙边缘构件加强部位的最低要求。

4. 抗震墙门洞不宜紧靠柱边，洞边距柱不应小于 300mm。当抗震墙在门洞边形成独立端柱时，应验算柱的轴压比，沿柱全高的箍筋宜符合框架柱箍筋加密区的构造要求。

5. 抗震墙底部加强部位跨高比小于 2 的连梁，当墙厚不小于 250mm 时，宜采取斜向交叉配筋。

6. 框架-抗震墙结构的其他构造措施应满足第十五章及第十六章有关框架及抗震墙的有关要求。

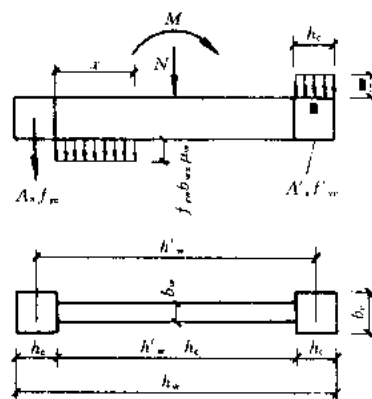


图 17.5.1 框架-抗震墙
结构中墙端边缘构件范围

17.6 计算例题

17.6.1 建筑结构概况

一幢十一层现浇框架-抗震墙结构的办公楼，有机房和水箱间局部突出屋顶。设防烈度为 8 度，场地特征周期为 0.3s。楼（屋）盖为装配整体式。混凝土强度等级：墙、梁 1~9 层为 C30，10 层以上为 C20；柱 1~5 层为 C40，6~9 层为 C30，10 层以上为 C20。主筋采用 II 级变形钢筋，箍筋为 I 级钢。

结构平、剖面简图及各层重力荷载代表值见图 17.6.1。本实例仅介绍结构的横向抗震设计。

17.6.2 抗震设计基本要求

1. 房屋高度

$$H = 40.0\text{m} < 100.0\text{m} \quad (\text{满足})$$

2. 结构抗震等级

根据 $H = 40\text{m}$ 和设防烈度 8 度，属于一级（抗震墙部分）和二级（框架部分）。

3. 可不考虑抗震墙之间楼（屋）盖平面内变形影响。

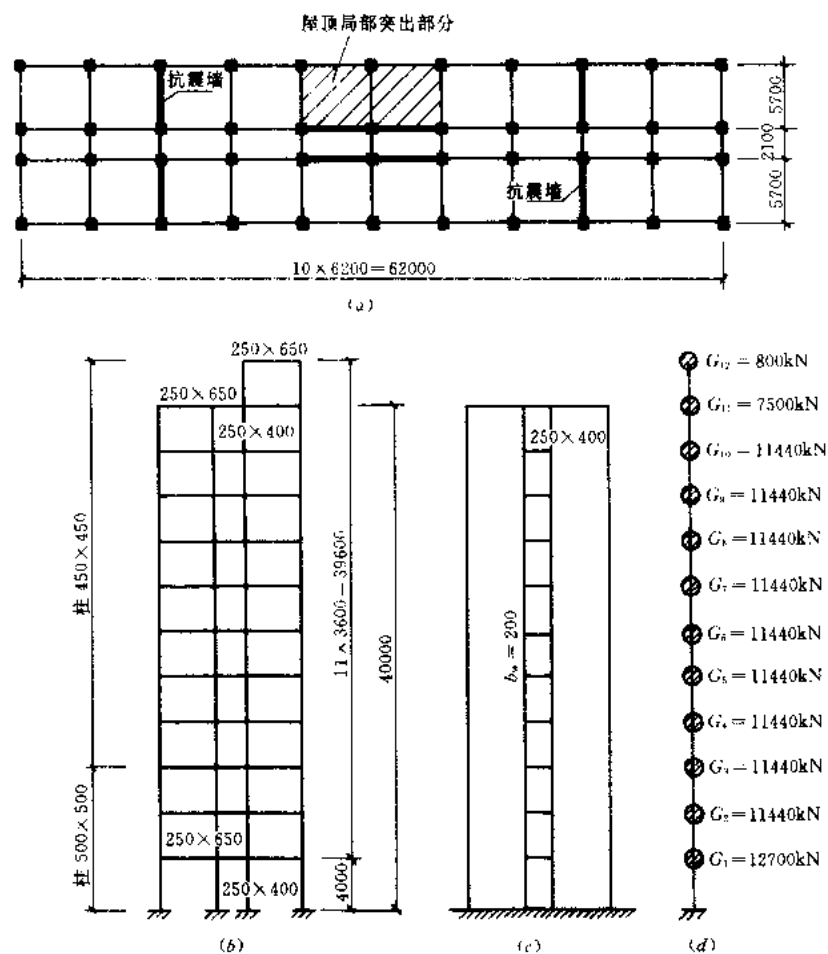


图 17.6.1 结构布置及 G_i 分布图

(a) 结构平面图柱; (b) 框架立面图连梁; (c) 抗震墙立面图; (d) G_i 分布图

4. 结构规则性

除屋顶局部突出部分外, 本结构属于规则结构。

17.6.3 结构刚度计算

1. 框架刚度

采用 D 值法计算框架的横向刚度结果见表 17.6.1 和表 17.6.3。

梁 的 刚 度

表 17.6.1

层号	位置	混凝土	截面 $b_b \times h_b$ (m^2)	跨度 l (m)	矩形截面 惯性矩 I ($\times 10^{-3}$) (m^4)	边框架		中框架	
						$I_0 = 1.5I$ ($\times 10^{-3}$) (m^4)	$K_b = \frac{E_c I_0}{l}$ ($\times 10^3$) (kN·m)	$I_0 = 2I$ ($\times 10^{-3}$) (m^4)	$K_b = \frac{E_c I_0}{l}$ ($\times 10^3$) (kN·m)
10~12	大梁	C20	0.25×0.65	5.7	5.72	8.58	38.38	11.44	51.17
	走道梁		0.25×0.40	2.1	1.33	2.00	24.29	2.66	32.30
1~9	大梁	C30	0.25×0.65	5.7	5.72	8.58	45.16	11.44	60.21
	走道梁		0.25×0.40	2.1	1.33	2.00	28.57	2.66	38.00

注: C20 $E_c = 25.5 \text{ kN/mm}$, C30 $E_c = 30.0 \text{ kN/mm}$, C40 $E_c = 32.5 \text{ kN/mm}$ 。

柱 的 刚 度

表 17.6.2

位置	层号	混凝土	截面 $b_c \times h_c$ (m ²)	层高 h_i (m)	矩形截面惯性矩 I ($\times 10^2$) (m ⁴)	线刚度 $K_a = \frac{E_c I}{h_i}$ ($\times 10^3$) (kN·m)	$D = a_0 K_a \frac{12}{h_i^2}$ ($\times 10^2$) (kN/m)
中框架 边柱	11	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	11.51
	10	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	12.00
	6~9	C30	0.45×0.45	3.6	3.42	28.50	13.54
	4、5	C40	0.45×0.45	3.6	3.42	30.88	14.13
	2、3	C40	0.50×0.50	3.6	5.21	47.03	16.98
	1	C40	0.50×0.50	4.0	5.21	42.33	17.81
中框架 中柱	11	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	14.02
	10	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	14.63
	6~9	C30	0.45×0.45	3.6	3.42	28.50	16.71
	4、5	C40	0.45×0.45	3.6	3.42	30.88	17.56
	2、3	C40	0.50×0.50	3.6	5.21	47.03	22.25
	1	C40	0.50×0.50	4.0	5.21	42.33	20.73
边框架 边柱	11	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	8.89
	10	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	10.37
	6~9	C30	0.45×0.45	3.6	3.42	28.50	11.77
	4、5	C40	0.45×0.45	3.6	3.42	30.88	12.07
	2、3	C40	0.50×0.50	3.6	5.21	47.03	14.11
	1	C40	0.50×0.50	4.0	5.21	42.33	16.23
边框架 中柱	11	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	12.65
	10	C20	0.45×0.45	3.6	3.42	24.23	13.10
	6~9	C30	0.45×0.45	3.6	3.42	28.50	14.88
	4、5	C40	0.45×0.45	3.6	3.42	30.88	15.56
	2、3	C40	0.50×0.50	3.6	5.21	47.03	19.16
	1	C40	0.50×0.50	4.0	5.21	42.33	19.02

框 架 总 层 刚 度

表 17.6.3

层号	D ($\times 10^3$) (kN/m)				ΣD ($\times 10^3$) (kN/m)
	中框架边柱	中框架中柱	边框架边柱	边框架中柱	
11	$14 \times 11.51 = 161.14$	$14 \times 14.02 = 196.28$	$4 \times 8.89 = 39.56$	$4 \times 12.65 = 50.60$	447.58
10	$14 \times 12.00 = 168.00$	$14 \times 14.63 = 204.82$	$4 \times 10.37 = 41.48$	$4 \times 13.10 = 52.40$	466.70
6~9	$14 \times 13.54 = 189.56$	$14 \times 16.71 = 233.94$	$4 \times 11.77 = 47.08$	$4 \times 14.88 = 59.52$	530.10
4、5	$14 \times 14.13 = 197.82$	$14 \times 17.56 = 245.84$	$4 \times 12.07 = 48.28$	$4 \times 15.56 = 62.24$	554.18
2、3	$14 \times 16.98 = 237.72$	$14 \times 22.25 = 311.50$	$4 \times 14.11 = 56.44$	$4 \times 19.16 = 76.64$	682.30
1	$14 \times 17.81 = 249.34$	$14 \times 20.73 = 290.22$	$4 \times 16.22 = 64.88$	$4 \times 19.02 = 76.08$	680.52

层平均刚度

$$D = \sum_{i=1}^n D_i / n = 562.56 \times 10^3 \text{ kN/m}$$

平均层高

$$h = \sum_{i=1}^n h_i / n = 3.636 \text{ m}$$

框架总刚度列于表 17.6.3。

2. 抗震墙刚度

各层抗震墙的刚度计算结果见表 17.6.4。

墙的刚度

表 17.6.4

层号	混凝土等级	端柱 $b_c \times h_c$ (m ²)	墙板厚 (m)	墙肢面积 A_1, A_2 (m ²)	墙肢惯性矩 I_1, I_2 (m ⁴)	墙刚度 $E_c(I_1 + I_2)$ (kN·m)
10~11	C20	0.45×0.45	0.2	1.455	5.708	291.11×10 ⁶
4~9	C30	0.45×0.45	0.2	1.455	5.708	342.48×10 ⁶
1~3	C30	0.50×0.50	0.2	1.540	6.415	384.90×10 ⁶

抗震墙平均刚度

$$E_c I_w = \frac{\sum_{i=1}^n (E_c I_i) h_i}{H}$$

$$= \frac{[291.11 \times 3.6 \times 2 + 342.48 \times 3.6 \times 6 + 384.9(3.6 \times 2 + 4.0)] 10^6}{40}$$

$$= 345.11 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

墙肢平均惯性矩

$$I_1 = I_2 = \frac{\sum_{i=1}^n I_i h_i}{H} = \frac{5.708 \times 3.6 \times 8 + 6.415(3.6 \times 2 + 4.0)}{40} = 5.906 \text{ m}^4$$

墙肢平均截面面积

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n} = \frac{1.455 \times 8 + 1.54 \times 3}{11} = 1.478 \text{ m}^2$$

$$\mu = 1 + \frac{(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)(I_1 + I_2)}{\bar{A}_1 \bar{A}_2 I_w^2} = 1 + \frac{4 \times 1.478 \times 5.906}{1.478^2 \times 7.8^2} = 1.26$$

$$\beta = \frac{1}{1 + 2.8 \left(\frac{h_l}{l_l} \right)^2} = \frac{1}{1 + 2.8 \left(\frac{0.4}{2.1} \right)^2} = 0.908$$

$$\omega^2 = \frac{12 I_w \beta I_b}{l_l^3 h (\bar{I}_1 + \bar{I}_2)} \left[l_w + \frac{(\bar{A}_1 + \bar{A}_2)(\bar{I}_1 + \bar{I}_2)}{\bar{A}_1 \bar{A}_2 l_w} \right]$$

$$= \frac{12 \times 7.8 \times 0.908 \times 1.33 \times 10^{-3}}{2.1^3 \times 3.636 \times 2 \times 5.906} \left[7.8 + \frac{4 \times 1.478 \times 5.908}{1.478^2 \times 7.8^2} \right] = 0.002291 / \text{m}^2$$

$$\omega = 0.04791 / \text{m}$$

$$\alpha = \omega H = 0.0479 \times 40 = 1.916$$

$$\psi = 1 - \frac{1}{\mu} + \frac{120}{11} \frac{1}{\mu \alpha^2} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1 + \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{\alpha} \right) \text{sh} \alpha}{\alpha^2 \text{ch} \alpha} \right\}$$

$$= 1 - \frac{1}{1.26} + \frac{120}{11} \frac{1}{1.26 \times 1.916^2} \times \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1 + \left(\frac{1.916}{2} - \frac{1}{1.916} \right) \text{sh}(1.916)}{1.916^2 \text{ch}(1.916)} \right\} = 0.541$$

$$(E_c I_w)_{12} = \frac{1}{\varphi} \bar{E}_c \bar{I}_w = \frac{1}{0.541} \times 345.11 \times 10^6 = 637.91 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$E_c I_w = \sum_{i=1}^n E_c I_{w_i} = 2 \times 637.91 \times 10^6 = 1275.82 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

17.6.4 多遇水平地震作用标准值和楼层地震剪力设计值计算

本建筑物主体结构总高度为 40m，且质量和刚度沿高度分布比较均匀，可以采用底部剪力法计算水平地震作用。

1. 自振周期

$$\begin{aligned} T_1 &= 0.556 H^2 \psi_T \sqrt{\frac{G_E}{E_c I_w H \left[1 - \frac{CH^2}{3.61 E_c I_w} \right]}} \\ &= 0.556 \times 40^2 \times 0.8 \sqrt{\frac{123960}{1275.82 \times 10^6 \times 40 \left[1 - \frac{2.045 \times 10^6 \times 40^2}{3.61 \times 1275.82 \times 10^6} \right]}} \\ &= 0.85 \text{ s} \end{aligned}$$

2. 水平地震作用标准值和楼层地震剪力设计值计算

$$\alpha_{\max} = 0.16 \quad T_g = 0.3 \text{ s}$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{T_g}{T_1} \right)^{0.9} \alpha_{\max} = \left(\frac{0.30}{0.85} \right)^{0.9} \times 0.16 = 0.0627$$

$$T_1 > 1.4 T_g = 1.4 \times 0.30 = 0.52 \text{ s}$$

应考虑顶部附加水平地震作用

$$\delta_n = 0.08 T_1 + 0.07 = 0.08 \times 0.85 + 0.07 = 0.138$$

$$F_{EK} = \alpha_1 G_{eq} = 0.0627 \times 0.85 \times 123960 = 6606 \text{ kN}$$

$$\Delta F_n = \delta_n F_{EK} = 0.138 \times 6606 = 911.6 \text{ kN}$$

由 $F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} (1 - \delta_n) F_{EK}$ 和 $V_{Ei} = \gamma_{Eh} \sum_{j=i}^n F_j + \Delta F_n$ 可算得到表 17.6.5 所示的楼层水平地震作用标准值和地震剪力设计值。

水平地震作用标准值和楼层地震剪力设计值

表 17.6.5

层 号	F_i (kN)	ΔF_n (kN)	V_{Ei} (kN)	
			$\gamma_{Eh}=1.0$	$\gamma_{Eh}=1.3$
12	74.8	88.5	489.9	636.9
11	645.1	823.1	1631.5	2120.9
10	894.7		2526.2	3284.1
9	805.9		3332.1	4331.7
8	717.1		4049.2	5264.0
7	629.2		4678.4	6081.9
6	541.3		5219.7	6785.6
5	452.5		5672.2	7373.9
4	363.7		6035.9	7846.7
3	274.8		6310.7	8203.9
2	186.9		6497.6	8447.0
1	108.4		6606	8588

17.6.5 水平地震作用效应计算

1. 框架部分和抗震墙部分的总水平地震作用效应计算。

对于框架-抗震墙协同工作体系的地震剪力的分配可以分两步进行, 首先在框架部分和抗震墙部分之间进行, 然后再分别分配到每根框架柱和每片抗震墙上去。

底部总地震弯矩

$$M_{0k} = \sum_{i=1}^n F_i H_i + \sum_{i=n+1}^n \Delta F_i H_i = 187279.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

根据底部地震的总弯矩和总剪力标准值换算成倒三角形连续分布荷载和顶部集中力。

$$F_{Ek} = \Delta P_n + \frac{1}{2} q_n H = 6606 \text{ kN}$$

$$M_{0k} \Delta P_n H + \frac{1}{3} q_n H^2 = 187279.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

可得到:

$$\Delta P_n = 834 \text{ kN}$$

$$q_n = 288.6 \text{ kN/m}$$

$$\lambda = H \sqrt{\frac{C}{E_c I_w}} = 40 \sqrt{\frac{2.045 \times 10^6}{1275.82 \times 10^6}} = 1.6$$

$$\xi = \frac{x}{H}$$

(1) 换算的倒三角形连续分布水平地震作用效应计算

$$\text{抗震墙总剪力标准值} \quad V_{w1} = \varphi_w q_n H$$

$$\text{框架总剪力标准值} \quad V_{f1} = \varphi_f q_n H$$

$$\text{抗震墙总弯矩标准值} \quad M_{w1} = \frac{\varphi_M}{100} q_n H^2$$

$$\text{位移} \quad u_{w1} = \varphi_u u_n$$

$$\text{其中} \quad q_n H = 288.6 \times 40 = 11544 \text{ kN}$$

$$\frac{q_n H^2}{100} = \frac{288.6 \times 40^2}{100} = 4617.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$u_n = \frac{P_n H^2}{100 E_c I_w} = \frac{288.6 \times 40^2}{100 \times 1275.8 \times 10^6} = 5.79 \times 10^{-3} \text{ m}$$

(2) 换算的顶点集中水平地震作用效应计算

$$V_{w2} = \varphi_w^* \Delta P_n$$

$$V_{f2} = \varphi_f^* \Delta P_n$$

$$M_{w2} = \varphi_M^* \Delta P_n H$$

$$u_{w2} = \varphi_u^* u_n$$

$$\text{其中} \quad \Delta P_n H = 834 \times 40 = 33360 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$u_n = \frac{\Delta P_n H^3}{100 E_c I_w} = \frac{834 \times 40^3}{100 \times 1275.8 \times 10^6} = 0.42 \times 10^{-3} \text{ m}$$

以上各 φ 和 φ' 值可由《建筑抗震设计手册》有关表中和本章的有关图中查出。计算结果见表 17.6.6 和表 17.6.7。最后可得到框架部分和抗震墙部分的总水平地震效应（见表 17.6.8）。

倒三角形连续分布水平地震作用效应

表 17.6.6

x (m)	ξ	φ_w	V_{w1} (kN)	φ_f	V_{f1} (kN)	φ_M	M_{w1} (kN·m)	φ_n	u_{e1} (mm)	Δu_{e1} (mm)
40.0	1.00	-0.143	-1651	0.143	1651	0	0	4.640	26.9	3.0
36.4	0.91	-0.058	670	0.144	1662	-0.894	-4128	4.136	23.9	2.9
32.8	0.82	0.017	196	0.147	1697	-1.076	-4969	3.625	21.0	3.0
29.2	0.73	0.085	981	0.149	1720	-0.607	-2803	3.105	18.0	3.1
25.6	0.64	0.146	1685	0.149	1720	0.434	2004	2.582	14.9	3.0
22.0	0.55	0.203	2343	0.147	1697	2.010	9281	2.062	11.9	2.9
18.4	0.46	0.255	2944	0.139	1605	4.068	18784	1.558	9.0	2.7
14.8	0.37	0.305	3521	0.127	1466	6.589	30425	1.080	6.3	2.4
11.2	0.28	0.352	4063	0.109	1258	9.542	44061	0.672	3.9	2.0
7.6	0.19	0.399	4606	0.083	958	12.926	59687	0.334	1.9	1.3
4.0	0.10	0.446	5149	0.049	566	16.726	77234	0.099	0.6	0.6
0	0	0.500	5772	0	0	21.456	99075	0	0	

由表中可见，抗震墙部分承受的结构底部地震弯矩

$$M_{wE}(\gamma_{Eh} = 1.0) = 118290 \text{ kN} \cdot \text{m} > 0.5M_{OK} = 93640 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

所以本结构符合框架-抗震墙结构体系分类要求，抗震墙起主要抗侧力作用。

2. 抗震墙地震内力设计值计算

本建筑设有两道相同的横向抗震墙，应各承受抗震墙部分的总水平地震作用效应的 50%。每道抗震墙的剪力图按面积相等原则由曲线图形化为直线图形，并由所得相应的均匀连续分布荷载 q 和顶点集中力 P （图 17.6.2）。

顶点集中水平地震作用效应

表 17.6.7

x (m)	ξ	φ_w	V_{w2} (kN)	φ_f	V_{f2} (kN)	φ_M	M_{w2} (kN·m)	φ_n	u_{e2} (mm)	Δu_{e2} (mm)
40.0	1.00	0.388	324	0.612	510	0	0	16.561	7.0	0.9
36.4	0.91	0.392	327	0.608	507	0.035	1168	14.415	6.1	0.9
32.8	0.82	0.404	337	0.596	497	0.071	2369	12.295	5.2	0.9
29.2	0.73	0.425	354	0.575	480	0.108	3603	10.235	4.3	0.8
25.6	0.64	0.454	379	0.546	455	0.148	4937	8.261	3.5	0.8
22.0	0.55	0.493	441	0.507	423	0.190	6338	6.408	2.7	0.7
18.4	0.46	0.542	452	0.458	382	0.237	7906	4.708	2.0	0.7
14.8	0.37	0.603	503	0.398	332	0.228	9608	3.202	1.3	0.5
11.2	0.28	0.675	563	0.325	271	0.345	11509	1.927	0.8	0.4
7.6	0.19	0.763	6636	0.238	198	0.410	13678	0.935	0.4	0.3
4.0	0.10	0.865	721	0.135	113	0.483	16113	0.272	0.1	0.1
0	0	1.000	834	0	0	0.576	19215	0	0	

框架部分和抗震墙部分的总水平地震作用效应

表 17.6.8

x (m)	V_F (kN)		V_{WF} (kN)		M_{WF} (kN·m)		Δu_c (mm)
	$\gamma_{Fh}=1.0$	$\gamma_{Fh}=1.3$	$\gamma_{Fh}=1.0$	$\gamma_{Fh}=1.3$	$\gamma_{Fh}=1.0$	$\gamma_{Fh}=1.3$	
40.0	2161	2809	-1327	1725	0	0	3.9
36.4	2161	2820	-343	446	-2960	-3848	3.8
32.8	2194	2852	533	693	-2600	-3380	3.9
29.2	2200	2860	1335	1736	800	1040	3.9
25.6	2175	2828	2064	2683	6941	9023	3.8
22.0	2120	2756	2754	3580	15619	20305	3.6
18.4	1987	2583	3396	4415	26690	34697	3.4
14.8	1798	2337	4024	5231	40033	52043	2.9
11.2	1529	1988	4626	6014	55570	72241	2.4
7.6	1156	1503	5242	6815	73365	95375	1.6
4.0	679	883	5870	7631	93347	121351	0.7
0	0	0	6606	8588	118290	153777	

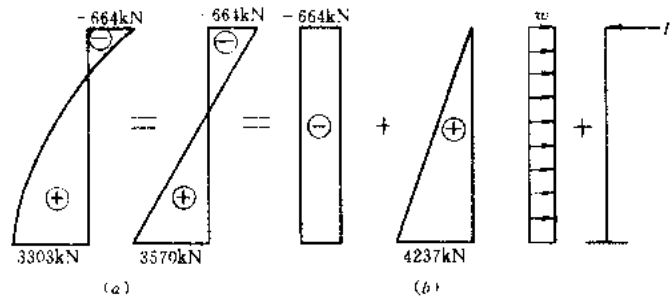


图 17.6.2 等效的剪力图和荷载

(a) 等效剪力图; (b) 等效荷载

$$P = V_{01} = -664 \text{ kN}$$

$$q = \frac{V_{02}}{H} = \frac{4237}{40} = 106 \text{ kN/m}$$

(1) 连梁的地震剪力设计值计算

$$V_1 = V_{11} + V_{12}$$

$$V_{11} = \frac{V_{01} m h \phi_1}{I}$$

$$V_{12} = \frac{V_{02} m h \phi_2}{I}$$

$$m = \frac{1}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2}} = \frac{7.8}{2} = 5.764 \text{ m}^3$$

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n} = \frac{8 \times 1.455 + 3 \times 1.540}{11} = 1.478 \text{ m}^2$$

$$I_1 = I_2 = \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{n} = \frac{8 \times 5.708 + 3 \times 6.45}{11} = 5.901 \text{ m}^4$$

$$l = I_1 + I_2 + ml_w = 2 \times 5.901 + 5.764 \times 7.8 = 56.76\text{m}^4$$

$$\phi_1 = 1 - \frac{\text{ch}\alpha(1-\xi)}{\text{ch}\alpha}$$

$$\phi_2 = \frac{\text{sh}\alpha - \alpha}{\alpha \text{ch}\alpha} \text{ch}\alpha(1-\xi) - \frac{\text{sh}\alpha(1-\xi)}{\alpha} + (1-\xi)$$

$$\alpha = 1.916$$

计算结果列于表 17.6.9 中。

连梁地震剪力设计值

表 17.6.9

x (m)	ξ	ϕ_1	V_{i1} (kN)	ϕ_2	V_{i2} (kN)	$V_{iE} = V_{i1} + V_{i2}$	
						$\gamma_{Eh} = 1.0$	$\gamma_{Eh} = 1.3$
40.0	1.00	0.713	-173	0.213	330	157	204
36.4	0.91	0.709	-172	0.217	336	164	213
32.8	0.82	0.696	-169	0.224	347	178	231
29.2	0.73	0.673	-163	0.229	355	192	250
25.6	0.64	0.642	-156	0.236	366	210	273
22.0	0.55	0.600	-146	0.240	372	226	294
18.4	0.46	0.547	-133	0.238	369	236	307
14.8	0.37	0.476	-116	0.221	342	226	294
11.2	0.28	0.393	-95	0.198	307	212	276
7.6	0.19	0.293	-71	0.160	248	177	230
4.0	0.10	0.173	-47	0.103	177	130	169

(2) 墙肢的地震弯矩、剪力和轴向力的设计值计算

$$M_{W1E} = M_{W2E} = \frac{1}{4} M_{WE} + \sum_{i=1}^n M_{iE}(i)$$

$$M_{iE}(i) = \frac{1}{2} V_{iE}(i) l_w = 3.9 V_{iE}(i)$$

$$V_{W1E} = V_{W2E} = \frac{1}{4} V_{WE}$$

$$N_{W1E} = N_{W2E} = \sum_{i=1}^n V_{iE}(i)$$

计算结果列于表 17.6.10 中。

墙肢的地震弯矩、剪力和轴向力设计值

表 17.6.10

x (m)	M_{W1E} (kN·m)		V_{W1E} (kN)		N_{W1E} (kN)	
	$\gamma_{Eh} = 1.0$	$\gamma_{Eh} = 1.3$	$\gamma_{Eh} = 1.0$	$\gamma_{Eh} = 1.3$	$\gamma_{Eh} = 1.0$	$\gamma_{Eh} = 1.3$
40.0	-612	-796	-332	-431	±157	±204
36.4	-1992	-2590	-86	-112	±321	±417
32.8	-2596	-3375	133	173	±499	±648
29.2	-2495	-3244	334	434	±691	±898
25.6	-1779	-2313	516	671	±901	±1171
22.0	-490	-637	689	895	±1127	±1465
18.4	1358	1765	849	1104	±1363	±1772
14.8	3812	4956	1006	1308	±1589	±2066
11.2	6870	8931	1157	1504	±1801	±2342
7.6	10628	13816	1311	1704	±1978	±2572
4.0	15117	19652	1468	1908	±2108	±2741
0	21353	27759	1652	2147	±2108	±2741

关于框架部分水平地震作用效应，可类似第 15 章的抗震设计实例方法计算，这里从略。

17.6.6 抗震墙组合内力设计值计算

本例只考虑重力荷载内力与水平地震作用内力的组合。按规定，抗震墙的抗震等级属于一级，不利组合应考虑内力调整，组合内力设计值的具体公式为：

$$\text{墙肢弯矩} \quad M_w = M_{wG} \pm M_{wE}$$

$$\text{墙肢轴向力} \quad N_w = N_{wG} \pm N_{wE} \quad (\text{不利时 } \gamma_G = 1.2, \text{有利时 } \gamma_G = 1.0)$$

$$\text{墙肢剪力} \quad V_w = V_{wG} + V_{wE}$$

$$\text{墙肢底部加强部位剪力} \quad V_w = 1.6(V_{wG} \pm V_{wE})$$

以首层墙底为例，假定重力荷载无偏心作用。

$$M_w = 27759 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$N_{wGK} = \frac{\sum G_i}{2N} = \frac{123960}{2 \times 10} = 6200 \text{ kN}$$

$$N_w = 1.2 \times 6200 \pm 2741 = 10181 \text{ kN} (\text{不利时 } \gamma_G = 1.2) \quad 4699 \text{ kN}$$

$$N_w = 1.0 \times 6200 \pm 2741 = 8941 \text{ kN} (\text{有利时 } \gamma_G = 1.2) \quad 3459 \text{ kN}$$

$$V_w = 1.6 \times 2147 = 3435.2 \text{ kN}$$

由于双肢墙的任一墙肢不会出现拉力状态，所以墙肢的组合剪力设计值、弯矩设计值不必再乘以增大系数 1.25。

$$\begin{aligned} M_{wE} &= M_{w1E} + M_{w2E} + N_{wE} l_w \\ &= 2 \times 27759 + 7.8 \times 2741 = 76898 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$$\frac{N_{wE} l_w}{M_{wE}} = \frac{21380}{76898} = 0.28 > 0.2$$

本结构的双肢抗震墙的连接梁略比定义的弱连梁强些，墙肢的延性构造宜略予以加强。

17.6.7 抗震墙构件截面承载力验算与构造

1. 连梁

(1) 斜截面受剪承载力验算

$$1 \sim 9 \text{ 层} \quad \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0) = \frac{1}{0.85} \times 0.2 \times 15000 \times 0.25 \times 0.365 = 322 \text{ kN}$$

$$10 \sim 11 \text{ 层} \quad \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0) = \frac{1}{0.85} \times 0.2 \times 10000 \times 0.25 \times 0.365 = 215 \text{ kN}$$

对比表 17.6.9，可见各层连梁均满足下式要求：

$$V_l < \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.2 f_c b h_0)$$

$$\text{采用 } 3\phi 12 @ 100 \text{ 箍筋} \quad A_{sv} = 339 \text{ mm}^2$$

连梁跨高比

$$\frac{2.1 - 0.5}{0.4} = 4.0 > 2.5$$

$$V_{l\max} = 307 \text{ kN} < \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(0.056 f_c b h_0 + 0.8 f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 \right)$$

$$= \frac{1}{0.85} \left(0.056 \times 15000 \times 0.25 \times 0.365 + 0.8 \times 21 \times \frac{3.39}{0.1} \times 0.365 \right) = 335 \text{ kN}$$

(2) 正截面受弯承载力验算

上下各配 3 ϕ 20 纵向钢筋 $A_s = A'_s = 941 \text{ mm}^2$

1~9 层 $M_{\text{kmix}} = 0.5 V_w b_0 = 0.5 \times 307 (2.1 - 0.45) = 253 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$$\begin{aligned} &< \frac{1}{\gamma_{\text{RE}}} \left[f_{\text{cm}} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a_s) \right] \\ &= \frac{1}{0.75} [21500 \times 0.2 \times 0.07 (0.365 - 0.035) + 31 \times 9.41 (0.365 - 0.035)] \\ &= 261 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

10~11 层

$M_{\text{umax}} = 0.5 \times 213 (2.1 - 0.45) = 176 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$$\begin{aligned} &< \frac{1}{0.75} [16500 \times 0.2 \times 0.7 (0.365 - 0.035) + 31 \times 9.41 (0.365 - 0.035)] \\ &= 230 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

2. 墙肢 (以首层为例)

(1) 斜截面受剪承载力验算

$$\begin{aligned} V_w &= 2362 \text{ kN} < \frac{1}{\gamma_{\text{RE}}} (0.2 f_c b h_0) = \frac{1}{0.85} \times 0.2 \times 15000 \times 0.2 \times (5.7 + 0.5) \\ &= 4376 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{M_{\text{wIE}}}{V_{\text{wIE}} h_0} = \frac{\frac{1}{2} (19652 + 27759)}{\frac{1}{2} (1908 + 2147) \times 5.95} = 1.97 < 2.2$$

$N_w = 3459 \text{ kN} (\gamma_G = 0.1) < 0.2 f_c b h = 0.2 \times 15000 \times 0.2 \times 6.2 = 3720 \text{ kN}$

采用 $\phi 12@150$ 双排分布钢筋 $A_{\text{sh}} = 226 \text{ mm}^2$

$$\rho = \frac{2.26}{20 \times 15} 100\% = 0.75\% > \rho_{\text{min}} = 0.25\%$$

$$\begin{aligned} V_w &= 2362 \text{ kN} < \frac{1}{\gamma_{\text{RE}}} \left[\frac{1}{\lambda - 0.5} \left(0.04 f_c b h_0 + 0.1 N_w \frac{A_w}{A} \right) + 0.8 f_y \frac{A_{\text{sh}}}{s} h_0 \right] \\ &= \frac{1}{0.85} \left[\frac{1}{1.97 - 0.5} (0.04 \times 15000 \times 0.2 \times 5.95 + 0.1 \times 3459) \right. \\ &\quad \left. + 0.8 \times 21 \times \frac{2.26}{0.15} \times 5.95 \right] \\ &= 2620 \text{ kN} \end{aligned}$$

(2) 正截面受弯承载力验算

端柱内配置 $\phi 22$ 纵向钢筋和 $\phi 8@150$ 箍筋 (见图 17.6.3)

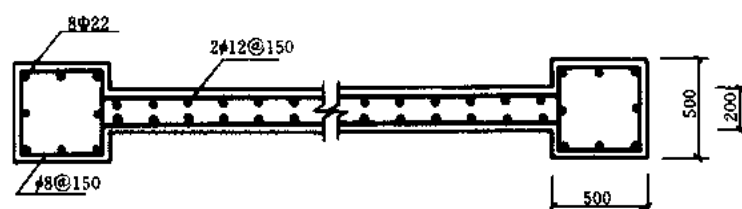


图 17.6.3 首层抗震墙墙肢配筋图

$$A_s = 3041\text{mm}^2 > 0.012A_c = 0.012 \times 500^2 = 3000\text{mm}^2$$

$$N_w = \frac{1}{\gamma_{RE}} \left\{ f_{cm} [\xi b h_0 + (b_F' - b) h_F'] + f_y' A_s' - \sigma_s A_s + N_{sw} \right\}$$

$$N_{sw} = \left(1 + \frac{\xi - 0.8}{0.8\omega} \right) f_{yw} A_{sw}$$

$$\omega = \frac{h_{sw}}{h_0} = \frac{h - a_s}{h_0} = \frac{5.95 - 0.25}{5.95} = 0.96$$

$$N_w = 3459 = \frac{1}{0.85}$$

$$\left\{ 16500 \left[0.2 \times 5.95\xi + (0.5 - 0.2) \times 0.5 \right] + \left(1 + \frac{\xi - 0.8}{0.8 \times 0.96} \right) \times 21 \times 2.26 \times 35 \right\}$$

可得 $\xi = 0.025 < \xi_b$ 且 $r = \xi h_0 = 0.025 \times 5.95 = 0.15\text{m} < 2a_s' = 0.5\text{m}$

取 $\xi = \frac{2a_s'}{h_0} = \frac{0.5}{5.95} = 0.084$

$$\begin{aligned} M_w &= 27759\text{kN} \cdot \text{m} < \frac{1}{\gamma_{RE}} \left\{ f_{cm} \left[\xi(1 - 0.5\xi) b h_0^2 + (b_F' - b) h_F' \left(h_0 - \frac{f_F'}{2} \right) \right] \right. \\ &= f_y' A_s' (h_0 - a_s') + \left[0.5 - \left(\frac{\xi - 0.8}{0.8 \times 0.96} \right)^2 \right] f_{yw} A_{sw} h_{sw} \left. \right\} + 0.5 N_w (h_0 - a_s') \\ &= \frac{1}{0.85} \left\{ 16500 \left[0.084(1 - 0.5 \times 0.084) \times 0.2 \times 5.95^2 + (0.5 - 0.2) \right. \right. \\ &\quad \times 0.5 \left(5.95 - \frac{0.5}{2} \right) \left. \right] + 31 \times 30.4(5.95 - 0.25) + \left[0.5 - \left(\frac{0.084 - 0.8}{0.8 \times 0.96} \right)^2 \right] \\ &\quad \times 21 \times 2.26 \times 35 \times 5.2 \left. \right\} + 0.5 \times 3459(5.95 - 0.25) = 40084\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

17.6.8 结构层间弹性变形验算

由表 17.6.8 可见, 在多遇水平地震作用下最大层间弹性位移为:

$$\Delta u_{\text{emax}} = 3.9\text{mm}$$

$$\frac{\Delta u_{\text{emax}}}{h} = \frac{3.9}{3600} = \frac{1}{923} < [\theta_e] = \frac{1}{800}$$

参 考 文 献

- 1 龚思礼等编著, 建筑抗震设计, 北京: 中国建筑工业出版社, 1994
- 2 胡庆昌, 钢筋混凝土房屋抗震设计, 北京: 地震出版社, 1991
- 3 赵西安, 钢筋混凝土高层建筑结构设计, 北京: 中国建筑工业出版社, 1992
- 4 T. 鲍雷, M.J.N 普里斯特利著, 戴瑞同等译, 钢筋混凝土和砌体结构的抗震设计, 北京: 中国建筑工业出版社, 1999

第 18 章 钢筋混凝土筒体结构

18.1 概述

筒体结构是指由一个或几个筒体作竖向承重结构的高层建筑结构形式，通常是由结构内部的电梯间、楼梯间、管道井等组成竖向实腹薄壁筒体，由结构外围周圈具有密柱及深梁的封闭空间框架组成框架筒体。由于筒体结构抗侧力刚度大，主要适用于较高的高层建筑及地震区的高层建筑，见表 18.1.1。

地震区筒体结构房屋最大高度 (m) ^[1]					表 18.1.1
结构体系	烈 度				
	6	7	8	9	
实腹单筒	150	140	100	70	
筒中筒	180	160	120	80	

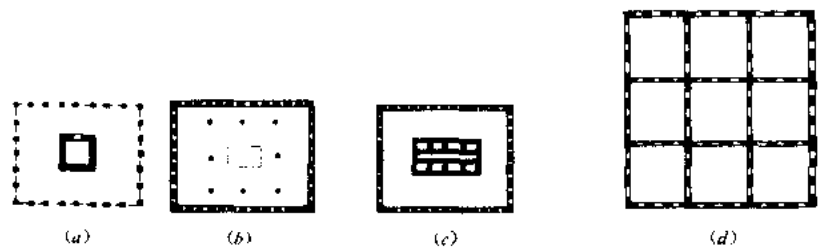


图 18.1.1 筒体结构类型图示
(a) 实腹单筒；(b) 框架单筒；(c) 筒中筒；(d) 组合筒

筒体结构按其筒体的形式、平面布置和数目的不同可分为单筒、筒中筒和组合筒等类型，如图 18.1.1 所示，分别适用于不同的抗侧力要求即不同建筑高度和不同地震烈度的组合要求。单筒通常应用于高层建筑结构中，实腹单筒出现在由核心筒与剪力墙或稀柱框架共同组成的建筑结构中；框筒单筒结构则是外围框筒承担水平侧力，内部稀柱承担竖向荷载的结构形式。筒中筒结构通常是内部实腹核心筒与外围框架筒组合而成。组合筒结构则是由若干个单筒集成一体形成多腹腔的筒体结构，其空间刚度极大，在超高层建筑中应用较多。

高层框架筒体结构就整体而言，象一根竖立的长悬臂梁。但在水平侧力作用下其截面应力分布并不象理想的悬臂梁那样呈平面分布而是表现出了角部偏大、中间偏小的剪切滞后特点。如图 18.1.2 所示。这是由于框架筒体裙梁剪切变形导致截面整体变形偏离平面分布所致。这反映了筒体结构空间作用的特点。

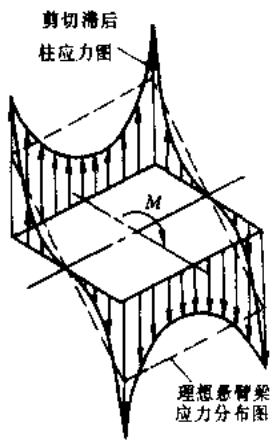


图 18.1.2 剪切滞后图示

18.2 一般构造要求

18.2.1 框架筒体构造要求

框筒结构平面宜选用正多边形、圆形或矩形，矩形框架筒体沿外轮廓两个方向布置的框架宜正交，宜使平面长宽比 $B/L \leq 2$ ，长度 $< 50\text{m}$ 。筒体结构高度 $> 60\text{m}$ ，高宽比 $H/B \geq 3$ 、高长比 $H/L \geq 2$ ，以充分保证筒体结构的空间工作性能。

双向水平地震输入下筒中筒结构模型的振动台试验^[7]表明，在框筒结构中，由于裙梁的刚度和承载力都较大，框筒结构很难形成强柱弱梁型结构，柱子是结构的薄弱环节。角柱由于同时受到双向弯曲的作用，在柱子中又是最薄弱的环节。在筒中筒结构中基底剪力大部分由核心筒承担，使得外框筒的薄弱层上移，外框筒的底层是安全的。因此，对框筒柱的尺寸大小和构造需要特别注意。

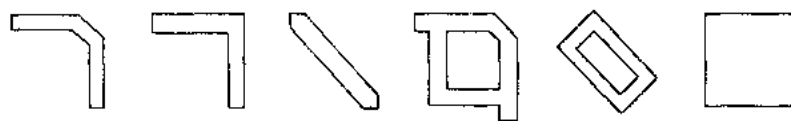


图 18.2.1 框筒角柱形式图示

框筒的柱间距不宜大于层高，宜小于 5m ，一般取为 $2.5 \sim 3\text{m}$ ，梁高一般为 $1/3 \sim 1/4$ 柱间距与 $1/4 \sim 1/5$ 层高中的较小者。外墙洞口面积不宜大于墙面面积的 50% 。中柱的截面以矩形为宜，矩形的长边应位于框筒壁面内。角柱应适当加强，其截面面积通常为中柱截面面积的 $1.5 \sim 2$ 倍。截面形式可以根据建筑需要选用图 18.2.1 中适当的形式。楼盖体系的布置宜使角柱能承受较大的竖向荷载，以减小地震作用下角柱的拉应力。

框筒柱的线刚度宜接近裙梁的线刚度，当框筒柱距不等时，宜按梁柱线刚度相等的原则调整梁的截面宽度。

框筒柱的轴向压力 $N \leq 0.75 f_c b h$ ，正截面抗弯强度按双向偏心受压构件计算，纵向受力钢筋总配筋率应不小于：角柱 1.2% ，与角柱相邻的第一根中柱 1.0% ，其余中柱 0.8% ，并且其纵向受力钢筋总配筋率不宜大于 5% 。框筒柱的箍筋间距应不大于 $15d$ （焊接）及 $10d$ （绑扎），且不大于 300mm 。每两根纵向受力钢筋中，应有一根受箍筋或拉筋约束。当框筒柱的纵向受力钢筋总配筋率大于 3% 时，箍筋直径不得小于 8mm ，且应焊成封闭环式，其间距不应大于 $10d$ ，并不应大于 200mm 。

柱的正截面承载能力设计按双向偏心受压计算。角筒或角柱正截面承载能力设计也按双向偏心受压计算，且两个方向的偏心距均不应小于相应方向边长的 $1/10$ 。

柱应按弯压构件进行斜截面抗剪承载力设计验算。

裙梁截面通常为矩形，其截面尺寸由高跨比和剪力大小决定：当 $l/h \leq 2.5$ 时， $V \leq 0.3 f_c b h$

当 $l/h > 2.5$ 时， $V \leq 0.2 f_c b h$

其中， l ——裙梁的计算跨度，取支座轴线间的距离或 1.15 倍的净跨长度中的较小者；

h ——裙梁高度；

b ——裙梁宽度；

V ——裙梁的最大剪力；

f_c ——混凝土抗压强度。

裙梁的正截面抗弯承载力及斜截面抗剪承载力计算均按弯曲构件进行。但当裙梁的计算跨度与梁高之比不大于 2.5 时，其正截面抗弯承载力及斜截面抗剪承载力计算按深梁考虑。

当裙梁净高跨比小于 1 时，可配置交叉斜筋（图 18.2.2）。此时裙梁宽度不应小于 400mm，每肢交叉斜筋总面积 A_s 按下式计算：

无地震作用组合 $A_s \geq V_b / 2f_y \sin \alpha$

有地震作用组合 $A_s \geq V_b \gamma_{RE} / 2f_y \sin \alpha$

其中 V_b 为裙梁的剪力设计值。

斜筋应采用矩形箍筋或螺旋箍筋绑扎成小柱。箍筋在斜筋四脚处应加密，间距为 100mm，其他部分间距为裙梁截面宽度的一半。斜筋直径应大于 $\phi 12$ ，裙梁纵向钢筋每侧不应小于两根，直径不应小于 $\phi 16$ ，腰筋直径不应小于 $\phi 10$ ，间距不应大于 300mm，裙梁箍筋直径不应小于 $\phi 8$ ，间距不应大于 200mm。

抗震设计中当裙梁采用普通配筋时，腰筋直径不应小于 $\phi 12$ ，间距不应大于 200mm。箍筋直径不应小于 $\phi 10$ ，间距不应大于 150mm 及 8 倍的纵筋直径，且箍筋直径沿梁长不变。

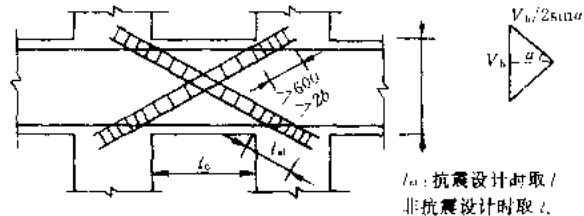


图 18.2.2 裙梁交叉斜筋配置示意

18.2.2 实腹筒体构造要求

实腹筒体墙身首先要满足普通墙体的构造要求，并且要根据其受力特点予以特殊加强。

楼层梁不宜集中支承在内筒体转角处，也不宜支承在洞口梁上。洞口梁不应采用弱连梁。楼层梁与内筒交接处宜设暗柱，暗柱的宽度不宜小于墙厚的两倍与梁宽之和。

筒中筒内核心筒的平面长度和宽度应分别不小于外框筒平面长度和宽度的 1/3，壁厚应不小于层高的 1/20，并不小于 20cm。当除内筒体外还设有附加剪力墙或其他筒体时，以上要求可适当放宽。

实腹筒体门洞不宜靠近转角，门洞不宜形成小墙肢。开设门洞及其他洞口时，平面上应尽量正中设置，立面上应尽量竖向成列布置。洞口边一般应用暗梁暗柱加强，当洞口位于筒体塑性铰区高度范围内，且墙厚小于楼层高度的 1/10 时应在洞口边加边框，边框厚度为楼层高度的 1/10。

实腹筒体底部加强部位在重力荷载下的墙体平均轴压比及边缘构件设置尚应满足抗震墙的要求。

墙肢的端部钢筋及分布钢筋在底部加强区范围内，应保持配筋量不变。墙肢的端部均需按柱的要求配置封闭箍筋，在底部加强区范围内，箍筋间距不应大于 100mm 及 6 倍的竖向钢筋间距。

验算筒体墙身平面内截面受弯承载力时，宜考虑墙身分布钢筋与翼缘的作用，按双向偏心受压计算。计算斜截面抗剪承载力时，仅考虑与剪力作用方向平行的肋部面积。

墙肢应进行墙身平面外正截面受弯承载力校核,以验算竖向分布钢筋的配筋量。此时,墙身轴向力取竖向荷载、风荷载、地震作用产生的轴向力的组合计算,偏心距不应小于墙厚的 $1/10$ 。

连梁的正截面承载力、斜截面承载力设计及截面尺寸要求与框简裙梁相同。

在筒中筒结构的底层处有翼缘框架的轴向拉压应力组成的整体弯矩应不小于地震荷载产生的总弯矩的 20% 。核心筒承担的地震剪力值宜不小于总地震剪力的 50% 。若内力分析结果不符合上述要求,则说明结构方案不合理,框筒结构空间作用太弱或核心筒太薄弱,须重新调整结构方案。

18.3 近似抗震分析

筒体结构的抗震分析应反映其空间整体受力特点,考虑不同方向抗侧力结构的整体工作。

18.3.1 框筒抗震分析

根据钢筋混凝土高层建筑筒体结构的实际受力情况,可以假定楼板平面内刚度无限大、平面外刚度为零。基于这一假设,根据框筒结构的平面布置情况及不同的计算精度要求,引入不同的计算假设,有许多近似分析方法。

1) 等效连续化方法:

等效连续化方法适用于平面形状由直线段组成的框筒结构。采用等效连续化方法可把框筒结构转化成由正交各向异性的弹性连续薄板组成的结构。首先进行弹性连续体的应力分析,然后可将弹性体应力分析结果转化为框筒结构的内力。

近似假设框筒框架梁柱的反弯点均位于杆长的中点,取四个相邻反弯点间的十字形框架部分作为基本单元,根据等效刚度的原则,可以确定等效薄板的弹性常数^[3]。

2) 等效平面框架法:

等效平面框架法适用于矩形平面框筒结构。这一方法只考虑框筒四周的平面框架平面内的刚度,而假设其平面外的刚度可以忽略不计。将水平地震作用分解为弯曲作用分量和扭转作用分量,根据框筒变形特点可以将其转化为平面框架分别计算内力,再叠加得到其地震内力。

3) 平面框架协同分析法:

平面框架协同分析法适用于由平面框架组成的任意形状框筒结构分析。这一方法也是只考虑框筒四周的各平面框架平面内的刚度,而假设其平面外的刚度可以忽略不计。各平面框架通过角柱的平衡条件和变形协调组成空间结构。通常通过子结构法来进行分析,将各平面框架作为子结构,角柱做特殊的处理。

如果角柱的截面形心主轴与框架所在的平面不垂直,当框架在各自的平面内受力变形时,角柱产生斜弯曲变形,称这种角柱为“斜角柱”,斜角柱需从框架中分离出来,作为单独的子结构。如果角柱的截面形心主轴分别与两个框架所在的平面垂直,可称之为“正角柱”,正角柱在与之相连的两个框架平面内分别产生弯曲变形,可以作为两个柱子分别参与子结构计算,而不再作为单独的子结构,变形协调条件为角柱的竖向位移一致。

4) 空间框架分析法

框筒结构是由深的裙梁和密排柱组成的空间框架体系,将其作为带刚域的空间框架进

行分析计算是最具一般性而且是最直接的方法,这一方法可以适用于任意布置的框筒结构并且其力学分析的结果可以直接用于柱子及裙梁的截面配筋计算。随着计算工具的发展,这种分析方法所需的内存也已不成问题。

空间框架分析法只有一个基本假设即楼板结构在平面内刚度无限大,在其平面外刚度则可以忽略,假定为零。基于这一假定,空间框架有以下三种构件组成:

1) 框筒梁

框筒裙梁没有轴向变形、水平面内的横向变形和弯曲变形,但有竖向平面内的横向变形和弯曲变形和绕梁轴线的扭转变形。

2) 实体框筒柱

框筒中柱通常为实体柱,具有一般空间梁柱杆件的所有六个变形分量。

3) 薄壁柱

由于建筑布置或结构受力需要框筒角柱有时布置成薄壁筒体,这时由于其截面尺寸通常不大,作为空间薄壁柱计算,具有七个变形分量。

必须指出,由于框筒梁、柱的截面尺寸相对于柱距及层高不可忽略,框筒梁、柱两端均具有刚域。

刚域长度的计算原则为:

梁刚域长度 = $1/2$ 柱宽 $\sim 1/4$ 梁高

柱刚域长度 = $1/2$ 梁宽 $\sim 1/4$ 柱高

上述构件的有限单元矩阵可以在力学分析著作^[3]中查到,这里不再详述。

18.3.2 筒体抗震分析

实腹筒体是一个底部固定,上端自由的悬臂薄壁杆件。根据实腹筒壁间有无连梁及连梁的强弱,可以分别按闭口薄壁杆、带连梁的薄壁杆或开口薄壁杆件计算。薄壁截面杆件分析可参见文献^[3,5]。

为了简化,实腹筒体抗震分析可根据洞口开设情况分两类进行:当墙体开洞较小,且筒体边长小于筒体结构总高度的 $1/10$ 时,可将实腹筒体作为空间受力的薄壁杆件参与整体结构计算,截面按整体箱形截面设计。其余情况可将筒体划分为几个带翼缘的墙肢,按剪力墙进行整体结构计算,并按其内力分析结果进行截面设计。

筒体墙肢抗弯刚度的确定原则如下:考虑纵、横墙的共同作用,纵墙的一部分可作为横墙的有效翼缘,横墙的一部分也可作为纵墙的有效翼缘。墙肢外伸的有效翼缘宽度为下列三者的最小值:该翼缘所在跨墙净距的一半、翼缘厚度的 6 倍、至门窗洞口边缘的距离。但计算筒体墙轴向刚度时,计算面积按实际面积取用。

值得指出,实腹筒体也可以采用框架分析法^[6],把连续的薄壁墙体简化为离散的框架杆件,然后按由等效框架组成的空间结构进行受力分析。这种分析方法无论是单筒还是组合筒,开口薄壁筒还是闭口薄壁筒都适用。与框筒结构的空间框架分析法结合比较好。

18.4 筒体结构的弹塑性地震反应分析^[7,8]

弹塑性地震反应分析是结构地震性能研究及抗震性能评估的重要工具,钢筋混凝土筒体结构是典型的空间结构,其地震反应表现出强烈的空间特征,在弹塑性阶段塑性内力的

相互作用对结构反应影响显著。

钢筋混凝土筒体结构中,实腹筒体可以视为空间薄壁截面杆件,框筒杆件通常为空间矩形截面杆件,这些杆件通常为压弯控制的钢筋混凝土构件,其截面空间恢复力模型通常只需考虑双轴压弯分量其余分量保持弹性,但必须反映塑性内力间相互影响以及反向加载时刚度的退化。建立压弯控制的钢筋混凝土截面的空间恢复力模型可以采用截面纤维模型的数值实验来进行模型参数标定及模型检验。

钢筋混凝土矩形截面恢复力模型已有较多的研究,基于双轴压弯极限面的截面恢复力模型用于结构弹塑性地震分析较为实用。张宏远^[7]建立了可以考虑塑性内力间相互影响以及反向加载时刚度的退化的适用于任意加载路径的钢筋混凝土矩形截面的双轴压弯恢复力模型。

实腹筒体的空间恢复力模型^[9]由于截面中各壁形状、位置、壁厚分布、配筋情况等难以参数化,而薄壁边的参数化却较为容易,将任意形状的薄壁截面划分为适当数目的直线边,通过建立薄壁边的截面模型可以合成任意薄壁截面的截面模型。钢筋混凝土薄壁边的恢复力模型只需考虑压力和平面内弯矩两个内力分量,采用极限面理论可以建立其恢复力模型。而且可以直接应用于单个墙肢。

采用数值分析方法,可以建立起杆件单元的弹塑性刚度矩阵,进行结构弹塑性分析。

参 考 文 献

- 1 建筑抗震设计规范 GBJ11—89
- 2 钢筋混凝土高层建筑结构设计与施工规程 JGJ3—91 (1997 年局部修订)
- 3 王荫长. 高层建筑筒体结构的计算. 北京: 科学出版社, 1988
- 4 何广乾等. 高层建筑设计及施工. 北京: 科学出版社, 1992
- 5 包世华, 方鄂华. 高层建筑结构设计. 北京: 清华大学出版社, 1985
- 6 Iain A. MacLeod, Hassan M. Hosny, Frame Analysis of Shear Wall cores, Journal of the Structural Division, 103, No. ST10, 1997
- 7 张宏远. 钢筋混凝土高层建筑空间弹塑性地震反应分析, 清华大学博士学位论文, 1994.1
- 8 张晋勋. 钢筋混凝土电视塔空间弹塑性地震反应研究, 清华大学博士学位论文, 1995.5
- 9 张晋勋. 任意形状钢筋混凝土薄壁截面双轴压弯恢复力分析, 土木工程学报, 1999 (2)

第 19 章 多层砌体房屋

19.1 砌体房屋的抗震性能

砌体房屋是我国居住、办公、学校和医院等建筑中最为普遍的结构形式。目前主要是粘土砖、砌块、石块通过砂浆砌成承重墙体和各种混凝土楼板组成的结构。

墙体材料以往采用普通粘土砖，60~70 年代后，新的墙体材料有较大的发展。粉煤灰中型实心砌块和混凝土中、小型空心砌块具有生产工艺简单、施工方便、节约良田和造价较低等特点，已在我国推广应用，逐步积累了较系统的试验研究资料和较成熟的设计施工经验，并有了专门的设计与施工规程。承重的多孔砖具有减轻房屋自重、提高保温性能、节约良田等特点。有些型号的多孔砖也有较多的试验资料和使用经验，并制定了相应的专门规程。

由于墙体材料为脆性和整体性能差，使得砌体房屋的抗震性能相对比较低。在历次大地震中，未经合理抗震设计的多层砌体房屋遭到了不同程度的破坏。在唐山大地震中，多层砌体房屋的破坏更为严重，造成了大量的倒塌。海城和唐山大地震以后，我国抗震设计和科研工作者对砌体房屋的抗震性能进行了大量的试验和理论研究，深入探讨了砌体房屋的抗震性能，提出了改善这类房屋抗震性能和增加抗震能力的有效措施，形成了多层砌体房屋实现“小震”不坏、设防烈度可修、“大震”不倒的抗震设计方法。

19.1.1 砌体房屋墙体的抗震性能

在地震中，砌体房屋的墙体主要承受往复的水平惯性力作用。试验研究发现，不配筋墙体、配置水平钢筋的墙体和设置构造柱的墙体，在往复水平力作用下的性能有很大不同。

1. 无筋砌体墙

作用有竖向压力时，无筋砌体在往复水平力作用下，首先从近似对角线方向出现斜向裂缝，并逐步扩展。如果墙体的高宽比接近 1，则墙体呈 X 型交叉裂缝。若墙体的高宽比较小，这在墙体的中间部位出现水平裂缝，如图 19.1.1 所示。在往复水平力作用下，墙体最终形成四大块体，其破坏形态为剪切型破坏。若继续加载开裂的墙体沿水平裂缝产生滑移，其承载能力迅速降低。

当门窗洞口把墙体分成若干墙段，各墙肢高宽比都小于 1.0 的情况下，其破坏规律为：较宽的墙肢先于较窄墙肢开裂和破坏，但也有个别例外的情况。试验结果表明墙体在水平力作用下的各墙肢按其刚度大小承担地震剪力。

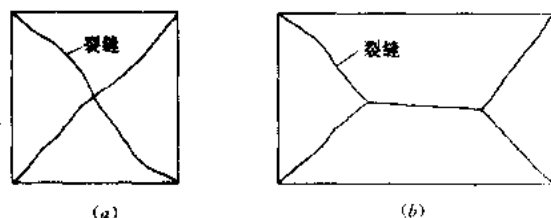


图 19.1-1 不同高宽比墙的破坏特征
(a) 高宽比较大的墙；(b) 高宽比较小的墙

2. 水平配筋砌体墙

水平配筋砌体墙的破坏现象与无筋砌体墙有显著不同。无筋砌体墙破坏是沿墙面主要出现一对交叉的对角斜裂缝，其他部位裂缝较少发生。而水平配筋砌体墙，即使水平钢筋的体积配筋率比较低，也会出现沿墙体两个对角线方向的多条裂缝，而且很难确定那一条是主裂缝；水平钢筋的体积配筋率越高，墙体裂缝分布越均匀，如图 19.1.2 所示。



图 19.1.2 水平配筋砌体墙的破坏特征

在往复水平力作用下，水平配筋砌体的滞回曲线能较全面的描述其弹性、非弹性质及其抗震性能。图 19.1.3 示出了比较典型的水平配筋砌体墙的荷载-位移滞回曲线。从图中可以看出，水平配筋砌体墙工作的过程经历了三个阶段。

- (1) 开裂前，荷载-位移曲线接近线性变形，为弹性阶段；
- (2) 从开裂荷载到极限荷载为墙体裂缝开展与刚度明显降低的弹塑性阶段；
- (3) 超过极限荷载后，横向配筋砌体的承载能力随位移的增加而逐渐下降的破坏阶段。

由于水平配筋砌体墙在水平力作用下出现多条均匀的裂缝，所以图中荷载-位移滞回曲线所包络的面积比较大，也就是说水平配筋砌体墙的耗能能力比较大。

试验表明，水平配筋砌体墙的承载力随着墙体水平钢筋体积配筋率的增加而增加，其变形能力也随之得到显著提高。一些试验结果表明其变形能力比无筋砌体墙提高一倍以上，带构造柱的水平配筋砌体墙比带构造柱的无筋砌体墙的变形能力要提高 50% 左右。

3. 设构造柱的砌体墙

设构造柱的砌体墙的破坏过程和普通砌体墙有所不同。当达到极限荷载时，墙面裂缝延伸至柱的上下端，出现较平缓的斜裂缝，柱中部有细微的水平裂缝，接近柱端处混凝土破碎，墙体亦呈现剪切破坏，大量的试验说明，虽然设构造柱对砌体墙的抗剪能力提高不多，大体为 10%~20%，但是其变形能力确可以大大提高。在极限荷载下，1340mm×400mm×240mm 的足尺试验墙体的最大变形，设构造柱的平均为 16.3mm，普通的平均为 4.95 mm 提高了 2.3 倍左右。

设构造柱的砌体墙的滞回曲线，墙体开裂荷载-位移呈现直线关系，处于弹性阶段；墙体开裂后，变形增大较快，但墙体的承载能力仍能继续保持并略有增大，滞回曲线所包络的面积较大，反映出有较好的耗能能力，如图 19.1.4 所示。

总结试验结果，可以得出钢筋混凝土构造柱的作用，其主要是：

- (1) 可以大大提高砌体墙的极限变形能力，使砌体墙在遭遇强烈的地震作用时，虽然开裂严重但不至于突然倒塌；
- (2) 构造柱虽然对于提高砌体墙的初裂和极限承载能力有一定的帮助，但其主要作用是在墙体开裂以后，特别是墙体破坏分成四大块以后，能够约束破碎的三角形砌体脱落坍

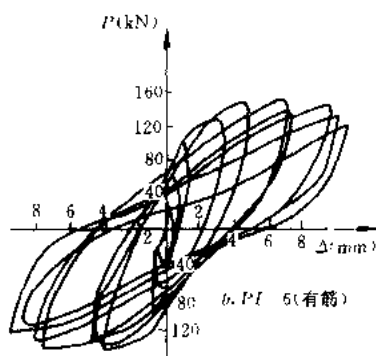


图 19.1.3 横向配筋砌体墙的
荷载-位移滞回曲线

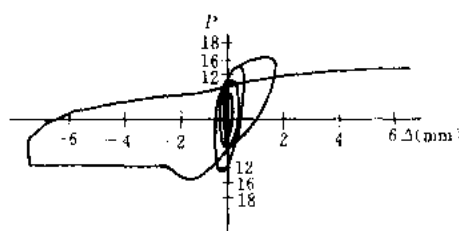


图 19.1.4 设构造柱砌体墙的荷
载-位移滞回曲线

塌，即使在构造柱自身上下端出现塑性铰后，也仍能阻止破碎砌体的倒塌；

(3) 钢筋混凝土构造柱不仅增强了内外墙联接的整体性，而且形成了一个由圈梁和构造柱组成的带钢筋混凝土边框的抗侧力体系，大大增强了砌体结构的整体作用。

19.1.2 砌体房屋的抗震性能

多层砌体房屋模型的往复水平静力和激振等试验结果，都进一步验证了带构造柱砌体墙和无筋砌体墙的破坏机理和抗震性能等。

静力试验表明，模型房屋的裂缝首先出现在底层墙体的中部，沿灰缝、齿缝和水平缝处开裂。设置构造柱时，裂缝出现斜裂后沿水平方向延伸，最后裂缝开展至柱的上下端，裂缝的分布为底层重，上部层轻。无构造柱房屋墙体裂缝仅限于底层，不向上扩展，如图 19.1.5 所示。

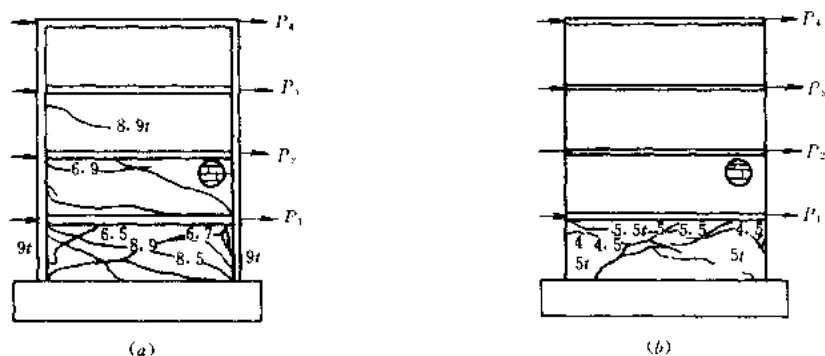


图 19.1.5 房屋模型的破坏特征
(a) 有构造柱房屋模型；(b) 无构造柱房屋模型

砖房屋模型的纵墙裂缝多呈现水平和窗洞口斜角开裂，破坏时由于内横墙顶推外纵墙，使纵墙连同一部分内横墙一起坍塌。

图 19.1.6 示出了房屋的荷载-位移滞回曲线。从图中可以看出，墙体开裂前，结构处于弹性状态，荷载与位移关系近似于直线，墙体开裂后，结构残余变形增大，刚度下降，滞回曲线包络面积扩大，结构进入塑性工作阶段。

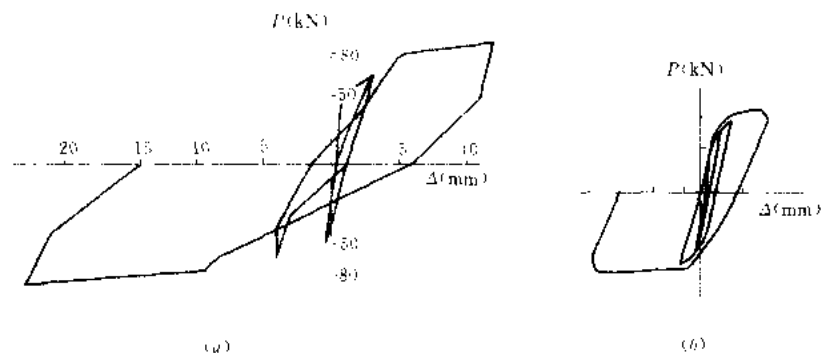


图 19.1.6 房屋模型的荷载-位移滞回曲线
(a) 有构造柱房屋模型；(b) 无构造柱房屋模型

从图中还可以看出，带构造柱的比无构造柱的房屋荷载-位移滞回曲线所包围的面积要大得多，刚度退化也比较慢。

这些试验表明，利用构造柱和圈梁等延性构件对砌体结构形成分割、包围，必要时设置水平钢筋，对整个砌体房屋而言，承载力提高不多，而变形能力和耗能能力却大大增加。这样，可以大大提高砌体房屋的防倒塌能力，是改善砌体结构抗震性能的最重要的有效途径。

19.2 砖砌体房屋的震害

在砖砌体房屋中，砖墙既是承重构件又是抵抗水平地震作用的构件。而砌筑砖墙的砖和砂浆都是脆性材料，抗震性能差，在 6 度地震作用时少量墙体就会出现裂缝，随着地震作用的增强，其房屋破坏的程度明显增强、房屋破坏的数量明显增多。

多层砖房是我国量大面广的建筑，在历次的地震中遭受到不同程度的破坏，震害的经验教训比较丰富。总结震害的经验教训，对于我们搞好砌体房屋的抗震设计具有十分重要的意义。

19.2.1 不同烈度地震作用下多层砖房的震害

表 19.2.1 列出的是 1976 年唐山大地震中唐山地区未经抗震设防的多层砖房的震害；表 19.2.2 是这次地震位于 8 度区的天津市，按 7 度抗震设计的住宅的震害统计。

唐山地区多层砖房的震害统计 (%)

表 19.2.1

破坏程度	烈 度			
	8	9	10	11
基本完好	11.8	1.3	0.6	0.3
轻微破坏	35.3	6.8	5.0	1.5
中等破坏	29.4	34.3	6.5	4.7
严重破坏	23.5	32.5	19.9	11.7
倒 塌	0.0	25.1	68.0	81.8

天津市经 7 度抗震设防的 74 年通用住宅震害统计 (%)

表 19.2.2

基本完好	轻微破坏	中等破坏	严重破坏	倒塌
70.7	19.5	9.8	0.0	0.0

从表 19.2.1 可以看出, 未经抗震设防的多层砖房在高烈度区的倒塌率是非常高的。从表 19.2.2 可以看出, 经过抗震设防可以明显地减轻多层砖房的震害, 尤其是减少严重破坏和倒塌占的比例。

19.2.2 不同用途多层砖房的震害

表 19.2.3 是 1976 年唐山地震天津市 8 度区不同用途的多层砖房的震害统计。

天津市住宅、医院、中小学教学楼震害统计 (%)

表 19.2.3

震害程度	建筑用途		
	住宅	医院	中小学教学楼
基本完好	70.7	46.0	40.0
轻微破坏	19.5	10.0	22.0
中等破坏	9.8	27.0	19.0
严重破坏	0.0	17.0	19.0
倒塌	0.0	0.0	0.0

从表 19.2.3 可以看出, 在这三种多层砖房中医院、中小学教学楼的横墙间距比较大, 其中等破坏至严重破坏的比例比横墙较密的多层砖房住宅高得多。

19.2.3 不同层数砖房的震害

表 19.2.4 是 1976 年唐山地震对唐山区不同层数砖房的震害统计。

唐山市不同层数砖房的震害统计 (%)

表 19.2.4

层数	破坏程度				
	基本完好	轻微破坏	中等破坏	严重破坏	倒塌
二	0.6	3.3	10.2	15.4	70.5
三	0.0	2.7	5.6	12.8	78.9
四层以上	0.0	0.0	2.1	28.0	69.9

由表 19.2.4 可见, 二、三、四层以上的砖房严重破坏以上的比例分别占 0.859、0.917 和 0.979; 也就是说随着多层砖房屋数的增加, 严重破坏和倒塌的比例数也增加。

19.2.4 不同楼(屋)盖多层砖房的震害

大量的震害表明, 采用木楼(屋)盖的多层砖房的严重破坏和倒塌率高于钢筋混凝土楼(屋)盖的多层砖房; 但是从现浇钢筋混凝土楼(屋)盖与预制钢筋混凝土楼(屋)盖房屋的严重破坏和倒塌率没有明显的差别。

19.2.5 多层砖房的主要震害特征

1. 墙体的破坏。主要是墙体的抗剪承载力不足,在地震作用下砖墙首先出现斜向交叉裂缝,如果墙体的高宽比接近 1,则墙体呈现 X 形交叉裂缝;若墙体的高宽比更小,则在墙体中间部位出现水平裂缝。在房屋四角墙面上由于两个水平方向的地震作用,出现双向斜裂缝。随着地面运动的加剧,墙体破坏加重,直至丧失承受竖向荷载的能力,使楼(屋)盖坍塌。

2. 窗间墙和墙垛的破坏。比较细高的窗间墙受剪弯双重作用,产生水平断裂。

3. 纵横墙的连接破坏。主要是墙体间联结薄弱。表现为内外墙交接面产生竖向裂缝,以至为纵墙向外倾斜或倒塌。

4. 墙体刚度变化和应力集中的部位,如楼梯间、墙角和烟道等削弱的墙体易破坏和倒塌。

5. 少量房屋产生整体弯曲破坏,表现为底层窗台上产生水平裂缝和横墙门洞过梁裂缝。

6. 整体稳定性不好的附属物,如女儿墙和屋顶烟囱等,也容易破坏和倒塌。

19.3 多层砌体房屋抗震设计的基本要求

总结多层砌体房屋的震害经验,不难得出多层砌体房屋产生震害的原因为:一是砖墙的抗剪承载力不足,在地震时,砖墙产生裂缝和出平面的错位,甚至局部坍塌;二是结构体系和构造布置存在缺陷,内外墙之间及楼板与砖墙之间缺乏可靠的联结,房屋的整体抗震能力差,砖墙发生出平面的倾倒等。因此,在多层砌体房屋的抗震设计中,进行墙体承载力验算是一个重要的方面,另一方面是为了使多层砌体房屋做到“大震”不倒的抗震设防目标,特别要注意合理的建筑结构布置和抗震构造要求。

19.3.1 平、立面布置要规则

大量的震害表明,房屋为简单的长方体的各部位受力比较均匀,薄弱环节比较少,震害程度要轻一些。因此,房屋的平面最好为矩形。即使是 L 形、U 形等平面,由于扭转和应力集中等影响而加重震害。体型更复杂的就更难避免扭转的影响和变形不协调的现象产生。

复杂的立面造成的附加震害更为严重。比如局部突出的小建筑,在 6 度区房屋的主体结构无明显破坏的情况下,有不少发生了相当严重的破坏。

19.3.2 房屋高度要限制、高宽比要控制

大量的震害表明,无筋的砌体房屋总高度超高和层数越多,破坏就越严重。表 19.2.4 也表明在唐山地震中四层以上的多层砖房严重破坏和倒塌的百分比较二、三层的多一些。建筑抗震规范根据震害经验的总结和对多层砌体结构抗震性能的分析研究,对多层砌体房屋采用总高度与层数双控,砖和砌块承重房屋的层高不应超过 3.6m,由于构造柱的作用是增强多层砌体房屋整体抗震能力而不再作为多层砖房的超高措施,所以层高超过 3m 的房屋,总层数要相应减少。对于医院、教学楼等横墙较少的砌体房屋,总高度应降低 3m,总层数应减少一层,这里指的横墙较少是同一层内开间大于 4.2m 的房间面积占该层总面积的 40% 以上;对各横墙间距虽满足最大间距要求但横墙很少的房屋,应根据具体情况再适当降低房屋的总高度和总层数。各类砌体房屋的总高度不应超过表 19.3.1 的规定、总层数不应超过表 19.3.1 的规定。

砌体房屋总高度 (m) 和层数限值

表 19.3.1

砌体类别	最小墙厚 (mm)	烈 度							
		6		7		8		9	
		高度	层数	高度	层数	高度	层数	高度	层数
实心粘土砖	240	24	八	21	七	18	六	12	四
	240	21	七	21	七	18	六	12	四
多孔砖	190	21	七	18	六	15	五	—	—
混凝土小砌块	190	21	七	21	七	18	六	12	四

注：1. 房屋的总高度指室外地面到檐口或屋面坡顶的高度，半地下室可从地下室室内地面算起，全地下室和嵌固条件好的半地下室可从室外地面算起；带阁楼的坡屋面时应算到山尖墙的 1/2 高度处。

2. 室内外高差大于 0.6m 时，房屋总高度可比表中数据增加 1m。

在实际设计中，往往遇到房屋高度超过抗震规范规定的情况。我们认为，根据实际情况，在房屋总层数必须遵守的前提下，总高度稍有突破是可以的，在采取较严的抗震构造措施后不至严重影响房屋的抗震性能。

历次地震的震害表明，地下建筑的破坏远轻于地面上的结构。其主要原因是地下结构与土体一起振动，只要地下结构整体性好，一般破坏很轻，因此可以把全地下室不作为一层考虑。对半地下室而言，由于有半层砌置在地面以上，还有窗井等削弱了周围土体对半地下室这一层的约束对抗震更为不利，所以有半地下室的房屋总高度从半地下室的室内地坪算起。但是，当半地下室的顶板在室外地面以上半层层高以内，或半地下室层所开窗洞处均有窗井墙，而每道内横墙均延伸到室外窗井处，并与周围挡土墙相连，形成较宽的半地下室层底盘。此种情况，半地下室层由于有加宽了的每道抗震横墙所嵌固，可以认为是嵌固条件好的半地下室。

建筑抗震设计规范对多层砌体房屋不要求作整体弯曲的强度验算，但多层砌体房屋整体弯曲破坏的震害是存在的。为了使多层砌体房屋有足够的稳定性和整体抗弯能力，对房屋的高宽比应满足，6、7 度时不大于 2.5，8 度时不大于 2.0，9 度时不大于 1.5。对于点式、墩式建筑的高宽比宜适当减小。计算房屋宽度时，外廊式和单面走廊的房屋不包括宽度。

在计算房屋高宽比时，房屋宽度是就房屋的总体宽度而言，局部突出或凹进不影响，横墙部分不连续或不对齐不影响。具有内走廊的单面走廊，房屋宽度不包括走廊宽度，但有的因此而不能满足高宽比限值可适当放宽。

19.3.3 房屋结构体系要合理

多层砌体房屋的合理抗震结构体系，对于提高其整体抗震能力是非常重要的，是抗震设计应考虑的关键问题。

1. 应优先采用横墙承重或纵横墙共同承重的结构体系

纵墙承重的砌体结构，由于楼板的侧边一般不嵌入横墙内，横向地震作用有很少部分通过板的侧边直接传至横墙，而大部要通过纵墙经由纵横墙交接面传至横墙。因而，地震时外纵墙因板与墙体的拉结不良而成片向外倒塌，楼板也随之坠落。横墙由于为非承重墙，受剪承载能力降低，其破坏程度也比较重。

地震震害经验表明，由于横墙开洞少，又有纵墙作为侧向支承，所以横墙承重的多层

砌体结构具有较好的传递地震作用的能力。

纵横墙共同承重的多层砌体房屋可分为二种：一种是采用现浇板，另一种为采用预制短向板的大房间。其纵横墙共同承重的房屋既能比较直接地传递横向地震作用，也能直接或通过纵横墙的联结传递纵向地震作用。

因此，从合理的地震作用传递途径来看，应优先采用横墙承重或纵横墙共同承重的结构体系。

2. 纵横墙的布置宜均匀对称，沿平面内宜对齐，沿竖向应上下连续，同一轴线上的窗间墙宽度宜均匀

前边已经指出，多层砌体房屋的平、立面布置应规则对称，最好为矩形，这样可避免水平地震作用下的扭转影响。然而对于避免水平地震作用下的扭转仅房屋平面布置规则还是不够的，还应做到纵横墙的布置均匀对称。从房屋纵横墙的对称要求来看，大房间宜布置在房屋的中部，而不宜布置在端头。

砖墙沿平面内对齐、贯通，能减少砖墙、楼板等受力构件的中间传力环节，使震害部位减少，震害程度减轻；同时，由于地震作用传力路线简单，中间不间断，构件受力明确，其简化的地震作用分析能较好地符合地震作用的实际。

房屋的纵横墙沿竖向上下连续贯通，可使地震作用的传递路线更为直接合理。如果因使用功能不能满足上述要求时，应将大房间布置在顶层。若大房间布置在下层，则相邻上面横墙承担的地震剪力，只有通过大梁、楼板传递至下层两旁的横墙，这就要求楼板有较大的水平刚度。

房屋纵向地震作用分至各纵轴后，其外纵墙的地震作用还要按各窗间的侧移刚度再分配。由于宽的窗间墙的刚度比窄窗间墙的刚度大得多，必然承受较多的地震作用而破坏。而高度比大于4的墙垛其承载能力更差已率先破坏，则对于宽窄差异较大的外纵墙，就会造成窗间墙的各个击破，降低了外纵墙和房屋纵向的抗震能力。因此，要求同一轴线的窗间墙宽度宜均匀，尽量做到等宽度。对于一些建筑阳台门和窗之间留一个240mm宽的墙垛等做法不利于抗震，宜采取门连窗的做法。

3. 防震缝的设置

大量的震害表明，由于地震作用的复杂性，体型不对称的结构的破坏较体型均匀对称的结构要重一些。但是，由于防震缝在不同程度上影响建筑立面的效果和增加工程造价等，应根据建筑的类型、结构体系和建筑状态以及不同的地震烈度等区别对待。规范的原则规定为：当建筑形状复杂而又不设防震缝时，应选取符合实际的结构计算模型，进行精细抗震分析，估计局部应力和变形集中及扭转影响，判别易损部位并采用加强措施；当设置防震缝时，应将建筑分成规则的结构单元。对于多层砌体房屋，当设防烈度为7度、8度和9度且具有下列情况之一时宜设置防震缝：(1)房屋立面高差在6m以上；(2)房屋有错层且楼板高差较大；(3)各部分结构刚度、质量截然不同。

4. 楼梯间不宜设置在房屋的尽端和转角处

由于水平地震作用为横向和纵向两个方向，所出在多层砌体房屋转角处纵横两个墙面常出现斜裂缝。不仅房屋两端的四个外墙角容易发生破坏，而且平面上的其它凸出部位的外墙阳角同样容易破坏。

楼梯间比较空敞和顶层外墙的无支承高度为一层半，在地震中的破坏比较严重。尤其

是楼梯间设置在房屋尽端或房屋转角部位时，其震害更为加剧。

19.3.4 抗震横墙间距要限制

砖墙在平面内的受剪承载力较大，而平面外（出平面）的受弯承载力很低。当多层砌体房屋横墙间距较大时，房屋的相当一部分地震作用需要通过楼盖传至横墙，纵向砖墙就会产生出平面的弯曲破坏。因此，多层砖房应按所在地区的地震烈度与房屋楼（屋）盖的类型来限制横墙的最大间距，具体见表 19.3.2。

抗震横墙最大间距 (m)				表 19.3.2
楼、屋盖类别	6 度	7 度	8 度	9 度
现浇和装配整体式钢筋混凝土	18	18	15	11
装配整体式钢筋混凝土	15	15	11	7
木	11	11	7	4

注：多层砌体房屋的顶层，最大间距可适当放宽。

规范给出的房屋抗震横墙最大间距的要求是为了尽量减少纵墙的出平面破坏，但并不是说满足上述横墙最大间距的限值就能满足横向承载力验算的要求。

前边已指出，从地震作用沿竖向传递的合理性讲大房间宜设置在顶层和宜布置在中间。

19.3.5 局部尺寸要控制

房屋局部尺寸的影响，有时仅造成局部的破坏，并未造成结构的倒塌。事实上，房屋局部破坏必然影响房屋的整体抗震能力。而且，某些重要部位的局部破坏却会带来连锁反应，形成墙体各个击破的破坏甚至倒塌。

1. 承重窗间墙的最小宽度

窗间墙在平面内的破坏可分为三种情况：窗洞高与窗间墙宽度之比小于 1.0 的宽窗间墙为较小的交叉裂缝；高宽比大于 1.0 的较宽的窗间墙，虽然也为交叉裂缝，但裂缝的坡度较陡，重者裂缝两侧的砖砌体破裂甚至崩落；很窄的窗间墙为弯曲破坏，重者四角压碎崩落。图 19.3.1 示出了三种窗间墙的破坏状态。

承重窗间墙的宽度应首先满足静力设计要求，为了提高该道墙的抗震能力，应均匀布置为窗间墙的宽度大体相等。窗间墙承担的地震作用是按各墙段的侧移刚度大小分配的，窄窗间墙比宽窗间墙的侧移刚度比小得多，承受了较大地震作用的墙段首先出现交叉裂缝，其刚度迅速降低，产生内力重分布，从而造成窗间墙的各个击破，降低了该道墙和整个结构的抗震能力。《建筑抗震设计规范》的具体规定列于表 19.3.3。

2. 承重外墙尽端至门窗洞边的最小距离

大量的震害表明，房屋尽端是震害较为集中的部位，这是由

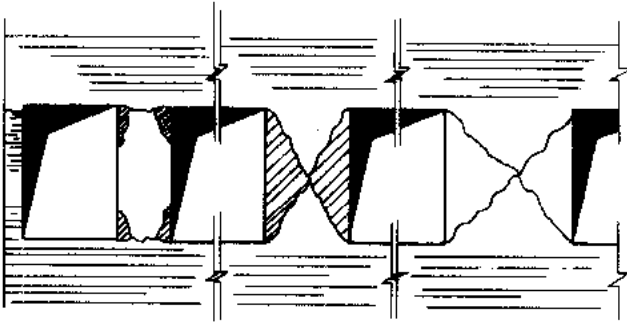


图 19.3.1 不同宽度窗间墙的破坏形态

于沿房屋纵横两个方向地面运动的结果，为了防止房屋在尽端首先破坏甚至局部墙体坍塌，《建筑抗震设计规范》给出了具体规定，见表 19.3.3。

3. 非承重外墙尽端至门窗洞边的最小距离

考虑到非承重外墙与承重外墙在承担竖向荷载方面的差异，对非承重外墙尽端至门窗洞边的最小距离较承重外墙的要求有所放宽，但一般墙垛宽度不宜小于 1.0m。

4. 内墙阳角至门窗洞边的最小距离

由于门厅或楼梯间处的纵墙或横墙中断，需要设置开间梁或进深梁，从而造成梁支承在室内拐角墙上的这些阳角部位的应力集中，梁端支承处的荷载又比较大，为了避免在这个部位发生严重破坏，除在构造上加强整体连接外，《建筑抗震设计规范》对内墙阳角至门窗洞边的最小距离给予了规定，见表 19.3.3。

5. 其它局部尺寸限值

大量的震害表明，阳台、挑檐、雨棚等小跨度的悬挑构件的震害比较小，一般情况下这些悬挑构件的跨度又都不会过大，因此，《建筑抗震设计规范》对这类构件的挑出构件没有作出限值。但仍应通过计算和构造来保证锚固和连接的可靠性。

悬挑构件中的女儿墙是比较普遍和容易破坏的构件，特别是无锚固的女儿墙更是如此。因此，《建筑抗震设计规范》对女儿墙的高度给予了限制，具体见表 19.3.3。

房屋的局部尺寸限值 (m) 表 19.3.3

部 位	烈 度			
	6	7	8	9
承重窗间墙最小宽度	1.0	1.0	1.2	1.5
承重外墙尽端至门窗洞边的最小距离	1.0	1.0	1.2	1.5
非承重外墙尽端至门窗洞边的最小距离	1.0	1.0	1.0	1.0
内墙阳角至门窗洞边的最小距离	1.0	1.0	1.5	2.0
无锚固女儿墙（非出入口处）的最大高度	0.5	0.5	0.0	0.0

实际设计中，外墙尽端至门窗洞边的最小距离，往往不能满足要求，此时可采用加强的构造柱或增加水平配筋措施，以适当放宽限制。但若认为要求有局部尺寸处可以用构造柱来代替，那就错了，若采用构造柱来代替必要的墙段，就会使砌体结构改变了其结构体系，这对房屋抗震是不利的。

19.4 地震作用计算和截面抗震验算

19.4.1 水平地震作用的计算

多层砌体房屋水平地震作用的计算可根据房屋的平、立面布置等情况选择采用下列方法：对于平、立面布置规则和结构抗侧力构件在平、立面布置均匀的，可采用底部剪力法；对于立面布置不规则的宜采用振型分解反应谱法，对于平面布置不规则的宜采用考虑水平地震作用扭转影响的振型分解反应谱法。下面简要说明底部剪力法在多层砌体房屋地震作用计算中的应用。

1. 总水平地震作用的标准值

多层砌体房屋的水平地震作用计算可采用底部剪力法，并取水平地震作用影响系数的



最大值 a_{\max} ，总水平地震作用的标准值 F_{EK} 为：

$$F_{EK} = a_{\max} G_{eq} \quad (19.4.1)$$

$$G_{eq} = 0.85 \sum G_i \quad (19.4.2)$$

式中 G_{eq} ——结构等效总重力荷载；

G_i ——集中于 i 质点的重力荷载代表值。

2. 水平地震作用沿高度的分布

多层砖房水平地震作用沿高度的分布不考虑顶部附加水平地震作用，对于突出屋面的小建筑，地震内力乘以增大系数 3，但不往下传递。沿横向或纵向第 i 层的水平地震作用 F_i 为：

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK} \quad (19.4.3)$$

式中 G_i 、 G_j ——分别为集中于质点 i 、 j 的重力荷载代表值；

H_i 、 H_j ——分别为质点 i 、 j 的计算高度。

各层的水平地震剪力的标准值 V_{iK} 为：

$$V_{iK} = \sum_{j=i}^n F_j = \left(\sum_{j=i}^n G_j H_j / \sum_{j=1}^n G_j H_j \right) F_{EK} \quad (19.4.4)$$

19.4.2 楼层地震剪力设计值在各墙段的分配

楼层 i 地震剪力设计值 V_i 为：

$$V_i = \gamma_{Eh} V_{iK} = 1.3 V_{iK} \quad (19.4.5)$$

式中 γ_{Eh} 为水平地震作用分项系数。

1. 水平地震剪力在楼层平面内的分配

根据多层砖房楼、屋盖的状况分为三种情况：

(1) 现浇和装配整体式钢筋混凝土楼、屋盖，按抗震墙的侧移刚度的比例分配，第 i 层第 j 片抗震墙的地震剪力设计值 V_{ij} 为：

$$V_{ij} = V_i \frac{K_{ij}}{K_i} \quad (19.4.6)$$

式中 K_{ij} ——第 i 层第 j 片抗震墙的侧移刚度；

K_i ——第 i 层抗震墙的侧移刚度。

(2) 木楼、屋盖的多层砖房，按抗震墙从属面积上重力代表值的比例分配，第 i 层第 j 片抗震墙的地震剪力设计值 V_{ij} 为：

$$V_{ij} = V_i \frac{G_{ij}}{G_i} \quad (19.4.7)$$

式中 G_{ij} ——第 i 层第 j 片抗震墙从属面积上的重力代表值；

G_i ——第 i 层的重力代表值。

须注意的是所谓从属面积乃指对有关抗侧力墙体产生地震剪力的负载面积。

(3) 预制钢筋混凝土楼、屋盖按抗震墙侧移刚度比和从属面积上重力代表值的比的平均值来分配，第 i 层第 j 片抗震墙的地震剪力设计值 V_{ij} 为：

$$V_n = \frac{1}{2} \left(\frac{K_{ij}}{K_i} + \frac{G_{ij}}{G_i} \right) V_i \quad (19.4.8)$$

当房屋平面的纵向尺寸较长时,在进行纵向地震剪力设计值的分配时,对于预制钢筋混凝土楼(屋)盖可按刚性楼盖考虑,并可按式(19.4.6)分配地震剪力。

2. 抗震墙的侧移刚度

砌体抗震墙的刚度,按墙段的净高宽比 ρ ($\rho = h/b$, h 为层高, b 为墙长) 的大小(对于门窗洞边的小墙段指洞净高与洞侧墙宽之比),分为三种情况:

(1) $\rho < 1$, 只考虑墙体的剪切变形, 墙体 j 的抗侧力刚度 K_j 为

$$K_j = \frac{1}{\xi H} = \frac{GA}{1.2H} \quad (19.4.9)$$

式中 G ——剪切模量;

H 、 A ——分别为层高和墙体截面面积。

(2) $1 \leq \rho \leq 4$ 同时考虑墙体的剪切和弯曲变形, 墙体 j 的抗侧力刚度 K_j 为:

$$K_j = \frac{1}{\frac{1.2H}{GA} + \frac{H^3}{12EI}} \quad (19.4.10)$$

取 $G = 0.4E$, 则上式为

$$K_j = \frac{GA}{1.2H(1 + H^2/3b^2)} \quad (19.4.11)$$

或

$$K_j = \frac{EA}{H(3 + H^2/b^2)} \quad (19.4.12)$$

式中 E ——弹性模量。

(3) $\rho > 4$, 不考虑该墙体的抗侧力刚度。

19.4.3 截面抗震验算

砌体结构截面抗震承载力验算可仅验算横向和纵向墙体中的最不利墙段。所谓最不利墙段,就是承担的地震剪力设计值较大或竖向压应力较小的墙段。其验算公式分别为:

1. 各类砌体沿阶梯形截面破坏的抗剪强度设计值 f_{VE}

$$f_{VE} = \zeta_N f_V \quad (19.4.13)$$

式中 f_V ——非抗震设计的砌体抗剪强度设计值,应按国家标准《砌体结构设计规范》(GB50003)采用;

ζ_N ——砌体强度的正应力系数,按表 19.4.1 采用。

砌体强度的正应力系数

表 19.4.1

砌体类别	σ_0/f_V							
	0.0	1.0	3.0	5.0	7.0	10.0	15.0	20.0
粘土砖、多孔砖	0.80	1.00	1.28	1.50	1.70	1.95	2.32	
混凝土小砌块		1.25	1.75	2.25	2.60	3.10	3.95	4.80

这里需要指出的是,砌体结构受剪承载力的计算,有两个公式——主拉应力公式和剪摩公式。但为了使两个不同的公式在使用表达形式一致起见,建筑抗震规范采用砌体强度正应力系数的统一表达形式。对于砖砌体,此系数沿用 78 抗震规范的方法,采用在震害统计基础上的主拉应力公式得到,以保持规范的延续性,其正应力影响系数为:

$$\xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45\sigma_0/f_v} \quad (19.4.14)$$

对于混凝土小砌块砌体,采用剪摩公式,根据试验资料,正应力影响系数为:

$$\text{混凝土小砌块 } \xi_N = \begin{cases} 1 + 0.25\sigma_0/f_v & (1 \leq \sigma_0/f_v \leq 5) \\ 2.25 + 0.17(\sigma_0/f_v - 5) & (5 \leq \sigma_0/f_v \leq 25) \end{cases}$$

2. 粘土砖和多孔砖墙体的截面抗震承载力验算

其验算公式采用式 (19.4.15)。

$$V \leq f_{VE} A / \gamma_{RE} \quad (19.4.15)$$

式中 V ——墙体剪力设计值;

A ——墙体横截面面积;

γ_{RE} ——承载力抗震调整系数,对于两端均有构造柱、芯柱的承重墙为 0.9,其他承重墙为 1.0;自承重墙的承载力抗震调整系数可采用 0.75。

当按式 (19.4.15) 验算不满足要求时,除采用配筋砌体的提高承载力外,尚可采用在墙段中部增设构造柱的方法,计入设置于墙段中部、截面不小于 240mm×240mm 且纵向钢筋配筋率不小于 0.6% 的构造柱对承载力的提高作用,按下列简化方法验算:

$$V \leq [\eta_c f_{VE}(A - A_c) + \xi f_t A_c + 0.08 f_y A_s] / \gamma_{RE} \quad (19.4.16)$$

式中 A_c ——中部构造柱的横墙截面总面积 ($A_c > 0.15A$ 时,取 0.15A);

f_t ——中部构造柱的混凝土轴心抗拉强度设计值;

A_s ——中部构造柱的纵向钢筋截面总面积 (配筋率大于 1.4% 时取 1.4%);

f_y ——钢筋抗拉强度设计值;

ξ ——柱参与工作系数;居中设一根时取 0.5,多于一根时取 0.4;

η_c ——墙体约束修正系数;一般情况取 1.0,构造柱间距不大于 2.8m 时取 1.1。

3. 水平配筋粘土砖墙的截面抗震承载力验算

水平配筋粘土砖、多孔砖墙体的截面抗震承载力,应按下式验算:

$$V \leq \frac{1}{\gamma_{RE}} (f_{VE} + \psi_s f_y \rho_v) A \quad (19.4.17)$$

式中 A ——墙体横截面面积,多空砖取毛截面面积;

f_v ——钢筋抗拉强度设计值;

ρ_v ——层间墙体体积配筋率;

ψ_s ——钢筋参与工作系数,可按表 19.4.2 采用。

钢筋参与工作系数

表 19.4.2

墙体高宽比	0.25	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	≥ 1.0
ϕ_s	0.07	0.10	0.11	0.12	0.14	0.15	0.15

4. 混凝土小砌块墙体截面抗震承载力验算

混凝土小砌块墙的截面抗震承载力，应按下式验算：

$$V \leq [f_{VE}A + (0.3f_tA_c + 0.05f_yA_s)\zeta_c]/\gamma_{RE} \quad (19.4.18)$$

式中 f_t ——芯柱混凝土轴心抗拉强度设计值；

A_c ——芯柱截面总面积；

A_s ——芯柱层钢筋截面总面积；

ζ_c ——芯柱影响系数，按表 19.4.3 采用。

芯柱影响系数

表 19.4.3

填孔率 ρ	$\rho < 0.15$	$0.15 \leq \rho < 0.25$	$0.25 \leq \rho < 0.5$	$\rho \geq 0.5$
ζ_c	0.0	1.0	1.10	1.15

注：填孔率指芯柱根数与孔洞总数之比。

无芯柱时， $\gamma_{RE} = 1.0$ ， $\zeta_c = 0.0$ ；有芯柱时， $\gamma_{RE} = 0.9$ 。

19.5 主要抗震构造措施

多层砌体房屋的抗震构造措施，对于提高房屋的整体抗震性能，做到“大震”不倒有着重要的意义。

19.5.1 多层砖房的抗震构造措施

1. 钢筋混凝土构造柱的设置

(1) 钢筋混凝土构造柱的功能

国内外的模型试验和大量的设置钢筋混凝土构造柱的砖墙墙片试验表明，钢筋混凝土构造柱虽然对于提高砖墙的受剪承载力作用有限，大体提高 10%~20%，但是对墙体的约束和防止墙体开裂后砖的散落能起非常显著的作用。而这种约束作用需要钢筋混凝土构造柱与各层圈梁一起形成，即通过钢筋混凝土构造柱与圈梁把墙体分片包围，当墙体开裂后，能使裂缝不致进一步发展，限制开裂后砌体的错位，使砖墙能维持竖向承载能力，并能继续吸收地震的能量，避免墙体倒塌。

(2) 钢筋混凝土构造柱的设置部位

钢筋混凝土构造柱的设置部位、截面尺寸和配筋，依烈度、高度和结构类型的不同而异。

1) 从钢筋混凝土构造柱设置的部位看，可分为三种：①容易损坏的部位，如在房屋外墙四角、错层部位的横墙与外纵墙交接处、洞口宽度大于 2.0m 的较大洞口和大房间内外墙交接处，每隔 15m 左右的横墙与外墙交接处，6 度区四、五层以下，7 度区三、四层以下，8 度区二、三层就要按此要求设置钢筋混凝土构造柱，还有楼、电梯间的横墙与内外纵墙交接处在 7、8 度时均要设计钢筋混凝土构造柱。②隔开间设置，这是根据烈度和层数不同区别对待设置钢筋混凝土构造柱的要求。如 6 度六、七层，7 度五层，8 度四层，

9度二层，其钢筋混凝土构造柱的设置除满足必须设置部位（外墙四角、楼、电梯间四角）外，还要在房屋隔开间的横墙（轴线）与外墙交接处，山墙与内纵墙的交接处设置钢筋混凝土构造柱。③每开间设置，当房屋层数较多时，钢筋混凝土构造柱设置应适当增加，如6度八层、7度六、七层、8度五、六层、9度三、四层的内墙（轴线）与外墙交接处设置，还有内墙局部较小墙垛处设置，9度三、四层还有内纵墙与横墙（轴线）交接处设置，具体列表19.5.1。

2) 对于外廊式、单面走廊式的多层砖房，应根据房屋增加一层的层数，按表19.5.1的要求设置钢筋混凝土构造柱。按表19.5.1的要求走廊两侧的纵墙均要按外墙的要求设置钢筋混凝土构造柱。

3) 对于教学楼、医院等横墙较少的多层砖房，应根据房屋增加一层后的层数，按表19.5.1的要求设置钢筋混凝土构造柱；当教学楼、医院等横墙较少的房屋为外廊式单面走廊式时，应按上一条要求设置构造柱，但6度不超过四层、7度不超过三层和8度不超过二层时，应按增加二层后的层数考虑。

(3) 多层砖房构造柱的截面与配筋

多层砖房的钢筋混凝土构造柱主要起约束墙体的作用，不依靠其增加墙体的受剪承载力，其截面不必过大、配筋也不必过多。建筑抗震规范对钢筋混凝土构造柱截面的最小要求为240mm×180mm，纵向钢筋宜采用4φ12，箍筋间距不宜大于250mm且在柱上下端部宜适当加密；7度时超过六层，8度时超过五层和9度时，钢筋混凝土构造柱纵向钢筋宜采用4φ14，箍筋间距不应大于200mm。房屋四角的构造柱可适当加大截面及配筋。

砖房构造柱设置要求

表 19.5.1

房屋层数				设置部位	
6度	7度	8度	9度		
四、五	三、四	二、三		外墙四角、错层部位横墙与外纵墙交接处，较大洞口两侧大房间内外墙交接处	7、8度时，楼、电梯间的四角，每隔15m左右的横墙与外墙交接处
六、七	五	四	三		隔开间横墙（轴线）与外墙交接处，山墙与内纵墙交接处，7~9度时，楼、电梯间的四角
八	六、七	五、六	三、四		内墙（轴线）与外墙交接处，内墙的局部较小墙垛处，7~9度时，楼、电梯间的四角，9度时内纵墙与横墙（轴线）交接处

(4) 构造柱与墙体的连接

钢筋混凝土构造柱要与砖墙形成整体。钢筋混凝土构造柱与墙体的连接处宜砌成马牙槎，并应沿墙高每隔500mm设2φ6拉结钢筋，每边伸入墙内不宜小于1m。至于采用大马牙槎好还是小马牙槎好，规范未作规定，主要是二种马牙槎各有利弊。

(5) 构造柱与圈梁的连接

钢筋混凝土构造柱应与圈梁连接，构造柱的纵筋应穿过圈梁的主筋，保证构造柱纵筋上下贯通。

(6) 构造柱的基础

构造柱可不单独设基础（但承重独立柱不包括在内），但应伸入室外地面下 500mm，或锚入浅于 500mm 的基础圈梁内。对于有个别地区基础圈梁与防潮层机结合，其圈梁标高已高出地面，在这种情况下构造柱应符合伸入地面下 500mm 的要求。

构造柱的一般做法如图 19.5.1 所示。

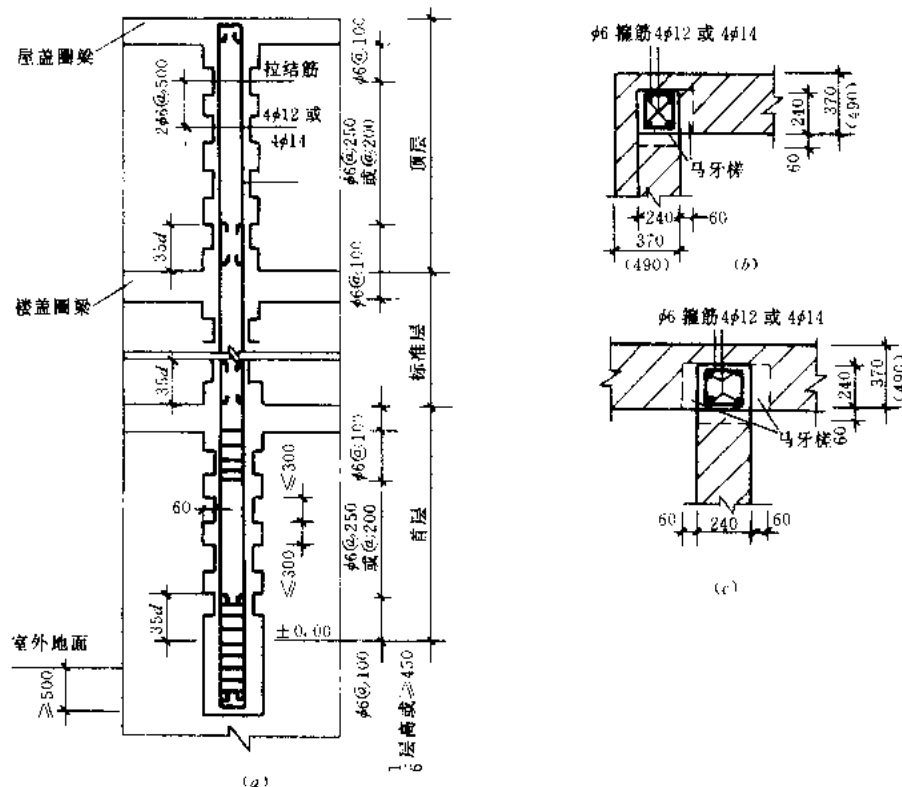


图 19.5.1 构造柱的一般做法

(a) 纵剖面；(b) L形墙横剖面；(c) T形墙横剖面

2. 钢筋混凝土圈梁

(1) 钢筋混凝土圈梁的功能

钢筋混凝土圈梁是多层砖房有效的抗震措施之一，钢筋混凝土圈梁有如下功能：

1) 增强房屋的整体性，由于圈梁的约束，预制板散开以及砖墙出平面倒塌的危险性大大减小了。使纵、横墙能够保持一个整体的箱形结构。充分地发挥各片砖墙在平面内抗剪承载力。

2) 作为楼盖的边缘构件，提高了楼盖的水平刚度，使局部地震作用能够分布给较多的砖墙来承担，也减轻了大房间纵、横墙平面外破坏的危险性。

3) 圈梁还能限制墙体斜裂缝的开展和延伸，使砖墙裂缝仅在两道圈梁之间的墙段内发生，斜裂缝的水平夹角减小，砖墙抗剪承载力得以充分地发挥和提高。从一座三层办公楼的震害中，可以清楚地看出对比状况。该楼采用预制板楼盖，隔层设置圈梁。遭遇 7 度地震后，因为三层楼板处无圈梁，三层砖墙的斜裂缝通过三层楼板与二层砖墙的斜裂缝连通，形成一道贯通二、三层砖墙的 X 形裂缝。裂缝的竖缝宽度达 30 mm。底层砖墙的斜裂缝，因为二层楼板处有圈梁，被限制在底层，裂缝的走向比较平缓（图 19.5.2）。

4) 可以减轻地震时地基不均匀沉降对房屋的影响。各层圈梁，特别是屋盖处和基础

处的圈梁，能提高房屋的竖向刚度和抗御不均匀沉降的能力。

(2) 钢筋混凝土圈梁的设置要求

为了较好地发挥钢筋混凝土圈梁与钢筋混凝土构造柱一起约束脆性墙体的作用，《建筑抗震设计规范》较 78 和 89 规范的要求要高一些，即 6、7 度区要求每层均设置钢筋混凝土圈梁。其具体要求为：横墙承重的多层砖房中的外墙和内纵墙的屋盖及每层楼盖处均布置，对于屋盖处的内横墙的圈梁间距不应大于 7m，且在 8、9 度时要在各横墙拉通；楼盖处内横墙的圈梁间距，在 6、7 度时不应大于 15 m，在 8 度时不应大于 7m，9 度时要在各横墙拉通；对于内横墙圈梁的设计还特别强调设置在钢筋混凝土构造柱对应部位。表 19.5.2 列出了砖房现浇钢筋混凝土圈梁的设计要求。

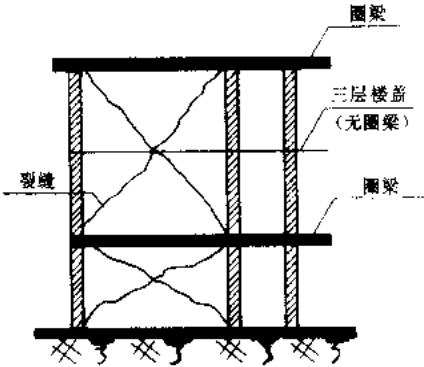


图 19.5.2 圈梁对横墙上裂缝开展和走向的影响

砖房现浇钢筋混凝土圈梁的设置要求 表 19.5.2

墙 类	烈 度		
	6、7	8	9
外墙及内纵墙	屋盖处及每层楼盖处	屋盖处及每层楼盖处	屋盖处及每层楼盖处
内横墙	同上，屋盖处间距不应大于 7m，楼盖处间距不应大于 15m，构造柱对应部位	同上，屋盖处沿所有横墙，且间距不应大于 7m，楼盖处间距不应大于 7m，构造柱对应部位	同上，各层所有横墙

纵墙承重的多层砖房中圈梁沿抗震横墙上的间距应比横墙承重多层砖房中的圈梁间距要求适当加密。现浇或装配整体式钢筋混凝土楼、屋盖与墙体可靠连接的房屋可不另设圈梁，但楼板沿墙体周边应加强配筋并应与相应构造柱钢筋可靠连接。

(3) 钢筋混凝土圈梁构造要求

钢筋混凝土圈梁应闭合，遇有洞口应上下搭接。圈梁的截面高度不应小于 120mm，箍筋可采用 $\phi 6$ ，纵筋和箍筋间距要求见表 19.5.3。

圈 梁 配 筋 要 求 表 19.5.3

配 筋	烈 度		
	6、7	8	9
最小纵筋	4 $\phi 8$	4 $\phi 10$	4 $\phi 12$
最大箍筋间距 (mm)	250	200	150

(4) 钢筋混凝土圈梁与预制板的位置

圈梁宜与预制板设在同一标高处或紧靠板底，按其预制板的相对位置又可分为“板侧圈梁”“板底圈梁”和“混合圈梁”三种。三种圈梁各有利弊，也各有适用范围，应视预制板的端头构造，砖墙的厚度和施工程序而定。

1) 板侧圈梁

一般来说,圈梁设在板的侧边(图 19.5.3),整体性更强一些,抗震作用会更好一些,且方便施工,可以缩短工期。但要求搁置预制板的外墙厚度不小于370mm,板端最

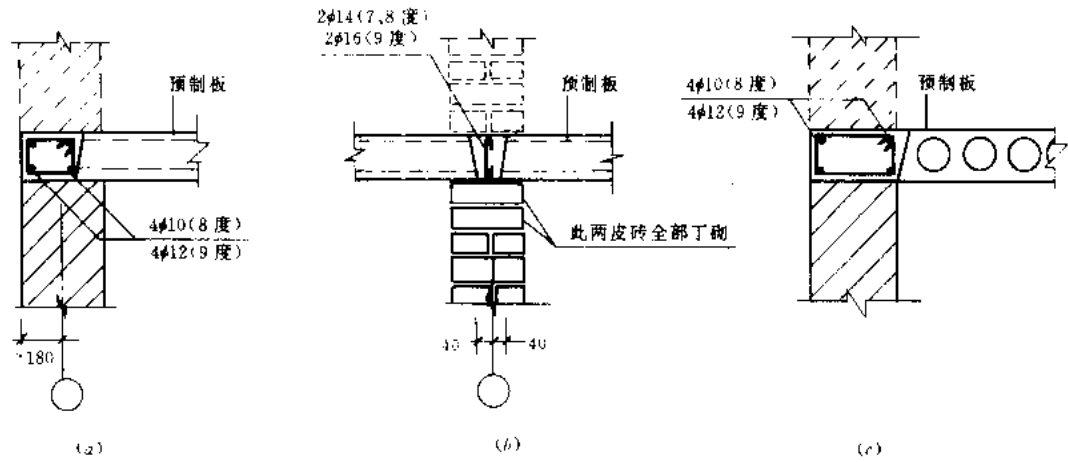


图 19.5.3 板侧圈梁

(a) 板端结点; (b) 中间结点; (c) 板侧结点

好伸出钢筋,在接头中相互搭接。由于先搁板,后浇圈梁。对于短向板房屋,外纵墙上圈梁与板的侧边结合较好。

2) 板底圈梁

是传统做法。圈梁设在板底(图 19.5.4),使用于各种墙厚和各种预制板构造。

3) 混合圈梁

是板底圈梁的一种改进做法。内墙上,圈梁设在板底;外墙上,圈梁设在板的侧边(图 19.5.5)。

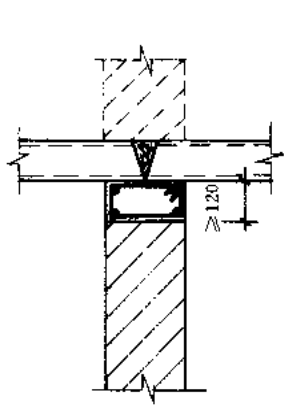


图 19.5.4 板底圈梁

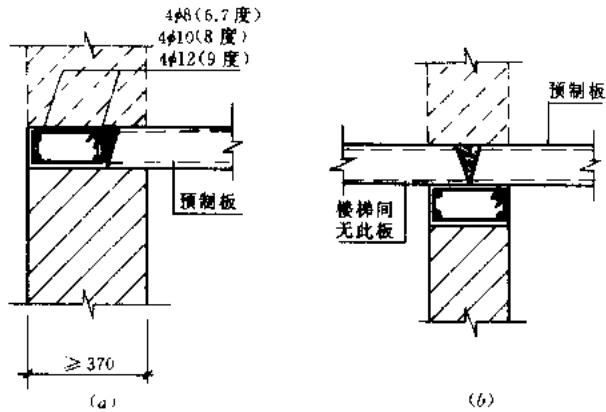


图 19.5.5 高低圈梁

(a) 板端结点; (b) 中间结点

3. 楼、屋盖

楼、屋盖是房屋的重要横隔,除了保证本身刚度和整体性外,必须与墙体有足够支承长度或可靠的拉结,才能正常传递地震作用和保证房屋的整体性。

现浇钢筋混凝土楼板或屋面板伸进纵、横墙的长度均不宜小于 120mm。装配式钢筋混凝土楼板或屋面板,当圈梁未设在板的同一标高时,板端伸入外墙的长度不应小于 120mm,伸进内墙的长度不宜小于 100mm,且不应小于 80mm,在梁上不应小于 80mm。当板的跨度大于 4.8m 并与外墙平行时,靠外墙的预制板侧应与墙或圈梁拉结。房屋端部大房间的楼盖,8 度时房屋的屋盖和 9 度时房屋的楼、屋盖,当圈梁设在板底时,预制板应相互拉结,并应与梁、墙或圈梁拉结。

楼、屋盖的钢筋混凝土梁或屋架,应与墙、柱(包括构造柱)或圈梁可靠连接。梁与砖柱的连接不应削弱柱截面。各层独立砖柱顶应在两个方向均有可靠拉结。坡屋顶房屋的屋架应与屋顶圈梁可靠连接,檩条或屋面板应与墙及屋架可靠连接。

8 度和 9 度时,楼梯间及门厅内阳角处的大梁支承长度不应小于 500mm,并应与圈梁连接。

预制阳台应与圈梁和楼板的现浇板带可靠连接。

4. 墙体拉结钢筋

地震作用除使外墙阳角容易产生双向斜裂缝外,有时在纵横墙相交处产生竖向裂缝。因此,对于墙体的这些部位宜设置拉结钢筋。其具体要求为:

(1) 7 度时房屋高超过 3.6m 或长度大于 7.2 m 的大房间和 8 度、9 度时外墙转角及内外墙交接处,应沿墙高每隔 500mm 配置 2 ϕ 6 拉结钢筋,并每边伸入墙内不宜小于 1m。

(2) 后砌的非承重砌体隔墙应沿墙高每隔 500mm 配置 2 ϕ 6 钢筋与承重墙或柱拉结,并每边伸入墙内不应小于 500mm,8 度和 9 度时长度大于 5.1 m 的后砌非承重砌体隔墙的墙顶高应与楼板或梁拉结。

5. 楼梯间的构造要求

楼梯间的横墙,由于楼梯踏步板的斜撑作用而引来较大的水平地震作用,破坏程度常比其他横墙稍重一些。横墙与纵墙相接处的内墙阳角,如同外墙阳角一样,纵横墙面因两个方向地面运动的作用都出现斜向裂缝。楼梯间的大梁,由于搁进内纵墙的长度只有 240mm,角部破碎后,梁落下。另外,楼梯踏步斜板因钢筋伸入休息平台梁内的长度很短而在相接触处拉裂或拉断。为了保证楼梯间在地震时能作为安全疏散通道,其内墙阳角至门窗洞边的距离应符合规范要求。8 度和 9 度时顶层楼梯间和外墙宜沿墙高每隔 500mm 设 2 ϕ 6 拉结钢筋,9 度时其它各层楼梯间可在休息平台或楼层半高处设置 600mm 厚的配筋砂浆带,砂浆强度等级不宜低于 M5,钢筋不宜少于 2 ϕ 10。

突出屋顶的楼、电梯间的内外墙交接处应沿墙高每隔 500mm 设 2 ϕ 6 拉结钢筋,且每边伸入墙内不应小于 1m。

6. 横墙较少的多层粘土砖、多孔砖住宅楼的总高度接近或达到表 19.3.1 规定限值,应采取下列加强措施:

(1) 房屋的最大开间尺寸不得大于 6.6m。

(2) 一个结构单元内横墙错位数量不宜超过总墙数的 1/3 且连续错位不宜多于两道,错位的墙体交接处均应增设构造柱,且楼、屋面板应采用现浇混凝土板。

(3) 横墙和内纵墙上洞口的宽度不宜大于 1.5m;外纵墙上洞口的宽度不宜大于 2.1m 或开间尺寸的一半;内外墙上洞口位置不应影响外纵墙和横墙的整体连接。

(4) 所有纵横墙均应在楼、屋盖标高处设置加强的现浇钢筋混凝土圈梁:圈梁的截面

高度不宜小于 150mm，上下纵筋各不应少于 3 ϕ 10。

(5) 所有纵横墙交接处及横墙的中部，均应增设满足下列要求的构造柱：在横墙内的柱距不宜大于层高，在纵墙内的柱距不宜大于 4.2m，最小截面尺寸不宜小于 240mm \times 240mm，配筋宜符合表 19.5.4 的要求。

构造柱的纵筋和箍筋设置要求 表 19.5.4

位置	纵向钢筋			箍 筋		
	最大配筋率	最小配筋率	最小直径	加密区范围	加密区间距	最小直径
角柱	1.8%	0.8%	ϕ 14	全高	100	ϕ 6
边柱			ϕ 14	上端 700		
中柱	1.4%	0.6%	ϕ 12	下端 500		

(6) 同一结构单元的楼、屋面板应设置在同一标高处。

(7) 房屋的底层和顶层，在窗台板处宜设置现浇钢筋混凝土带；其厚度为 60mm，宽度不小于 240mm，纵向钢筋不少于 3 ϕ 6；两端伸入墙体不宜小于 360mm。

19.5.2 多层砌块房屋的构造措施

1. 钢筋混凝土芯柱

(1) 设置部位

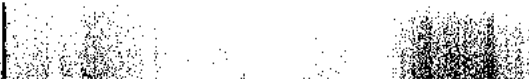
混凝土小型空心砌块房屋，应按表 19.5.5 的要求设置钢筋混凝土芯柱，对医院、教学楼等横墙较少的房屋，应根据增加一层的层数，按表 19.5.5 的要求设置芯柱。

混凝土小型空心砌块房屋芯柱设置要求 表 19.5.5

房 屋 层 数				设 置 部 位	设 置 数 量
6 度	7 度	8 度	9 度		
四、五	三、四	二、三		外墙转角，楼梯间四角，大房间内 外墙交接处；隔 15m 或单元横墙与外 纵墙交接处	外墙转角，灌实 3 个孔； 内外墙交接处，灌实 4 个孔
六	五	四	二	外墙转角，楼梯间四角，大房间内 外墙交接处；山墙与内纵墙交接处， 隔开间横墙（轴线）与外纵墙交接处	
七	六	五	三	外墙转角，楼梯间四角，各内墙 （轴线）与外纵墙交接处；8、9 度时， 内纵墙与横墙（轴线）交接处和洞口 两侧	外墙转角，灌实 5 个孔； 内外墙交接处，灌实 4 个孔 内外墙交接处，灌实 4~5 个孔 洞口两侧灌实 1 个孔
	七	六	四	同上；横墙内芯柱间距不宜大于 2m	外墙转角，灌实 7 个孔； 内外墙交接处，灌实 5 个孔 内外墙交接处，灌实 4~5 个孔 洞口两侧各灌实 1 个孔

(2) 砌块房屋的芯柱，应符合下列构造要求：

1) 混凝土小型空心砌块房屋芯柱截面不宜小于 120mm \times 120mm。



- 2) 芯柱混凝土强度等级, 不应低于 C20。
- 3) 芯柱竖向钢筋应贯通墙身且与圈梁连接; 插筋不应小于 $1\phi 12$, 7 度五层及以上、8 度四层及以上和 9 度时, 插筋不应小于 $1\phi 14$ 。
- 4) 芯柱应伸入室外地面下 500mm 或锚入浅于 500mm 的基础圈梁内。
- 5) 为提高墙体抗震承载力而设置的芯柱, 宜在墙体内均匀布置, 最大净距不宜大于 2.0m。

2. 钢筋混凝土圈梁

砌块房屋均应设置现浇钢筋混凝土圈梁, 圈梁宽度不小于 190mm, 配筋不应少于 $4\phi 12$, 箍筋间距不应大于 200mm。并按表 19.5.6 要求设置。

现浇钢筋混凝土圈梁设置要求

表 19.5.6

墙类	烈 度	
	6、7	8、9
外墙及内纵墙	屋盖处及每层楼盖处	屋盖处及每层楼盖处
内横墙	同上; 屋盖处沿所有横墙, 楼盖处间距不应大于 7m; 芯柱对应部位	同上; 各层所有横墙

3. 砌块房屋墙体处或芯柱与墙体连接处应设置拉结钢筋网片, 网片可 $\phi 4$ 钢筋点焊而成, 沿墙高每隔 600mm 设置, 每边伸入墙内不宜小于 1m。

4. 砌块房屋的层数, 6 度七层、7 度六层及以上、8 度五层及以上和 9 度时, 在底层和顶层的窗台标高处, 沿纵横墙应设置通长的水平现浇钢筋混凝土带; 其厚度不小于 60mm, 纵筋不少于 $2\phi 10$, 并应有分布拉结钢筋; 其混凝土强度等级, 不应低于 C20。

5. 砌块房屋的其他构造措施应符合多层砖房的有关要求。

19.6 抗震设计实例

19.6.1 多层砖房教学楼

1. 建筑结构概况

四层砖混结构教学楼, 采用装配式长向预制板, 纵横墙承重。外墙厚度为 360mm, 内横墙厚度: 一~三层为 360mm, 四层为 240mm; 内纵墙厚度: 一、二层为 360mm, 三、四层为 240mm。砖为 MU10, 砂浆强度等级: 一、二层为 M10, 三、四层为 M5。建筑结构平、剖面图见图 19.6.1。该房屋所在地区的基本烈度为 8 度, 场地为 II 类。

2. 抗震设计的一般要求

(1) 房屋的总高度和层数

$$H = 3.6 \times 4 + 0.6 = 15.0 < 18.0 \sim 3.0 \quad (\text{满足})$$

$$N = 4 < 5 \quad (\text{满足})$$

(2) 房屋高宽比

$$H/B = 15.0/15.3 = 0.98 < 2 \quad (\text{满足})$$

(3) 抗震横墙最大间距

$$9m < 11m \quad (\text{满足})$$

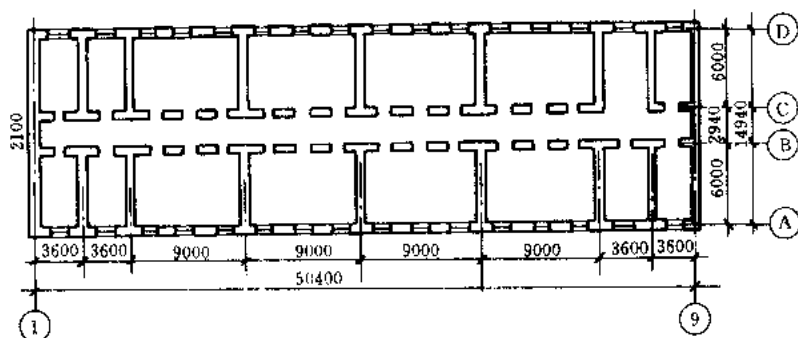


图 19.6.1a 首层平面示意图

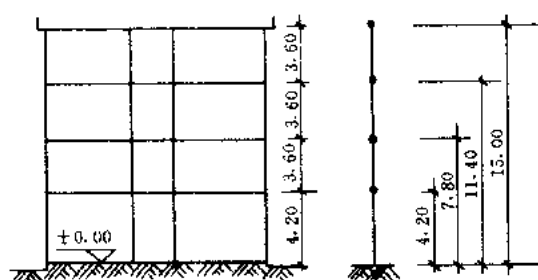


图 19.6.1b 剖面示意图及计算简图

(4) 房屋局部尺寸

- 1) 承重窗间墙最小宽度为 1.53m 大于抗震规范规定的不小于 1.2 m 的要求；
- 2) 内墙阳角至门窗洞边的最小距离为 0.97 m 小于抗震规范规定的不小于 1.5 m 的要求，该处采取设置钢筋混凝土构造柱加强的办法。

3. 水平地震作用的计算

(1) 各层重力荷载代表值

$$G_4 = 7538.0\text{kN}$$

$$G_2 = G_3 = 11632.0\text{kN}$$

$$G_1 = 11695.0\text{kN}$$

$$\Sigma G_i = 42497.0\text{kN}$$

(2) 结构总水平地震作用标准值

$$\begin{aligned} F_{EK} &= a_{\max} G_{eq} = a_{\max} \times 0.85 \Sigma G_{eq} \\ &= 0.16 \times 0.85 \times 42497.0 = 5779.6\text{kN} \end{aligned}$$

(3) 各层地震剪力标准值

各层水平地震作用标准值 F_i 和各层地震剪力标准值 V_{ik} 的计算和结果列于表 19.6.1 中。

各层水平地震作用标准值 F_i 和地震剪力标准值 V_{ik}

表 19.6.1

层号	G_i (kN)	H_i (m)	$G_i H_i$ (kN·m)	$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^N G_j H_j} F_{EK}$ (kN)	$V_{ik} = \sum_{j=i}^N F_j$ (kN)
4	7538.0	15.0	113070.0	1695.1	1695.1
3	11632.0	11.4	132604.8	1988.0	3683.1
2	11632.0	7.8	90729.6	1360.2	5043.3
1	11695.0	4.2	49119.0	736.3	5779.6
Σ	42497.0		385523.4	5779.6	

4. 砖墙截面抗震验算

(1) 横墙截面抗剪承载力验算

本房屋的④、⑤、⑥轴线墙段的横墙承受的地震剪力大，且又为非承重墙，为不利墙段，应进行截面抗震验算。

对于无门窗洞的砖横墙，同一层中各片墙的侧移刚度与层侧移刚度的比，在满足：①无错层（同一层中各墙高度相同），②砖和砂浆强度等级相同，③各片墙的高度比属于同一范围的情况下，其刚度比可以简化。

第 i 层中的所有横墙的高度比都小于 1 的情况下，第 j 片墙与第 i 层横墙的侧移刚度比可简化为

$$K_{ij}/K_i = \left(\frac{G_i A_j}{1.2 H_i} \right) / \left(\sum_{j=1}^m \frac{G_i A_j}{1.2 H_i} \right) = A_j / \sum_{j=1}^m A_j \quad (5.6.1)$$

式中 K_{ij} ——第 i 层第 j 片墙的侧移刚度；

K_i ——第 i 层的侧移刚度；

A_j ——第 i 层第 j 片墙的横截面面积。

(2) 各层建筑面积、各层横墙总面积和不利墙段截面面积

1) 各层建筑面积

$$F = 15.3 \times 50.66 = 775.10 \text{m}^2$$

2) 四层横墙截面总面积

$$A_4 = 0.36 \times 6.6 \times 4 + 0.24 \times 6.3 \times 14 = 30.67 \text{m}^2$$

3) 一~三层横墙截面总面积

$$A_1 = A_2 = A_3 = 0.36 \times 6.6 \times 4 + 0.36 \times 6.36 \times 14 = 41.56 \text{m}^2$$

4) ④轴线 A~B 段截面面积

$$\text{四层: } A_4^4 = 0.24 \times 6.3 = 1.51 \text{m}^2$$

$$\text{一~三层: } A_1^4 = A_2^4 = A_3^4 = 0.36 \times 6.36 = 2.29 \text{m}^2$$

(3) 横墙地震剪力分配和抗震承载力验算

1) 四层

$$V_4^4 = \frac{1}{2} \left(\frac{A_4^4}{A_4} + \frac{F_4^4}{F} \right) \times \gamma_{Eh} \times V_{4K} = \frac{1}{2} \left(\frac{1.51}{30.67} + \frac{0.5 \times 15.3 \times 9}{775.1} \right) \times 1.3 \times 1695.1 = 152.1 \text{kN}$$

$$\zeta_N = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.0342 / 0.12} = 0.885$$

$$V_R = \zeta_N f_v A_4^4 / \gamma_{RE} = 0.885 \times 120 \times 1.51 / 0.75 = 213.8 \text{ kN}$$

$$\therefore V_R > V_4^4 \quad (\text{满足})$$

2) 三层

$$V_3^4 = \frac{1}{2} \left(\frac{2.29}{41.56} + \frac{0.5 \times 15.3 \times 9}{775.1} \right) \times 1.3 \times 3683.1 = 330.5 \text{ kN}$$

$$f_v = 0.12 \text{ MPa}$$

$$\sigma_0 = 0.1026 \text{ MPa}$$

$$\zeta_N = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.1026 / 0.12} = 0.98$$

$$V_R = 0.98 \times 120 \times 2.29 / 0.75 = 359.1 \text{ kN}$$

$$\therefore V_R > V_3^4 \quad (\text{满足})$$

3) 二层

$$V_2^4 = \frac{1}{2} \left(\frac{2.29}{41.56} + \frac{0.5 \times 15.3 \times 9}{775.1} \right) \times 1.3 \times 5043.3 = 471.8 \text{ kN}$$

$$f_v = 0.18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_0 = 0.171 \text{ MPa}$$

$$\zeta_N = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.171 / 0.18} = 0.996$$

$$V_R = 0.996 \times 180 \times 2.29 / 0.75 = 547.2 \text{ kN}$$

$$\therefore V_R > V_2^4 \quad (\text{满足})$$

4) 一层

$$V_1^4 = \frac{1}{2} \left(\frac{2.29}{41.56} + \frac{0.5 \times 15.3 \times 9}{775.1} \right) \times 1.3 \times 5779.6 = 540.7 \text{ kN}$$

$$f_v = 0.18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_0 = 0.245 \text{ MPa}$$

$$\zeta_N = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.245 / 0.18} = 1.058$$

$$V_R = 1.058 \times 180 \times 2.29 / 0.75 = 581.5 \text{ kN}$$

$$\therefore V_R > V_1^4 \quad (\text{满足})$$

(4) 纵墙地震剪力分配和截面抗震验算

各层纵向地震剪力与各层横墙地震剪力相同，进行纵向墙体受剪承载力验算中，房屋各层的地震剪力全部由纵墙承担。

1) 各层纵墙的刚度

纵墙一般开洞较多且开洞率比较大，其刚度的计算较为复杂。首先沿墙高分段求出各墙段在单位水平力作用下的侧移，求和得到整个墙片在单位水平力作用下的顶端侧移值，然后求得其倒数即为该墙片的侧移刚度。此方法能较好地考虑不同开洞和开洞率对墙侧移

刚度的影响。开洞墙片的刚度计算可分为下列两种情况：

一片砖墙上有一个以上且高度和位移相同的开洞，可沿墙高分段求出各墙段在单位水平力作用下的侧移 δ_i ，求和得整个墙片在单位力作用下的顶端侧移值 δ ，其倒数为墙片侧移刚度 K （图 19.6.2）。

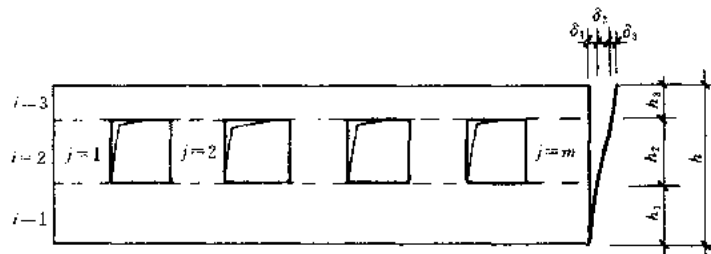


图 19.6.2 规则开洞的墙体

$$K = \frac{1}{\sum \delta_i} \quad (19.6.2)$$

当 $i = 1$ 或 3 时

$$\delta_{1,3} = \frac{1}{K_{1,3}} \quad (19.6.3)$$

当 $i = 2$ 时

$$\delta_2 = \frac{1}{\sum_{j=1}^m K_{2j}} \quad (19.6.4)$$

式中 $K_{1,3}$ ——第 1、3 水平砖带的侧移刚度；

K_{2j} ——第 2 墙段中第 j 墙肢的侧移刚度。

2) 一片砖墙上有两个以上高度或位移不同的开洞，同样需要先分别求出被划分出的各墙段侧移，然后再求其和的倒数（图 19.6.3）。

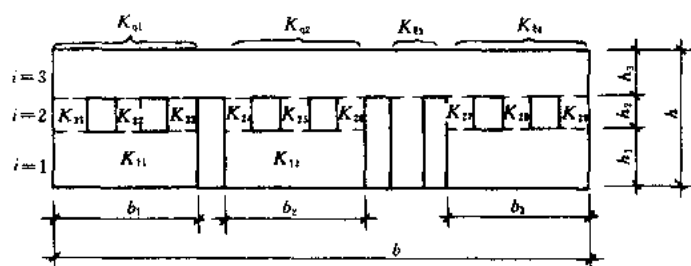


图 19.6.3 不规则开洞的墙体

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\sum_{j=1}^m K_{qj}} + \delta_3} = \frac{1}{\frac{1}{K_{q1} + K_{q2} + \dots + K_{qm}} + \frac{1}{K_3}} \quad (19.6.5)$$

式中 K_{qj} ——第 j 规则墙段单元的侧移刚度。

$$K_{q1} = \frac{1}{\frac{1}{K_{11}} + \frac{1}{K_{21} + K_{22} + K_{23}}} \quad (19.6.6)$$

$$K_{q2} = \frac{1}{\frac{1}{K_{12}} + \frac{1}{K_{24} + K_{25} + K_{26}}} \quad (19.6.7)$$

$$K_{q4} = \frac{1}{\frac{1}{K_{13}} + \frac{1}{K_{27} + K_{28} + K_{29}}} \quad (19.6.8)$$

式中 K_{ij} ——第 j 规则墙段单元下段的侧移刚度；

K_{q3} ——无洞墙肢的侧移刚度；

K_3 ——墙片上段的侧移刚度。

该房屋中 A、D 轴线墙的开洞一样，其底层开洞状况见图 19.6.4，其侧移刚度的计算分为两种情况：

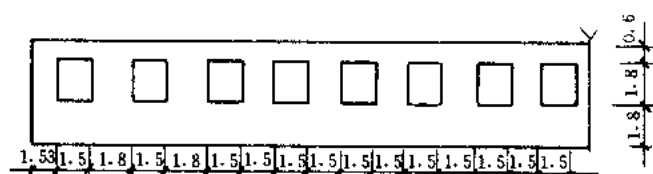


图 19.6.4 首层 A、D 轴线纵墙

对于上部和底部水平砖带的高宽比均小于 1，其刚度计算仅考虑剪切变形，对于中间的各墙肢的高宽比均大于等于 1，因此需要同时考虑剪切和弯曲变形的影响。

$$\delta_3 = \frac{1}{K_1} = \frac{1.2h_1}{G_T A_1} = \frac{3\rho}{E_1 t} = \frac{3 \times 0.6/50.76}{E_1 t} = \frac{1}{28.2E_1 t}$$

$$\delta_1 = \frac{3 \times \frac{1.8}{50.76}}{E_1 t} = \frac{1}{9.4E_1 t}$$

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \frac{1}{\sum K_{2j}} = \frac{1}{\sum \frac{E_1 t}{3\rho_{2j} + \rho_{2j}^3}} \\ &= \frac{1}{E_1 t} \left/ \left[\frac{2}{3\left(\frac{1.8}{1.53}\right) + \left(\frac{1.8}{1.53}\right)^3} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{4}{3\left(\frac{1.8}{1.8}\right) + \left(\frac{1.8}{1.8}\right)^3} + \frac{11}{3\left(\frac{1.8}{1.5}\right) + \left(\frac{1.8}{1.5}\right)^3} \right] \right. \\ &= \frac{1}{E_1 t(0.388 + 1.0 + 2.065)} = \frac{1}{3.453E_1 t} \\ K_A(1) &= K_D(1) = \frac{1}{\sum \delta_i} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{28.2E_1t} + \frac{1}{9.4E_1t} + \frac{1}{3.45E_1t}} = 2.318E_1t$$

该房屋底层 B 轴纵墙的开洞情况见图 19.6.5。

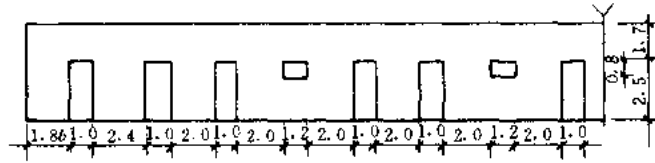


图 19.6.5 首层 B 轴线纵墙

$$\delta_3 = \frac{3 \times \frac{1.7}{50.76}}{E_1t} = \frac{1}{9.953E_1t}$$

$$K_{q1} = \frac{E_1t}{3 \times \frac{2.5}{1.86} + \left(\frac{2.5}{1.86}\right)^3} = \frac{E_1t}{6.46}$$

$$K_{q2} = \frac{E_1t}{3 \times \frac{2.5}{2.4} + \left(\frac{2.5}{2.4}\right)^3} = \frac{E_1t}{4.255}$$

$$K_{q3} = \frac{E_1t}{3 \times \left(\frac{2.5}{2.0}\right) + \left(\frac{2.5}{2.0}\right)^3} = \frac{E_1t}{5.703}$$

$$K_{q4} = \frac{1}{\frac{1}{K_{14}} + \frac{1}{K_{41} + K_{42}}} = \frac{E_1t}{3.135}$$

$$= \frac{1}{\left[\frac{1}{\frac{E_1t}{3 \times \frac{1.0}{5.2}}}\right] + \left[\frac{1}{\frac{E_1t}{3 \times \frac{0.6}{2.0}} + \frac{E_1t}{3 \times \frac{0.6}{2.0}}}\right]} = \frac{E_1t}{3.135}$$

$$K_{q5} = \frac{E_1t}{3 \times \frac{2.5}{1.8} + \left(\frac{2.5}{1.8}\right)^3} = \frac{E_1t}{6.846}$$

$$K_H(1) = \frac{1}{\frac{1}{K_3} + \frac{1}{2K_{q1} + 2K_{q2} + 2K_{q3} + 4K_{q4} + 3K_{q5}}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{9.953E_1t} + \frac{1}{E_1t \left(\frac{2}{6.46} + \frac{2}{4.255} + \frac{2}{5.703} + \frac{4}{3.135} + \frac{3}{6.846} \right)}}$$

$$= \frac{E_1t}{0.100 + 0.352} = 2.212E_1t$$

该房屋底层 C 轴纵墙有楼梯间, 把墙分为二段, 其刚度为两段之和。

$$\begin{aligned}
 K_{C1}(1) &= \frac{1}{\frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_{q1} + K_{q2} + K_{q3} + 4K_{q4} + 3K_{q5} + K_{q6}}} \\
 &= \frac{1}{3 \times \frac{1.1}{50.76} + \frac{0.352}{E_1 t}} = \frac{E_1 t}{0.065 + 0.352} = 2.398 E_1 t \\
 K_B(3) &= K_B(4) = 1.599 E_2 t
 \end{aligned}$$

这里要说明的是 B、C 轴三、四层墙厚度 240mm, 需要与外纵墙厚度一样表示其侧移刚度, 在纵墙计算刚度中 t 为 360mm。

$$\begin{aligned}
 K_C(2) &= K_{C1}(2) + K_{C2}(2) \\
 &= \frac{E_1 t}{3 \times \frac{1.1}{43.56} + 0.428} + \frac{E_1 t}{3 \times \frac{1.1}{3.96} + 4.843} \\
 &= 1.985 E_1 t + 0.176 E_1 t \\
 &= 2.161 E_1 t \\
 K_C(3) &= K_C(4) = 1.441 E_2 t
 \end{aligned}$$

3) 各纵墙地震剪力设计值的分配

对于中等刚度楼(屋)盖的多层砖房, 由于纵墙比较长, 各纵墙地震剪力设计值的分配仍可按各墙段的刚度进行分配, 各轴墙各层分配的地震剪力设计值为:

$$\begin{aligned}
 V_A^4 &= V_D^4 = \frac{K_A(4)}{K_4} \gamma_{Eh} V(4) \\
 &= \frac{2.525 E_2 t}{(2.525 \times 2 + 1.599 + 1.441) E_2 t} \times 1.3 \times 1695.1 = 687.8 \text{ kN} \\
 V_B^4 &= \frac{K_B(4)}{K_4} \gamma_{Eh} V(4) = \frac{1.599 E_2 t}{8.09 E_2 t} \times 1.3 \times 1695.1 = 435.6 \text{ kN} \\
 V_C^4 &= \frac{K_C(4)}{K_4} \gamma_{Eh} V(4) = \frac{1.441 E_2 t}{8.09 E_2 t} \times 1.3 \times 1695.1 = 392.5 \text{ kN} \\
 V_A^3 &= V_D^3 = \frac{K_A(3)}{K_4} \gamma_{Eh} V(3) = \frac{2.525 E_2 t}{8.09 E_2 t} \times 1.3 \times 3683.1 = 1494.4 \text{ kN} \\
 V_B^3 &= \frac{1.599 E_2 t}{8.09 E_2 t} \times 1.3 \times 3683.1 = 946.4 \text{ kN} \\
 V_C^3 &= \frac{1.441 E_2 t}{8.09 E_2 t} \times 1.3 \times 3683.1 = 852.8 \text{ kN} \\
 V_A^2 &= V_D^2 = \frac{K_A(2)}{K_4} \gamma_{Eh} V(2) \\
 &= \frac{2.525 E_1 t}{E_1 t (2.525 \times 2 + 2.398 + 2.161)} \times 1.3 \times 5043.3 = 1722.8 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$V_b^2 = \frac{2.398}{9.609} \times 1.3 \times 5043.3 = 1636.2 \text{ kN}$$

$$V_c^2 = \frac{2.161}{9.609} \times 1.3 \times 5043.3 = 1474.5 \text{ kN}$$

$$V_A^1 = V_b^1 = \frac{K_A(1)}{K_4} \gamma_{Eh} V(1)$$

$$= \frac{2.318 E_1 t}{E_1 t (2.318 \times 2 + 2.212 + 1.995)} \times 1.3 \times 5779.6 = 1969.5 \text{ kN}$$

$$V_b^1 = \frac{2.212}{8.843} \times 1.3 \times 5779.6 = 1879.4 \text{ kN}$$

$$V_c^1 = \frac{1.995}{8.843} \times 1.3 \times 5779.6 = 1695.1 \text{ kN}$$

4) 不利墙段地震剪力分配和截面验算

各层地震剪力设计值按各轴线纵墙的侧移刚度分配到各轴线纵墙，在各轴线纵墙内还要按各墙肢的刚度比例分配到各墙肢，以 A 轴墙为例，各墙段的高宽比为：

尽端墙段： $\rho = 1.8/1.53 = 1.18$

中间墙段类型 1： $\rho = 1.8/1.8 = 1.0$

中间墙段类型 2： $\rho = 1.8/1.5 = 1.2$

A 轴墙段的高宽比均不小于 1 且不大于 4，所以进行地震剪力分配和墙段截面抗剪承载力验算时，墙段的层间等效刚度应同时考虑弯曲和剪切变形。

A 轴各层不同墙段的等效刚度相对值计算结果列于表 19.6.2 中，不同墙段的地震剪力设计值列于表 19.6.3。

表 19.6.2

类别	h (m)	b (m)	个数	ρ	$3\rho + \rho^3$	$\frac{1}{3\rho + \rho^3}$	k_n/k_s
1	1.8	1.53	2	1.18	5.183	0.1929	0.0559
2	1.8	1.8	4	1.00	4.000	0.2500	0.0724
3	1.8	1.5	11	1.20	5.328	0.1877	0.0544

不同类别墙段的地震剪力设计值 V_i (kN)

表 19.6.3

类别 \ 层	一	二	三	四
1	110.1	96.3	83.5	38.4
2	142.6	124.7	108.2	49.8
3	107.1	93.7	81.3	37.4

不利墙段为承受地震剪力大且竖向应力小的墙段，也就是墙段长度大的且为自承重的墙段。在 A 轴线墙段中是长度为 1.8m 的第 2 类墙段，在自承重墙的抗剪承载力验算中 γ_{RE} 可采用 0.75。

四层

$$f_v = 0.12\text{MPa}, \sigma_0 = 0.04\text{MPa}$$

$$\xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.04 / 0.12} = 0.89$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{\gamma_{RE}} \xi_N f_v A_2^4 \\ &= \frac{1}{0.75} \times 0.89 \times 120 \times 1.8 \times 0.36 \\ &= 92.3\text{kN} > V_2^4 = 49.8\text{kN} \end{aligned}$$

三层

$$f_v = 0.12\text{MPa}, \sigma_0 = 0.13\text{MPa}$$

$$\xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.13 / 0.12} = 1.02$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{\gamma_{RE}} \xi_N f_v A_2^4 \\ &= \frac{1}{0.75} \times 1.02 \times 120 \times 1.8 \times 0.36 \\ &= 105.8\text{kN} > V_2^3 = 108.2\text{kN} \end{aligned}$$

$$\frac{R - V_2^3}{R} \% = \frac{105.8 - 108.2}{105.8} \% = -2.3\%, \text{基本满足}$$

二层

$$f_v = 0.18\text{MPa}, \sigma_0 = 0.22\text{MPa}$$

$$\xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.22 / 0.18} = 1.04$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{0.75} \times 1.04 \times 180 \times 1.8 \times 0.36 \\ &= 161.7\text{kN} > V_2^2 = 124.7\text{kN} \end{aligned}$$

一层

$$f_v = 0.18\text{MPa}, \sigma_0 = 0.33\text{MPa}$$

$$\xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.33 / 0.18} = 1.126$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{0.75} \times 1.126 \times 180 \times 1.8 \times 0.36 \\ &= 175.1\text{kN} > V_2^1 = 142.6\text{kN} \end{aligned}$$

5. 主要抗震构造措施

(1) 钢筋混凝土构造柱

本建筑为教学楼，应根据增加一层后的层数，即五层，按 8 度区 5 层设置钢筋混凝土构造柱，即内墙（轴线）与外墙交接处，内墙局部较小墙段的墙垛处和楼梯间横纵墙的交接处，在本房屋中在④、⑤、⑥轴线与内纵墙的交接处增设构造柱，具体见图 19.6.1a。

(2) 钢筋混凝土圈梁

本建筑采用装配式预制钢筋混凝土楼、屋盖、每层楼、屋盖处均设置钢筋混凝土圈梁，梁端纵向钢筋应与构造柱可靠拉结。

(3) 墙体与钢筋混凝土构造柱拉结

构造柱与墙体的连接处宜砌成马牙槎，并应沿墙高每隔 500mm 设 2 ϕ 6 拉结钢筋，每边伸入墙内不宜小于 1.0m。

19.6.2 多层砖房住宅楼抗震设计实例

本房屋为六层砖混住宅楼，横墙承重，楼板及屋盖均采用装配式预制板。外墙和内纵墙厚度为 360mm，内横墙厚度为 240mm，砖为 MU10，砂浆强度等级：一、二层为 M10，三、四层为 M7.5，五、六层为 M5。房屋平、剖面图见图 19.6.6。

该房屋所在地区的抗震设防烈度为 8 度，场地为 II 类。

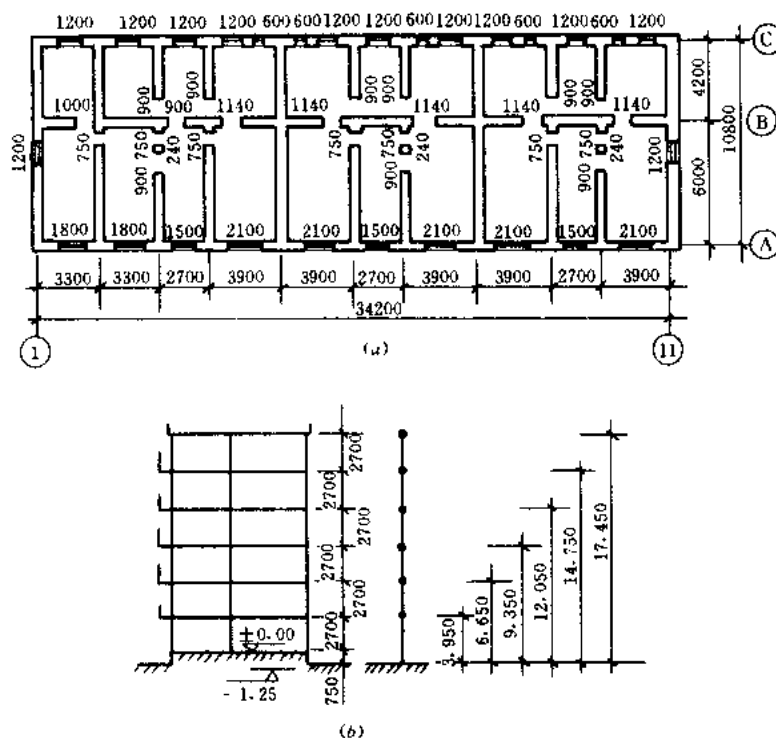


图 19.6.6 住宅楼平、剖面示意图

(a) 平面图；(b) 剖面图及计算简图

1. 抗震设计基本要求

(1) 房屋高度和层数

$$H = 17.45\text{m} < 18\text{m} \quad (\text{满足})$$

$$N = 6 \leq 6 \quad (\text{满足})$$

(2) 房屋高宽比

$$H/B = 17.45/11.16 = 1.56 < 2.0 \quad (\text{满足})$$

(3) 房屋局部尺寸

①承重窗间墙最小宽度为 1.23m > 1.2m，满足规范要求。

②内墙阳角至门窗洞边最小距离均满足要求。

2. 水平地震作用的计算

(1) 各层重力荷载代表值

$$G_6 = 3856.9 \text{ kN}$$

$$G_5 = G_4 = G_3 = G_2 = 5085.0 \text{ kN}$$

$$G_1 = 5399.7 \text{ kN}$$

$$\Sigma G_i = 29596.6 \text{ kN}$$

(2) 结构总水平地震作用标准值

$$\begin{aligned} F_{EK} &= a_{\max} G_{eq} = a_{\max} 0.85 \Sigma G_i \\ &= 0.16 \times 0.85 \times 29596.6 = 4025.1 \text{ kN} \end{aligned}$$

(3) 各层地震剪力标准值

各层水平地震作用标准值 F_i 和各层地震剪力标准值 V_{jh} 的计算和结果列于表 19.6.4 中。

各层水平地震作用标准值和地震剪力标准值

表 19.6.4

层	G_i (kN)	H_i (m)	$G_i H_i$ (kN·m)	$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK}$ (kN)	$V_{jh} = \sum_{i=j}^n F_i$ (kN)
6	3856.9	17.45	67302.9	884.5	884.5
5	5085.0	14.75	75003.75	985.7	1870.2
4	5085.0	12.05	61274.25	805.3	2675.5
3	5085.0	9.35	47544.75	624.8	3300.3
2	5085.0	6.65	33815.25	444.4	3744.7
1	5399.7	3.95	21329.82	280.4	4025.1
Σ	29596.6		306269.72	4025.1	

3. 砖墙截面受剪承载力验算

(1) 横墙截面受剪承载力验算

本房屋的⑤、⑧轴墙段的横墙承受的地震剪力最大（该墙段刚度和荷载面积都大于其他墙段），为不利墙段，应进行抗震承载力验算。

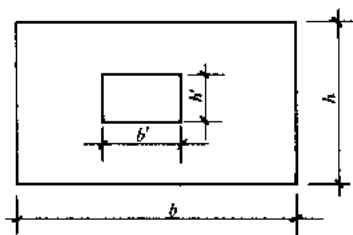


图 16.6.7 小开洞墙

对于无开洞的砖墙在同一层中各墙刚度与层刚度的比，在各墙高宽比相同、层高相同、砖和砂浆强度等级也相同的情况下，其刚度比可简化计算，这已在前边例题进行了介绍。对于开洞率较小的开洞墙（开洞率为洞口面积与墙立面面积之比，见图 19.6.7），有洞墙的侧移刚度可采用无洞墙片的侧移刚度乘以开洞折减系数的方法。其刚度计算公式为：

$$K_{ij} = \frac{G A_{ij}}{1.2 h_i} \eta_{ij} \quad (19.6.9)$$

$$\eta_{ij} = 1 - 1.2 p_{ij} \quad (19.6.10)$$

$$P_{ij} = \sqrt{\frac{b' h'}{b h}} \quad (19.6.11)$$

式中 K_{ij} ——第 i 层第 j 轴线纵墙的刚度;
 A_{ij} ——第 i 层第 j 轴线纵墙的截面面积;
 G_i ——第 i 层的剪切模量;
 h_i ——第 i 层的层高;

b 、 b' ——第 j 轴线墙的长和开洞洞长;
 h 、 h' ——第 j 轴线墙的高就开洞洞口高;

对于同一层中各墙高度比小于 1、砖和砂浆强度等级也相同的开洞率较小的墙,其刚度的比值为:

$$\frac{K_{ij}}{K_i} = \frac{A_{ij}\eta_{ij}}{\sum_{j=1}^m A_{ij}\eta_{ij}} \quad (19.6.12)$$

1) 各轴线横墙刚度和层刚度的相对值

在该结构中同一轴线墙的厚度在各层均相同,同一轴线墙在各层的开洞面积也相同,但由于一层与二~六层的层高不同,所以各轴线横墙刚度和层刚度的相同值可分为一层和二~六层两种情况,具体见表 19.6.5 和表 19.6.6。

一层的计算结果

表 19.6.5

轴线号	$b' \times h'$ (m ²)	$b \times h$ (m ²)	P_{ij}	η_{ij}	$A_{ij}\eta_{ij}$	$\Sigma A_{ij}\eta_{ij}$
1、11	2.16	44.085	0.2214	0.7344	2.95	24.214
2	1.5	44.085	0.1845	0.7786	2.086	
3、7、10	5.1	44.085	0.3401	0.5918	1.585	
4、6、9	3.3	44.085	0.2736	0.6717	2.039	
5、8	0.0	44.085	0.0	1.0	2.678	

二~六层计算结果

表 19.6.6

轴线号	$b' \times h'$ (m ²)	$b \times h$ (m ²)	P_{ij}	η_{ij}	$A_{ij}\eta_{ij}$	$\Sigma A_{ij}\eta_{ij}$
1、11	2.16	30.132	0.2677	0.6810	2.736	21.891
2	1.5	30.132	0.2231	0.7323	1.961	
3、7、10	5.1	30.132	0.4114	0.5063	1.356	
4、6、9	3.3	30.132	0.3309	0.6029	1.678	
5、8	0.0	30.132	0.0	1.0	2.678	

2) 横向地震剪力设计值分配和墙段受剪承载力验算

对于预制板的装配式钢筋混凝土楼屋盖的房屋,各墙承担的水平地震剪力设计值按其等效刚度和从属面积上重力代表值的比例分配的平均值。本结构中 5 轴线墙各层地震剪力设计值的比例 C_b 为:

$$C_b(1) = \frac{1}{2} \left(\frac{A_5}{\Sigma A_{ij}\eta_{ij}} + \frac{F_5}{F} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2.678}{24.214} + \frac{3.9 \times 11.16}{34.56 \times 11.16} \right) = 0.1117$$

$$C_b(2) = C_b(3) = C_b(4) = C_b(5) = C_b(6)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{A_5}{\Sigma A_{ij}\eta_{ij}} + \frac{F_5}{F} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2.678}{21.891} + \frac{3.9 \times 11.16}{34.56 \times 11.16} \right) = 0.1176$$

六层

$$\begin{aligned}V_6^s &= C_b(6) \gamma_{Eh} V(6) \\&= 0.1176 \times 1.3 \times 884.5 = 135.2 \text{ kN} \\f_v &= 0.12 \text{ MPa}, \sigma_0 = 0.07 \text{ MPa} \\\zeta_N &= \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v} \\&= \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.07 / 0.12} = 0.936 \\V_R &= \frac{1}{\gamma_{RE}} \xi_N f_v A_6^s \\&= \frac{1}{0.9} \times 0.936 \times 120 \times 2.6784 \\&= 334.3 \text{ kN} > V_6^s = 135.2 \text{ kN}\end{aligned}$$

五层

$$\begin{aligned}V_5^s &= C_b(5) \gamma_{Eh} V(5) \\&= 0.1176 \times 1.3 \times 1870.2 = 285.9 \text{ kN} \\f_v &= 0.12 \text{ MPa}, \sigma_0 = 0.18 \text{ MPa} \\\zeta_N &= \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.18 / 0.12} = 1.08 \\V_R &= \frac{1}{0.9} \times 1.08 \times 120 \times 2.6784 \\&= 385.7 \text{ kN} > V_5^s = 285.9 \text{ kN}\end{aligned}$$

四层

$$\begin{aligned}V_4^s &= C_b(4) \gamma_{Eh} V(4) \\&= 0.1176 \times 1.3 \times 2675.5 = 409.0 \text{ kN} \\f_v &= 0.15 \text{ MPa}, \sigma_0 = 0.29 \text{ MPa} \\\zeta_N &= \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.29 / 0.15} = 1.140 \\V_R &= \frac{1}{0.9} \times 1.14 \times 150 \times 2.6784 \\&= 508.9 \text{ kN} > V_4^s = 409.0 \text{ kN}\end{aligned}$$

三层

$$\begin{aligned}V_3^s &= C_b(3) \gamma_{Eh} V(3) \\&= 0.1176 \times 1.3 \times 3300.3 = 504.5 \text{ kN} \\f_v &= 0.15 \text{ MPa}, \sigma_0 = 0.40 \text{ MPa} \\\zeta_N &= \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v} \\&= \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.4 / 0.15} = 1.236\end{aligned}$$

$$V_R = \frac{1}{0.9} \times 1.236 \times 150 \times 2.6784$$

$$= 551.8 \text{ kN} > V_3^s = 504.5 \text{ kN}$$

二层

$$V_2^s = C_b(2) \gamma_{Eh} V(2)$$

$$= 0.1176 \times 1.3 \times 3744.7 = 572.5 \text{ kN}$$

$$f_v = 0.18 \text{ MPa}, \sigma_0 = 0.51 \text{ MPa}$$

$$\zeta_N = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v}$$

$$= \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.51 / 0.18} = 1.257$$

$$V_R = \frac{1}{0.9} \times 1.257 \times 180 \times 2.6784$$

$$= 673.4 \text{ kN} > V_2^s = 572.5 \text{ kN}$$

一层

$$V_1^s = C_b(1) \gamma_{Eh} V(1)$$

$$= 0.1176 \times 1.3 \times 4025.1 = 584.5 \text{ kN}$$

$$f_v = 0.18 \text{ MPa}, \sigma_0 = 0.62 \text{ MPa}$$

$$\zeta_N = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v}$$

$$= \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.62 / 0.18} = 1.331$$

$$V_R = \frac{1}{0.9} \times 1.331 \times 180 \times 2.6784$$

$$= 713.0 \text{ kN} > V_1^s = 584.5 \text{ kN}$$

(2) 纵向地震剪力设计值分配和纵墙截面抗震验算 (略)

4. 主要抗震构造措施

(1) 钢筋混凝土构造柱的设置

本房屋为六层住宅楼, 应在内墙 (轴线) 与外墙交接处和楼梯间横墙的设置, 具体见图 19.6.6。

(2) 钢筋混凝土圈梁的设置

本建筑采用装配式钢筋混凝土楼、屋盖, 按抗震规范规定在屋盖和每层楼盖处均设置钢筋混凝土圈梁。

(3) 墙体与构造柱的拉结

钢筋混凝土构造柱与墙体连接处宜砌成马牙槎, 并应沿墙高每隔 500mm 设 2 ϕ 6 拉结钢筋, 每边伸入墙内不宜小于 1m。

参 考 文 献

- 1 周炳章. 砌体房屋抗震设计. 北京: 地震出版社, 1990
- 2 刘大海. 房屋抗震设计. 西安陕西科技出版社, 1985
- 3 周炳章, 夏敬谦. 水平配筋砌体抗震性能的试验研究, 建筑结构学报, 1991
- 4 中国建筑科学研究院主编. 建筑抗震设计规范 (GBJ11—89).
- 5 龚思礼, 高小旺, 汪颖富. 建筑抗震设计规范应用讲评 (GBJ11—89), 北京: 中国建筑工业出版社, 1991

第 20 章 底部框架抗震墙砖房

在我国的城市中，临街的住宅、办公室等建筑在底层或底部两层设置商店、餐厅或银行等，房屋的上部几层为纵、横墙比较多的砖（砌体）墙承重结构，房屋的底层或底部两层因使用功能的需要大空间而采用框架-抗震墙结构。这就是底部框架抗震墙砖房。由于这种类型的结构是城市旧城改造和避免商业过分集中的较好型式，具有较多层钢筋混凝土框架房屋造价低和便于施工等优点，目前仍在继续兴建。因此，总结这类房屋的震害规律、分析研究其抗震性能和提高这类房屋整体抗震能力的设计方法与措施，对于搞好这类房屋的抗震设计是非常重要的。

20.1 底层框架砖房的震害特点

未经抗震设防的底层框架砖房，在结构体系、底层墙体的布置和抗震构造措施方面均存在许多问题，致使这类房屋的抗震性能相对较差，在唐山大地震中天津市底层商店住宅的震害较同样层数的多层砖房住宅还要重一些。

在收集到的遭受唐山大地震的天津市底层商店住宅中，按其建筑结构可分为以下几类：

1. 底层为全框架

底层为现浇钢筋混凝土框架，横向设置了一定数量的砖抗震墙，最大间距为 21.0m 左右，内横墙大多为不贯通的楼梯间墙，纵向沿街的轴线墙的门、窗洞口较大。

2. 底层为内框架

多数房屋底层为单排钢筋混凝土柱，底层的前、后檐采用加垛的砖墙承重。

3. 底层为半框架

这类房屋的底层前边为商店，后边为仓库等，前边的商店采用一跨的钢筋混凝土框架，后边采用横墙承重的结构。

4. 底层为少横墙的空旷砖房

底层没有设置钢筋混凝土框架，仍为砖房结构体系，由于使用功能的要求其横墙减少了较多，最大横墙间距为 30m 左右。

严格来讲除第一种建筑结构型式为底层框架砖房外，其余的三类均不是完整的底层框架砖房。

在地震作用下，底层框架砖房的底层承受着上部砖房倾覆力矩的作用，其外侧柱会出现受拉的状况，对于底层为内框架时，外侧的砖壁柱则会因砖柱受拉承载力低而开裂和破坏严重。对于底层为半框架会出现底层横墙先开裂，而后由于内力重分布加重底层半框架的破坏。对于底层少横墙的底层商店住宅，因底层的抗震能力弱形成特别弱的薄弱楼层而破坏相对特别严重。

我国近十几年来的强震震害表明，这类房屋的地震震害较为普遍，未经抗震设防的这

类房屋的特点是：

1. 震害多数发生在底层，表现为“上轻下重”；
2. 底层的震害规律是：底层的墙体比框架柱重，框架柱又比梁重；
3. 房屋上部几层的破坏状况与多层砖房相类似，但破坏的程度比房屋的底层轻得多

20.2 底部框架抗震墙砖房的抗震性能

底部框架抗震墙砖房是由底层或底部两层为框架-抗震墙、上部为多层砖房构成的。这类结构的底层或底部两层具有一定的抗侧力刚度和一定的承载能力、变形能力及耗能能力；上部多层砖房具有较大的抗侧力刚度和一定的承载能力、但变形和耗能能力相对较差。这类结构的整体抗震能力既决定于底部和上部各自的抗震能力又决定底部与上部的抗侧力刚度和抗震能力的相互匹配的程度，也就是说不能存在特别薄弱的楼层。因此，这类结构与同一种抗侧力体系构成的房屋有着一些不同的受力、变形和薄弱楼层判别的特点。近年来，针对这类结构进行了一些试验和一系列的分析研究，这主要是改善底层框架抗震墙砖房的底层低矮钢筋混凝土墙性能的试验研究、底层框架抗震墙砖房和底部两层框架抗震墙砖房的模型抗震试验研究，以及弹性、弹塑性分析研究，这些研究成果对于深刻认识这类房屋的抗震性能和搞好这类房屋的抗震设计都有很重要得意义。

20.2.1 带边框开竖缝钢筋混凝土低矮墙的试验研究

为了改善底层框架砖房的抗震性能，根据震害经验总结，提出了在底层设置一定数量的抗震墙，使结构侧移刚度沿高度分布相对较为均匀。在实际工程中，其钢筋混凝土抗震墙的高宽比往往小于1，通常称为低矮抗震墙。

低矮抗震墙是以受剪为主，其破坏形式为剪切破坏^[1~5]。为了改善低矮抗震墙的性能，文献[6]对高层钢框架结构中的低矮墙提出了开竖缝方案，低矮墙板变为一组墙板柱，使受剪破坏状态变为受弯剪破坏状态，提高了墙体的变形能力和耗能能力，但刚度和承载能力降低较多。文献[7]提出在混凝土板上开缝槽，且允许墙板纵横向钢筋穿过，开缝槽墙的初始刚度和承载能力与整体墙相比降低不多，但其破坏形态仍为剪切破坏，其变形能力和耗能能力虽较整体墙有所提高，但与开竖缝墙相比就差得比较多。因此，改善低矮抗震墙的性能，使之既具有较大的变形能力和耗能能力，又具有较大的刚度和承载能力，仍然是需要深入研究的课题。文献[8]围绕改善这种带边框的低矮墙的抗震性能进行了试验研究及理论探讨。

1. 试验模型的基本参数

为了解整体低矮抗震墙和开竖缝低矮抗震墙的性能，制作了五个试件，其中一个为整体墙，四个为开竖缝墙。为了研究开竖缝墙中的墙板柱高宽比的变化对墙体抗震性能的影响，开竖缝墙又分为中间开一道竖缝和开两道竖缝，所有开竖缝试件中的水平钢筋均在竖缝处断开，并在竖缝的两侧各设置暗柱。开竖缝墙在竖缝的处理方式又分为两种：一种为在竖缝中预先放置两块预制的15mm厚的水泥砂浆板条，然后再浇混凝土；另一种是直接浇筑混凝土，使之成为仅水平钢筋断开的整体混凝土墙板。五个试件的边框尺寸和配筋均相同，详见图20.2.1和表20.2.1、表20.2.2。

五个钢筋混凝土墙模型的设计，是模拟七层底层框架抗震墙砖房底层的钢筋混凝土墙，按原型尺寸的1/3比例进行设计。

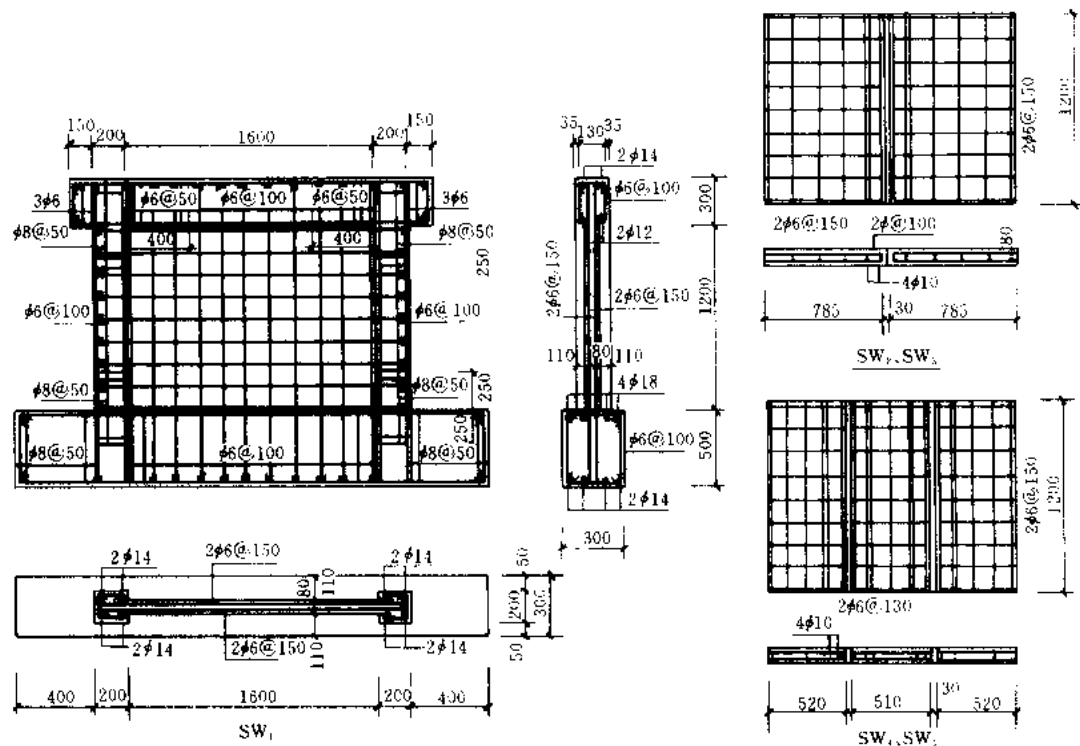


图 20.2.1 试件 SW₁~SW₅ 的外形尺寸和配筋图

试件尺寸

表 20.2.1

试件 编号	开缝 数目	缝的处理 方式	边框柱 $b \times h$ (mm)	横梁 $b \times h$ (mm)	墙板净高 H_0 (mm)	墙板(柱) 宽 (mm)	墙板(柱) 高宽比	暗柱 $b \times h$ (mm)	墙板厚度 (mm)
SW ₁	无	—	200 × 200	130 × 350	1200	1600	0.75	—	80
SW ₂	1	整浇	200 × 200	130 × 350	1200	800	1.50	80 × 120	80
SW ₃	1	放入薄板	200 × 200	130 × 350	1200	800	1.50	80 × 120	80
SW ₄	2	整浇	200 × 200	130 × 350	1200	520	2.30	80 × 120	80
SW ₅	2	放入薄板	200 × 200	130 × 350	1200	520	2.30	80 × 120	80

试件配筋

表 20.2.2

试件 编号	柱配筋	柱配 筋率	暗柱 配筋	暗柱 配筋率	板横向 配筋	板横向 配筋率	板竖向 配筋	板竖向 配筋率
SW ₁	4 ϕ 14	0.0154	—	—	2 ϕ 6@150	0.0055	2 ϕ 6@150	0.0055
SW ₂	4 ϕ 14	0.0154	4 ϕ 10	0.327	2 ϕ 6@150	0.0055	2 ϕ 6@130	0.0064
SW ₃	4 ϕ 14	0.0154	4 ϕ 10	0.327	2 ϕ 6@150	0.0055	2 ϕ 6@130	0.0064
SW ₄	4 ϕ 14	0.0154	4 ϕ 10	0.327	2 ϕ 6@150	0.0055	2 ϕ 6@130	0.0055
SW ₅	4 ϕ 14	0.0154	4 ϕ 10	0.327	2 ϕ 6@150	0.0055	2 ϕ 6@130	0.0064

2. 模型试验结果

在竖向和水平荷载共同作用下，每个钢筋混凝土构件均经历了混凝土开裂、钢筋屈服

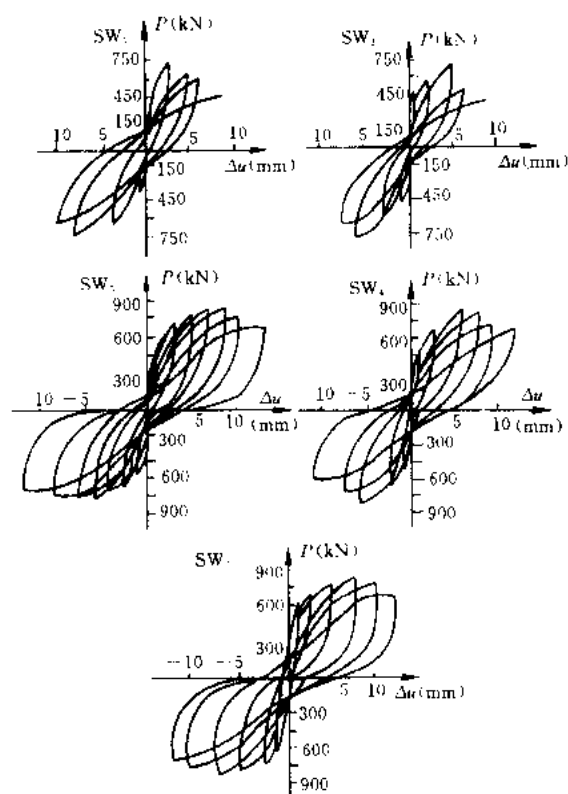


图 20.2.2 试件试验滞回曲线

和破坏三个过程。五个模型试验的滞回曲线如图 20.2.2 所示。

(1) 抗侧移刚度

表 20.2.3 列出了五个试件的弹性、开裂至屈服和屈服后的刚度实测值。从表 20.2.3 可看出, 仅水平钢筋断开而整浇混凝土的 SW₂ 和 SW₄ 与 SW₁ 的弹性刚度相同; 竖缝两侧设置水泥砂浆板 SW₃、SW₅ 较 SW₁ 略低一些, 大体为 SW₁ 弹性刚度的 90%。这表明带边框的开竖缝钢筋混凝土抗震墙具有较好的弹性刚度。这主要是边框的约束作用强。武腾清^[6]的钢框架的开竖缝墙板由于没有边框的约束, 其所采用竖缝虽然没有开到底部和顶部, 但是在地震作用下竖缝迅速开展到底部和顶部形成一组墙板柱, 而带边框的开竖缝墙, 由于顶部梁的作用, 加上在竖缝对应部位顶部梁的箍筋加密, 使得试件直到严重破坏, 顶部梁都没有出现裂缝。这样就使

得采用带边框开竖缝的钢筋混凝土墙的底层框架砖房的底层具有较大的弹性刚度。

各试件弹性、开裂至屈服和屈服后刚度试验值

表 20.2.3

试 件	水平荷载 作用方向	弹性刚度 (kN/mm)	开裂至屈服刚度 (kN/mm)	屈服后刚度 (kN/mm)
SW ₁	正向	951.0	204.0	104.0
	反向	1055.0	245.0	73.0
SW ₂	正向	1048.0	137.0	20.0
	反向	1006.0	153.0	59.0
SW ₃	正向	963.0	177.0	25.0
	反向	965.0	131.0	26.0
SW ₄	正向	1031.0	258.0	44.0
	反向	1132.0	151.0	18.0
SW ₅	正向	943.0	179.0	17.0
	反向	933.0	188.0	16.0

(2) 位移

表 20.2.4 列出了各试件实测的开裂、屈服、最大荷载值和相应的位移值以及极限位移。从表 20.2.4 可以看出, 五个试件的开裂荷载及其位移大体差不多, 最大荷载也并没有减低。这除了边框的约束外, 还由于其他四个试件的水平钢筋均在竖缝处断开, 但也均

在竖缝的两侧设置了暗柱,使板的竖向配筋率有所提高。在竖缝两侧设置预制水泥砂浆板的开竖缝墙的最大荷载对应的位移和极限位移要比整体墙大得多。整体墙的极限位移角为1/200左右,而带边框的开竖缝放置水泥砂浆板墙的极限位移角为1/100左右,从力与位移的滞回曲线来看,SW₃和SW₅较SW₁不仅有明显的屈服强化、下降段和最大荷载后刚度较稳定,而且极限位移和耗能能力也相对大一些。

各试件开裂、屈服、最大荷载和相应的位移值

表 20.2.4

试件	方向	开裂荷载 (kN)	开裂位移 (mm)	屈服荷载 (kN)	屈服位移 (mm)	最大荷载 (kN)	最大荷载相应 位移 (mm)	极限位移 ^① (mm)	备 注
SW ₁	正向	361.5	0.38	606.2	1.58	758.4	3.05	6.30	
	反向	358.8	0.34	643.1	1.50	759.2	3.10	7.10	
SW ₂	正向	335.5	0.32	630.4	2.48	681.1	5.08	5.60	反向加载背 架曲线无下降 段
	反向	352.1	0.35	676.2	2.47	884.0	6.00	—	
SW ₃	正向	375.4	0.39	654.8	1.97	822.8	8.80	12.00	
	反向	385.9	0.40	620.8	2.20	797.2	9.00	14.00	
SW ₄	正向	381.3	0.37	714.6	1.66	897.9	5.80	8.40	地梁端部损 坏,横梁开裂
	反向	373.4	0.33	753.3	2.85	805.4	5.70	8.80	
SW ₅	正向	377.1	0.40	651.2	1.93	754.8	8.00	11.40	实验过程中 水平千斤顶拉 坏
	反向	382.7	0.41	668.3	1.93	753.0	7.20	11.00	

① * 极限位移为对应于 85% 最大荷载时的位移。

3. 模型试验结论

(1) 对带边框的低矮钢筋混凝土墙采取开竖缝至梁底,并在竖缝处放置预制的钢筋混凝土板,使带边框的低矮墙分成两个或三个高宽比大于1.5的墙板单元,可以大大改善带边框低矮墙的抗震性能,其弹性刚度和极限承载能力较整体低矮墙降低不多,但变形和耗能能力大为提高。

(2) 从两组墙体的对比试验结果说明,在竖缝处放入两块砂浆板的墙体抗震性能优于仅断开水平钢筋的整浇混凝土的墙体。因此,在竖缝处应放置两块预制的混凝土板作为隔板,隔板宽度可与混凝土墙的厚度相同,其厚度可采用50mm,并应配制 $\phi 6$ 的网状钢筋,以增强隔板的刚性。

(3) 开竖缝墙的竖缝两侧应设置暗柱,暗柱对竖缝两侧的混凝土裂缝的形成和开展有一定的限制作用,同时暗柱能够提高墙板单元的承载能力和极限变形能力。暗柱的截面范围为1.5~2.0倍的墙体厚度,其纵向配筋宜采用4 $\phi 16$ 但不应小于4 $\phi 14$,暗柱宜采用封闭箍筋,箍筋可采用 $\phi 6$,最大箍筋间距不应大于200mm,在暗柱的上、下端应适当加密。

(4) 带边框开竖缝低矮墙的边框柱的纵筋和箍筋对墙体的极限承载能力和变形能力有很大影响,其边框柱的配筋不应小于无钢筋混凝土抗震墙的框架柱的配筋和箍筋要求。

(5) 带边框开竖缝低矮墙的边框梁,在竖缝对应部位将受到因竖缝作用引起的附加剪力,应在开竖缝两侧1.5倍梁高范围内箍筋加密,其箍筋间距不应大于100mm。

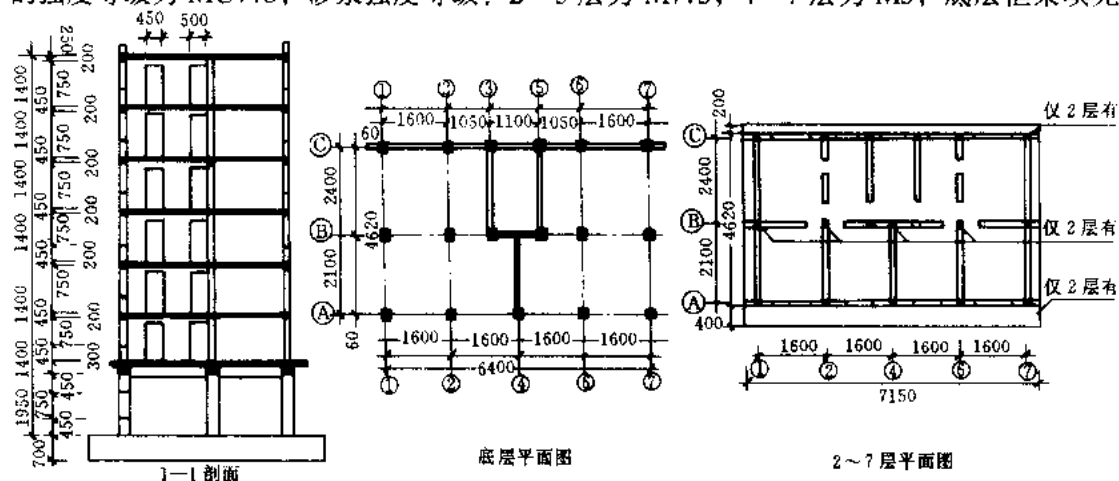
(6) 从所进行的开一道和两道竖缝的试验结果来看,对整体墙抗震性能的改善基本相

同,从改善带边框低矮墙的抗震性能、提高变形和耗能能力的效果出发,建议开竖缝墙的墙板单元的高宽比不应小于1.5,但也不宜大于2.5。

为了研究底层框架抗震墙砖房的抗震性能,近年来进行了整体模型的拟静力试验和震
动台的试验研究。这些抗震试验研究,不仅有助于深入了解这类房屋的抗震性能、薄弱环
节,而且有助于搞好这类房屋的抗震设计。

1. 模型设计概况

模型底层的横向在④轴线的 A、B 轴间设置一片开竖缝的钢筋混凝土抗震墙, 在③和⑤轴的 B、C 轴间为楼梯间的砖填充墙; 纵向考虑临街开大门、窗的状态, 在 A 轴线的柱两侧设置了 125mm 宽的钢筋混凝土墙。



墙为 M5。

考虑到第 2 层为过渡楼层，其受力比较复杂，在钢筋混凝土构造柱的设置上给予了增强，其设置部位包括楼梯间四角、横墙（轴线）与外纵墙的交接处，还包括横墙（轴线）与内纵墙的交接处，第 3 层至第 7 层按照 7 度区总层数为七层的多层砖房的构造柱设置要求，其设置部位为楼梯间四角，横墙（轴线）与外纵墙的交接处。钢筋混凝土构造柱的截面尺寸为 $120\text{mm} \times 120\text{mm}$ ，主筋采用 $4\phi 8$ ，箍筋采用 $\phi 4 @ 150$ ，混凝土强度等级采用 C20。为了增强上部砖房部分的整体抗震能力，每层均设置了钢筋混凝土圈梁。

底层横向的一片钢筋混凝土墙的厚度为 80mm，A 轴纵向伸出柱两侧的混凝土厚度为 120mm，B 轴线的③～⑤轴间的钢筋混凝土墙的厚度为 125mm；底层框架柱截面尺寸为 $200\text{mm} \times 250\text{mm}$ ，在④轴横向框架与 B 轴交接处设有暗柱，暗柱尺寸为 $200\text{mm} \times 125\text{mm}$ ；梁的截面尺寸：横向梁为 $150\text{mm} \times 350\text{mm}$ ，纵向梁为 $150\text{mm} \times 300\text{mm}$ ；底层框架梁、柱和混凝土抗震墙的混凝土强度等级采用 C25。模型制作过程中测定了砂浆、混凝土及各种钢筋的强度。

2. 模型试验的结果分析

(1) 模型的破坏状态

底层框架抗震墙砖房模型的破坏状态，可分为二层以上（不包括第 2 层）砖房部分、底层框架抗震墙和结构过渡楼层第 2 层三种类型。下面对这三种类型的破坏状态进行分析。

1) 二层以上砖房部分

底层框架抗震墙砖房的二层以上砖房部分的破坏状态和多层砖砌体房屋的破坏状态相同。在一定强度的地震作用下，首先在最薄弱楼层中的薄弱墙段率先开裂和破坏，随着地震作用强度的增大，在最薄弱楼层的薄弱墙段形成 X 形裂缝，其他墙段也先后破坏而形成破坏集中的楼层。试验结果表明，该模型除第 2 层外，第 3、4 层为相对薄弱的楼层，其破坏程度较第 5、6、7 层要重一些。

2) 底层框架抗震墙

该模型的第 2 层与底层的横向侧移刚度比为 1.38。由于底层的侧移刚度较第 2 层侧移刚度小，且钢筋混凝土墙的开裂位移角为 $1/800 \sim 1/1000$ 左右，所以在模型的拟静力试验中底层钢筋混凝土抗震墙先于底层的砖填充墙和上部砖房部分出现裂缝，而该钢筋混凝土抗震墙的裂缝被竖缝分割为两片墙的各自裂缝，加之在竖缝两侧又增设了暗柱，使得带边框的开竖缝墙具有较好的承载能力和耗能能力。

带边框的钢筋混凝土墙开裂后，其刚度虽然有所降低，但是尚未达到其极限承载能力，加上底层的砖填充墙还没有开裂，所以刚度降低也不太多；在继续加载的过程中，第 2 层至第 4 层先后达到砖墙的开裂位移而使砖墙开裂，第 2、3、4 层砖墙开裂后，其层间刚度降低到初试刚度的 20% 左右，以至在第 2、3、4 层砖墙开裂后的继续加载时，第 2、3、4 层的破坏较第 1 层严重，特别是第 2 层的破坏更严重一些，这表明带边框开竖缝的钢筋混凝土抗震墙的边框和暗柱具有阻止墙板裂缝开展的作用；由于在带边框的低矮混凝土墙中开了竖缝，使得竖缝两侧墙板的高宽比大于 1.5；对于在竖缝两侧设置暗柱的两块墙板来讲，虽然裂缝仍为斜裂缝，但因在每块板中形成多条裂缝而具有较好的抗震能力。

带边框开竖缝的钢筋混凝土抗震墙中边框柱的破坏为受拉破坏，柱底出现多道水平裂

缝，随着混凝土墙板裂缝的开展而更为明显：从电阻片的应变来看，同一级加载中钢筋混凝土墙中边框柱的钢筋应变大于未设抗震墙的框架柱的应变。因此，在抗震设计中不应使钢筋混凝土墙中边框柱的配筋小于一般框架柱的配筋。

3) 过渡楼层

底层框架抗震墙砖房是由两种材料和承重体系组成的结构体系，其过渡楼层的受力复杂。底层框架抗震墙砖房的第2层担负着传递上部的地震剪力，也担负着上部各层地震力对底层楼板的倾覆力矩引起楼层转角对第2层层间位移的增大。因此，在底层钢筋混凝土抗震墙出现裂缝之后的继续加载过程中，第2层砖墙的开裂先于其他楼层的砖墙（第2层

砖墙的砂浆强度等级与第3、4层相比实际上还好一些）；而且形成破坏集中的楼层。在模型设计中已经考虑到第2层这个过渡楼层的特点，从抗震构造措施上给予了增强，即在内纵墙与横墙（轴线）的交接处增设了钢筋混凝土构造柱，有利于约束脆性墙体和增强该楼层的耗能能力。因此，在模型试验中第2层的层间位移角达到1/120时，第2层砖墙裂缝开展较快，但有构造柱的约束使得该层墙体裂缝并不宽，构造柱的柱端出现裂缝，尚未出现混凝土脱落的现象。

随着水平推（拉）力的加大，在第2层的纵墙上出现水平裂缝。虽然第3、4层的①轴线处（东侧）也出现了水平裂缝，但是仅是局部的，并不分布在整个纵墙上，只有第2层的纵墙裂缝有较规律的分布，对于第2层纵墙的水平裂缝，有的是横墙剪切裂缝的延伸，而多数是由于上部各层地震力对底层楼板的倾覆力矩引起的。因此对底层框架抗震墙砖房第2层纵墙出平面的抗弯能力应给予增强。

模型破坏形态和裂缝图见图20.2.4。

(2) 模型的极限承载力分析与实验结果的比较

模型的极限承载力是根据混凝土、砂浆的实测强度指标算出的。这里还要指出的是关于多层砖房的尺寸影响

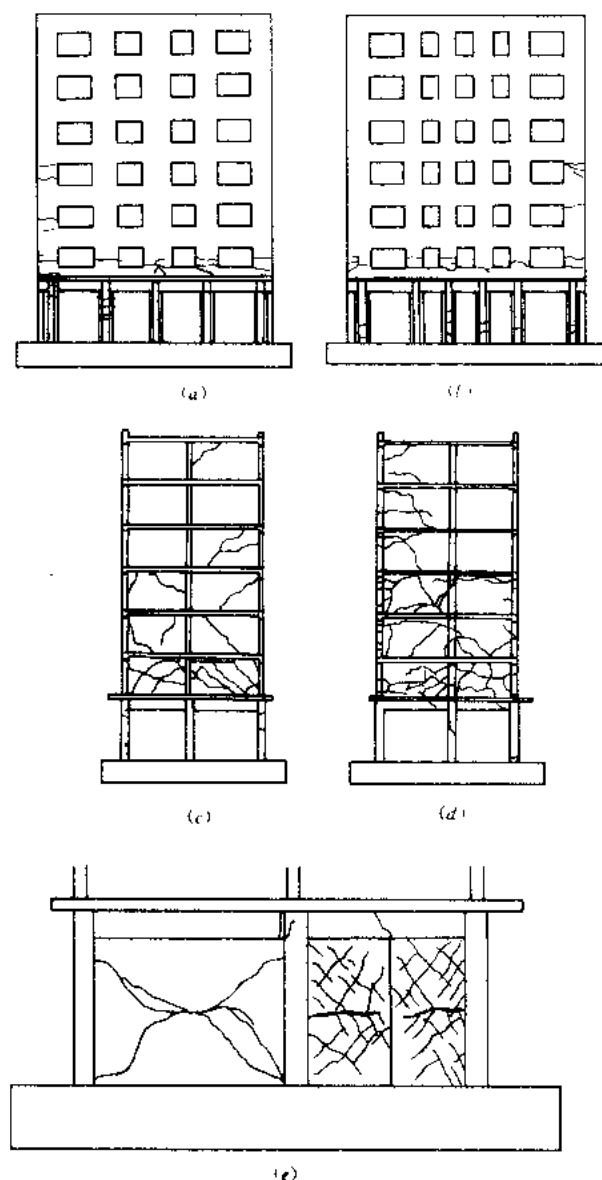


图20.2.4 破坏形态和裂缝图

(a) 南立面裂缝图；(b) 北立面裂缝图；(c) 东立面裂缝图；
(d) 西立面裂缝图；(e) 抗震墙裂缝图

问题。从大量的墙片试验的尺寸影响来看, 1/2 比例模型墙片试验结果推算到原形墙片应考虑的尺寸效应系数为 0.83, 即 1/2 比例模型墙体的极限承载能力应为按足尺墙体计算公式的极限承载力的基础上乘以 1.2 的系数。模型各层的受剪极限承载力与 $2\Delta u$ 级加载的比较列于表 20.2.5。

模型各层的受剪极限承载力与 $2\Delta u$ 级加载的比较

表 20.2.5

楼层	模型受剪极限承载力 (kN)	$2\Delta u$ 级加载时各层的剪力 (kN)	破坏描述
7	742.9	427.0	个别墙体出现裂缝, 处于轻微破坏状态
6	751.5	427.0	
5	911.5	854.0	墙体出现裂缝, 处于轻微至中等破坏
4	914.9	854.0	墙体出现 X 形裂缝, 构造柱端出现剪切裂缝, 处于严重破坏状态
3	1077.8	1072.6	
2	1196.0	1072.6	墙体出现 X 形裂缝, 构造柱柱端出现剪切裂缝, 外纵墙出现水平裂缝, 处于严重破坏状态
1	1263.77	1202.0	砖填充墙和开竖缝混凝土墙出现裂缝, 处于中等破坏状态

在模型拟静力试验的 $2\Delta u$ 级加载过程中, 模型的第 2 层达到该层的极限承载力, 墙体出现 X 形裂缝, 构造柱的柱端出现剪切裂缝, 该层处于严重破坏状态; 第 2、4 层的墙体裂缝较为明显, 从破坏状态看也达到了该层的极限承载力; 其他各层的破坏状态为轻微至中等破坏。模型第 2、3、4 层的计算极限承载力与实验结果的比较列于表 20.2.6。

模型第 2、3、4 层极限承载力的实验值与计算值的比较

表 20.2.6

层号	计算值 (kN)	实验值 (kN)	计算/实验	层	计算值 (kN)	实验值 (kN)	计算/实验
4	914.9	851.0	1.071	2	1196.0	1072.6	1.115
3	1077.8	1072.6	1.005				

(3) 模型的变形

根据文献 [10~12] 中的方法, 我们计算分析了试验模型结构上部砖房及底层框架抗震墙的变形, 并用直接动力法分析了 8 度、9 度地震作用下的最大位移。

计算结果表明, 由于该试验模型的层间极限剪力系数分布较为均匀, 所以弹塑性变形集中的现象不十分明显。在 9 度地震作用下, 第 1 层与第 2 层最大位移反应差不多, 但因第 1 层层高为 1.95m, 第 2 层层高为 1.4m, 相应最大位移反应的层间位移角分别为: 第 1 层 1/258, 第 2 层 1/196。

(4) 模型的动力特性

模型在弹性阶段和破坏阶段的实测周期如表 20.2.7。

模型的实测第 1 振型周期

表 20.2.7

试验阶段	弹性试验		破坏阶段	
周期 (s)	纵向	横向	纵向	横向
	0.158	0.199	0.217	0.246

由于模型材料与实际结构材料相同,按模型相似条件,原形的周期应是模型的1.2倍;再考虑脉动实测与实际地震的差异因素,尚需乘以1.2的系数。因此,对应的实际结构的横向与纵向自振周期分别为0.23s和0.29s。与模型结构类似的实际底层框架抗震墙砖房的实测横向周期亦约为0.3s。从实测的振型曲线看,这类房屋的层间刚度无明显差异,房屋整体属刚性结构。自振周期与多层砖房差不多。

3. 结论

1) 模型试验的结果表明,总层数为七层的底层框架抗震墙砖房具有一定的抗震能力,能满足7度区的抗震设防要求,即在遭遇比设防烈度高一度左右的8度地震作用下,其破坏状态可控制在中等破坏以内;

2) 底层框架抗震墙砖房的第2层受力比较复杂,承担着传递上部的地震剪力和倾覆力矩等作用,应采取相应的抗震措施提高墙体的抗剪和出平面抗弯能力;

3) 底层框架抗震墙砖房底层的钢筋混凝土墙,宜设置为开竖缝的带边框混凝土墙,使每块墙片的高宽比大于1.5,有助于提高底层的变形和耗能能力;

4) 在底层框架抗震墙砖房中,由于倾覆力矩的作用,致使多层砖房部分的侧移相对于同样层数(不计底层这一层)的多层砖房要大一些。因此,应对底层框架抗震墙砖房中的上部砖房部分的抗震构造措施给予适当增强,对除过渡楼层外的上部砖房的钢筋混凝土构造柱的设置部位,应按底层框架抗震墙砖房的总层数和所在地区的设防烈度,按多层砖房同样层数的要求设置;并建议即使在6、7度区也要每层均设钢筋混凝土圈梁;

5) 实测模型的动力特性结果表明,这类房屋类似多层砖房,房屋整体仍属刚性结构。

20.2.3 底部两层框架抗震墙砖房模型抗震试验研究

为了研究底部两层框架抗震墙砖房的抗震性能和设计方法,文献[13、14]进行了底部两层框架抗震墙砖房的模型试验研究。

1. 八层底部两层框架抗震墙砖房1/3比例模型的试验研究^[13]

(1) 模型设计概况

根据底部两层框架抗震墙砖房上部一般为单元住宅的状况,选取一个标准单元(五个开间)进行模型设计,为了能使试验结果较好地反映这类房屋实际结构的抗震性能和受力状态,对模型的平、立面、钢筋混凝土和砖墙、梁柱截面尺寸等均取原型的1/3比例;在抗震构造措施方面也尽量做到与原型相似。

模型的开间尺寸为:①、②和⑤、⑥轴开间为1100mm,②、③与④、⑤轴开间为1000mm,③、④轴开间为楼梯间,开间为800mm。模型结构层高为:一层1.5m,二层1.4m,三至八层均为0.9m,模型总高度(包括顶层的女儿墙0.3m)为8.6m;模型底部设置了0.6m高的钢筋混凝土地梁,并用钢螺栓和钢压梁与试验台座固定于一起,这样模型的总高度为9.2m。模型一、二层和三~八层平面图及剖面图见图20.2.5。

模型各种材料的实测值与设计要求的有一定的差距,表20.2.8~表20.2.10列出了模型的构件所用的混凝土、钢筋和砂浆材料力学性能的实测结果。

底部两层框架抗震墙混凝土抗压强度 表 20.2.8

项 目	原设计混凝土强度等级	实测抗压强度标准值
底部两层框架梁柱和混凝土墙	C30	22.9MPa

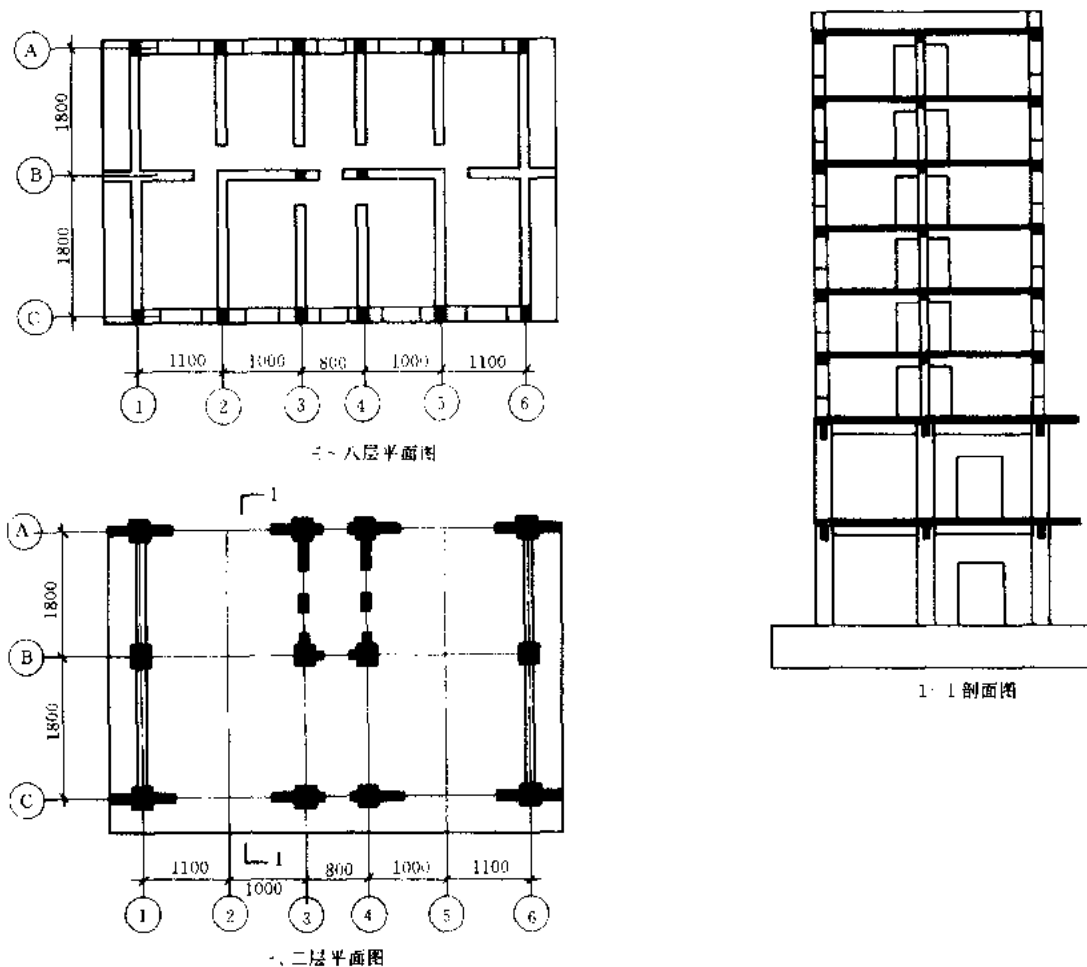


图 20.2.5 模型平、剖面图

各层砂浆抗剪强度实例值

表 20.2.9

层号	一	二	三	四	五	六	七	八
f_v (MPa)	0.16	0.16	0.17	0.18	0.20	0.10	0.14	0.12

各种型号钢筋的屈服和极限抗拉强度

表 20.2.10

类 型	$\phi 14$	$\phi 18$	$\phi 10$	$\phi 8$	$\phi 6$
屈服 (MPa)	390	310	326	338	407
极限 (MPa)	530	460	458	438	542

(2) 试验结果

1) 开裂过程

当往复总水平荷载加至 343.0kN 时, 模型的第 6 层⑥轴墙体出现第一道斜裂缝, 此时第 6 层的水平剪力约为 210.0kN; 当往复总水平荷载加至 410.0kN 时, 第 6 层①轴墙体出现斜裂缝, 第 3、4 层的⑥轴和①轴墙体出现局部斜裂缝, 第 2 层⑥轴和①轴的填充墙在门洞附近出现局部裂缝; 当往复总水平荷载加至 476kN 时, 第 5 层的①轴和⑥轴墙出现局部斜裂缝, 在此过程中原先已出现裂缝的墙体裂缝进一步扩展, 裂缝的个数也有不

同程度的增加；当往复总水平荷载加至 550kN 时，第 6 层的①、⑥轴墙体形成 X 形交叉主裂缝，第 6 层的构造柱的上柱端出现斜裂缝；当往复总水平荷载加至 590kN 时，第 6 层砖墙出现较明显阶梯形宽裂缝，其他层的裂缝宽度也明显加大，第 7 层墙体出现可见裂缝；在此基础上再增加一级水平荷载，总荷载达到 657kN 时第 8 层墙体出现裂缝，第 6 层墙体的裂缝宽度明显，第 6 层构造柱的柱底和柱头混凝土酥裂，构造柱柱端的斜向裂缝明显，并在第 6 层的外纵墙上出现水平和竖向裂缝，第 3 层墙体裂缝明显，第 3 层的钢筋混凝土圈梁也出现裂缝，第 2 层、第 1 层填充墙裂缝明显，钢筋混凝土墙出现裂缝，钢筋混凝土框架柱的柱底和柱头出现裂缝。

2) 破坏过程

模型试验的开裂过程已表明，模型的相对薄弱楼层第 6 层首先开裂，随着加载的增加，第 6 层形成破坏集中的楼层，在此过程中其他楼层的墙体先后开裂和破坏。当往复总水平荷载加至到 657kN 时，第 6 层已处于严重破坏状态。其他楼层虽也出现不少裂缝，但仍处于中等破坏状态以内；这时第 6 层破坏严重，该层已不能较好传递水平荷载至下部楼层，为了得到底部两层框架抗震墙的极限荷载，主要在第 4 层和第 2 层进行施加水平荷载，施加总荷载为 1360.0kN 时底部两层框架柱和抗震墙的裂缝非常明显，其中钢筋混凝土抗震墙的底部出现水平和向上的斜裂缝，呈现出明显的弯剪破坏特征，由于混凝土抗震墙为带边框的墙，所以在边框柱处出现多道水平裂缝，与混凝土墙相连的该榀框架梁端出现裂缝；底部两层框架柱的柱端截面出现明显的水平裂缝，个别柱头和柱底混凝土酥裂，填充墙框架榀中的填充墙破坏严重，出现多道明显的裂缝；可以认为，这时模型的底部两层框架抗震墙已处于严重破坏状态，继续加载对第 3 层和第 4 层墙体裂缝开展更加明显，钢筋混凝土构造柱的柱头柱底产生斜裂缝，第 2 层纵墙的底部出现水平裂缝，可以说这两层的破坏状态处于严重破坏状态。

2. 底部两层框架抗震墙砖房 1/2 比例模型拟动力试验^[4]

(1) 模型设计

试验模型取实际房屋的两个开间，其平、剖面图如图 20.2.6 所示。模型底部为两层钢筋混凝土框架抗震墙结构见图 20.2.6 (a)。柱截面尺寸为 250mm×250mm；钢筋混凝

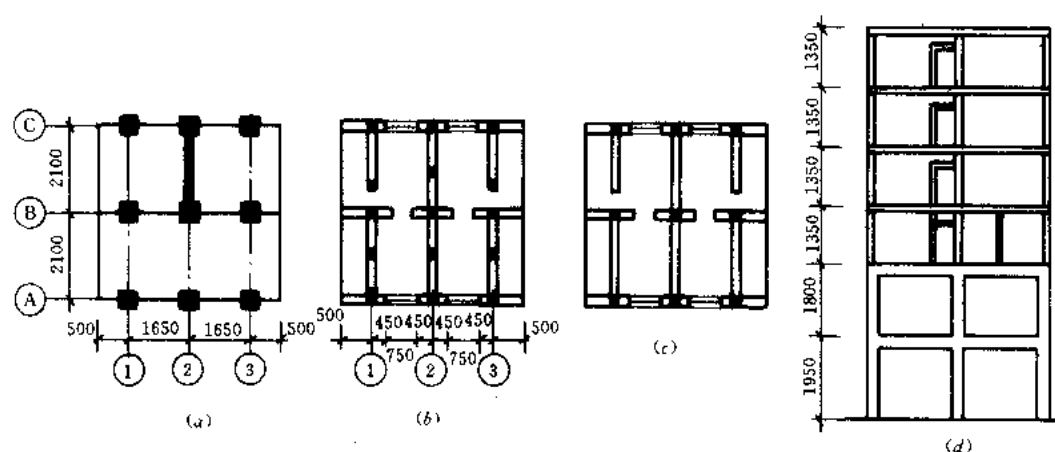


图 20.2.6 模型平、剖面图

(a) 一、二层平面；(b) 三层平面；(c) 四~六层平面；(d) 剖面示意图

土抗震墙为带边框墙，腹板厚 100mm；框架横梁截面尺寸：第 1 层为 250mm×250mm，楼面为预制板，板厚 60mm；第 2 层为 250mm×300mm；纵梁为 150mm×250mm。第 2 层梁板现浇为整体，板厚 100mm。

第 3 层为过渡层，受力比较复杂。为了增强其承载能力，除在纵横墙交接处设置构造柱外，在横墙中部或门洞边增设构造柱，见图 20.2.6 (b)。第 4~6 层仅在纵横墙交接处设置构造柱，见图 20.2.6 (c)，门洞边设钢筋混凝土门框。第 3~6 层采用先砌墙并预留马牙槎后浇构造柱混凝土的施工方法，墙与柱间设置拉筋。每层均设圈梁。砖墙用粘土空心砖 (KP1 型)、水泥砂浆砌筑，墙厚 120mm。构造柱截面为 120mm×120mm。第 3~6 层楼面采用 60mm 厚的预制板。

(2) 试验结果

在加速度峰值为 100gal 的地震作用 (相当于设防烈度 7 度) 下，底部两层框架抗震墙在拟静力试验中产生的裂缝重新张开，未见新裂缝出现。试验结束后，裂缝全部闭合。上部砖房未出现裂缝。

在加速度峰值为 200gal 的地震作用 (相当于设防烈度 8 度) 下，底部两层框架抗震墙的原有裂缝扩展延伸，并产生一些新裂缝，但裂缝宽度仍较小，约为 0.1mm。加载结束后，抗震墙的裂缝全部闭合；除柱顶和柱底的个别裂缝未闭合外，柱上其余裂缝全部闭合。另外，在此加载过程中，第四层 AB 段砖墙在靠近 B 轴处出现一条倾角为 80°、长约 300mm 的裂缝。其他层未见裂缝出现。

在加速度峰值为 500gal 的地震作用下，斜裂缝密布底部两层抗震墙墙面，裂缝宽度不大，墙底出现水平裂缝；框架柱产生许多水平裂缝。底部各梁端产生一些裂缝，缝宽最大约为 0.2mm。第 1、2 层与抗震墙相连的框架梁端产生较多裂缝，梁中部分钢筋已屈服。第 3 层墙体产生较多斜裂缝，缝宽约 1~2mm，这些裂缝均被构造柱隔开，有门洞

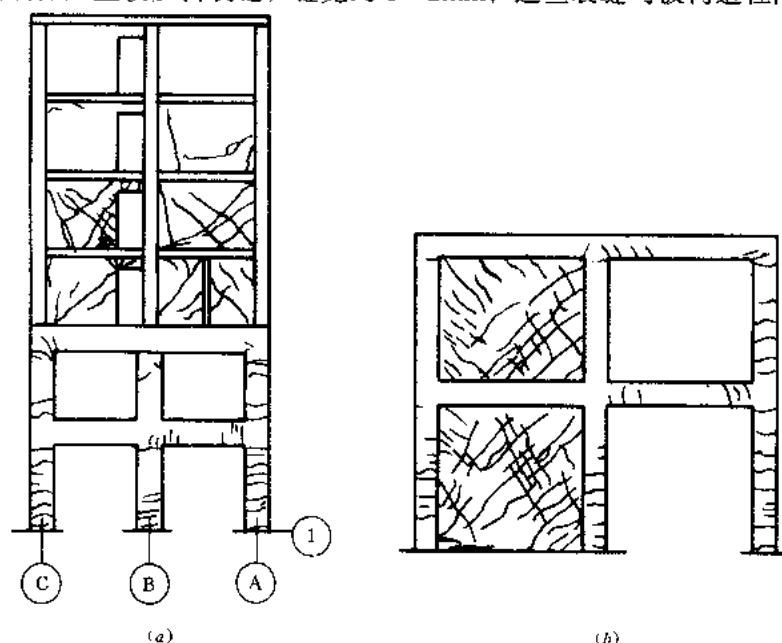


图 20.2.7

(a) ①轴墙及柱裂缝图；(b) 底部两层抗震墙及框架裂缝图

侧墙体开裂较重，钢筋混凝土门框在角部出现裂缝，该层墙体尚未达到水平极限承载力。第4层墙体严重破坏，其中B~C轴间的①、②、③轴墙体破坏尤为严重，墙面产生阶梯形裂缝并伴有局部压酥，错动约10mm；钢筋混凝土门过梁的裂缝宽度约2mm，构造柱钢筋屈服，该层达到水平极限承载力（554kN）。第5层局部出现裂缝，缝宽约1mm。第6层基本完好。试验结束后，①轴墙及柱的裂缝分布见图20.2.7a，②轴底部两层抗震墙及框架的裂缝分布见图20.2.7b。

20.3 底部框架抗震墙砖房抗震设计的基本要求

底层框架和底部两层框架抗震墙砖房的底部框架抗震墙和上部砖房部分均具有一定的抗震能力，但这两部分不同承重和抗侧力体系之间的抗震性能是有差异的，而且其过渡楼层的受力也比较复杂。为了使这类房屋的抗震设计满足“小震”不坏、设防烈度可修和“大震”不倒的抗震设防目标，应符合下列基本要求。

20.3.1 房屋的平、立面布置应规则、对称

历次震害调查说明，体形复杂或结构构件（墙体、柱网等）布置不合理，将加重房屋的震害。对于底部框架抗震墙砖房，其抗震性能相对于多层钢筋混凝土房屋要差一些。因此，这类房屋平、立面布置的规则要求应更严格一些，既房屋体型宜简单、对称，结构抗侧力构件的布置也应尽量对称，这样可以减少水平地震作用下的扭转。

20.3.2 房屋的高度要限制、高宽比要适当

在唐山大地震中，未经抗震设防的底层框架抗震墙砖房的破坏较为严重，其主要原因是底层没有设置为框架抗震墙体系。在震害较为严重的底层框架砖房中，底层为半框架既沿街一跨为框架另一跨为砖墙承重体系，底层为内框架体系以及底层大部分为框架体系而山墙与楼梯间墙处不设框架梁柱等占了较大的比例。

近些年来，通过对底部框架抗震墙砖房的模型试验和一系列分析研究，深入探讨了这类房屋的抗震性能，提出了改善底层低矮钢筋混凝土墙抗震性能，增强过渡楼层和房屋整体抗震能力的抗震设计方法和构造措施。对房屋较为规则且沿竖向较为均匀和满足增强过渡楼层及房屋整体抗震能力要求的；其房屋总层数和总高度可适当放宽，但不应超过表20.3.1的规定。

总高度和层数限值 表 20.3.1

烈度	6	7	8	9
高度 (m)	22.0 (22.5)	22.0 (22.5)	19.0 (19.5)	13.0 (13.5)
层数	七	七	六	四

注：(1) 房屋的总高度指室外地面到檐口高度，半地下室可以从地下室地面算起，全地下室和嵌固条件好的半地下室可以从室外地面算起；带阁楼的坡屋面时应算到山尖墙的1/2高度处；

(2) 上部砖房部分的层高，不宜超过3.6m；

(3) 括号为底部两层框架抗震墙砖房的总高度限值。

底部框架抗震墙砖房总高度与总宽度的最大比值，应符合表20.3.2的要求。

房屋最大高宽比 表 20.3.2

烈度	6	7	8	9
最大高宽比	2.5	2.5	2.0	1.5

20.3.3 底部框架抗震墙砖房的侧移刚度控制

1. 底层框架抗震墙砖房

在地震作用下底层框架抗震墙砖房的弹性层间位移反应均匀和减少在强烈地震作用下的弹塑性变形集中,能够提高房屋的整体抗震能力。控制第二层与底层的侧移刚度比,就是为了使底层框架抗震墙砖房的弹性位移反应较为均匀和底层的纵、横向均应设置一定数量的抗震墙,同时底层的纵、横向抗震墙也不应设置的过多,以避免底层过强使薄弱楼层转移到上部砖房部分。因此,底层框架抗震墙砖房第二层与底层侧移刚度比的合理取值和控制范围,既应包括弹性层间位移反应的均匀又应包括不至于出现突出的薄弱楼层。

文献[15]对这个问题从弹性反应和“大震”作用的弹塑性位移反应等方面进行了分析,其分析结论为:

(1) 底层框架抗震墙砖房的第二层与底层的侧移刚度比,不仅对地震作用下的层间弹性位移有影响,当比值越大时,突出表现在底层弹性位移的增大,而且也对层间极限剪力系数分布、薄弱楼层的位置和薄弱楼层的弹塑性变形集中等也有着重要的影响。

(2) 在第二层与底层的侧移刚度比在1.5左右时,其层间极限剪力系数分布相对比较均匀,虽然第一层的弹塑性最大位移反应仍偏大一些,但是弹塑性变形集中的现象要好得多,能够发挥底层框架抗震墙变形和耗能能力好的抗震性能,而且上部砖房破坏不重,有利于结构的整体抗震能力。当第二层与底层侧移刚度比小于1.2,特别是小于1.0时,因底层钢筋混凝土墙设计得多而大为增强了底层的抗震能力,使得底层的层间极限剪力系数较上部多层砖房部分的各层大,薄弱楼层不出现在底层而出现在上部砖房层间极限剪力系数相对较小的楼层。

(3) 综合一系列的分析结果,底层框架抗震墙砖房的第二层与底层的侧移刚度比宜控制在1.2~2.0之间。在8度和9度区不应大于2.0;在7度区不宜大于2.0,当设有钢筋混凝土抗震墙时可适当放宽,但不应大于2.5,当仅设嵌砌于框架的实心砖和混凝土小块墙时不应大于2.0。6度区也不应大于2.5。同时均不应小于等于1.0。

2. 底部两层框架抗震墙砖房

底部两层框架抗震墙砖房的侧移刚度沿高度变化宜均匀,第一层的侧移刚度不应小于第二层侧移刚度的70%。由于底部两层框架抗震墙砖房的底部两层的钢筋混凝土墙已不是高宽比小于1的低矮墙,整体模型试验结果表明,其底部两层具有协同工作的特征。因此,底部两层的钢筋混凝土墙的侧移刚度已不能沿用底层框架抗震墙砖房的方法。文献[16]对这类房屋底部两层框架抗震墙的侧移刚度进行了分析,探讨了这类房屋底部两层侧移刚度的简化计算方法。同时,探讨并给出了底部两层框架抗震墙砖房第三层与第二层侧移刚度比的合理取值为1.2~1.8,并特别指出了第三层与第二层的侧移刚度比不应小于等于1.0。对于6、7度时,第三层与第二层的侧移刚度比不应大于2.0,8、9度时不应大于1.5。

20.3.4 抗震墙的最大间距限值

底部框架抗震墙砖房的抗震墙的间距分别为底层或底部两层和上部砖房两部分,上部砖房各层的横墙间距要求应和多层砖房的要求一样;底部框架抗震墙部分,由于上面几层的地震作用要通过底层或第二层的楼盖传至抗震墙,楼盖产生的水平变形将比一般框架抗震墙房屋分层传递地震作用的楼盖水平变形要大。因此,在相同变形限制条件下,底部框

架抗震墙砖房底层或底部两层抗震墙的间距要比框架-抗震墙的间距要小一些。

底部框架抗震墙砖房抗震墙最大间距限值列于表 20.3.3。

抗震墙最大间距 (m)				表 20.3.3
烈度	6	7	8	9
底层或底部两层	21	18	15	11
上部各层砖墙	同多层砖房的要求			

20.3.5 底部框架抗震墙砖房中底层或底部两层钢筋混凝土墙的高宽比

1. 底层框架抗震墙砖房中底层钢筋混凝土抗震墙的高宽比

在实际工程中, 底层框架抗震墙砖房的底层钢筋混凝土抗震墙的高宽比往往小于 1.0, 通常把高宽比小于 1 的钢筋混凝土墙称为低矮墙。

高宽比小于 1.0 的低矮钢筋混凝土墙是以受剪为主, 由剪力引起的斜裂缝控制其受力性能, 其破坏状态为剪切破坏。结合底层框架抗震墙砖房中的底层钢筋混凝土墙为带边框的钢筋混凝土低矮墙的特点, 文献 [8] 进行了带边框开竖缝钢筋混凝土低矮墙的试验和分析研究, 试验结果表明: 放入砂浆板和钢筋混凝土板的开竖缝钢筋混凝土墙的抗震性能明显优于整体钢筋混凝土低矮抗震墙, 这种开竖缝的抗震墙具有弹性刚度较大, 后期刚度较稳定, 达到最大荷载后, 其承载力没有明显降低, 其变形能力和耗能能力有较大提高, 达到了改善低矮墙抗震性能的目的。采用带边框开竖缝的钢筋混凝土墙, 竖缝两侧分割的由暗柱和边框梁柱组成的钢筋混凝土墙的高宽比宜为 1.5 左右, 也就是说在一道钢筋混凝土低矮墙中, 可仅开一道竖缝。

2. 底部两层框架抗震墙砖房中底部两层钢筋混凝土墙的高宽比

底部两层框架抗震墙砖房中底部两层钢筋混凝土墙的高宽比一般已不是小于 1.0 的低矮墙。但由于使用功能的要求, 在底部两层中往往设置为较大的柱网, 致使有些钢筋混凝土墙的宽度为 6.0~7.2m 左右, 使得这类钢筋混凝土墙的高宽比小于 1.5。对于高宽比小于 1.5 的钢筋混凝土墙, 可采取开门窗洞口等方式, 使其对层间抗侧力刚度的贡献不宜过大。

这里还要指出的是, 在少量的底层框架抗震墙砖房和底部两层框架抗震墙砖房的实际工程中均出现了宽度为 10.0m 左右的钢筋混凝土墙, 不仅造成了钢筋混凝土墙的高宽比小于 1.0, 而且使得这类墙体的抗侧力刚度的贡献特别大, 一旦该墙体开裂和丧失承载能力, 将对其他抗侧力构件产生很不利的影响。较合理的设置是一片钢筋混凝土墙仅应与两个柱间形成带边框柱的抗震墙。

20.3.6 底部框架抗震墙砖房的结构体系

依据对底部框架抗震墙砖房抗震性能的研究和这两类房屋的特点, 提出以下要求:

1. 底部框架抗震墙砖房的底层或底部两层应设置为框架-抗震墙体系

底部框架抗震墙砖房的底层受力比较复杂, 而底部的严重破坏将危及整个房屋的安全, 加上地震倾覆力矩对框架柱产生的附加轴力使得框架柱的变形能力有所降低等因素, 对底部的抗震结构体系的要求应更高一些。

(1) 底部框架抗震墙砖房的底层或底部两层均应设置为纵、横向的双框架体系, 避免一个方向为框架、另一个方向为连续梁的体系。这主要是由于地震作用在水平上是两个方

向的,一个方向为连续梁体系则不能发挥框架体系的作用,则该方向的抗震能力要降低比较多。同时,也不应设置为半框架体系或山墙和楼梯间轴线为构造柱圈梁约束砖抗震墙的状况。这是由于底部的地震剪力按个抗侧力构件的刚度分配,半框架体系或山墙为构造柱、圈梁约束的砖抗震墙体系中,砖墙较框架的抗侧力刚度大得多,在地震作用下,砖墙先开裂和破坏,加上砖墙的变形能力较框架要差得多,会形成砖墙构件先退出工作,导致加重半框架或部分框架的破坏。

(2) 底层框架抗震墙砖房的底层应设置为框架-抗震墙体系。在 6、7 度区底层为小型商店时,其抗震墙可为框架填充墙;当底层的砌体填充墙较少时应设置一定数量的钢筋混凝土抗震墙。在 8、9 度时,均应设置一定数量的钢筋混凝土抗震墙,使底层形成具有两道防线的框架抗震墙体系,有利于提高底层的抗震能力。

(3) 底部两层框架抗震墙砖房的底部两层应设置为框架钢筋混凝土抗震墙体系。底部两层框架抗震墙砖房的底部两层一般为中型商场,不可能在底部两层的横向和纵向设置较多的墙体。因此,这类房屋的底部两层均应设置一定数量的钢筋混凝土墙,形成框架钢筋混凝土抗震墙体系。为了增强钢筋混凝土抗震墙的变形和耗能能力,应把钢筋混凝土墙设置为带边框的钢筋混凝土墙。钢筋混凝土墙边框柱的配筋不宜少于其他框框架柱的配筋。

(4) 底层或底部两层的抗震墙宜沿纵、横两个方向对称布置,尽量使纵、横抗震墙相连;钢筋混凝土墙宜布置为 T 形、L 形或 Π 形。对于底部两层的抗震墙应贯通第一、二层。

(5) 底层框架抗震墙砖房的底层钢筋混凝土墙宜设置为带边框开竖缝的钢筋混凝土墙。

2. 过渡楼层的抗震能力应适当加强

整体模型试验研究结果表明,底层框架抗震墙砖房的过渡楼层受力比较复杂,虽然底层的抗震墙先开裂,但是一旦过渡楼层的砖墙开裂后,其破坏状态要比底部重得多。因此,应增强过渡楼层的抗剪和抗弯承载能力。

3. 上部砖房的纵、横墙布置

上部砖房的纵、横向布置宜均匀对称,沿平面宜对齐,沿竖向应上下连续;同一轴线上的窗间墙宜均匀,内纵墙宜贯通,对外纵墙的开洞率应控制,6 度区不宜大于 55%,7 度区不应大于 55%,8、9 度区不应大于 50%。

20.3.7 底部框架抗震墙砖房的底部与上部砖房部分的抗震能力宜相匹配。

结构抗震能力沿竖向分布的均匀性,有助于提高房屋的整体抗震能力。底部框架抗震墙砖房是由两种承载能力和抗侧体系构成的,底部具有一定的承载能力和较好的变形能力,上部砖房部分具有一定的抗震能力,但变形和耗能能力相对比较差。因此,不能采取多层钢筋混凝土框架房屋判断薄弱楼层的方法。文献 [17、18] 对底部框架抗震墙砖房的均匀性进行了探讨,提出了判断薄弱楼层在底部还是在上部砖房部分的分析方法,即可根据 $\xi_Y(1)$ 是否小于 $0.8\xi_R(2)$ 或 $\xi_Y(2)$ 是否小于 $0.8\xi_R(3)$ 来判断。对于底层框架抗震墙砖房,若 $\xi_Y(1) < 0.8\xi_R(2)$,则底层为薄弱楼层,若 $\xi_Y(1) > 0.9\xi_R(2)$,则第二层为薄弱楼层,若 $\xi_Y(1)$ 为 $(0.8 \sim 0.9)\xi_R(2)$,则该结构较为均匀。对于底部两层框架抗震墙砖房,若 $\xi_Y(2) < 0.8\xi_R(3)$,则底部为薄弱楼层,若 $\xi_Y(2) > 0.9\xi_R(3)$,则第三层为薄弱楼层,若 $\xi_Y(2)$ 为 $(0.8 \sim 0.9)\xi_R(3)$,则该结构较为均匀。

20.3.8 底部框架和钢筋混凝土墙的抗震等级

底部框架和钢筋混凝土墙的抗震等级和多层与高层钢筋混凝土房屋的抗震等级要求一样,应从内力调整和抗震构造措施两个方面来体现不同抗震等级的要求,其具体抗震等级的划分列于表 20.3.4。

底部框架和混凝土抗震墙的抗震等级

表 20.3.4

烈度	6	7	8	9
框架	四	三	二	一
混凝土抗震墙	三	二	一	一

20.4 地震作用计算和抗震验算

20.4.1 水平地震作用计算

底部框架抗震墙砖房的地震作用计算可采用下列方法:

对于质量和刚度沿高度分布比较均匀的结构,可采用底部剪力法;对于质量和刚度沿高度分布不均匀、竖向布置不规则的底部框架抗震墙砖房还应考虑水平地震作用下的扭转影响。

对于质量和刚度沿高度分布不均匀的底部框架抗震墙砖房采用振型分解反应谱法时,可取前三个振型。

对于平面和竖向布置不规则的底部框架抗震墙砖房的地震作用分析,可采用考虑水平地震作用的扭转影响的振型分解反应谱法。

20.4.2 底层框架抗震墙砖房的底层地震剪力设计值以及在框架和抗震墙中的分配

通过对底层框架抗震墙砖房模型试验研究和对底层设置不同数量抗震墙的类型房屋的弹性和弹塑性分析以及考虑底层与上部砖房变形和耗能能力的差异等,提出了抗震计算的有关问题。

1. 底层框架抗震墙砖房的地震作用设计值可不乘增大系数

底层框架抗震墙砖房为剪切型结构,虽然有些底层框架抗震墙砖房的底层侧移刚度较第二层小一些,但是这种类型的底层框架抗震墙砖房的基本周期要相对长一些,对于在Ⅰ、Ⅱ类场地上设计的底层框架抗震墙砖房按水平地震作用的最大值计算已对基本周期相对长一些的结构给予了增大。从房屋在“大震”作用下的状态来看,由于底层框架的变形和耗能能力较上部砖房部分要好得多,因此不宜把底层的承载力设计的过强,以防止薄弱楼层转移到上部砖房部分。底层的承载力设计较强的原因有两个方面:一是底层设计较多的钢筋混凝土抗震墙,无论从底层的侧移刚度还是底层的极限承载力都较第二层大;二是底层的抗震墙数量较为合理,但由于框架柱和钢筋混凝土墙的混凝土强度等级采用的较高或纵筋配筋量大,使得底层的极限承载力较大。对于第一种情况,其弹塑性变形集中的薄弱楼层为上部砖房部分,底层破坏很轻;对于第二种情况,底层的钢筋混凝土墙将首先开裂,但破坏集中的楼层仍为上部砖房中相对较弱的楼层。上部砖房为薄弱楼层的底层框架抗震墙砖房的整体抗震能力是比较差的。因此,在底层框架抗震墙砖房的抗震设计中不宜把底层设计得过强。采用建筑抗震设计规范《GBJ11-89》中关于底层框架砖房的底层均应以 1.2~1.5 的增大系数,则必然提高底层的极限承载力。因此,底层框架抗

震墙砖房的抗震设计应遵循底层与上部砖房部分的抗震能力相匹配的原则,从这一原则出发,建议底层框架抗震墙砖房的底层地震剪力设计值可不乘增大系数。

2. 底层框架抗震墙砖房的底层地震剪力设计值在抗震墙和框架柱的分配

底层框架抗震墙砖房中底层框架的侧移刚度一般为第二层砖房侧移刚度的 $1/8 \sim 1/12$;当第二层与第一层的侧移刚度比为2.0时,则框架的侧移刚度占底层总侧移刚度的25%~17%;当第二层与第一层的侧移刚度比为1.5时,则框架的侧移刚度占底层总侧移刚度的19%~13%。由此可见,底层框架抗震墙砖房的底层侧移刚度中钢筋混凝土框架占有相当的比例,从控制底层设置一定数量的抗震墙和底层的两道防线的设计原则考虑,其底层地震剪力设计值应全部由抗震墙承担。

在地震作用下,底层的钢筋混凝土抗震墙在层间位移角为 $1/1000$ 左右时,混凝土墙开裂,在层间位移角为 $1/500$ 左右,其刚度已降低到弹性刚度的30%;底层的砖填充墙在层间位移角为 $1/500$ 左右时已出现对角裂缝,其刚度已降低到弹性刚度的20%,而钢筋混凝土框架在层间位移角为 $1/500$ 左右时仍处于弹性阶段;这说明在底层抗震墙开裂后将产生塑性内力重分布。由于底层框架抗震墙的底层框架为第二道防线,底层框架的抗震性能如何对于底层框架抗震墙砖房的整体抗震能力起很重要的作用。因此,底层框架承担的地震剪力设计值可按底层框架和抗震墙的有效刚度进行分配(框架刚度不折减,钢筋混凝土墙取0.3的弹性刚度,砖墙取0.2的弹性刚度),可按式计算。

$$V_j(1) = \frac{K_j}{\sum K_j + 0.3 \sum K_{cwj} + 0.2 \sum K_{bwj}} V(1) \quad (20.4.1)$$

式中 $V_j(1)$ ——第 j 榀框架承担的地震剪力;

K_j ——第 j 榀框架的弹性刚度;

K_{cwj} ——第 j 片混凝土墙的弹性刚度;

K_{bwj} ——第 j 片砖抗震墙的弹性刚度。

20.4.3 底部两层框架抗震墙砖房的底部两层地震作用效应在抗震墙和框架的分配

1. 底部两层框架抗震墙砖房的底部两层地震剪力设计值全部由纵、横向的抗震墙承担。

2. 在规则的底部两层框架抗震墙砖房中,底部两层中任一层框架按框架和抗震墙协同工作分析的地震剪力,不应小于结构底部总地震剪力的20%或框架部分各层按协同工作分析的地震剪力最大值1.5倍中两者的较小者;各层框架总剪力调整后,按调整后的比例调整各柱和梁的剪力和端部弯矩,柱轴向力不调整;按振型分解反应法计算时,调整在振型组合之后进行。

20.4.4 填充墙对框架产生的附加轴力和剪力

填充墙框架的柱轴向压力和剪力,应考虑填充墙引起的附加轴向压力和附加剪力,其值可按下列公式确定:

$$\Delta N_i = V_w H_i / l \quad (20.4.2)$$

$$\Delta V_i = V_w \quad (20.4.3)$$

式中 ΔN_i ——附加轴向力设计值;

ΔV_i ——附加剪力设计值;

V_w ——填充墙承担的剪力设计值, 框架柱两侧有填充墙时, 采用两者的较大值;

H_f ——框架层高;

l ——框架跨度 (柱中距)。

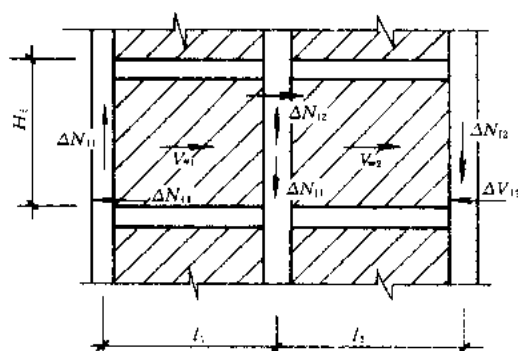


图 20.4.1 填充墙框架柱的附加轴向力和附加剪力

20.4.5 底部框架抗震墙砖房上部砖房部分水平地震剪力的分配

底部框架抗震墙砖房上部砖房部分和配筋砌体房屋的楼层水平地震剪力, 应按下列原则分配:

1. 现浇和装配整体式钢筋混凝土楼、屋盖等刚性楼盖的建筑, 宜按抗侧力构件侧移刚度的比例分配。
2. 普通预制板的装配式钢筋混凝土楼、屋盖的建筑, 按抗侧力构件侧移刚度比例和其从属面积上重力荷载代表值比例的平均值分配。

20.4.6 地震倾覆力矩的计算和在框架抗震墙中的分配

底部两层框架抗震墙砖房与底层框架抗震墙砖房有着类似的特点, 这就是底部和上部都是由两种不同的承重和抗侧力体系构成的。在建筑抗震设计规范中对多层砖房一般不考虑地震倾覆力矩对墙体受剪力承载力的影响; 所以在多层砖房的地震作用计算和抗震验算中, 不计算地震倾覆力矩, 但要按不同基本烈度的抗震设防控制房屋的高宽比。在多层和高层钢筋混凝土房屋地震作用的分析中则要考虑地震倾覆力矩对构件的影响。因此, 对底部两层和底层框架抗震墙砖房, 则应考虑地震倾覆力矩对底部两层框架抗震墙砖房的底部两层结构构件和底层框架抗震墙砖房的底层结构构件的影响。

1. 地震倾覆力矩的计算

在底层框架抗震墙砖房中, 作用于整个房屋底层的地震倾覆力矩为:

$$M_1 = \gamma_{Eh} \sum_{i=2}^n F_i (H_i - H_1) \quad (20.4.4)$$

式中 M_1 ——整个房屋底层的地震倾覆力矩;

F_i —— i 质点的水平地震作用标准值;

H_i —— i 质点的计算高度。

在底部两层框架抗震墙砖房中, 作用于整个房屋第二层的地震的倾覆力矩为:

$$M_2 = \gamma_{Eh} \sum_{i=3}^n F_i (H_i - H_2) \quad (20.4.5)$$

式中 M_2 ——为整个房屋第二层的地震倾覆力矩。

2. 地震倾覆力矩是引起楼层的转角而不是侧移

文献 [19] 对底层框架抗震墙砖房地震倾覆力矩的作用进行了分析研究, 指出地震倾覆力矩是引起楼层的转角而不是侧移。因此, 地震倾覆力矩的分配就不能按底层框架抗震墙砖房的抗侧力刚度分配。

对于假定底层顶板处弯曲刚度无限大和考虑构件基础转动影响的方法, 在实际中得到

了应用。由于在抗震设计中基础截面是根据竖向荷载、地基承载力、基础型式和地震倾覆力矩影响确定的；因此，考虑基础转动对构件弯曲刚度的贡献带来了一定的困难；而且因基础型式的差异，如有无基础系梁等使基础转动计算更加复杂化。基于上述原因，文献[20]提出了不考虑基础转动影响的方法，既各构件的弯曲刚度为式(20.4.6)~式(20.4.8)中去掉基础转角的影响。

3. 地震倾覆力矩分配的三种方法

在底层框架抗震墙砖房中的地震倾覆力矩分配可分为两大类，一类是假定第一层顶板的弯曲刚度无限大，另一类是基于有限元分析提出的第一层顶板弯曲刚度不认为无限大的简化方法。

(1) 假定第一层顶板弯曲刚度无限大的方法

文献[19]给出了底层框架抗震墙砖房地震倾覆力矩的分析方法中，假定第一层楼板及框架横梁的弯曲刚度无限大，并考虑框架和抗震墙的基础转动。底层各类构件的弯曲刚度计算公式为：

1) 框架的弯曲刚度

$$k_f = \frac{1}{\frac{h}{E \sum A_i x_i^2} + \frac{1}{C_Z \sum F_i x_i^2}} \quad (20.4.6)$$

式中 h ——底层层高；

E ——混凝土弹性模量；

A_i ——框架第 i 根柱横截面面积；

x_i ——框架第 i 根柱到框架形心的距离；

C_Z ——地基抗压刚度系数；

F_i ——框架第 i 根柱基础底面面积。

2) 钢筋混凝土抗震墙的弯曲刚度

$$k_{cw} = \frac{1}{\frac{h}{EI} + \frac{1}{C_\phi I_\phi}} \quad (20.4.7)$$

式中 I ——钢筋混凝土抗震墙截面惯性矩；

C_ϕ ——地基抗弯刚度系数， $C_\phi = 2.15 C_Z$ ；

I_ϕ ——钢筋混凝土抗震墙基础底面惯性矩。

3) 砖抗震墙的弯曲刚度

$$k_{bw} = \frac{1}{\frac{12h}{E_w t l^3} + \frac{1}{C_\phi I_\phi}} \quad (20.4.8)$$

式中 E_w ——砖砌体弹性模量；

t ——砖墙厚度；

l ——砖墙长度；

I_ϕ ——砖墙基础底面惯性矩。

(2) 半刚性分配法

假定底层顶板处弯曲刚度无限大，既假定底层各抗震墙和框架在底层楼板处的弯曲变形是相同的。显然与实际情况有较大差别。对底层顶板处弯曲刚度有较大贡献的是垂直与地震作用方向的梁和墙，只有当层数多，梁和墙截面大时效果才明显。而底层顶板出平面弯曲刚度较小。文献[21]通过有限元分析结果与上述公式的计算结果进行了比较，进一步指出了假定底层顶板处弯曲刚度无限大的主要问题表现为以下几点：

- ①夸大了抗震墙弯曲刚度的作用，致使框架分配的倾覆力矩小于实际承担值；
- ②钢筋混凝土抗震墙弯曲刚度对框架影响与距它的距离有关，而公式不能反映此点；
- ③开间相差较大时，框架柱的地震倾覆力矩的轴力理应有所差别，但公式也未能反映这一现象；
- ④若框架的基础形式不是独立矩形基础，而是条形、十字形等基础公式需作较大改动。

文献[21]基于有限元法的分析结果提出了一种半刚性的分配方法。具体地说，可按框架或抗震墙两侧相邻框架或抗震墙间从属面积的比例和弯曲刚度比例的平均值分配。那么，框架承担的倾覆力矩为：

$$M_f = \frac{1}{2} \left(\frac{K'_f}{K'} + \frac{A_{if}}{A} \right) M_1 \quad (20.4.9)$$

钢筋混凝土抗震墙的倾覆力矩为：

$$M_w = \frac{1}{2} \left(\frac{K'_w}{K'} + \frac{A_{iw}}{A} \right) M_1 \quad (20.4.10)$$

砖抗震墙的倾覆力矩为：

$$M_{bw} = \frac{1}{2} \left(\frac{K'_{bw}}{K'} + \frac{A_{ib}}{A} \right) M_1 \quad (20.4.11)$$

式中 A ——楼层总从属面积；
 A_{if} ——第 i 榀框架的从属面积；
 A_{iw} ——第 i 片钢筋混凝土抗震墙的从属面积；
 A_{ib} ——第 i 片砖抗震墙的从属面积；

K'_f, K'_w, K'_{bw} ——分别为框架、混凝土抗震墙和砖墙的弯曲刚度，可按式(20.4.12)~(20.4.15)计算。

$$K'_f = \frac{1}{\frac{h}{E \sum A_i x_i^2}} \quad (20.4.12)$$

$$K'_w = \frac{1}{\frac{h}{E_h I}} \quad (20.4.13)$$

$$K'_{bw} = \frac{1}{\frac{12h}{E_w t l^3}} \quad (20.4.14)$$

$$K' = \sum K'_f + \sum K'_{cw} + \sum K'_{bw} \quad (20.4.15)$$

文献[21]运用所提出的方法与有限元方法对一些工程实例进行了分析比较，表明其分配结果较为合理。我们建议采用半刚性分配方法。

4. 底部两层框架抗震墙砖房地震倾覆力矩分配的简化计算方法

采用有限元法对底部两层框架抗震墙砖房的地震倾覆力矩进行了大量的工程算例和实例的分析, 分析结果表明, 假定第二层顶板弯曲刚度无限大会造成一定的误差。从规律上看, 底部两层框架抗震墙的地震倾覆力矩分配与底层框架抗震墙的地震倾覆力矩分配有相类似的规律与特点。因此, 对底部两层框架抗震墙砖房的地震倾覆力矩分配仍可采用半刚性分配法。其计算公式可采用式 (20.4.9) ~ 式 (20.4.11) 给出的公式, 其中钢筋混凝土框架、混凝土和砖抗震墙的弯曲刚度, 可按式 (20.4.16) ~ 式 (20.4.18) 计算:

$$K'_f = \frac{E \sum A_c X_i^2}{h_2} \quad (20.4.16)$$

$$K'_w = \frac{EI}{h_2} \quad (20.4.17)$$

$$K'_{bw} = \frac{E_w t l^3}{12 h_2} \quad (20.4.18)$$

式中, h_2 为第二层的层高。

20.4.7 截面抗震验算

1. 截面抗震验算表达式

底部框架抗震墙砖房的构件截面抗震验算, 应采用下列设计表达式:

$$S \leq R / \gamma_{RE} \quad (20.4.19)$$

式中 S ——结构构件内力组合的设计值, 包括组合的弯矩、轴向力和剪力设计值, 底部框架抗震墙砖房中的底部钢筋混凝土构件, 按式 (20.4.20) 计算, 砖砌体墙的地震剪力设计值按式 (20.4.21) 计算;

R ——结构构件承载力设计值;

γ_{RE} ——承载力抗震调整系数, 应按表 20.4.11 采用。

承载力抗震调整系数

表 20.4.11

材 料	结 构 构 件		受 力 状 态	γ_{RE}
砌 体	承重墙	两端均有构造柱的抗震墙	受剪	0.90
		其他抗震墙	受剪	1.00
	自承重抗震墙		受剪	0.75
钢筋混凝土	梁		受弯	0.75
	柱		偏压	0.80
	抗震墙		偏压	0.85
	各类构件		受剪、偏拉	0.85

$$S = \gamma_G C_G G_E + \gamma_{Eh} C_{Eh} E_{hK} \quad (20.4.20)$$

$$S = \gamma_{Eh} C_{Eh} E_{hK} \quad (20.4.21)$$

式中 γ_G ——重力荷载分项系数, 一般情况应采用 1.2, 当重力荷载效应对构件承载能力有利时, 可采用 1.0;

γ_{Eh} ——水平地震作用分项系数, 可采用 1.3;

G_E ——重力荷载代表值, 应取结构和配件标准和其他可变重力荷载的组合值之和;

E_{hk} ——水平地震作用标准值；

C_G 、 C_{Eh} ——分别为重力荷载、水平地震作用的作用效应系数，一般情况下应按国家标准《建筑结构设计统一标准》确定，当本节有规定时，尚应乘以相应的增大系数或调整系数。

2. 底部框架抗震墙砖房中底层或底部两层框架抗震墙的内力调整

为使底部框架抗震墙砖房的底部框架抗震墙具有较合理的地震破坏机制，按弹性分析得到的组合的内力设计值，应进行适当的调整。主要是针对底部框架的抗震等级为一、二、三级，需进行调整的构件部位为：(1) 底部框架梁柱节点；(2) 梁端和柱端和钢筋混凝土墙底部的剪力；(3) 底层柱底弯矩等。

20.5 底层框架抗震墙砖房的底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房第2层框架梁承担竖向荷载的合理取值

20.5.1 墙梁的破坏机理

国内外对墙梁组合作用进行大量的试验和分析研究，揭示了墙梁的工作和破坏机理。墙梁的破坏机理可分为墙上无洞口和墙上有洞口两种情况。

1. 墙上无洞口

图 20.5.1 是根据有限元计算结果给出的主应力迹线图及受力机构图。

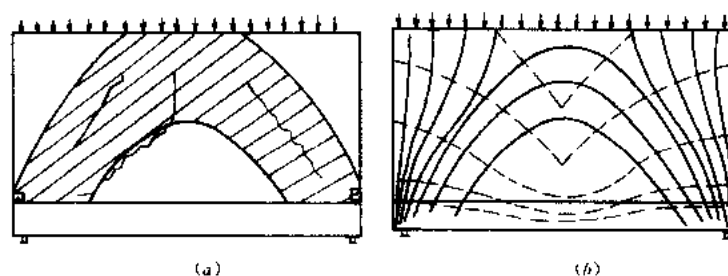


图 20.5.1 无洞口墙梁的主应力迹线及受力机构图

(a) 主应力迹线；(b) 受力机构图

由无洞口墙梁的受力机构图可以清楚地看到，墙梁破坏是由于拉杆拱的某一部位达到极限强度而导致整个受力机构丧失承载能力。不同的部位破坏则表现为不同的破坏形态：由于拱的拉杆（托梁）钢筋达到极限导致墙梁丧失承载能力时，表现为墙梁弯曲破坏；由于拱肋墙体被压坏或斜拉裂缝贯穿拱肋或拱脚而使墙梁丧失承载能力，则表现为墙梁斜压或斜拉破坏（墙体剪切破坏）；由于拱脚砌体被局部压碎而导致墙梁丧失承载能力，则表现为局部破坏。

2. 墙上有洞口

(1) 跨中开洞口墙梁

如前所述，无洞口墙梁的受力机构是一个拉杆拱。当墙体在跨中开洞时，洞口处于墙体的低应力区，虽然开洞后墙体有所削弱，但并未严重干扰拉杆拱的受力机构。有限元计算结果亦表明，跨中开洞墙梁的受力机构与无洞口墙梁基本一致，仍是一个拉杆拱，如图 20.5.2 所示。故跨中开洞墙梁与无洞口墙梁表现出相同的工作特性。

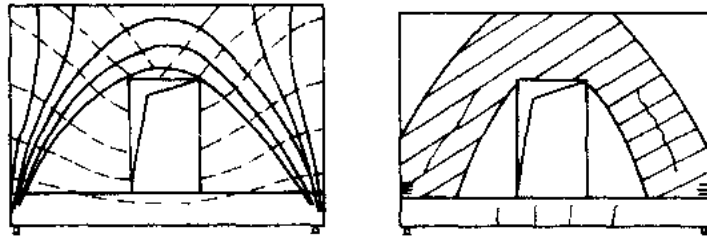


图 20.5.2 跨中开洞墙梁主应力迹线及受力机构图

(2) 偏开洞口墙梁

当门洞偏开在一侧时，如图 20.5.3 (a) 所示，墙体主应力迹线 σ_3 一部分呈拱形指向两支座，另外有一部分分量的小拱形指向门洞内侧附近。墙体主要受力部位是一个大拱内套一个小拱的形式。这时，托梁仅起拉杆的作用，而且还作为小拱一端的弹性支座，具有梁的受力特性，可称之为梁拱组合受力机构 (图 20.5.3b)。图中所标各裂缝位置表明，裂缝在梁拱受力机构之外，一般地说，它们的出现不会直接导致受力机构的破坏，是非破坏性裂缝。但裂缝的发展将会使侧墙在门角和支座上方的承压面积大大减小，从而可能导致侧墙局压破坏。此外，有限元计算结果表明，门洞右上角附近是双向受拉区 (σ_1 、 σ_3 均为拉应力)，当过梁锚入长度未能超出此区域时，裂缝可能绕过梁端部向上发展，或梁配筋不足不能有效地控制裂缝时，均可能出现受力拱的拱顶被破坏而导致整个受力机构的破坏，应当加以注意。发生于受力机构内的裂缝，它们的形成和发展将直接破坏受力机构，是破坏性裂缝。当受力机构的某一部分首先达到其极限状态时，由于该部分破坏而使整个受力机构破坏。不同的部位首先达到极限状态便形成不同的破坏形态。其中门洞处托梁底部裂缝的发展使托梁底部钢筋达到流限呈受弯破坏；侧墙斜裂缝出现和发展导致墙体剪切破坏；而支座上部和门洞角隅处的局部压力集中而导致局压破坏。

随着门洞向跨中方向移动 (d/t 增大)，大拱的作用逐步加强，而小拱作用逐步削弱，托梁的梁式作用迹逐步减弱，当门洞到达跨中时，小拱作用消失，托梁成为拉杆。

开门洞墙梁的拱式受力机构说明墙体和托梁在整个受荷过程中始终是组合在一起工作的。

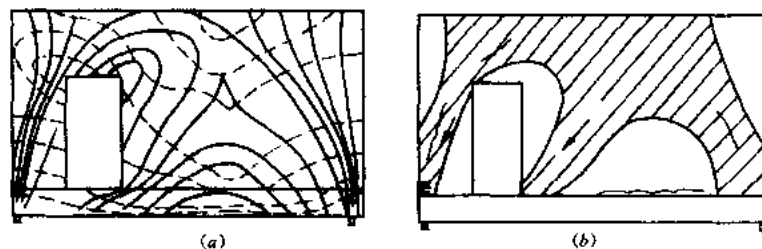


图 20.5.3 偏开洞墙梁主应力迹线及受力机构图

3. 框支墙梁的破坏机理

框支墙梁的破坏机理与上述墙梁的破坏机理大致相同。框支墙梁，由于柱对梁端的约束，使受力机构拱脚内移，拱跨减少，相应带来梁的弯矩和拉力减少，而梁端剪力增大。

20.5.2 底层框架抗震墙砖房底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房第 2 层框架承担

竖向荷载的特点和规律

文献[22]通过有限元的精细方法并与不考虑墙梁作用计算分析结果进行比较,从中找出了底层框架抗震墙砖房底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房第2层框架梁承载竖向荷载的特点和规律。

通过分析比较,底层框架抗震墙砖房第1层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房第2层框架梁承担竖向荷载的特点和规律是相同的。

1. 考虑与不考虑墙梁作用底部两层框架砖房中框架梁应力的比较

针对底部两层框架抗震墙砖房中的底部两层框架常为两跨的情况,选取典型的两跨进行分析,其跨度AB跨为4.8m、BC跨为5.4m,梁截面尺寸为:第1层梁截面尺寸为250mm×500mm,第2层梁截面尺寸为350mm×700mm,为了进行比较,一种是把上部五层砖房划分为有限单元和底部两层的框架梁、柱一起分析,另一种是把上部五层砖房的竖向荷载直接作用在第2层框架梁上,采用上述两种方法的分析结果列于表20.5.1~20.5.4。

第二层框架梁端、跨中最大应力比较 (kN/m²)

表 20.5.1

截面位置	AB 梁			BC 梁		
	A 端	B 端	跨中	B 端	C 端	跨中
上部砖房有限元法	12722.3	22898.2	21277.2	22734.0	13228.2	22218.6
直接作用于第二层梁上	51357.0	73101.1	55913.0	79918.5	59285.0	65115.9
比值	0.25	0.31	0.38	0.28	0.22	0.34

第一层框架梁端、跨中最大应力比较 (kN/m²)

表 20.5.2

截面位置	AB 梁			BC 梁		
	A 端	B 端	跨中	B 端	C 端	跨中
上部砖房有限元法	19510.4	18874.3	16445.9	21236.3	21714.5	18736.2
直接作用于第二层梁上	25746.3	21013.7	20024.8	25612.2	29873.7	23083.6
比值	0.76	0.91	0.82	0.83	0.73	0.81

第二层框架梁梁端截面剪应力比较 (kN/m²)

表 20.5.3

梁 端		截面剖线 (从上到下分七格)						
		1	2	3	4	5	6	7
AB 梁端	上部砖房有限元法	-9400.0	-10667.8	-4904.3	-2144.2	-8909.52	-13638.1	-7855.8
A 端	直接作用于第二层梁上	-29974.0	-29990.0	-15564.2	-13198.7	-18775.3	-38428.5	-16852.3
AB 梁端	上部砖房有限元法	10790.5	16282.6	7489.9	2939.4	9456.2	17887.8	10666.6
B 端	直接作用于第二层梁上	26718.0	40719.4	18114.8	13610.7	21112.0	49016.2	23724.6
BC 梁端	上部砖房有限元法	-10943.8	-16682.0	-7932.6	-2963.1	-10317.3	-18653.3	-10854.7
B 端	直接作用于第二层梁上	-31181.2	-4476.1	-21078.8	-16282.0	-24671.6	-54222.1	-24902.1
BC 梁端	上部砖房有限元法	9950.5	11341.4	5349.9	2171.1	9658.8	14566.8	8270.8
C 端	直接作用于第二层梁上	34099.7	34680.4	18321.7	15486.7	22063.8	44240.4	18765.4

第二层框架跨中正应力比较 (kN/m²)

表 20.5.4

梁 中 梁 号		截面剖线 (从上到下分七格)						
		1	2	3	4	5	6	7
AB	上部砖房有限元法	-7502.0	-8379.1	-2275.9	3695.7	9695.1	15831.3	20873.6
	直接作用于第二层梁上	62450.2	-45209.7	-24449.0	-4207.17	16036.9	36798.9	54042.1
BC	上部砖房有限元法	-7416.3	-8180.0	-1934.5	4202.3	10365.1	16639.9	21762.2
	直接作用于第二层梁上	-72598.8	52701.7	28582.5	4969.3	18645.9	42765.9	62665.4

从表 20.5.1~20.5.4 所列的分析结果可以看出, 底部两层框架抗震墙砖房的上部砖墙未开洞情况下, 对于第 2 层框架梁的墙梁作用是较为明显的, 对于第 1 层的影响是由于两种分析方法中竖向荷载的差异引起的变形差异。

2. 其它因素对第 2 层框架梁承担竖向荷载的影响

文献 [22] 对影响底部两层框架抗震墙砖房的第 2 层框架梁承担竖向荷载的各种因素进行了分析, 这些因素主要是: (1) 上部砖房开门洞, 包括跨中开门洞和跨端开门洞; (2) 上部砖房中构造柱圈梁设置, 包括内纵墙与横墙交接处设置构造柱的不同情况及圈梁的截面尺寸; (3) 上部砖房屋数多少; (4) 底部两层框架为单跨的规律与两跨规律的比较等。通过这些比较分析, 得出了以下结论:

(1) 底层框架抗震墙砖房底层和底部两层框架抗震墙砖房中的底部两层为单跨和双跨承担竖向荷载的规律是相似的;

(2) 影响底层框架抗震墙砖房底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房第 2 层框架梁承担竖向荷载的主要因素是上部墙体开门洞的位置, 其最不利位置是门洞在跨端;

(3) 在底层框架抗震墙砖房的第 2 层和底部两层框架抗震墙砖房的第 3 层内纵墙和横墙交接处设置钢筋混凝土构造柱以及层层设置圈梁, 有助于发挥砖墙起拱的作用, 特别是考虑墙体开裂后更是如此;

(4) 上部砖房屋数增多, 则墙体与梁的组合作用更明显一些。

20.5.3 底层框架抗震墙砖房的底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房的第 2 层框架梁承担竖向荷载的合理取值

1. 当底层框架梁或底部两层的第 2 层框架梁上的墙体无洞口或洞口开在跨中, 且第 2 层或第 3 层砖墙在横墙 (轴线) 与内外纵墙交接处均设置钢筋混凝土构造柱和每轴线均设置钢筋混凝土圈梁时, 若不考虑墙体开裂, 梁上均布荷载的取值可取梁的上部楼层荷载和墙自重的 $2.0/(2+n)$ (其中, n 为上部砖房的总层数, 当 $n>4$ 时, 取 $n=4$ 。以下相同), 当考虑地震作用下墙体出现裂缝情况, 可取 $2.4/(2+n)$; 当第 2 层或第三层横墙 (轴线) 与内纵墙交接处没有构造柱时, 若不考虑墙体开裂, 可取 $2.2/(2+n)$, 当考虑地震作用下墙体出现裂缝情况, 可取 $3.0/(2+n)$ 。

2. 底层框架梁或底部两层的第 2 层框架梁上墙体的门窗洞口位于跨端, 且第 2 层或第 3 层砖墙在横墙 (轴线) 与内外纵墙交接处设置钢筋混凝土构造柱和每个轴线均设置钢筋混凝土圈梁时, 当不考虑墙体开裂, 可取 $2.2/(2+n)$, 当考虑地震作用下的墙体开裂情况, 可取 $3.0/(2+n)$; 当第 2 层或第三层横墙 (轴线) 与内纵墙交接处没有设置构造柱时, 若不考虑墙体开裂, 可取 $3.0/(2+n)$, 当考虑地震作用下的墙体开裂情况, 可取

3.6/(2+n)。

这里还要指出的是,建造在抗震设防区的底层框架抗震墙砖房的底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房的第2层框架梁的设计,其梁上的均布荷载的取值应考虑地震作用下墙体开裂的情况;对于非地震区可不考虑墙体开裂的情况。此外,除底层框架梁或底部两层的第2层框架梁承担的均布荷载外,其余上部竖向荷载应作为集中荷载直接作用在框架柱上。

20.5.4 底层框架抗震墙砖房底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房第2层框架梁的设计要求

1. 通过分析可以看出,框支墙梁的梁端剪力起控制作用,因此在底层框架梁的设计中可适当降低梁高,当梁端受剪承载力不足时,可采用宽面梁或局部加腋的方法。

2. 梁截面的应力分布与一般框架梁有差异,其正应力分布趋于均匀。建议沿梁高每隔200mm~250mm配置2 ϕ 14的架立筋,上部钢筋不宜少于下部钢筋的1/3,并不应小于2 ϕ 14。

3. 第2层或底部两层框架抗震墙砖房的第3层砖墙的两端和内纵墙与横墙(轴线)交接处应设置钢筋混凝土构造柱。每道纵、横墙(轴线)均应设置钢筋混凝土圈梁。构造柱截面尺寸不应小于240mm \times 240mm;圈梁截面宜采用240mm \times 300mm,且不应小于240mm \times 240mm。

20.6 底部框架抗震墙砖房的主要构造措施

底部框架抗震墙砖房的抗震构造措施,可分为底部框架抗震墙和上部多层砖房两个部分。

20.6.1 底部框架抗震墙部分

底部框架梁、柱构件和钢筋混凝土墙主筋、箍筋、截面尺寸等的构造要求除应同相应抗震等级的钢筋混凝土结构构件的构造要求外,还有如下符合这类房屋特点的一些构造要求。这主要是:

1. 底部的钢筋混凝土托墙梁

(1) 托墙梁的截面,该梁承担上部砖墙的竖向荷载,其截面宽度不宜小于300mm,截面高度不宜小于跨度的1/10;

(2) 该梁的箍筋直径不应小于8mm,间距不应大于200mm,在梁端1.5倍梁高且不应小于1/5梁净跨范围内以及上部砖墙的洞口和洞口两侧500mm范围内,箍筋间距应适当加密,其间距不应大于100mm;

(3) 底层框架抗震墙砖房的底层框架梁和底部两层框架抗震墙砖房的第2层框架梁截面的应力分布与一般框架梁有一定的差异,突出特点之一是截面应力分布的中和轴上移。因此,梁截面沿高度纵向钢筋(腰筋)的配置不应小于2 ϕ 14,间距在6、7度时不应大于250mm,在8、9度时不应大于200mm。

(4) 托梁的主筋和腰筋应接受拉钢筋的要求锚入柱内,且支座上部的主筋至少应有两根伸入柱内,长度应在托梁底面以下不小于35倍的钢筋直径。

2. 底部的钢筋混凝土墙

(1) 底部的钢筋混凝土墙应设置为带边框架的钢筋混凝土墙,边框架的截面宽度不宜

小于墙板厚度的 1.5 倍，截面高度不宜小于墙板厚度的 2.0 倍，边框柱的截面不宜小于不设钢筋混凝土墙的框架柱且不宜小于墙板厚度的 2 倍。

(2) 墙板的厚度不应小于 140mm，且不应小于墙板净高的 1/20。

(3) 因使用要求无法设置边框柱的墙，应设置暗柱，其截面高度不宜小于 2 倍的墙板厚度，并应单独设置箍筋。

3. 底部框架抗震墙砖房的砌体抗震墙

(1) 墙厚不应小于 240mm，砌筑砂浆强度等级不应低于 M7.5，应先砌墙后浇梁柱。

(2) 沿框架柱每隔 500mm 配置 2 ϕ 6 拉结钢筋，并沿全长布置，在墙体的半高处尚应设置与框架柱相连的钢筋混凝土水平系梁，梁高可为 60mm。

(3) 墙长大于 5m 时，应在墙中增设钢筋混凝土构造柱。

4. 底部框架抗震墙砖房过渡楼层的楼盖

底层框架抗震墙砖房的第 1 层顶板和底部两层框架抗震墙砖房第 2 层的顶板称为底部框架抗震墙砖房过渡楼层的楼盖，该楼盖担负着传递上、下层不同间距墙体的水平地震作用和倾覆力矩等，受力较为复杂。因此，应采用现浇钢筋混凝土板，板厚不宜小于 120mm；当底部框架樘距大于 3.6m 时，其板厚可采用 140mm，并应少开洞、开小洞。当洞口尺寸大于 800mm 时洞口四周应设边梁。

5. 开竖缝的钢筋混凝土墙

当钢筋混凝土墙的高宽比小于等于 1.0 时，宜设置为带边框开竖缝的钢筋混凝土墙，钢筋混凝土墙的水平钢筋应在竖缝处断开，竖缝处应放置两块预制的钢筋网砂浆板或钢筋混凝土板，其厚度可为 50mm，宽度与钢筋混凝土墙的厚度相同。竖缝两侧应设暗柱，暗柱的截面范围为 1.5 倍的混凝土墙厚度，暗柱的纵筋不宜小于 4 ϕ 16，箍筋可采用 ϕ 8，箍筋间距不宜大于 200mm；对于边框梁的箍筋除其他加密要求外，还应在竖缝处 1.5 倍的梁高范围内给予加密，箍筋间距不应大于 100mm。

20.6.2 上部砖房部分

1. 钢筋混凝土构造柱

(1) 过渡楼层的构造柱设置应为横墙（轴线）与内、外纵墙的交接处和楼梯间四角，其截面不宜小于 240mm \times 240mm；构造柱纵筋 6、7 度时不宜小于 4 ϕ 16，8、9 度时不宜小于 6 ϕ 16；纵筋应锚入框架柱内，当纵筋锚入框架梁内时，框架梁的相应位置应加强。

(2) 其它楼层的钢筋混凝土构造柱的布置与配筋，应根据房屋的总层数和房屋所在地区的设防烈度，符合相应多层砖房的设置要求。

2. 钢筋混凝土圈梁

(1) 过渡楼层的圈梁应沿横向和纵向每个轴线设置，圈梁应闭合，遇有洞口应上下搭接，圈梁宜与板底在同一标高处或进靠板底。

(2) 过渡楼层圈梁的截面高度宜采用 240mm，配筋不宜小于 6 ϕ 10，箍筋可采用 ϕ 6，最大箍筋间距不宜大于 200mm，宜在圈梁端 500mm 范围内加密箍筋，顶层圈梁的截面高度宜采用 240mm，且不应小于 180mm，配筋宜采用 4 ϕ 10，箍筋可采用 ϕ 6，最大箍筋间距不宜大于 200mm。

其它楼层的圈梁截面高度和配筋应符合相应设防烈度下多层砖房的要求。

(3) 上部砖房部分的楼（屋）盖为现浇混凝土板时，可不另设圈梁，但楼板沿外墙周

边应加强配筋并应与相应的构造柱可靠连接。

3. 底部框墙砖房过渡楼层外纵墙（阳台开间除外）的窗台板下边宜设置 60mm 厚、240mm 宽的配筋混凝土带，混凝土强度等级宜采用 C20，钢筋宜采用 3 ϕ 6，且应锚入两侧的构造柱内。

20.6.3 底部框架抗震墙砖房的材料强度等级

底部框架房屋的材料强度等级，应符合下列要求：

1. 框架柱、混凝土抗震墙和托梁的混凝土强度等级，不应低于 C25。
2. 过渡层墙体的砌筑砂浆强度等级，不应低于 M7.5。

20.7 抗震设计实例

20.7.1 建筑结构概况

五层底层框架-抗震墙砖房，底层横向有 4 道钢筋混凝土抗震墙，纵向有 5 片钢筋混凝土抗震墙，底层横向外墙为砖抗震墙，纵向外墙也有一定数量的砖抗震墙。框架梁截面尺寸为 300mm \times 700mm，柱截面边柱和中柱均为 400mm \times 500mm。框架梁柱及钢筋混凝土墙的混凝土强度等级为 C25。结构二层以上为多层砖房，第 1、2 层砖墙的材料强度等级为，砖 MU10，砂浆 M7.5；第 3~5 层砖为 MU7.5，砂浆为 M5，该房屋建造地区的基本烈度为 8 度，场地为 II 类，结构一层平面和剖面图见图 20.7.1。

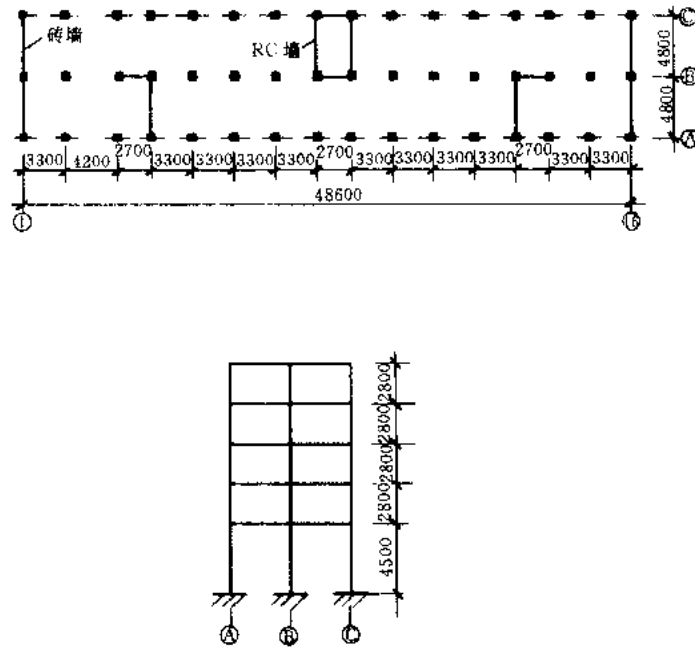


图 20.7.1 平面、剖面简图

20.7.2 抗震设计基本要求

1. 房屋高度和层数

$$H=15.7\text{m}<19.0\text{m} \text{ (满足)}$$

$$N=5<6 \text{ (满足)}$$

2. 底层抗震墙最大间距



13.2m < 15.0m (满足)

3. 第2层与底层侧移刚度比值 (以横向为例)

(1) 钢筋混凝土框架的刚度

钢筋混凝土框架的刚度计算 D 值法, 除钢筋混凝土墙外, 框架刚度的和为:

$$\Sigma K_c = 4.26 \times 10^5 \text{ kN/m}$$

(2) 钢筋混凝土墙 (见图 20.7.2)

$$\begin{aligned} K_{cw} &= \frac{1}{\frac{1.2h}{GA} + \frac{h^3}{6EI}} \\ &= \frac{1}{\frac{1.2 \times 4.5}{0.43 \times 2.8 \times 10^7 \times 1.432} + \frac{4.5^3}{6 \times 2.8 \times 10^7 \times 2.746}} \\ &= 1.96 \times 10^6 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

(3) 砖墙

外横向砖墙被该框框架分为二段, 每段长为 4.35m, 一段墙的侧移刚度为

$$E = 1500 \times 1.79 \times 10^3 = 2.69 \times 10^6 \text{ kN/m}$$

$$\begin{aligned} K_{bw} &= \frac{GA}{1.2h} = \frac{0.4 \times 2.69 \times 10^6 \times 0.24 \times 4.35}{1.2 \times (4.5 - 0.7)} \\ &= 2.46 \times 10^5 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\Sigma K_{bw} = 2.46 \times 10^5 \times 4 = 9.85 \times 10^5 \text{ kN/m}$$

(4) 一层横向侧移刚度

$$\begin{aligned} K_1 &= \Sigma K_c + \Sigma K_{cw} + \Sigma K_{bw} \\ &= 4.26 \times 10^5 + 4 \times 1.96 \times 10^6 + 9.85 \times 10^5 \\ &= 92.51 \times 10^5 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

(5) 第2层横向侧移刚度

根据第2层横向砖房的截面尺寸和开洞状况等, 计算得到第2层横向侧移刚度为:

$$K_2 = 106.08 \times 10^5 \text{ kN/m}$$

(6) 第2层与底层的横向侧移刚度比为

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{106.08 \times 10^5}{92.51 \times 10^5} = 1.15 < 2 \quad (\text{满足})$$

20.7.3 横向水平地震作用

1. 各重力荷载代表值

$$G_1 = 6536.0 \text{ kN}$$

$$G_2 = G_3 = G_4 = 5767.0 \text{ kN}$$

$$G_5 = 4584.7 \text{ kN}$$

2. 结构总的水平地震作用

$$\begin{aligned} F_{EK} &= a_{\max} G_{eq} \\ &= 0.16 \times 0.85 \times (6536.0 + 3 \times 5767.0 + 4584.7) \\ &= 3685.35 \text{ kN} \end{aligned}$$

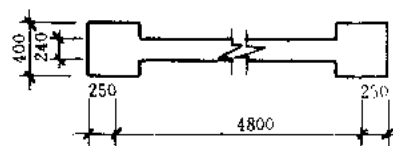


图 20.7.2 (钢筋混凝土墙
墙中框架柱为 400mm × 500mm)

3. 各层水平地震作用和地震剪力标准值

各层水平地震作用和地震剪力标准值的计算和结果列于表 20.7.1 中。

各层地震作用和地震剪力标准值

表 20.7.1

层	G_i (kN)	H_i (m)	$G_i H_i$ (kN/m)	$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK}$ (kN)	$V_{ik} = \sum_{j=i}^n F_j$ (kN)
5	4584.7	15.7	71979.79	1007.59	1007.59
4	5767.0	12.9	74394.30	1041.39	2048.98
3	5767.0	10.1	58246.70	815.35	2864.33
2	5767.0	7.3	42099.10	589.31	3453.64
1	6536.0	4.5	29412.00	411.71	3865.35
Σ	28421.7		276131.89	36845.35	

20.7.4 底层地震倾覆力矩和在框架墙中的分配

1. 底层地震倾覆力矩

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \gamma_{Eh} \sum_{i=2}^n F_i (H_i - H_1) \\
 &= 1.3 \times (589.31 \times 2.8 + 815.35 \times 5.6 + 1041.39 \times 8.4 + 1007.59 \times 11.2) \\
 &= 1.3 \times 2628.71 = 34122.4 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

2. 底层框架和墙的转动刚度

(1) 框架的转动刚度

一榀框架沿自身平面的转动刚度采用式 (20.4.12) 计算。在本结构中, 每榀框架均相同, 框架的中和轴为框架中柱截面形心, 这样 $x_1 = 4.8\text{m}$, $x_2 = 0.0$, $x_3 = 4.8\text{m}$ 。

$$\begin{aligned}
 K'_f &= \frac{1}{\frac{h}{E \sum A_i X_i^2}} \\
 &= \frac{1}{\frac{4.5}{2.8 \times 10^7 \times 0.4 \times 0.5 \times (4.8^2 + 4.8^2)}} \\
 &= 5.73 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m} \\
 \Sigma K'_f &= 5.73 \times 10^7 \times 10 = 5.73 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$

(2) 钢筋混凝土抗震墙和柱并联体的转动刚度

一片抗震墙平面内转动刚度的计算公式采用 (20.4.13)。

在本结构中为钢筋混凝土墙与柱为联体, 其转动刚度可按式计算:

$$K'_{fw} = \frac{1}{\frac{h}{E (\sum A_i x_i^2 + I + A'_w x^2)}}$$

式中 x ——抗震墙形心到中和轴的距离;

I 、 A'_w ——分别为抗震墙的惯性矩和截面面积。

$$K'_{fw} = \frac{1}{\frac{4.5}{2.8 \times 10^7 \times (0.4 \times 0.5 \times 5.969^2 + 2.746 + 1.432 \times 1.169^2)}}$$

$$= 7.36 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\Sigma K'_{fw} = 4 \times 7.36 \times 10^7 = 2.944 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(3) 砖抗震墙与柱并联的转动刚度

砖抗震墙与柱并联的转动刚度计算公式与钢筋混凝土抗震墙与柱并联转动刚度的计算公式相同。

$$\begin{aligned} K'_{bw} &= \frac{1}{\frac{h}{E_b \Sigma (I_b + A_b x_i^2) + E \Sigma A_c x_i^2}} \\ &= \frac{1}{4.5} \\ &= \frac{2.69 \times 10^6 \times 2 \left(\frac{0.24 \times 4.3^3}{12} + 0.24 \times 4.3 \times 2.4^2 \right) + 2.8 \times 10^7 \times 0.2 \times 4.8^2}{1} \\ &= 3.77 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K'_{bw} &= \frac{1}{\frac{4.5}{2.6 \times 10^6 \times \frac{0.24 \times 9.1^3}{12}}} \\ &= 9.01 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ \Sigma K'_{bw} &= 7.54 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

(4) 底层总的转动刚度

$$\begin{aligned} K'_1 &= \Sigma K'_f + \Sigma K'_{cw} + \Sigma K'_{bw} \\ &= 5.73 \times 10^8 + 2.944 \times 10^8 + 7.54 \times 10^7 \\ &= 9.428 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

3. 框架和墙承担的倾覆力矩

(1) 一榀框架承担的倾覆力矩为：

$$\begin{aligned} M_f &= \frac{5.73 \times 10^7}{9.428 \times 10^8} \times 34122.4 \\ &= 2073.8 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

(2) 钢筋混凝土抗震墙和柱并联体承担的倾覆力矩为：

$$\begin{aligned} M_{cw} &= \frac{7.36 \times 10^7}{9.424 \times 10^8} \times 34122.4 \\ &= 2663.8 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

(3) 砖抗震墙和柱并联体承担的倾覆力矩为：

$$\begin{aligned} M_{bw} &= \frac{3.77 \times 10^7}{9.424 \times 10^8} \times 34122.4 \\ &= 1364.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

20.7.5 截面抗震承载力验算

1. 底层地震剪力设计值的分配

$$\begin{aligned} V(1) &= \gamma_{Eh} F_{Ek} \\ &= 1.3 \times 3865.35 = 5025.0 \text{ kN} \end{aligned}$$

底层框架砖房的底层横、纵向地震剪力设计值全部由该方向的抗震墙承担，并按抗震墙的侧移刚度比例分配。

(1) 底层抗震墙的总刚度

$$K_w = \Sigma K_{cw} + \Sigma K_{bw} \\ = 7.84 \times 10^6 + 9.85 \times 10^5 = 88.25 \times 10^5 \text{ kN/m}$$

(2) 一片混凝土抗震墙承担的地震剪力设计值

$$V_{cw} = \frac{K_{cw}}{K_w} V(1) = \frac{1.96 \times 10^6}{88.25 \times 10^5} \times 5025.0 = 1116.0 \text{ kN}$$

(3) 一片砖抗震墙承担的地震剪力设计值

$$V_{bw} = \frac{K_{bw}}{K_w} V(1) = \frac{2.46 \times 10^5}{88.25 \times 10^5} \times 5025.0 = 140.1 \text{ kN}$$

(4) 一根框架柱承担的地震剪力设计值

底层框架砖房中框架承担的地震剪力设计值, 按各抗侧力构件有效刚度比例分配确定; 有效侧移刚度的取值, 框架不折减, 混凝土墙可取 30%, 粘土砖墙可取 20%。底层横向各抗侧力构件的总有效刚度为

$$K'_1 = \Sigma K_c + 0.3 \Sigma K_{cw} + 0.2 \Sigma K_{bw} \\ = 4.26 \times 10^5 + 0.3 \times 7.84 \times 10^6 + 0.2 \times 9.85 \times 10^5 = 2.975 \times 10^6 \text{ kN/m}$$

框架柱承担的地震剪力设计值为:

1) 边柱

$$V_{cib} = (K_{cib} / K'_1) V(1) \\ = (9.5 \times 10^3 / 2.975 \times 10^6) \times 5025.0 = 16.5 \text{ kN}$$

2) 中柱

$$V_{cip} = (K_{cip} / K'_1) V(1) \\ = (11.45 \times 10^3 / 2.975 \times 10^6) \times 5025.0 = 19.3 \text{ kN}$$

2. 截面抗震承载力验算

(1) 砖抗震墙截面抗震承载力验算

其验算公式为

$$V \leq f_{VE} \cdot A / \gamma_{RE} \\ f_{VE} = \xi_N \cdot f_V \\ \xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v}$$

式中 V ——墙体承担的地震剪力设计值;

A ——墙体截面面积;

γ_{RE} ——承载力抗震调整系数, 可采用 0.9;

f_v ——非抗震设计的砌体抗剪强度设计值, 应按国家标准《砌体结构设计规范》(GBJ5-88) 采用。

$$f_v = 0.15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_0 = 0.172 \text{ MPa}$$

$$\xi_N = \frac{1}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \times 0.172 / 0.15} = 1.026$$

$$V_R = \xi_N \cdot f_v \cdot A / \gamma_{RE}$$

$$= 1.026 \times 150 \times 0.24 \times 4.35 / 0.9$$

$$= 178.5 \text{ kN}$$

$$V_R > V = 140.1 \text{ kN} \quad \text{验算通过}$$

(2) 钢筋混凝土抗震墙截面抗震承载力验算

初选钢筋混凝土抗震墙竖向、横向均设置 2 排 $\phi 10-200$ 钢筋, 共放 23 组, 一片抗震墙水平截面纵向钢筋面积 A_{sw} 为

$$A_{sw} = 157 \times 23 = 3611 \text{ mm}^2$$

抗震墙竖向、横向分布钢筋的配筋率为 0.39% 满足新的抗震规范要求。抗震墙边柱纵筋为 $8\phi 25$, $A_s = 3927 \text{ mm}^2$ 。

抗震墙底部截面承担的弯矩为:

$$M_c = M_{cw} + V_{cw} \cdot H$$

$$= 2663.8 + 1116.0 \times 4.5$$

$$= 7685.8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(1) 正截面受弯承载力验算

沿截面均匀配置纵向钢筋的矩形、工字形截面钢筋混凝土偏心受压构件, 其正截面受弯承载力可按下列近似公式验算 (图 20.7.3)。

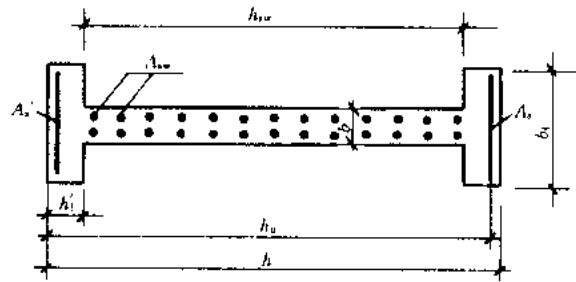


图 20.7.3 工字形截面的钢筋混凝土墙

$$N \leqslant \{ f_{cm} [\xi b h_0 + (b'_f - b) h'_f] + f'_y A'_s - \sigma_s A_s + N_{sw} \} / \gamma_{RE}$$

$$M \leqslant \{ f_{cm} [\xi (1 - 0.5\xi) b h_0^2 + (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f/2)]$$

$$+ f'_y A'_s (h_0 - a'_s) + M_{sw} + 0.5 \gamma_{RE} N (h_0 - a'_s) \} / \gamma_{RE}$$

$$N_{sw} = [1 + (\xi - 0.8) / 0.4\omega] f_{yw} A_{sw}$$

$$M_{sw} = \{0.5 - [(\xi - 0.8) / 0.8\omega]^2\} f_{yw} A_{sw} h_{sw}$$

式中 A_{sw} ——均匀配置的全部纵向钢筋截面面积;

f_{yw} ——均匀配置的纵向钢筋抗拉强度设计值;

σ_s ——受拉边或受压边钢筋 A_s 的应力, 当 $\xi \leqslant \xi_b$ 时, 取 $\sigma_s = f_y$; 当 $\xi > \xi_b$ 时, 取 $\sigma_s = f_y (\xi_b - 0.8) (\xi - 0.8)$; 当 $\xi > h/h_0$ 时, ξ 取为 h/h_0 , σ_s 仍按 $\xi \leqslant \xi_b$ 的公式计算;

N_{sw} ——均匀配置的纵向钢筋所承担的轴向力; 当 $\xi > 0.8$ 时, 取 $N_{sw} = f_{yw} A_{sw}$;

M_{sw} ——均匀配置的纵向钢筋的内力对 A_s 的重心力矩; 当 $\xi > 0.8$ 时, $M_{sw} = 0.5 f_{yw} A_{sw} h_{sw}$;

ω ——均匀配置纵向钢筋区段的高度 h_{sw} 与截面有效高度 h_0 的比值, $\omega = h_{sw}/h_0$;

γ_{RE} ——承载力抗震调整系数, 取用 0.85。

$$\omega = h_{sw}/h_0$$

$$= 4300/5260 = 0.817$$

$$N_{sw} = [1 + (\xi - 0.8) / 0.4\omega] \times 210 \times 3611$$

$$= 758310.0 + (\xi - 0.8) \times 2320410.0$$

$$\gamma_{RE} N = f_{cm} [\xi b h_0 + (b'_f - b) h'_f] + N_{sw}$$

$$0.8 \times 2085240.0 = 13.5 [\xi \times 240 \times 5260 + (400 - 240) \times 500] \\ + 758310.0 + (\xi - 0.8) \times 2320410.0$$

$$\xi = 0.109 < \xi_b$$

$$\{f_{cm} [\xi (1 - 0.5\xi) bh_0^2 + (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f/2)] + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \\ + M_{sw} + 0.5\gamma_{RE} N (h_0 - a'_s)\} / \gamma_{RE} \\ = \{13.5 [0.109 \times (1 - 0.5 \times 0.109) \times 240 \times 5260^2 + 240 \times 500 \times 5010] + 310 \\ \times 3927 \times 4800 + [0.5 - \left(\frac{0.109 - 0.8}{0.8 \times 0.817}\right)^2] \times 210 \times 3611 \times 4300 + 0.5 \times 0.85 \\ \times 2085240 \times 4800\} / (10^6 \times 0.85) \\ = 33514.0 \text{ kN} \cdot \text{m} > M_e$$

(2) 斜截面抗剪承载力验算

建筑抗震规范规定底层框架底层混凝土抗震墙的抗震等级为Ⅲ级。

$$V_R = 0.2f_c b h_0 / \gamma_{RE} = 0.2 \times 12.5 \times 240 \times 5260 / 0.85 \\ = 3156.0 \text{ kN}$$

$$V_R > V_w = 1116.0 \text{ kN}$$

$$\lambda = \frac{M}{V h_0} = \frac{7685.8}{1116.0 \times 4.5} = 1.53 > 1.5$$

$$V_R = \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[\frac{1}{\lambda - 0.5} \left(0.04 f_c b h_0 + 0.1 N \frac{A_w}{A} \right) + 0.8 f_{yv} \frac{A_{sh}}{S} h_0 \right] \\ = \frac{1}{0.85 \times 10^3} [0.04 \times 12.5 \times 240 \times 5260 + 0.1 \times 2085240 \times 1.0 \\ + 0.8 \times 210 \times \frac{157}{200} \times 5260] \\ = 1775.2 \text{ kN}$$

$$V_R > V_w$$

3. 钢筋混凝土框架

(1) 地震剪力设计值引起的柱、梁杆端弯矩

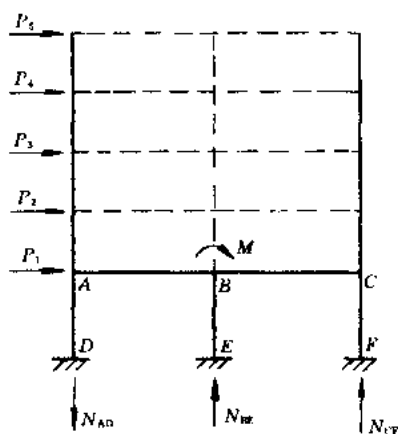


图 20.7.4 倾覆力矩对框架柱产生的轴压力

$$\text{边柱 } M_{AD} = \pm 16.5 \times 4.5 / 2 = \pm 37.1 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{中柱 } M_{BE} = \pm 19.3 \times 4.5 / 2 = \pm 43.4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{梁 } M_{AB} = M_{CB} = \mp 37.1 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{BA} = M_{BC} = \mp 21.7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{bE} = \frac{37.1 + 21.7}{4.8} = 12.3 \text{ kN}$$

梁剪力相应的柱轴力

$$N_{AD} = \pm 12.3 \text{ kN}, N_{BE} = 0.0, N_{CF} = \mp 12.3 \text{ kN}$$

(2) 倾覆力矩在底层框架柱中引起的附加轴力, 见图 20.7.4。

$$N'_{AD} = \pm \frac{M A_c x_i}{\sum A_i x_i^2} \\ = \pm \frac{203.8 \times 0.2 \times 4.8}{0.2 \times (4.8^2 + 4.8^2)}$$

$$= \pm 216.0 \text{ kN}$$

$$N'_{BE} = 0.0$$

$$N'_{CF} = \mp 216.0 \text{ kN}$$

(3) 重力代表值产生的框架内力

作用于横向框架的竖向重力荷载代表值如图 20.7.5 所示, 根据竖向荷载的分布可计算得到梁、柱构件的弯矩、剪力和轴力。其中, 重力代表值分项系数 $\gamma_G = 1.2$, 梁端弯矩的调幅系数为 0.9。重力荷载作用下的底层框架内力设计值见表 20.7.2。

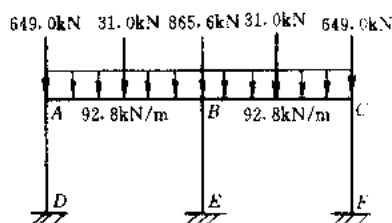


图 20.7.5 重力荷载分布

(4) 底层框架组合内力设计值

新的建筑抗震规范规定, 底层框架砖房的框架可按钢筋混凝土的抗震等级。该房屋建造在 8 度区, 其抗震等级为二级, 其内力组合应考虑重力荷载内力与水平地震作用内力组合和内力的调整, 各构件组合内力设计值的具体公式为:

梁端

$$M_b = M_{bG} \pm M_{bE}$$

重力荷载作用下的底层框架内力设计值

表 20.7.2

左大梁		右大梁		边柱			中柱		
M_{bG}^l	M_{bG}^r	M_{bG}^l	M_{bG}^r	N_G	M_{cG}^s	M_{cG}^l	N_G	M_{cG}^s	M_{cG}^l
(kN·m)	(kN·m)	(kN·m)	(kN·m)	(kN)	(kN·m)	(kN·m)	(kN)	(kN·m)	(kN·m)
-81.1	272.6	-272.6	81.1	-1051.8 (-876.5)	81.1	40.2	-1711.8 (-1426.5)	0.0	0.0

注: ①弯矩以顺时针为正, 逆时针为负;

②轴力以拉为正、压为负, 括号内数字为 $\gamma_G = 1.0 N_{G0}$ 。

$$\text{梁端剪力} \quad V_b = \frac{1.20 (M_b^l + M_b^r)_{\max}}{l_n} + 0.6 q_k l_n$$

$$\text{节点核心区剪力} \quad V_j = 1.20 \sum M_b / (h_0 - a'_s)$$

$$\text{柱轴向力} \quad N_c = N_G \pm N_G \text{ (对承载力不利时 } \gamma_G = 1.2, \text{ 有利时 } \gamma_G = 1.0)$$

$$\text{柱端弯矩} \quad M_c = 1.2 (M_{cD} \pm M_{cE})$$

$$\text{首层柱底弯矩} \quad M_c = 1.25 (M_{cD} \pm M_{cE})$$

$$\text{柱端剪力} \quad V_c = \frac{1.2 (M_c^U + M_c^l)_{\max}}{H_n}$$

其中, 梁 $l_n = 4.3 \text{ m}$, $q_k = 92.8 \text{ kN/m}$, 柱净高 $H_n = 3.80 \text{ m}$, 组合内力设计值计算结果见表 20.7.3。

(5) 梁截面抗震承载力验算

梁截面纵向钢筋数量为

$$5\phi 25 \text{ (上部)} \quad A_s = 2450 \text{ mm}^2$$

$$4\phi 25 \text{ (下部)} \quad A'_s = 1963 \text{ mm}^2$$

截面上部

$$A'_s = 1963 \text{ mm}^2 > 0.3 A_s, \text{ 计算 } x \text{ 时, 取 } A'_s = 0.5 A_s$$

$$\begin{aligned}
 x &= f_y (A_s - A'_s) / f_{cm} b \\
 &= 310 \times (2450 - \frac{2450}{2}) / (13.5 \times 300) \\
 &= 93.8 \text{mm}^2 > 2a'_s
 \end{aligned}$$

梁、柱和节点组合内力设计值

表 20.7.3

组合	左大梁				边柱		
	M_b^l (kN·m)	M_b^r (kN·m)	V_{lb} (kN)	V_{rb} (kN)	N_c (kN)	M_c^e (kN·m)	M_c^i (kN·m)
G + E G - E	-123.0 39.2	247.4 297.8	239.4	308.7	1255.2 (+1080) -848.4 (-673)	135.3 43.1	102.6 2.1
组合	边柱	中柱				边节点	中节点
	V_c (kN)	N_c (kN)	M_c^e (kN·m)	M_c^i (kN·m)	V_c (kN)	V_j (kN)	V_j (kN)
G + E G - E	68.5	-1711.8 (-1426.5) -1711.8 (-1426.5)	55.4 -55.4	63.0 -63.0	31.2	205.0	496.3

$$\begin{aligned}
 M_R &= \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] \\
 &= \frac{1}{0.75} \left[13.5 \times 300 \times 93.8 \times \left(665 - \frac{93.8}{2} \right) + 310 \times 1963 \times 630 \right] / 10^6 \\
 &= 824.2 \text{kN} \cdot \text{m} > M_b^l
 \end{aligned}$$

截面下部

$A'_s = 2450 \text{mm}^2 > 0.3A_s$, 计算 x 时, 取 $A'_s = 0.5A_s$

$$\begin{aligned}
 x &= f_y (A_s - A'_s) / f_{cm} b \\
 &= 310 \times \left(1963 - \frac{1963}{2} \right) / (13.5 \times 300) \\
 &= 75.1 \text{mm}^2 > 2a'_s
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_R &= \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] \\
 &= \frac{1}{0.75} \left[13.5 \times 300 \times 75 \times \left(665 - \frac{75.1}{2} \right) + 310 \times 2450 \times 630 \right] / 10^6 \\
 &= 892.4 \text{kN} \cdot \text{m} > M_b
 \end{aligned}$$

箍筋数量为 $2\phi 10-100$, $A_s = 2450 \text{mm}^2$

$$\begin{aligned}
 V_R &= \left(0.056 f_c b h_0 + 1.2 f_{yv} \frac{A_{sv}}{S} h_0 \right) / \gamma_{RE} \\
 &= \left(0.056 \times 12.5 \times 300 \times 665 + 1.2 \times 210 \times \frac{157}{100} \times 665 \right) / (0.85 \times 10^3) \\
 &= 473.8 \text{kN} > V_b
 \end{aligned}$$

且 $V_b < 0.2 f_c b h_0 / \gamma_{RE} = 0.2 \times 12.5 \times 300 \times 665 / (0.85 \times 10^3) = 586.8 \text{kN}$

(6) 框架中柱截面抗震承载力验算

$$\lambda_N = \frac{N}{f_c b h} = \frac{1711.8 \times 10^3}{12.5 \times 400 \times 500} = 0.685 < [\lambda_N] = 0.8$$

柱截面纵向钢筋数量柱底和柱顶均为 $8\phi 25$, $\Sigma A_s = 3927 \text{ mm}^2$, $A_s = A'_s = 1473 \text{ mm}^2$ 。

$$x = N \gamma_{RE} / f_{cm} b$$

$$= 0.8 \times 1425.5 \times 10^3 / (13.5 \times 400) = 211.3 \text{ mm}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{211.3}{460} = 0.459 \quad \text{为大偏心受压构件}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_{RE}} \left[f_{cm} b x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y A'_s (h_0 - a'_s) \right] - 0.5 N (h_0 - a_s) \\ &= \left\{ \frac{1}{0.8} [12.5 \times 400 \times 211.3 (460 - 0.5 \times 211.3) + 310 \times 1473 \times 420] \right. \\ & \quad \left. - 0.5 \times 1425.5 \times 10^3 \times 420 \right\} / 10^6 \\ &= 408.1 \text{ kN} \cdot \text{m} > \eta M_c \end{aligned}$$

箍筋为 $\phi 10-100$ 复合箍, $A_{sv} = 314 \text{ mm}^2$

$N_c > 0.3 f_c b h = 0.3 \times 12500 \times 0.4 \times 0.5 = 750 \text{ kN}$, 取 $N_c = 750 \text{ kN}$

$$\lambda = \frac{4.15}{2 \times 0.46} = 4.51 > 0.3, \text{ 取 } \lambda = 3.0$$

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{1}{\gamma_{RE}} \left(\frac{0.16}{\lambda + 1.5} f_c b h_0 + f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0 + 0.056 N_c \right) \\ &= \frac{1}{0.85} \left(\frac{0.16}{4.5} \times 12.5 \times 400 \times 460 + 210 \times \frac{314}{100} \times 460 + 0.056 \times 750000 \right) / 10^3 \\ &= 502.5 \text{ kN} > V_c \end{aligned}$$

$$\text{且 } \frac{1}{0.85} \times (0.2 \times 12.5 \times 400 \times 460) = 541.2 \text{ kN} > V_c$$

(7) 框架节点核心区受剪承载力验算

箍筋为 $\phi 10-100$ 复合箍, $\eta_j = 1.5$, $b_j = 400 \text{ mm}$, $h_j = 500 \text{ mm}$, $N_c > 0.5 f_c b_c h_c$, 取 $N_c = 12.5 \times 400 \times 0.5 = 1250000 \text{ N}$ 。

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.4 \eta_j f_c b_j h_j + 0.1 \eta_j N_c + f_{yv} A_s) \\ &= \frac{1}{0.85} (0.1 \times 1.5 \times 12.5 \times 400 \times 500 + 0.1 \times 1.5 \times 1250000 + 210 \times 6) / 10^3 \\ &= 959.7 \text{ kN} > V_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{且 } & \frac{1}{\gamma_{RE}} (0.3 \eta_j f_c b_j h_j) \\ &= \frac{1}{0.85} \times 0.3 \times 1.5 \times 12.5 \times 400 \times 500 / 10^3 \\ &= 1323.5 \text{ kN} > V_j \end{aligned}$$

参 考 文 献

- 1 J.R.Benjamin and H.A.Williams, The Behaviour of Onestory Reinforced Concrete Shear Walls. Proc.ASCE, Journal of the Structure Division. Vol.83, ST.3, May 1957.
- 2 Felix Barda, John M.Hanson, and W.Gene Corliy, Shear Strength of Low-Rise Walls with Boundary El-

- ements, Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones, ACI Publication sp-53, 1974
- 3 M.Yamada.H.Kawamura, K.Katagihara, Reinforced Concrete Shear Walls without Openings, Test and Analysis, Shear in Reinforced Concrete, ACI, sp-42, Vol.2, 1974
 - 4 邵武, 钱国芳, 童岳生, 钢筋混凝土低矮抗震墙试验研究, 西安冶金建筑学院学报, 1989年9月, 第3期
 - 5 R.Park, T.Paulay, Reinforced Concrete Structures, John Wiley and Sons New York, 1975
 - 6 武藤清著, 藤家禄等译, 结构物的动力设计, 北京: 中国建筑工业出版社, 1984
 - 7 夏晓东, 有边框带竖缝槽剪力墙的试验研究及延性设计, 东南大学博士学位论文, 1989
 - 8 高小旺, 薄庭辉, 宗志恒, 带边框开竖缝钢筋混凝土低矮墙的试验研究, 建筑科学, 1995, 4
 - 9 高小旺, 孟俊义等, 七层底层框架抗震墙砖房 1/2 比例模型抗震试验研究, 建筑科学, 1995, 4
 - 10 钟益村, 钢筋混凝土框架房屋层间屈服剪力的实用计算方法, 工程抗震, 1986
 - 11 童岳生等, 填充墙框架房屋实用计算方法, 建筑结构学报, 1987
 - 12 夏敬谦, 我国砖墙体抗震基本性能的几个问题, 中国抗震防灾论文集, 1986
 - 13 高小旺等, 八层底部两层框架抗震墙砖房 1/3 比例模型抗震试验研究, 建筑科学, 1994
 - 14 梁兴文, 王庆霖, 梁羽凤, 底部框架抗震墙砖房 1/2 比例模型拟动力试验研究, 土木工程学报, (32) 2, 1999
 - 15 高小旺等, 底层框架-抗震墙砖房第二层与底层侧移刚度比的合理取值, 工程抗震, 1998 (3)
 - 16 高小旺等, 底部两层框架-抗震墙砖房侧移刚度分析和第三层与第二层侧移刚度比的合理取值, 建筑结构, 1999, (11)
 - 17 高小旺等, 底层框架抗震墙砖房抗震能力的分析方法, 建筑科学, 1995, (4)
 - 18 高小旺等, 底部两层框架抗震墙砖房的抗震性能, 建筑结构, 1999 (11)
 - 19 刘大海等, 房屋抗震设计, 西安: 陕西科学技术出版社, 1985
 - 20 周炳章, 砌体房屋抗震设计, 北京: 地震出版社, 1991
 - 21 高小旺等, 底层框架抗震墙砖房抗震设计计算若干问题的研究, 建筑科学, 1995
 - 22 王菁等, 底部两层框架抗震墙砖房第三层与第二层侧移刚度比的合理取值, 工程力学增刊, 1996
 - 23 高小旺等, 底层框架-抗震墙砖房的抗震性能, 建筑结构, 1997 (2)

第 21 章 高层钢结构房屋

21.1 概述

21.1.1 世界高层建筑钢结构的发展

钢结构是世界早期高层建筑中最先使用的一种结构类型,将其应用到实际工程中已有百年历史。19 世纪末,西方就开始尝试用钢铁材料制作的框架承重体系,例如美国在 1883 年建造的 11 层的保险公司大楼就是采用生钢柱和熟铁梁所构成的框架来承担全部荷载,外围砖墙仅是自承重墙,这一栋楼被认为是近代高楼的始祖。

20 世纪初,高层建筑得到了迅速地发展,钢结构设计技术成为该发展时期的技术主流。为增强结构的抗水平荷载能力即增加抗侧力刚度,钢结构的抗侧力体系由纯框架结构体系进一步发展成框架-抗剪结构体系(框架+支撑或框架+剪力墙)与此相应,建筑在高度上也发展了一大步。当时在美国纽约,1905 年建造了 50 层的 Metrop Lifann 大楼;1913 年建造了 60 层、高 234m 的 Woolworth 大楼;1929 年建造了 319m 的 Chatysles 大楼;1931 年又建造了 102 层、高 381m 的帝国大厦。在这一时期,建筑技术的发展已远远快于设计计算理论的进步,当时的结构计算理论仍然停留在平面结构。这一计算模型的误差已妨碍了建筑物高度的进一步发展,并严重影响了建筑物的造价成本。例如,1931 年建造的帝国大厦,用钢量达 $206\text{kg}/\text{m}^2$ 。

计算机的应用使结构分析的速度和精度得到了根本性的进步,结构计算理论也实现了由二维的平面结构理论向三维的空间结构理论的飞跃。这些进步使得高层建筑的结构体系呈现出先进、新型、高效和多样化的局面,同时带来了设计技术的革新,增加了高层建筑的适用性和使用功能,也降低了建筑的造价。例如 1974 年在芝加哥建造的西尔斯大厦,由于采用了属立体结构的束筒结构体系,用钢量为 $161\text{kg}/\text{m}^2$,较帝国大厦的 $206\text{kg}/\text{m}^2$ 约减少了 20%。

1975 年在加拿大的多伦多建造了该国最高的建筑——72 层的 First Canadian Place。法国于 1973 年建成了高 72 层的曼蒙巴拉斯大厦,德国则于 90 年和 97 年在法兰克福相继建成了迈萨托大厦和商业银行大厦。近些年来亚洲的高层建筑发展十分迅猛,目前世界上最高的一百栋最高建筑中,约有 30 栋在亚洲,主要分布在中国、日本、马来西亚和新加坡等地,并且主要为纯钢结构或钢-混凝土混合结构。其中,马来西亚吉隆坡的双塔——88 层 450m 的石油大厦至今仍然是世界上最高的建筑。

21.1.2 我国高层建筑钢结构的发展

我国民用高层建筑钢结构是自 80 年代中期起步的,至今建成和正在建设的约有 40 栋,主要分布在北京、上海和深圳等地。在 1985 年以前,我国大规格型钢紧缺、规格不全,钢结构的造价比钢筋混凝土结构高很多,高层建筑大都采用了钢筋混凝土结构。80 年代中期以后,随着我国建筑钢材的发展,一些外资工程的兴建,高层钢结构开始在我国

出现。由于随着建筑物层数的增加,钢筋混凝土结构的造价迅速增加,基础造价也伴随着建筑物高度急剧上升,所以两种结构的造价差距不断的缩小。同时钢结构具有施工安装简洁方便、能收到早投产早收益、柱子等构件截面相对小等较混凝土结构增加了使用面积以及抗震性能好等优点,所以钢结构在技术和经济方面的优越性越来越引起了人们的重视。到1990年,就已经建成11栋高层建筑钢结构。

进入90年代以后,我国掀起了一股超高层建筑的建设高潮,其中上海的超高层钢结构发展尤为迅速。到1998年底为止,我国大陆建成的超过200m以上的超高层钢结构已有9栋。见表21.1.1,其中88层高421m的上海金茂大厦名列世界第四,使我国的高层建筑进入了世界前列。与此相适应在高层建筑结构的科学研究、设计软件的编制、设计能力及各项配套的工艺方面均取得了进展,在钢结构的制作及安装方面的国产化已具有相当水准,值得一提的是大连远洋大厦钢结构的设计、钢材、钢结构制作和安装全部实现了国产化。

我国大陆已建成的超过200m的9栋超高层钢结构(截止1998年底) 表21.1.1

	名 称	地点	高度 (m)	层 高		结 构 形 式	建成 年份
				地上	地下		
1	金茂大厦	上海	421	88	3	钢筋混凝土核心筒、外框 钢骨混凝土柱及钢柱	1998
2	地王大厦	深圳	325	81	3	钢筋混凝土核心筒、外框钢结构	1996
3	赛格广场	深圳	292	72	4	钢筋混凝土核心筒、外框钢管混凝土结构	1998
4	交通银行金融大厦	上海	230	55	4	钢框架、钢筋混凝土剪力墙	1998
5	浦东国际金融大厦	上海	226	56	3	钢筋混凝土核心筒、外框钢结构	1998
6	京广中心	北京	208	57	3	钢框架、带边框钢筋混凝土剪力墙	1990
7	国际航运大厦	上海	208	50	3	钢筋混凝土核心筒、外框钢结构	1998
8	森茂国际大厦	上海	203	46	4	钢筋混凝土核心筒、外框钢骨混凝土结构	1997
9	大连远洋大厦	大连	201	51	3	钢筋混凝土核心筒、外框钢结构	1998

自70年代后香港与台湾地区逐步发展了钢结构。在中高层建筑中使用较为普遍,超高层建筑钢结构逐步增多,如香港72层高369m的中国银行及台湾高雄85层高348m的高雄银行都是代表性的高层建筑钢结构。

21.2 钢结构构件的性能

钢是具有较好的延性材料。但是由钢材制造成的钢结构构件,在竖向和水平荷载作用下并不一定总是延性破坏。在钢结构构件中,其脆性破坏主要是失稳和脆性断裂。构件截

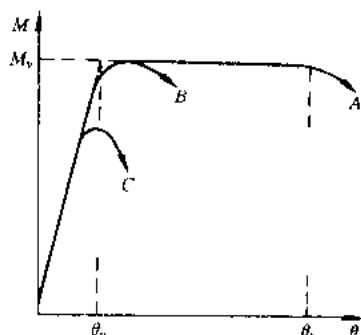


图 21.2.1 不同 l_b/r_y 的梁在均布弯矩下的弯矩-转角关系

面因宽厚比较大而产生局部压屈,柱和斜撑因长细比较大而挠屈失稳以及梁、柱构件的侧向扭屈等属于失稳破坏。螺栓或铆钉连接的净断面拉坏,焊缝应力集中断裂等为脆性断裂破坏。因此,避免钢结构构件的脆性破坏,是搞好钢结构设计的重要问题。

21.2.1 钢梁

1. 单调荷载下的性能

H形截面梁在均布弯矩作用下的弯矩-转角关系,依赖于横向无支长度 l_b 对绕截面弱轴的回转半径 r_y 之比,示于图 21.2.1。对曲线 A, l_b/r_y 小,受弯承载力保持在

M_p 时有大的转角, M_p 值为:

$$M_p = Z_p F_y \quad (21.2.1)$$

式中, Z_p 是塑性的截面模量, F_y 是钢材屈服强度。对曲线 B, I_b/r_y 略大于 λ 的值, 在达到足够的转角之前因横向压屈使承载力下降。如果 I_b/r_y 更大, 在达到受弯承载力 M_p 之前横向压屈, 如曲线 C。

2. 反复荷载下的性能

钢梁在往复荷载作用下的性能与单调荷载作用下基本一致。其滞回环在小的转角幅度下是稳定的, 其反复荷载作用下的转角能力随 I_b/r_y 的变化低于单调荷载。循环荷载作用下的滞回曲线如图 21.2.2 所示。

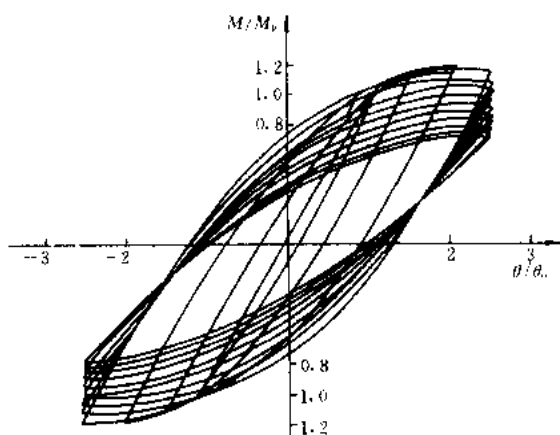


图 21.2.2 循环荷载下梁的弯矩-转角关系

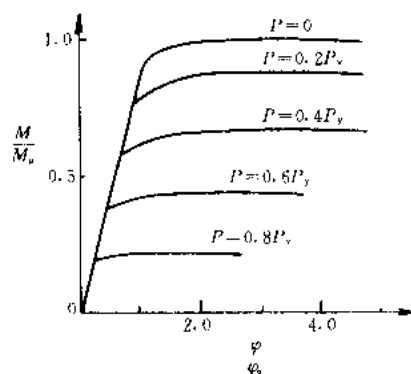


图 21.2.3 宽翼板截面柱的弯矩-曲率关系

21.2.2 钢柱

1. 单调荷载下的性能

宽翼板的柱在固定轴力和单调弯矩作用下的弯矩-曲率关系如图 21.2.3, 其中 M_p 是轴力为零时的全塑性弯矩, ϕ_y 是轴力为零时的屈服曲率。如果不出现局部压屈, 随曲率的增加, 弯矩可达到 M_p 值并保持不变。

除了弯曲屈服破坏外, 细长的柱因压弯和局部压屈可能在平面内失稳。

2. 反复荷载下的性能

横向被梁支承的框架柱在固定轴向和反复水平荷载作用下的滞回曲线如图 21.2.4 所示。

21.2.3 支撑构件

图 21.2.5 给出了斜杆在反复荷载下的滞回性能, 其中 P 和 δ 分别是斜杆内的轴向力和相应的伸长度, H 和 Δ 分别是斜杆承受的水平荷载和框架的水平位移。由于每根斜杆只承受拉力, 如图 21.2.5b、c, 斜杆承担的总水平荷载是各杆力的水平分量之和, 如图 21.2.5d。d 中的滞回环表示斜杆只在发展新的塑性伸长度时才消耗能量。斜杆如果在固定位移幅度的反复

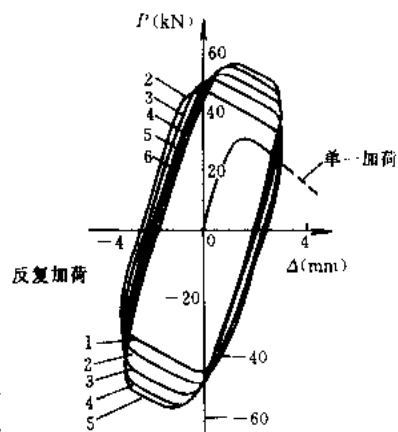


图 21.2.4 横向被支承的框架柱在固定轴力和反复荷载下荷载-变形关系

荷载作用下，则不消耗能量，如图 21.2.5e；这就是说，一般地斜杆的能量消耗能力小于抗弯框架。

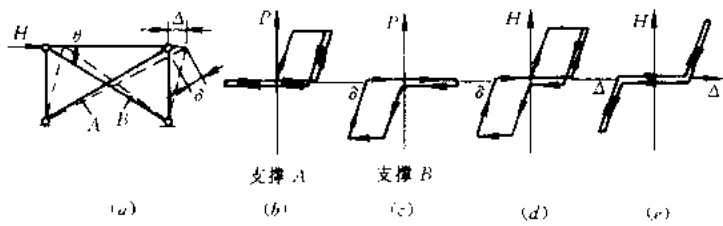


图 21.2.5 斜杆的滞回曲线

21.2.4 连接节点

焊接的刚性梁柱连接处的破坏可能是局部高应力导致的屈服或断裂，如图 21.2.6a，也可能发生节点板剪切屈服，如图 21.2.6b。梁翼板传来的压力和拉力形成的局部应力可能带来两类破坏：(1) 梁受压翼板传来的压力使柱腹板翘曲；(2) 梁受拉翼板传来的拉力使柱的翼板与相邻腹板处的焊缝断裂导致柱翼板过大的挠曲。

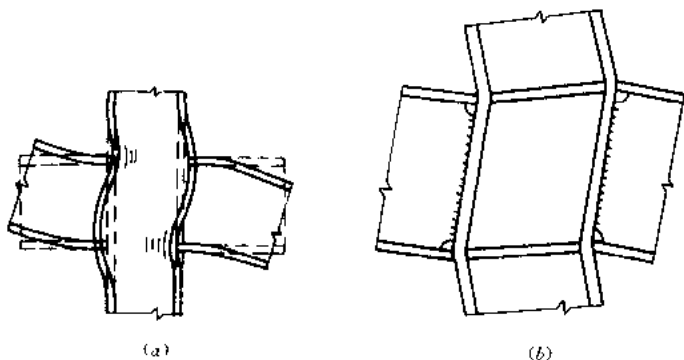


图 21.2.6 梁柱连接处破坏
(a) 局部应力破坏；(b) 节点板剪力屈服

21.3 高层建筑钢结构的结构体系

随着建筑物向高度的发展，控制结构设计的主要因素也由竖向荷载转变为水平荷载。因而建筑中抗侧力体系成为整个结构中最主要的组成部分，它决定着整个结构体系的选择。目前，高层建筑钢结构的主要结构体系有钢框架、钢框架-抗剪结构、带水平加强层的钢框架-支撑桁架结构、巨型结构、筒体结构等结构体系，下面就这些结构体系的不同特点来分别讨论。

21.3.1 钢框架结构体系

框架结构体系是指，沿房屋的纵向和横向均采用框架作为承重和抵抗侧向力的主要构件所构成的结构体系。由于框架体系能够提供较大的内部使用空间，因而建筑布置灵活，并可根据楼面使用性质的改变，重新布置。此外，框架的杆件类型少，构造简单，施工周期短。所以，对层数不多的高层结构来说，框架体系是一种应用比较广泛的结构体系。

这种结构形式的抗侧移刚度主要取决于组成框架的柱和梁的抗弯刚度，侧向刚度较

小，主要适用于 30 层以下的建筑。在水平力作用下，当楼层较少时，结构的侧向变形主要是剪切变形，即由框架柱的弯曲变形和节点的转角所引起的；当层数较多时，结构的侧向变形则除了由框架柱的弯曲变形和节点转角构成外，柱的轴向变形所造成的结构整体弯曲而引起的侧移随着结构层数的增多而增大。由此可看出，纯框架结构的抗侧移能力主要决定于柱和梁的抗弯能力，当楼层数较多时要提高结构的抗侧移刚度只有加大梁和柱的截面。截面过大，就会使框架失去其经济合理性。

在钢框架结构设计中，一般均假定梁柱节点为刚性。然而试验结果表明，钢框架在水平荷载作用下，由于腹板较薄，节点域容易产生剪切变形，从而对框架侧移产生影响。

21.3.2 钢框架-抗剪结构体系

由于纯框架结构是靠梁柱的抗弯刚度来抵抗水平力，当建筑物超过 30 层或纯框架结构在风荷载或地震作用下的侧移不符合要求时，往往在纯框架结构中再加上抗侧移构件，即构成了钢框架-抗剪结构体系。根据抗侧移构件的不同，这种体系又可分为框架-剪力墙结构体系和框架-支撑桁架结构体系。

1. 框架-剪力墙结构体系

这里的剪力墙包括钢筋混凝土剪力墙、带缝剪力墙和钢板剪力墙等。这种结构体系综合了钢框架和剪力墙的优势，剪力墙在水平力作用下犹如竖直的悬臂梁，发生弯曲时顶部挠度最大；而框架结构主要发生剪切变形，在底部层间位移最大。因此，当二者共同工作时，彼此互相约束，剪力墙限制了框架底部的变形，同时框架又限制了剪力墙顶部的变形。

在钢框架-剪力墙结构体系中，剪力墙刚度较大，在大震作用下易发生应力集中现象，导致出现大的斜向裂缝而引起脆性破坏。为了避免这种现象发生，在 60 年代日本研究了一种带缝剪力墙，并成功地应用到日本第一栋高层建筑钢结构霞关大厦。这种剪力墙在风荷载和小震作用下处于弹性，刚度较大；在大震作用下即进入塑性状态，能吸收大量的地震能量并保证其承载力。这种带缝剪力墙，是在钢筋混凝土墙板中按一定间距设置竖缝形成的，在竖缝中设置了两块重叠的石棉纤维做隔板，既不妨碍竖缝剪切变形，还能起到隔音等作用。我国北京的京广中心大厦的结构体系就是这种带竖缝剪力墙的钢框架-抗剪结构。近年来，在钢结构-抗剪结构中新发展了剪力墙—钢板剪力墙。我国上海锦江饭店在第 1~23 层核心部位，就采用了这种钢板剪力墙。

2. 框架-支撑桁架结构体系

框架-支撑桁架结构就是在框架的一跨或几跨沿竖向布置支撑而构成，其中支撑桁架部分起着类似于框架-剪力墙结构中剪力墙的作用。在水平作用下，支撑桁架部分中的支撑构件只承受拉、压轴向力，这种结构形式无论是从承载力或变形的角度看，都是十分有效的。与纯框架结构相比，这种结构形式大大提高了结构的抗侧力刚度。就钢支撑的布置而言，可分为中心支撑（CBF）和偏心支撑（EBF）两大类。

支撑在水平荷载作用下所产生的侧移，主要是由其杆件的轴向拉伸或压缩变形引起的。与杆件的剪弯刚度相比较，杆件的轴向变形刚度要大得多。也就是说，支撑的抗侧力刚度相对于框架的抗侧力刚度要大得多。

在框架-支撑体系中，因受到体系中其它构件的制约，框架和支撑的变形状态均发生变化，其特点是：

(1) 水平荷载是作用于结构体系之上 (图 21.3.1a), 而不是分别单独作用于框架和支撑之上。框架和支撑作为体系中的分离体所受到的水平荷载的大小, 是按照两者抗侧力刚度的大小比例分配的。由于支撑的抗推刚度远大于框架, 框架分离体所受到的水平荷载小, 支撑分离体所受到的水平荷载大。所以, 尽管框架抗侧力刚度很小, 因为所受到的水平荷载也小, 框架分离体在其自身水平荷载作用下的自由侧移, 其顶点侧移的数值还是比较小; 而支撑在其自身水平荷载作用下的自由侧移, 其顶点侧移的数值反而比较大 (图 21.3.1b)。

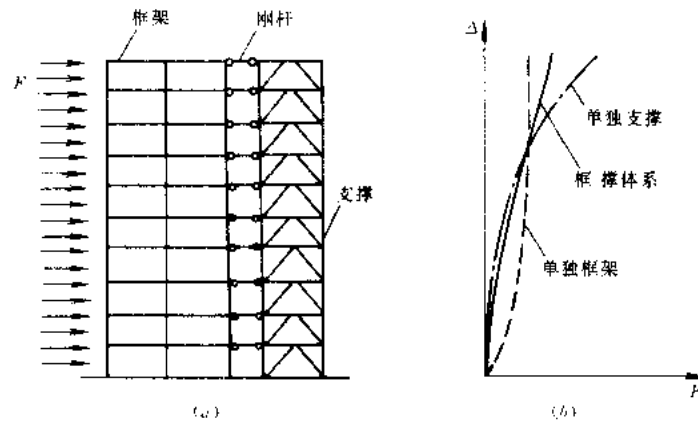


图 21.3.1 水平荷载下框架-支撑体系的侧向变形
(a) 体系的荷载; (b) 侧移曲线的协调

(2) 在框架-支撑体系中, 框架和支撑之间, 不仅有连系梁, 更重要的是有各楼盖将他们连为一体。因为各层楼盖沿水平方向的刚度很大, 框架和支撑不再能自由地单独变形, 两者的侧移曲线由各层楼盖将其协调一致, 变成一条共同的侧移曲线 (图 21.3.1b)。

(3) 各层楼盖协调的结果, 使框架-支撑体系的侧移曲线, 介于单独框架和单独支撑的侧移曲线之间, 从而使支撑的顶点侧移和顶点最大层间侧移角得以减小; 同时也使得框架下部的最大层间侧移角减小 (图 21.3.1b)。这一点正是框架-支撑体系的优点, 对于减轻地震时房屋的破坏程度是有利的。

在框架-支撑体系中的中心支撑是指支撑的两端都直接连接在梁柱节点上, 而偏心支撑就是支撑至少有一端偏离了梁柱节点, 而是直接连在梁上, 则支撑与柱之间的一段梁即为耗能连梁。中心支撑框架体系在大震作用下支撑易屈曲失稳, 但抗侧移刚度很大, 构造相对简单, 实际工程应用较多, 我国上海 43 层 172m 的世界广场就采用了这种结构形式。偏心支撑框架较好地结合了纯框架和中心支撑框架两者的长处, 与纯框架相比, 它每层加有支撑, 具有更大的抗侧移刚度及极限承载力。与中心支撑框架相比, 它在支撑的一端有耗能连梁, 在大震作用下, 耗能连梁在巨大剪力作用下, 先发生剪切屈服, 从而保证支撑的稳定, 滞回环稳定, 具有良好的变形和耗能能力。近年来, 在美国的高烈度地震区, 已被数十栋高层建筑采用做为主要的抗震结构, 我国北京中国工商银行总行也采用了这种结构体系。

3. 带水平加强层的钢框架-支撑结构体系

带水平加强层的钢框架-支撑桁架结构体系就是通过在技术层 (设备层、避难层) 设置刚度较大的加强层, 进一步加强内芯与周边框架柱的联系, 充分利用周边框架柱的轴向

刚度而形成的反弯矩来减少内筒体的倾覆力矩,从而达到减少结构在水平荷载作用下的侧移。由于外围框架梁的竖向刚度有限,不足以让未与水平加强层直接相连的其它周边柱参与结构的整体抗弯,一般在与水平加强层的楼层沿结构周边外圈还要设置周边环形桁架。

设置水平加强层后,抗侧移效果显著,顶点侧移可减少约 20% 左右。目前,这种结构体系在工程中应用较多,如上海锦江饭店、北京京城大厦及在建的 64 层高 255.8m 的天津国贸中心大厦就都采用了这种结构形式。

21.3.3 巨型结构体系

巨型结构体系是一种新型的超高层建筑结构体系,是由梁式转换楼层结构发展而形成的巨型结构又称超级结构体系,是由不同于通常梁柱概念的大型构件-巨型梁、巨型柱组成的简单而巨型的主结构和由常规结构构件组成的次结构共同工作的一种结构体系。主结构中巨型构件的截面尺寸通常很大,其中巨型柱的尺寸常超过一个普通框架的柱间距、形式上可以是巨大的实腹钢骨混凝土柱、空间格构式桁架或筒体;巨型梁大多数采用的是高度在一层以上的平面或空间格构式桁架,一般隔若干层才设置一道。在主结构中,有时也设置跨越好几层的支撑或斜向布置剪力墙。

巨型钢结构的主结构通常为主要的抗侧移体系,承受全部的水平荷载和次结构传来的各种荷载;次结构承担竖向荷载,并负责将力传给主结构。巨型结构体系从结构角度看是一种超常规的具有巨大抗侧力刚度及整体工作性能的大型结构,可以充分发挥材料的性能,是一种非常合理的超高层结构形式。

巨型钢结构按其主要受力体系可分为:巨型桁架(包括筒体)、巨型框架、巨型悬挂结构和巨型分离式筒体等四种基本类型。并且由上述四种基本类型和其它常规体系还可组合出许多其他性能优越的巨型钢结构体系。由于这种新型的结构形式具有良好的建筑适应性和潜在的高效结构性能,正越来越引起国际建筑业的关注,近年来巨型结构在我国已取得了进展,其中比较典型的有 1990 建成的 70 层高 369m 的香港中国银行。

21.3.4 筒体结构体系

筒体结构体系是在超高层建筑中应用较多的一种,按筒体的位置、数量等分为钢框架-核心筒结构体系、外框架筒结构体系、筒中筒结构体系和束筒结构体系。

1. 钢框架-核心筒结构体系

钢框架-核心筒结构体系将抗剪结构作成四周封闭的核心筒,用以承受全部或大部分水平荷载和扭转荷载。外围框架可以是铰接钢结构或钢骨混凝土结构,主要承受自身的重力荷载,也可设计成抗弯框架,承担一部分水平荷载。核心筒的布置随建筑的面积和用途不同而有很大的变化,它可以是设于建筑物核心的单筒,也可以是几个独立的筒位于不同的位置上。它的材料可以是钢的、钢筋混凝土的或两者组合的。若采用钢筋混凝土核心筒时,筒与钢框架可以交替施工,有利于加快施工进度。

这种结构形式在国外采用的不太多,而在我国近年来被大量的高层建筑钢结构工程采用,如上海希尔顿酒店、金茂大厦等。

2. 外框架筒结构体系

外框架筒结构体系就是将具有很大刚度的外围框架作成自地面伸出的、封闭的空心箱形悬臂梁,用以抵抗水平力。内部则取消了剪力墙或支撑桁架等抗侧力结构,其少量的中间柱只承受重力荷载,劲性楼面则作为隔板起到将水平力分布到周边结构上的作用。这种

结构的外框筒，通常由围绕房屋周边并与窗间梁连接在一起的密排柱子组成的，它看上去与多孔墙体一样，由此形成很大的空间结构，大大提高了体系的抗侧移刚度和抗扭性能。在水平力作用下，结构基本上仅发生整体弯曲，即各框架柱仅发生轴向变形。然而外框筒不是实体，易形成正应力两侧大、中间小的剪力滞后现象，导致角柱要比中间柱承受更大的轴力。纽约 110 层 415m 高的世界贸易中心就是采用了这种结构形式。

3. 筒中筒结构体系

筒中筒结构体系就是集外围框筒和核心筒为一体的结构形式，其外围多为密柱深梁的钢框筒，核心为钢结构或钢筋混凝土构成的筒体。内、外筒通过楼板而连接成一个整体，大大提高了结构的总体刚度，可以有效地抵抗水平外力。与钢框架-核心筒结构体系相比，由于外围框架筒的存在，整体刚度远大于它；与外框筒结构体系相比，由于核心内筒参与抵抗水平外力，不仅提高了结构抗侧移刚度，还可使得框筒结构的剪力滞后现象得到改善。这种结构体系在工程中应用较多，我国 1989 年 39 层高 155m 的北京国贸中心大厦就采用了全钢筒中筒结构体系。

4. 束筒结构体系

束筒结构就是将多个单元框架筒体相连在一起而组成的组合筒体，是一种抗侧刚度很大的结构形式。这些单元筒体本身就有很高的承载能力，可以在平面和立面上组合成各种形状，并且各个筒体可终止于不同高度。可使建筑物形成丰富的立面效果，而又不增加其结构的复杂性。曾经是世界最高的建筑——位于芝加哥的 110 层高 442m 的西尔斯大厦所采用的就是这种结构形式。

21.4 高层钢结构房屋的适用高度和结构布置

21.4.1 高层钢结构房屋的最大适用高度

根据高层钢结构的各类结构体系的受力特点和抗震能力以及我国近些年建造的实践经验，《建筑抗震设计规范》给出了高层钢结构房屋不同结构体系的最大适用高度，列于表 21.4.1。

钢结构房屋最大适用高度 表 21.4.1

结 构 体 系	烈 度		
	6、7	8	9
钢框架 (m)	110	90	70
钢框架-支撑 (剪力墙) (m)	220	200	140
筒体和巨型框架 (m)	300	260	180

注：适用高度指规则结构的高度，为室外地坪至檐口的高度。

21.4.2 高层钢结构房屋高宽比的限值

房屋的高宽比，特别是高层建筑的高宽比，主要反映结构抗侧力刚度，抗弯刚度和整体抗倾覆等情况以及结构剪切、弯曲变形和 $P-\Delta$ 效应的影响。对于高层钢结构房屋，在风荷载作用下还有建筑物内人员舒适感的问题。因此，高层钢结构房屋的高宽比与满足风荷载和地震作用下的正常使用与承载能力、变形能力的要求有较大的关系。为了使设计人员在高层钢结构房屋的方案设计阶段对房屋的高宽比有个大体的保证。根据对国外一些

典型高层钢结构房屋高宽比的资料分析,建议我国高层钢结构房屋高宽比是可行的。表 21.4.2 列出了国外典型高层钢结构高宽比的状况。

国外典型高层钢结构的高宽比 表 21.4.2

建筑名称	结构体系	高度(m)	高宽比	建筑名称	结构体系	高度(m)	高宽比
东京京王广场大厦	钢框架-剪力墙板	170	6.6	新奥尔良贝壳广场大厦	混凝土框筒-钢框架	213	5.37
芝加哥汉考克大厦	巨型桁架	344	6.6	东京新宿中心大厦	钢框筒-剪力墙	223	5.30
纽约世界贸易中心	钢框筒	411/413	6.5	多伦多第一银行	钢框筒	285	5.16
芝加哥西尔斯大厦	束筒	443	6.44	东京阳光大厦	钢框筒-剪力墙	226	5.13
东京新宿野村大厦	钢框筒-剪力墙	203	6.15	东京都厅舍	巨型框架	246	7.60
芝加哥标准石油大厦	钢框筒	342	6.06				

从表 21.4.2 可以看出,除东京都厅舍采用巨型框架、其抗侧力刚度比较大,其高宽比为7.6外,其余建筑的高宽比最大为 6.6。

表 21.4.3 为我国《建筑抗震设计规范》关于高层钢结构高宽比的限值。

高层钢结构房屋的高宽比限值 表 21.4.3

烈度	6、7	8	9
高宽比	6.5	6.0	5.5

21.5 地震作用计算和抗震验算

21.5.1 高层钢结构的地震作用计算

高层钢结构的地震作用计算应依据实际房屋的平、立面布置的规则性,结构楼层质量和刚度的变化情况,确定能较好地反映结构地震反应实际的分析方法。

1. 高层钢结构房屋的阻尼比

由于高层钢结构房屋的阻尼比较钢筋混凝土结构和砌体结构等要小一些,因此,对“小震”作用下的高层钢结构的反应分析,其阻尼比可采用 0.02。而在罕遇强烈地震作用下,钢结构构件会出现塑性铰后,甚至开裂,当钢结构构件钢材屈服和产生塑性铰后,其刚度的退化较为明显,非结构构件的破坏和构件钢材屈服和产生塑性铰等使得结构阻尼也发生变化,所以在罕遇地震作用下的结构反应分析,其阻尼比可采用 0.05。

2. 初步计算和确定结构方案时的地震作用简化计算

由于高层钢结构房屋的层数较多和平面一般较为复杂,所以在抗震设计中需要进行空间模型的仔细分析。这对于在确定方案阶段就显得过于复杂,较为简化的计算方法是合适的。

(1) 结构基本周期的近似计算和估算

对于重量及刚度沿高度分布较为均匀的高层钢结构,基本周期可按式(21.5.1)进行近似计算:

$$T_1 = 1.7 \psi_T \sqrt{u_n} \quad (21.5.1)$$

式中 T_1 ——结构的基本周期;

ψ_T ——考虑非结构构件对结构周期的影响,一般可取为 0.9;

u_n ——结构顶点侧移。

对于初步计算时, 高层钢结构的基本周期可按式(21.5.1)进行估算:

$$T_1 = 0.1n \quad (21.5.2)$$

式中 n ——建筑物总层数(不包括地下部分及屋顶小塔楼等)。

(2) 水平地震作用的简化计算

对于高层钢结构的水平地震作用简化计算, 可仍然采用底部剪力法。但需要解决两个问题, 一是结构等效总重力荷载的取值, 二是水平地震作用沿高度的分布。

关于结构等效总重力荷载的取值问题, 在结构各楼层重力代表值、层高大体相同时, 随着结构楼层总层数的增多, 其等效系数的取值有所减小, 但其最小值为 0.75。考虑到初步估算地震作用宜偏于安全一些, 其等效系数可取为 0.80。

关于水平地震作用沿高度的分布, 可以通过对典型实例进行振型分解法与简化方法的比较来得到。

在高层钢结构初步估算中, 采用底部剪力法计算水平地震作用的计算公式为:

$$F_{EK} = \alpha_1 G_{eq} \quad (21.5.3)$$

$$F_i = \frac{G_i H_i}{\sum_{j=1}^n G_j H_j} F_{EK} (1 - \delta_n) \quad (21.5.4)$$

$$\delta_n = \frac{1}{T_1 + 8} + 0.05 \quad (21.5.5)$$

式中 α_1 ——相应于结构基本周期 T_1 的水平地震作用影响系数; T_1 可按式(21.5.1)或(21.5.2)计算;

G_{eq} ——结构的等效总重力荷载, 取总重力荷载代表值的 80%;

G_i 、 G_j ——分别为第 i 、 j 层重力荷载代表值;

F_{EK} 、 F_i ——分别为总的和第 i 层的水平地震作用标准值;

δ_n ——顶部附加地震作用系数。

21.5.2 构件截面抗震验算

1. 框架柱

在框架结构中梁的延性较柱的延性要好一些, 柱为竖向及抗侧力的主要构件, 所以要求在强烈地震作用下梁先于柱出塑性铰, 以更好地发挥梁柱构件的变形和耗能能力, 这就提出了强柱弱梁要求。

一般情况下, 高层钢框架节点左右两梁和上下柱的全塑性受弯承载力应符合下列要求:

$$\sum W_{pc} (f_{yc} - N/A_c) \geq \eta \sum W_{pb} f_{yb} \quad (21.5.6)$$

$$\psi (M_{pb1} + M_{pb2}) / V_p \leq (4/3) f_v \quad (21.5.7)$$

式中 W_{pc} 、 W_{pb} ——分别为柱和梁的塑性截面模量;

M_{pb1} 、 M_{pb2} ——分别为节点域两侧梁的全塑性受弯承载力;

N ——柱轴向压力设计值;

A_c ——柱截面面积;

V_p ——节点域的体积; 按式(21.5.8)和式(21.5.9)计算;

f_{yc} 、 f_{yb} ——分别为柱和梁的钢材屈服强度设计值;

f_v ——钢材的抗剪强度设计值；

η ——强柱系数，6度Ⅳ类场地和7度取1.0，8度取1.05，9度取1.15；

ψ ——折减系数，6度Ⅳ类场地和7度取0.6，8度取0.7。

$$\text{工字形截面柱} \quad V_p = h_b h_c t_w \quad (21.5.8)$$

$$\text{箱形截面柱} \quad V_p = 1.8 h_b h_c t_w \quad (21.5.9)$$

式中 V_p ——节点域的体积；

h_b 、 h_c ——分别为梁腹板高度和柱腹板高度；

t_w ——柱在节点域的腹板厚度。

当柱的轴向力 $N \leq 0.4 f A_c$ (f 为钢材抗拉强度设计值) 或柱的轴线力 $N > 0.4 f A_c$ ，但地震加大一倍时的柱组合轴向力 $N_1 \leq \phi f A_c$ (ϕ 为轴线受压构件的稳定系数) 以及该柱所在楼层的抗剪承载力较上一层的抗剪承载力高 25% 时，可不进行强柱弱梁的验算，即强柱系数为 1.0。

2. 梁

钢梁构件除与钢筋混凝土梁一样，均应进行受弯和受剪承载力的验算外，还应进行稳定的验算。

(1) 钢梁的受弯承载力验算可按式进行：

$$\frac{M_x}{\gamma_x W_{nx}} \leq f \quad (21.5.10)$$

式中 M_x ——梁对 x 轴的弯矩设计值；

W_{nx} ——梁对 x 轴的净截面抵抗矩；

γ_x ——截面塑性发展系数，非抗震设防时按现行国家标准《钢结构设计规范》的规定采用，抗震设计时宜取 1.0。

f ——钢材强度设计值，抗震设计时应除以 γ_{RE} 。

(2) 梁的稳定，除设置刚性铺板情况外，应按式计算：

$$\frac{M_x}{\varphi_b W_x} \leq f \quad (21.5.11)$$

式中 W_x ——梁的毛截面抵抗矩 (单轴对称者以受压翼缘为准)；

φ_b ——梁的整体稳定系数，按现行国家标准《钢结构设计规范》的规定确定。当梁在端部仅以腹板与柱 (或主梁) 相连时， φ_b (或当 $\varphi_b > 0.6$ 时的 φ_b) 应乘以降低系数 0.85；

f ——钢材强度设计值，抗震设计时应除以 γ_{RE} 。

(3) 在主平面内受弯的实腹构件，其抗剪强度应按式计算：

$$\tau = \frac{VS}{It_w} \leq f_v \quad (21.5.12)$$

框架梁端部截面的抗剪强度，应按式计算：

$$\tau = V/A_{wn} \leq f_v \quad (21.5.13)$$

式中 V ——计算截面沿腹板平面作用的剪力；

S ——计算剪应力处以上毛截面对中和轴的面积矩；

I ——毛截面惯性矩；

t_w ——腹板厚度；

A_{wn} ——扣除扇形切角和螺栓孔后的腹板受剪面积。

3. 中心支撑

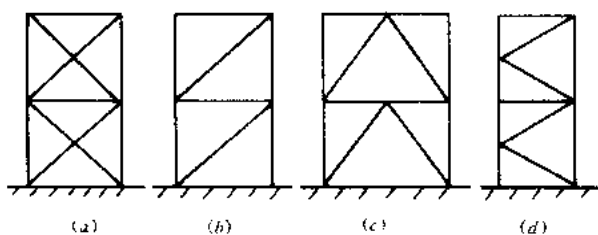


图 21.5.1 中心支撑类型

高层钢结构的中心支撑宜采用下列型式：十字交叉斜杆（图 21.5.1a）、单斜杆（图 21.5.1b）、人字形斜杆（图 21.5.1c）或 V 形斜杆体系。在抗震设防区不得采用 K 形斜杆体系（图 21.5.1a），这种 K 形斜杆支撑体系，在地震作用下使得斜杆与柱中交叉接触受到较大的侧向集中力，

使柱更容易侧向失稳和使柱在此处形成较大的侧向弯矩。

中心支撑的斜杆可按端部铰接杆件进行分析。当斜杆轴线偏离梁柱轴线交点不超过支撑杆件的宽度时，仍可按中心支撑框架分析，但应考虑由此产生的附加弯矩。

支撑斜杆的受压承载力应按下列公式验算：

$$N/(\varphi A_{br}) \leq \psi f / \gamma_{RE} \quad (21.5.14)$$

$$\psi = 1 / (1 + 0.35 \lambda_n) \quad (21.5.15)$$

$$\lambda_n = (\lambda / \pi) \sqrt{f_y / E} \quad (21.5.16)$$

式中 N ——支撑斜杆的轴向力设计值；

A_{br} ——支撑斜杆的截面面积；

φ ——轴心受压构件的稳定系数；

ψ ——受循环荷载时的强度降低系数；

λ_n ——支撑斜杆的正则化（归一化）长细比；

E ——支撑斜杆材料的弹性模量；

γ_{RE} ——支撑承载力抗震调整系数，取 0.8。

对于人字支撑和 V 形支撑的横梁在支撑连接处应保持连续。在验算横梁时，除应承受支撑斜杆传来的内力外，尚应满足在考虑支撑的支点作用将横梁视为简支梁时在竖向荷载下的承载力要求。但对于高层钢结构顶层和塔楼的横梁可按实际作用计算。

人字支撑和 V 形支撑的地震组合内力设计值应乘以增大系数，6、7 度取 1.3，8 度取 1.4。

4. 偏心支撑

偏心支撑框架中的支撑斜杆，应至少在一端与梁连接（不在柱节点处），另一端可连接在梁与柱相交处，或在偏离另一支撑的连接点与梁连接，并在支撑与柱之间或在支撑之间形成耗能梁段（图 21.5.2）。在强烈地震作用下该耗能梁段率先屈服消耗地震的能量，而其余区段仍处于弹性状态。

（1）耗能梁段的受剪承载力应按下列公式进行验算：

当 $N \leq 0.15Af$ 时

$$V \leq \varphi V_1 / \gamma_{RE} \quad (21.5.17)$$

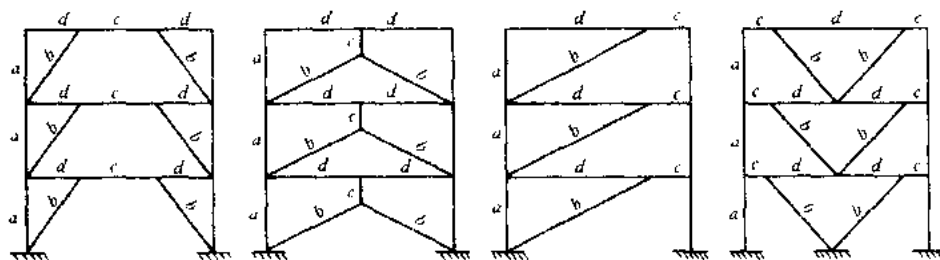


图 21.5.2 偏心支撑示意图

(其中 a 为柱, b 为支撑, c 为耗能梁段, d 为其它梁段)

$$V_1 = A_w f_v^a \text{ 或 } V_1 = 2M_{1p}/\alpha, \text{ 取较小值}$$

$$A_w = (h - 2t_f) t_w$$

$$M_{1p} = W_p f$$

当 $N > 0.15Af$ 时

$$V \leq \varphi V_{1c} / \gamma_{RE}$$

$$V_{1c} = A_w f_v^a \sqrt{1 - [N / (Af)]^2} \quad (21.5.18)$$

或 $V_{1c} = 2.36M_{1p} [1 - N / (Af)] / \alpha$, 取较小值

式中 V 、 N ——分别为耗能梁段的剪力设计值和轴力设计值;

V_1 、 V_{1c} ——分别为耗能梁段的受剪承载力和考虑轴力影响的受剪承载力;

M_{1p} ——耗能梁段的全塑性受弯承载力;

α 、 h 、 t_w 、 t_f ——分别为耗能梁段的长度、截面高度、腹板厚度和翼缘厚度;

A 、 A_w ——分别为耗能梁段的截面面积和腹板截面面积;

W_p ——耗能梁段的塑性截面模量;

f 、 f_v^a ——分别为耗能梁段钢材的抗拉强度设计值和抗剪强度设计值;

γ_{RE} ——耗能梁段承载力抗震调整系数, 取 1.0。

(2) 偏心支撑框架构件的内力设计值, 应按下列要求调整:

1) 偏心支撑斜杆的内力设计值, 应取与支撑斜杆相连接的耗能梁段达到受剪屈服承载力时的支撑斜杆内力, 8、9 度时尚应乘以 1.6 的增大系数;

2) 位于同一跨的框架梁内力设计值, 应取耗能梁段达到受剪承载力时框架梁的内力, 8、9 度时尚应乘以 1.5 的增大系数;

3) 偏心支撑框架梁柱的内力设计值, 应取耗能梁段达到受剪承载力时柱的内力, 8、9 度时尚应乘以 1.5 的增大系数。

(3) 支撑斜杆与耗能梁段连接的承载力不得小于支撑的承载力。若支撑需抵抗弯矩, 支撑与梁的连接应按抗弯连接设计。

5. 连接

抗震结构设计对连接的要求是, 在构件未失效前其连接部位不能失效, 也就是说连接部位应能确保构件作用的发挥。在高层钢结构中主要有梁与梁的连接、柱与柱的连接、梁与柱的连接, 支撑与框架梁、柱的连接等。

(1) 梁与柱连接最大承载力, 应符合下列要求:

$$M_u \geq 1.2M_p \quad (21.5.19)$$

$$V_u \geq 1.3 (2M_p/l_n) \quad (21.5.20)$$

$$M_u = A_f (h - t_f) f_u \quad (21.5.21)$$

$$V_u = 0.581 A_f^w f_u^w \quad (\text{腹板用角焊缝连接}) \quad (21.5.22)$$

$$V_u = 0.581 n A_n^b f_u^b \quad (\text{腹板用螺栓连接}) \quad (21.5.23)$$

$$V_u = d \sum t f_u^b \quad (\text{钢板承压}) \quad (21.5.24)$$

式中 M_u ——按极限抗拉强度最小值计算的节点处梁构件翼缘连接受弯承载力；

V_u ——按极限抗拉强度最小值计算的节点处梁腹板连接受剪承载力；

M_p ——梁构件（梁贯通时为柱）的全塑性受弯承载力；

l_n ——梁的净跨（梁贯通时取该楼层柱的净高）；

A_f ——梁的一个翼缘的截面面积；

h ——梁截面高度；

t_f ——梁翼缘厚度；

f_u^w ——焊缝材料的极限强度最小值；

A_f^w ——梁腹板与柱连接角焊缝的有效受剪面积；

A_n^b ——螺栓螺纹处的净截面面积；

f_u^b ——螺栓钢材极限抗拉强度最小值；

n ——螺栓连接的剪切面数量；

d ——螺栓杆直径。

在柱贯通连接中，当梁翼缘用全熔透焊缝与柱连接并用引弧板时，可不验算连接的受弯承载力。

(2) 支撑与框架连接处和支撑拼接处的承载力应满足下式要求：

$$N_{ubr} \geq 1.2 A_n f_{ay} \quad (21.5.25)$$

$$N_{ubr} = 0.581 n A_n^b f_u^b \quad (\text{螺栓受剪}) \quad (21.5.26)$$

$$N_{ubr} = d \sum t f_c^b \quad (\text{螺栓受剪}) \quad (21.5.27)$$

式中 N_{ubr} ——按极限抗拉强度最小值计算的支撑杆件在连接处和拼接处的承载力节点板（或连接板）的承载力；

A_n ——支撑的净截面面积；

f_{ay} ——支撑钢材的屈服强度。

(3) 梁与梁、柱与柱构件拼接处的承载力应符合下列规定：

$$V_u \geq 1.3 V_p \quad (21.5.28)$$

$$V_p = 0.58 h_w t_w f_y \quad (21.5.29)$$

无轴向力时， $M_u \geq 1.2 M_p$

有轴向力时， $M_u \geq 1.2 M_{pc}$

式中 V_u ——按极限强度最小值计算的腹板拼接受剪承载力；

V_p ——构件截面的屈服受剪承载力；

M_{pc} ——构件有轴向力时的全截面受弯承载力，按式 (21.5.30) ~ 式 (21.5.33)

计算;

h_w ——构件腹板的截面高度;

t_w ——构件腹板的厚度;

有轴向力时工字形截面(绕强轴)和箱形截面的全截面受弯承载力按下列公式计算:

$$\text{当 } N/N_y \leq 0.13 \text{ 时} \quad M_{pc} = M_p \quad (21.5.30)$$

$$\text{当 } N/N_y > 0.13 \text{ 时} \quad M_{pc} = 1.15 (1 - N/N_y) M_p \quad (21.5.31)$$

有轴向力时工字形截面(绕弱轴)的全截面受弯承载力按下列公式计算:

$$\text{当 } N/N_y \leq A_w/A \text{ 时} \quad M_{pc} = M_p \quad (21.5.32)$$

$$\text{当 } N/N_y > A_w/A \text{ 时} \quad M_{pc} = \left[1 - \left(\frac{N/N_y - A_w/A}{N_y - A_w f_y} \right)^2 \right] M_p \quad (21.5.33)$$

式中 N 、 N_y ——分别为构件的轴向力和轴向屈服承载力;

A 、 A_w ——分别为构件截面的面积和腹板截面的面积。

21.6 高层钢结构梁柱节点设计的改进

钢结构由于其较好的抗震性能,在历次的地震中经受了考验,较少发生整体破坏或倒塌现象。1994年1月17日的美国加州北岭地震(Northridge Earthquake)和1995年1月17日日本阪神地震(Hyogoken-Nanbu Earthquake)导致了焊接钢结构梁柱刚性节点的广泛破坏。

这两次地震中梁柱节点的脆性破坏,主要出现在梁柱节点的下翼缘,而上翼缘的破坏要相对少得多。其中,下翼缘焊缝与柱翼缘完全脱开是较多的破坏形式;另一种为裂缝从下翼缘垫板与柱交界处开始,然后向柱翼缘中扩展,甚至撕下一部分柱翼缘母材;还有裂缝穿过柱翼缘扩展到柱腹板中等。文献[1]根据对北岭地震的震害调查,将节点的破坏模式分为4类,如图21.6.1所示。如图21.6.1a所示为沿焊缝金属的边缘破坏,图21.6.1b所示为沿柱翼缘表面附近剥离破坏,图21.6.1c所示为沿腹板端部切角工艺孔开始的梁翼缘断裂破坏,或从柱翼穿透柱腹板的断裂破坏(图21.6.1d)。

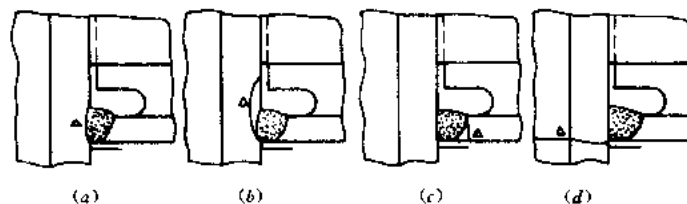


图 21.6.1 北岭地震中的连接破坏形式

△—裂缝出现位置

21.6.1 节点破坏原因分析

北岭地震后,美日两国学者就节点破坏原因,进行了现场调查、试验和现场检验,并进行了结构动力反应分析、有限元分析、断裂力学分析等,还作了很多补充试验,结合震前研究,对节点破坏原因提出了一些看法。认为节点破坏与加劲板、补强板、腹板附加焊缝等设置,没有什么直接关系,也并不仅仅是由设计或施工不良所能说明问题,而是应从节点本身在根本性缺陷方面进一步找原因。有以下几方面因素,被认为是决定和影响节点

性能而导致破坏的。

1. 焊缝金属冲击韧性低^[1]

美国在北岭地震前, 焊缝多采用 E70T-4 或 E70T-7 自保护药芯焊条施焊, 这种焊条提供的最小抗拉强度为 480MPa, 无最小切口韧性规定。从试验室试件和实际破坏的结构中取出的连接试件在室温下的试验表明, 其恰帕 V 型冲击韧性值往往只有 10~15J, 这样低的冲击韧性使得连接很容易产生脆性破坏, 成为引发节点破坏的因素。这在北岭地震后不久所作的试验中亦已得到验证。需要指出一点的是, 北岭地震后对破坏焊缝处补焊韧性好的焊条, 即使做到确保焊接质量, 进行了十分仔细的操作, 如不对节点构造进行改进, 此时节点仍是达不到补强目的的。

2. 焊缝存在的缺陷^[1]

对破坏的连接所作调查表明, 在很多情况下, 是由于焊接质量差引起的, 这可以从许多缺陷中看出, 许多焊缝明显违背了规范规定的焊接质量要求, 不但焊接操作有问题, 焊缝检查也有问题。有很多缺陷说明, 裂缝是萌生在与柱子连接的下翼缘焊缝中部梁腹板通过焊条的工艺孔附近, 在该处下翼缘焊缝中部焊缝施焊时往往在此处中断, 使缺陷更为明显。该部位进行超声波检查也比较困难, 因为梁腹板妨碍探头的探测。因此, 主要的连接焊缝的破坏, 就出现在由于施焊困难和探伤困难的下翼缘焊缝中部质量极差部位。而上翼缘的焊缝施焊和探伤不存在梁腹板妨碍的问题, 因此上翼缘焊缝破坏较少, 这一现象很可以说明问题。

3. 坡口焊缝处的衬板和引弧板造成了人工缝^[2]

在焊接实际工程中, 往往焊接后将焊接衬板与引弧板留在原部位, 这种做法已经表明, 对连接的破坏具有重要影响。在加州大学进行的试验表明, 留在原部位的衬板与柱翼缘之间会形成一条未熔化的垂直界面, 相当于一人工缝 (图 21.6.2), 在梁翼缘的拉力作用下会使该裂缝扩大, 引起脆性破坏。其他人员的研究也得出了相同结果。

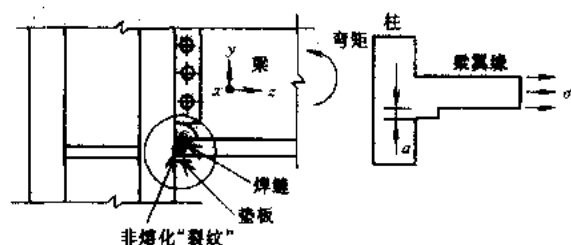


图 21.6.2 不熔接的衬板表面形成一条人工缝

用有限元分析亦表明, 衬板与柱翼缘之间的这个缺口效应是很大的, 会引发脆性破坏。1995 年加州大学 Popov 等所作的试验, 再现了这种节点的脆性破坏, 其破裂的速度很高, 事前并无延性表现, 而且破坏是灾难性的。通过研究指出由于切口部位受拉时的应力最大, 破坏是三轴应力引起的, 因此表现为脆

性破坏, 外观无屈服。按有限元模拟计算得出的最大应力集中系数, 出现在梁翼缘焊接衬板连接处中部, 破坏时裂缝从应力集中系数最大的地方开始, 此一结论已为试验所证实。

4. 梁翼缘坡口焊缝出现的超高应力^[1]

北岭地震后对震前节点进行的分析表明, 当梁发展到塑性弯矩时, 梁下翼缘坡口焊缝处会出现超高应力。超高应力的出现因素有: 当螺栓连接的腹板不足以参加弯矩传递; 因柱翼缘受弯导致梁翼缘中段存在着较大的集中应力; 在供焊条通过的焊接工艺孔处, 存在着附加集中应力; 据观察, 有一大部分剪力实际是由翼缘连接焊缝传递, 而不是象通常设计中假设的那样由梁腹板的连接传递。由于梁翼缘坡口焊缝的应力很高, 很可能对节点破

坏起了不利影响。Popov^[2]采用8节点块体单元有限元模拟分析发现,节点应力分布的最高应力点,是在梁的翼缘焊缝处和节点板域,节点板域的屈服从中心开始,然后向四周扩散。北岭地震前进行的大量试验表明,当焊缝不出现裂纹时,节点受力情况就已常常不能满足坡口焊缝附近梁翼缘母材不出现超应力的要求。

5. 其它因素^[1]

有很多其它因素也被认为对节点破坏产生潜在影响,包括:梁的屈服应力比规定的最小值高出很多,柱翼缘板在厚度方向的抗拉强度和延性不确定;柱节点板域过大的剪切屈服和变形产生的不利影响;组合楼板产生的负面影响等等。这些影响因素可能还需要一定时间讨论后才能弄清楚。

此外,钢材轧制时三个互交方向的非弹性性能和塑性性能不相同,轧制方向的延性好,另外两个方向较低,节点在柱翼缘处被拉开,就与材料这种性能相关。还有,如今的钢材实际平均屈服强度,已比原先的标准屈服强度高很多,而设计人员设计时往往还采用最低要求的标准设计,造成节点设计强度混乱不合理,影响了实际节点的性状等等,也都值得引起关注。

21.6.2 改进节点设计的途径——将塑性铰的位置外移

在北岭地震之前,美国 UBC 和 NEHRP 两本法规对节点设计的规定,都是根据在柱面产生塑性铰或节点板域产生塑性铰的假定提出的。但是在北岭地震中梁在柱面处并没有发现塑性变形,却出现了裂缝。为此,通过加州大学研究对此作出了回答:出现这种原因,如同一根小直径圆棒,当侧向无约束按泊松比收缩时,钢棒会表现出良好的延性颈缩;若钢棒上存在切口,受拉时切口处出现高应力,而切口以外部分因受到约束的作用,就不会出现侧向收缩这样一个机理相类似。切口处的脆性破坏是由三轴应力引起的,外观就没有屈服表现。因此以往采用的焊接钢框架节点标准构造,也就不可能提供可靠的非弹性变形。

试验也表明,以往采用的标准节点构造的转动能力都超过 0.005 rad,大大小于 SAC 建议的最小塑性转动能力 0.03 rad。另一方面,从受力情况看,若塑性铰出现在柱面附近的梁上,还可能在柱翼缘的材料中引起很大的厚度方向应变,并对焊缝金属及其周围的热影响区提出较高的塑性变形要求,这些情况也有可能导致脆性破坏。因此,为了取得可靠的性能,最好的方法应将梁柱连接在构造上使非弹性作用的塑性铰离开柱面(图 21.6.3)。

1995 年美国在 SAC 暂行指针中已明确提出了:钢框架设计应使通过梁跨内预定位置截面出现塑性铰,并能提供所要求的塑性变形(图 21.6.4)。梁柱节点设计应具有足够的承载力,并迫使塑性铰离开柱面。

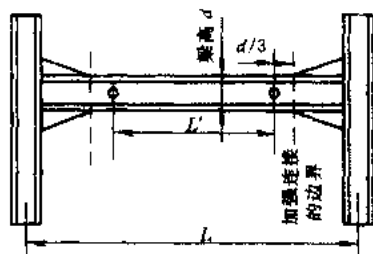


图 21.6.3 将塑性铰从柱面外移

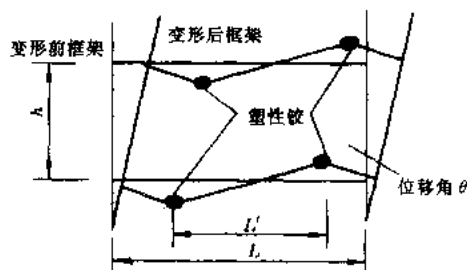


图 21.6.4 要求的塑性变形性状

将塑性铰位置从柱面外移有两种方法,一种是将节点部位局部加强,一种是在离开柱

面一定距离处将梁截面局部削弱。钢梁中的塑性铰典型长度约为梁高的一半，当对节点局部加强时，可取塑性铰位置为距加强部分的边缘处梁高的 $1/3$ 。节点局部加强固然也可使塑性铰外移，但应十分注意不要因此出现弱柱，否则违背强柱弱梁的设计原则。

目前，经过研究提出了对节点局部加强及梁截面减弱的若干新型节点，下面对主要的给予介绍。

(1) 盖板式节点（如图 21.6.5a 所示）是地震后最先提出的一种改进方案，也是地震后一段时间内最流行的节点形式，它的设计思想就是加强节点强度。这种节点在试验室进行的大尺寸试件研究时，延性要好于以往的节点，但有时也出现一些脆性破坏。对于这种节点，最大困难就是盖板与梁翼缘的焊接及其检测，特别是采用厚盖板时将使坡口焊很大，致使焊缝的收缩、复原等更加困难，同时更容易在梁翼缘和盖板的交界处产生更大的残余应力。

(2) 托座式节点是另一种改进方案（如图 21.6.5b、c 所示），它用两个托座分别将梁的上下翼缘和柱翼缘连接起来，托座与梁翼缘一般通过焊缝连接，托座与柱翼缘则可通过铆接、螺栓连接或焊缝连接。其中当托座与柱翼缘通过螺栓连接时一定要使用大的、高强度螺栓，以保证节点为刚性连接。这种节点形式在试验室研究中也表现出很好的延性，但造价相对较高。这种节点形式的设计思路是通过加强节点使得塑性铰出现在梁上。

(3) 狗骨式节点（如图 21.6.5d、e、f 所示）是近几年研究最多的一种节点形式，目前国外工程中已应用较多，我国在建的天津国贸大厦也使用这种节点。这种节点最主要的特点就是在梁的上下翼缘靠近节点处进行了削弱，根据削弱形状的不同分为直线型、锥形和圆弧形。这种节点形式的设计思想与托座式节点的共同之处就是迫使塑性铰偏离脆弱的焊缝，出现在梁上，然而托座式节点通过加强节点来减少焊缝处应力，而狗骨式节点是通过削弱梁来保护节点，即削弱部分梁起一个保险丝的作用。与托座式节点相比，狗骨式节点在设计思想上更进一步，它针对普通节点塑性区小的缺陷，对梁进行合理的削弱。

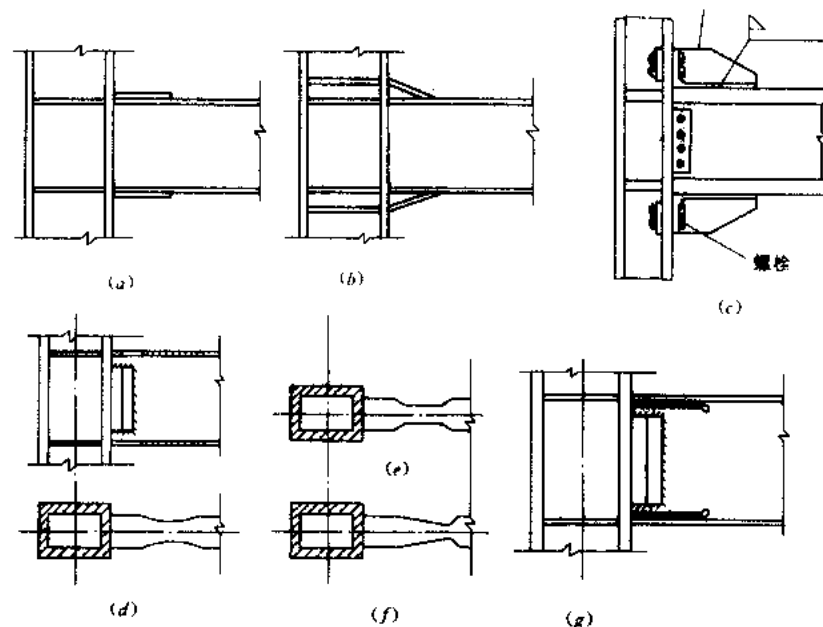


图 21.6.5 各种新型节点

使得较长的一段梁几乎同步进入塑性，即真正做到了延性设计、充分发挥了钢材的塑性。这种节点最初给人们的感觉是削弱了梁，提高了延性。实际上，这种由于梁的削弱所造成结构的刚度和承载力的降低非常小，研究表明：当梁的翼缘被削掉 50% 时，结构的刚度降低 6%~7% 左右；当梁被削掉 40% 时，结构刚度将降低 4%~5% 左右。

(4) 节缝式节点（如图 21.6.5g 所示）也是一种研究较多的节点形式。与普通节点相比，它就是将在梁腹板靠近柱翼缘处沿梁翼缘轴线方向切上下两条缝。这种节点的设计思想不同于前几种节点，它针对普通节点数值翼缘应力分布不均匀的缺陷，通过切割两条缝来消除翼缘应力不均匀现象，同时使得塑性铰偏离焊缝出现在切缝的末端，并可有效地防止梁侧向扭转屈曲。

改善节点性能和改进节点设计的途径还有选用较高冲击韧性的焊缝等。

参 考 文 献

- 1 M.D.Engelhardt and T. A. Sablt.Seismic - resietant steel moment connections: development since the 1994 Northridge earthquake, Construction Research Communications Limited, 1997 ISSN
- 2 E.P.popov, T.S.Yang, S.p.Chang, Design of steel MRF Connections before and after 1994 Northridge earthquake
- 3 蔡益燕，美国钢框架节点抗震设计研究动向，高层建筑抗震技术交流会论文集，1997
- 4 易方民，高层建筑偏心支撑钢框架结构抗震性能和设计参数的研究，中国建筑科学研究院工学博士论文，2000.5
- 5 中国建筑技术研究院主编，高层民用建筑钢结构技术规程，北京：中国建筑工业出版社，1998

第 22 章 钢-混凝土组合结构

22.1 概述

钢-混凝土组合结构是在钢结构和钢筋混凝土结构基础上发展起来的新型结构体系,它扬长避短,充分利用钢结构和混凝土结构的各自优点,达到充分利用材料的目的。钢-混凝土组合构件是由钢构件和钢筋混凝土构件组合而成。含有钢-混凝土组合构件的结构,我们称之为钢-混凝土组合结构。当竖向承重构件和横向承重构件都为钢-混凝土组合构件时,可以称之为全钢-混凝土组合结构。钢-混凝土组合构件主要有钢-混凝土组合梁和钢-混凝土组合柱。本章不讨论其它类型的组合构件。钢-混凝土组合梁是由钢梁和混凝土板通过机械剪力连接件连成整体并共同受力的横向承重构件,本书将不讨论外包混凝土梁(劲性梁)等其它型式的组合梁。钢-混凝土组合柱包括钢管混凝土柱和型钢混凝土柱,钢管混凝土柱是由钢管和内填混凝土所构成,而型钢混凝土柱则是把钢柱埋在钢筋混凝土中,型钢混凝土柱也可以称为型钢混凝土柱或劲性混凝土柱。

自 20 世纪 80 年代初以来,随着我国经济建设的快速发展、钢产量的大幅度提高和钢材品种的增加、钢-混凝土组合结构研究工作的深入、应用实践经验的积累,钢-混凝土组合结构在我国已经得到了越来越广泛的应用,应用范围已涉及建筑、桥梁、高耸结构、地下结构、结构加固等领域,取得了显著的技术经济效益和社会效益。工程应用实践证明,钢-混凝土组合结构非常适合我国基本建设的国情,它综合了钢结构和钢筋混凝土结构的优点,具有显著的技术经济效益和社会效益,是具有广阔应用前景的新型结构体系之一。

22.2 钢-混凝土组合结构的特点

钢-混凝土组合结构充分利用了钢材和混凝土的各自材料特性,具有承载力高、刚度大、抗震性能和动力性能好、构件截面尺寸小、施工快速方便等特点。采用组合结构可以省脚手架和模板,便于立体交叉施工,减小现场湿作业量,减轻施工扰民程度。在城市高架桥梁结构中采用钢-混凝土组合结构,在施工期间可以不中断交通,缩短施工周期。在建筑结构中采用钢-混凝土组合结构,同样便于立体交叉施工,缩短施工周期,减轻结构自重,减小构件截面尺寸还意味着增大净空和使用面积。1995 年日本阪神地震震害结果显示,同钢筋混凝土结构和钢结构相比,钢-混凝土组合结构的破坏率最低。钢-混凝土组合结构的造价介于钢筋混凝土结构和钢结构之间,如果考虑到因自重减轻而带来的竖向构件截面尺寸减小、地震作用减小、基础造价降低、施工周期缩短等有利影响,组合结构比钢筋混凝土结构的造价还要低,北京国际技术培训中心的两幢塔楼就是一个很好的实例。钢-混凝土组合结构的缺点是需要防火及防腐,不过,钢-混凝土组合结构的维护费用比钢结构的要低,并且随着科学技术的发展,防腐涂料的质量和耐久性也在不断提高,这就为

钢-混凝土组合结构的应用提供了有利条件。

22.3 钢-混凝土组合结构的适用范围

钢-混凝土组合结构可以广泛应用于高层建筑、多层房屋、高耸结构、桥梁结构、地下结构、其它构筑物、结构改造及加固等。凡是能够采用钢结构和钢筋混凝土结构的地方,当其跨度比较大、荷载比较重时,都可以采用钢-混凝土组合结构。是否采用组合结构,要进行综合效益分析比较,包括结构性能、有效使用面积、使用效果、施工周期、基础造价等。对于组合结构,不能简单地把一个组合构件同钢筋混凝土构件的造价相比较。

22.4 应用前景

钢-混凝土组合结构以其优越的受力性能,良好的综合效益,必将成为本世纪结构体系的重要发展方向。当前我国基本建设发展很快,土木结构正在向轻型大跨方向发展,对新型结构的要求越来越高。钢-混凝土组合结构正好能够满足现代结构对“轻型大跨、预制装配、快速施工”的要求,在建筑及桥梁结构等领域具有广阔的应用前景。

22.5 钢-混凝土组合梁

22.5.1 钢-混凝土组合梁的特点

钢-混凝土组合梁具有截面高度小、自重轻、刚度大、延性好等特点。同钢筋混凝土梁相比,钢-混凝土组合梁可以使结构高度降低($1/3 \sim 1/4$),自重减轻($40\% \sim 60\%$),施工周期缩短($1/2 \sim 1/3$),现场湿作业量减小,施工扰民程度减轻,并且延性大大提高。同钢梁相比,同样可以使结构高度降低($1/3 \sim 1/4$),刚度增大($1/3 \sim 1/4$),整体稳定性和局部稳定性增强,耐久性大大提高。组合梁的显著优点之一是施工时可以节省支模工序和模板,用于城市桥梁在施工时可以不中断下部交通,用于建筑可以多层立体交叉施工,省掉满堂红脚手架,有利于现场文明施工。

22.5.2 钢-混凝土组合梁的形式

钢-混凝土组合梁按照截面型式可以分为外包混凝土组合梁和T形组合梁,如图

22.5.1所示。T形钢-混凝土组合梁按照混凝土翼缘的构造不同又可以分为现浇混凝土翼缘组合梁、预制板翼缘组合梁、叠合板翼缘组合梁及压型钢板混凝土翼缘组合梁,如图22.5.2所示。按照钢梁的不同又可以分为工字形(轧制工字形钢或焊接组合工字形钢),蜂窝形、箱形、钢桁架等。箱形钢梁又可以分为开口截面和闭合截面,如图22.5.3所示。蜂窝形钢梁加工制作比一般钢梁要复杂一些,但可以利用腹板的洞口敷设设备及电器管道等。根据不同阶段的设计要求,可以决定是否对钢梁施加预应力。对钢梁施加预应力可以减小钢梁在施工阶段的挠度和在使用阶段的拉应力,容易满足设计对强度的要求。预应力钢-混凝土组合梁在桥梁结构中已经得到较多

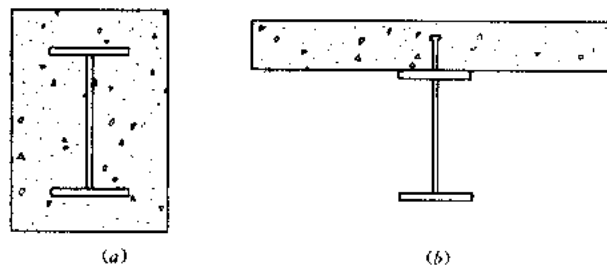


图 22.5.1 不同的组合梁截面形式
(a) 外包混凝土组合梁; (b) T形组合梁

的应用，取得了很好的技术经济效益和社会效益。

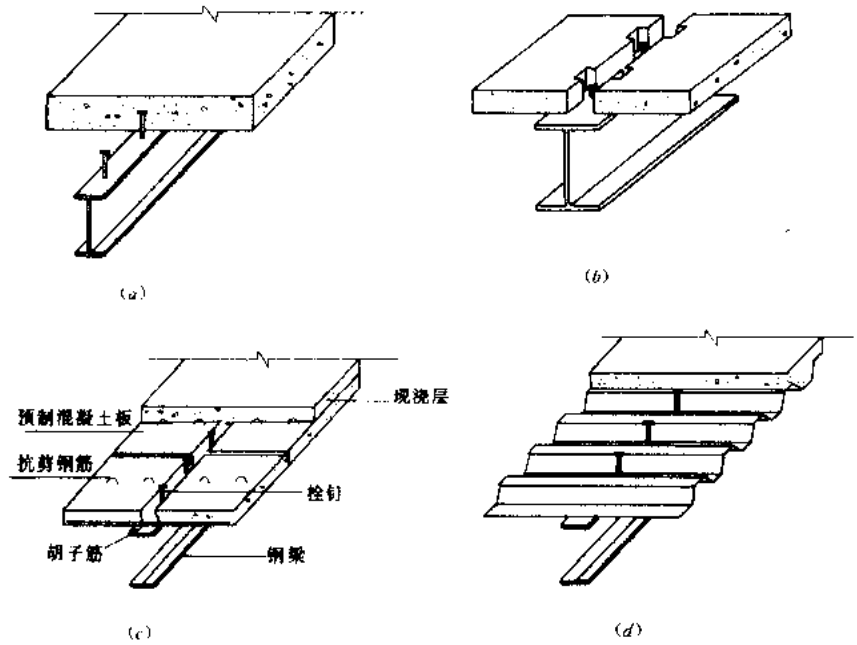


图 22.5.2 不同混凝土翼缘的钢-混凝土组合梁截面形式
(a) 钢-现浇混凝土组合梁；(b) 钢-预制混凝土板组合梁；(c) 钢-混凝土叠合板组合梁；(d) 钢-压型钢板混凝土组合梁

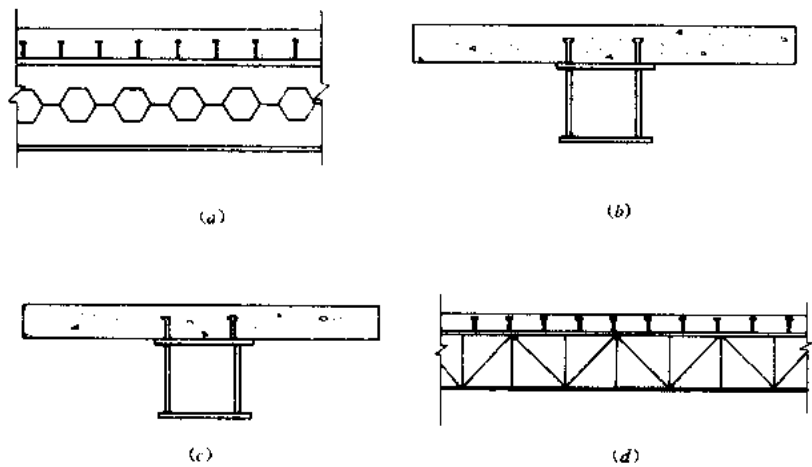


图 22.5.3 不同形式钢梁的钢-混凝土组合梁
(a) 蜂窝形钢梁；(b) 闭口箱形钢梁；(c) 开口箱形钢梁；(d) 桁架形钢梁

同现浇混凝土翼缘组合梁相比，钢-混凝土叠合板组合梁可以节省支模工序和模板，预制钢筋混凝土板代替模板，当现浇混凝土达到设计强度后，现浇混凝土和预制混凝土形成钢筋混凝土叠合板共同承受外荷载，预制板的受力钢筋就是混凝土叠合板抗弯的钢筋。试验研究表明，通过栓钉剪力连接件把钢梁、预制板和现浇混凝土连成整体的叠合板组合梁的组合作用性能良好。如图 22.5.2 (c) 所示，预制板起三重作用：一是代替模

板；二是作为楼面板或桥面板的一部分参与板的受力；三是作为钢-混凝土组合梁混凝土翼缘的一部分参与组合梁的受力，因此，钢-混凝土叠合板组合梁施工快速方便，可以广泛地应用于建筑和桥梁结构，尤其适用于城市立交桥结构，施工时可以不中断下部交通。

22.5.3 剪力连接件

钢梁和混凝土楼面板或桥面板能够形成整体共同工作，归功于剪力连接件的作用。剪力连接件是保证钢梁与混凝土板共同工作的关键元件，它的主要作用是传递钢梁和混凝土翼缘之间交界面上的剪力并抵抗钢梁与混凝土翼缘之间的分离，如图 22.5.4 所示。连接件分为刚性剪力连接件和柔性剪力连接件两种，刚性连接件在传递交界面的剪力时不能变形，而柔性剪力连接件在传递交界面的剪力时具有很好的变形能力，这有利于交界面连接件之间的剪力重分布，为剪力连接件的简化设计和施工奠定了基础，也就是说，在设计剪力连接件时，可以不按照剪力图形布置连接件，而可以简单地沿整个梁长或分段均匀布置。刚性剪力连接件在组合梁发展初期应用较多，当 20 世纪 50 年代初发明栓钉剪力连接件和相应的半自动栓钉焊接设备之后，几乎所有的组合梁都采用了柔性栓钉剪力连接件。由于栓钉剪力连接件具有各向同性，抗剪及抗拔性能好、重分布剪力的能力强、施焊快速方便（一个熟练技术人员在正常情况下每个台班能够焊接 1200~1500 个左右）、焊接质量可靠等特点，因此，栓钉剪力连接件已经成为当今国际上最为广泛应用的剪力连接件。

与剪力连接件设计有关的一个重要概念是剪力连接程度。如果配置的剪力连接件传递的剪力能够保证组合梁达到塑性极限抗弯承载力，称之为完全剪力连接。如果配置的剪力连接件不能保证组合梁达到极限抗弯承载力，则称之为部分剪力连接。设完全剪力连接设计需要的剪力连接件数量为 n_f ，而实际配置的连接件数量为 n_r ，则剪力连接程度系数为 n_r/n_f 。组合梁的极限抗弯能力随着 n_r/n_f 的增大而提高，当 $n_r/n_f \geq 1.0$ 时即完全剪力连接时，组合梁达到塑性极限抗弯承载力。关于剪力连接程度对变形和承载力的影响将在后面予以详细讨论。

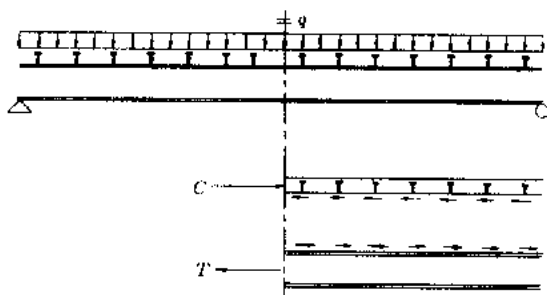


图 22.5.4 栓钉剪力连接件传力模型

22.5.4 钢-混凝土组合梁的工作机理

通过剪力连接件把钢梁和混凝土翼缘（由混凝土楼面板或桥面板等构成）连成整体的钢-混凝土组合梁，其截面抗弯承载力和刚度比钢梁和混凝土翼缘的承载力及刚度的代数和要大得多，即： $M_{cb} \gg M_s + M_c$ ，如图 22.5.5 所示。

以两个矩形截面叠合在一起为例，如图 22.5.6 所示，设两个矩形截面之间没有剪力连接件（如图 22.5.6b 所示），即无组合作用时的截面刚度为： $I_1 = \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{12} = \frac{bh^3}{6}$ ，通过剪力连接件作用形成整体组合截面（如图 22.5.6c 所示）的刚度为： $I_2 = \frac{b(2h)^3}{12} = \frac{2bh^3}{3}$ ，组合截面与非组合截面的刚度比为：

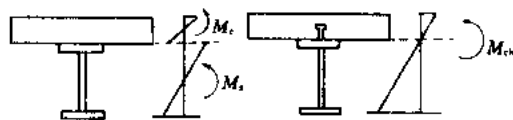


图 22.5.5 非组合截面和组合截面的抗弯性能

通过剪力连接件作用形成整体组合截面（如图 22.5.6c 所示）的刚度为： $I_2 = \frac{b(2h)^3}{12} = \frac{2bh^3}{3}$ ，组合截面与非组合截面的刚度比为：

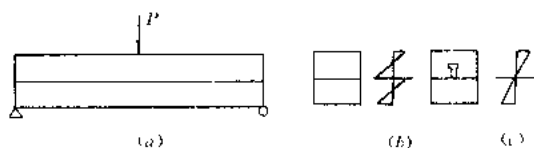


图 22.5.6 矩形截面叠合梁的受力性能

$I_2/I_1 = 4.0$ ，在相同弯矩作用下，截面上最大应力比为： $\sigma_2/\sigma_1 = 1/2$ ，比较表明，对于两个假想的矩形截面，考虑它们组合作用的截面刚度是不考虑组合作用时 4 倍，考虑组合作用时截面的最大应力比不考虑组合作用时的减小 50%，说明考虑组合作

用后，截面刚度和承载力都大大提高，因此，剪力连接件的作用是非常显著的。

22.5.5 钢-混凝土组合梁的试验研究

图 22.5.7 所示为在正弯矩作用下典型的钢-混凝土简支组合梁的荷载-跨中挠度曲线，图 22.5.8 所示为钢-混凝土组合梁截面应变分布曲线。试验研究表明，钢-混凝土组合梁的荷载-挠度曲线一般可以分为三段：弹性阶段（OA），弹塑性阶段（AB），下降段（BC）。从开始加载到钢梁下翼缘开始屈服之前，荷载-挠度曲线基本呈线性关系，因为钢梁在屈服以前，其应力-应变关系呈线性关系，而此时的混凝土应力-应变曲线也位于上升段，其应力-应变近似为线性关系，因此组合梁的荷载-挠度关系近似保持线性关系。组合梁截面的应变分布曲线表明，应变沿钢梁和混凝土翼缘高度近似呈线性分布，说明组合梁在受力过程中，平截面仍然保持为平截面，但是，在钢梁与混凝土翼缘的交界面处存在一个应变台阶即滑移应变。滑移应变是由交界面的滑移变形引起的。栓钉等柔性剪力连接件在传递钢梁与混凝土翼缘交界面的剪力时，本身要发生变形，同时与连接件根部毗邻的混凝土在较高的局部压应力作用下也要发生变形，它们共同作用的结果是使组合梁的交界面上出现滑移变形。滑移变形反映在截面应变分布的结果是滑移应变。尽管滑移应变的存在，但钢梁和混凝土翼缘仍各自保持平截面变形，这种变形特性为组合梁截面承载力和截面曲率的简化分析计算奠定了基础。

钢-混凝土组合梁的破坏属于典型的延性破坏，当弯矩不超过屈服弯矩时，截面应变分布符合材料力学规律，但是在交界面上存在滑移变形，不过在钢梁与混凝土翼缘交界面的自然粘结破坏之前，滑移效应对组合梁的受力性能无影响。破坏过程是钢梁下翼缘首先屈服，然后钢梁截面屈服部分不断向上发展，钢梁从下翼缘开始逐步进入塑性，中和轴不断上移，混凝土翼缘受压区的压应力不断丰满，当混凝土翼缘上表面达到极限压应变时，组合梁达到极限荷载即峰值荷载。在达到峰值荷载之后，混凝土翼缘自上而下逐步退出工作，直至混凝土全部破坏，在荷载下降过程中，实际上中和轴不断下移，这样截面才能达到新的平衡。混凝土翼缘全部压碎退出工作后，组合梁截面的残余弯矩在理论上为钢梁截面的塑性极限弯矩，这一点也得到了试验的验证。

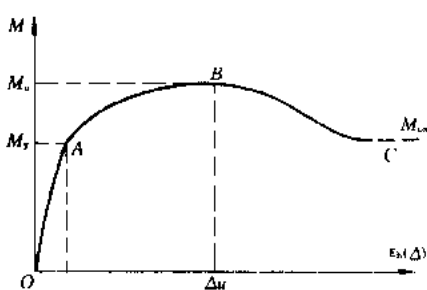


图 22.5.7 简支组合梁的荷载-应变（挠度）曲线

对于完全剪力连接的组合梁，在达到峰值荷载时，钢梁截面大部分已进入塑性，混凝土翼缘受压部分的应力也已趋于丰满，与钢筋混凝土受弯构件相类似，可以把组合梁截面在受弯极限状态时的截面应力分布用等效矩形应力图来代替，用等效矩形应力图方法得到的组合梁截面极限抗弯承载力计算值与试验结果吻合良好，这就为钢-混凝土组合梁截

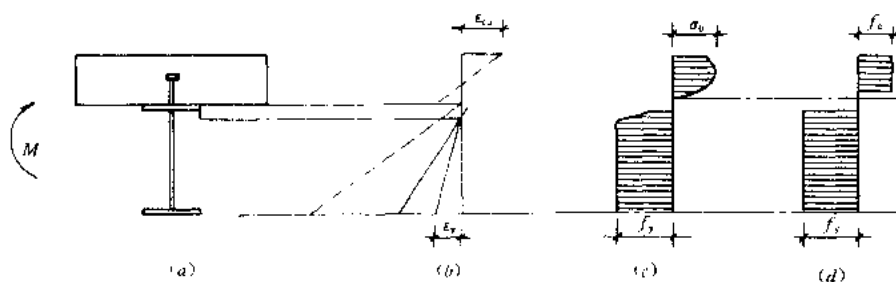


图 22.5.8 简支组合梁截面的应变分布曲线

面的简化塑性设计提供了基础。

22.6 钢-混凝土组合梁设计

建筑结构中钢-混凝土组合梁的设计方法与钢筋混凝土结构和钢结构的设计方法相同，即极限状态设计法，要求组合梁截面的设计抗弯承载力不能小于由设计荷载引起的弯矩。而我国现行《公路桥涵钢结构及木结构设计规范》(JTJ025—86)关于钢-混凝土组合梁的设计方法仍然是弹性设计法，也就是所谓允许应力法，即要求截面的最大计算应力不超过规范规定的允许应力。

在进行组合梁设计时，不管是弹性设计还是塑性设计，都应该取组合梁混凝土翼缘的有效宽度 b_e ，而不是实际宽度 b 。有关钢-混凝土组合梁混凝土翼缘的有效宽度的取值应当遵循有关规范和规程的规定。本章后面的有关混凝土翼缘的计算公式都是指有效宽度。

22.6.1 弹性弯曲承载力

我国现行《公路桥涵钢结构及木结构设计规范》(JTJ025—86)关于钢-混凝土组合梁的设计条文仍然是允许应力设计法，即弹性设计方法，也就是要求在标准荷载作用下，组合梁截面的最大应力不能超过规范规定的允许应力值。弹性设计法的实质就是换算截面法。早在 20 世纪初，Andrews 就提出组合梁设计的换算截面法。用换算截面法计算钢-混凝土组合梁采用了如下三点假设：(1) 钢梁和混凝土翼缘都是弹性材料；(2) 钢梁和混凝土翼缘的交界面无相对滑移；(3) 组合梁截面变形后仍然保持为平截面。根据以上假设，可以把钢梁和混凝土通过模量比换算成同一种材料，然后根据材料力学方法进行截面的惯性矩和抵抗矩及应力计算。如组合梁截面，设换算截面为钢截面，则：

$$A = A_s + A_c/n \quad (22.6.1)$$

$$y = \frac{A_s y_s + A_c y_c/n}{A} \quad (22.6.2)$$

$$I = I_s + A_s(y - y_s)^2 + I_c/n + A_c(y_c - y)^2/n \quad (22.6.3)$$

$$\sigma_s = My/I \quad (22.6.4)$$

$$\sigma_c = M(h - y)/nI \quad (22.6.5)$$

$$EI = E_s I \quad (22.6.6)$$

$$n = E_s/E_c \quad (22.6.7)$$

如果设换算截面为混凝土截面，则：

$$A = nA_s + A_c \quad (22.6.8)$$

$$y = \frac{nA_s y_s + A_c y_c}{A} \quad (22.6.9)$$

$$I = nI_s + nA_s(y - y_s)^2 + I_c + A_c(y_c - y)^2 \quad (22.6.10)$$

$$\sigma_s = nM_y/I \quad (22.6.11)$$

$$\sigma_c = M(h - y)/I \quad (22.6.12)$$

$$EI = E_c I \quad (22.6.13)$$

式中 A 、 A_s 、 A_c 分别表示换算截面、钢梁及混凝土翼缘有效宽度范围的截面积（后面有关公式都应取有效宽度）， y_s 、 y_c 、 y 分别表示钢梁截面形心、混凝土翼缘形心及组合梁换算截面形心到钢梁底部的距离， h 表示组合梁截面高度， E_s 、 E_c 分别表示钢梁和混凝土翼缘的弹性模量， n 表示钢梁的弹性模量与混凝土的弹性模量比 E_s/E_c ， σ_s 、 σ_c 分别表示钢梁底部和混凝土翼缘顶部的应力， M 表示作用在截面上的弯矩， EI 表示换算截面刚度。

根据我国现行《公路桥涵钢结构及木结构设计规范》(JTJ025—86)，组合梁截面的强度应满足下式要求：

$$\sigma \leq [\sigma] \quad (22.6.14)$$

式中 σ 、 $[\sigma]$ 分别表示外荷载引起的截面最大应力和规范规定的允许应力。

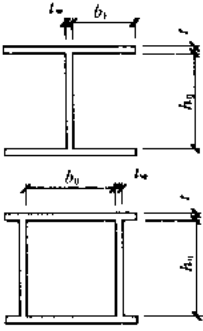
在钢梁与混凝土翼缘交界面的自然粘结未破坏之前，换算截面法的计算结果与试验值吻合较好，在自然粘结破坏后即在交界面开始出现相对滑移之后，用换算截面法得到的组合梁截面的应力偏低，截面刚度偏大，结果偏于不安全，这已经被试验结果所证实，即试验结果表明，即使在钢梁开始屈服前，实测变形和应力都大于换算截面法得到的计算结果。换算截面法不能考虑滑移效应的影响，用于采用柔性剪力连接件组合梁的设计计算偏于不安全，这一点应当引起设计人员注意。国内清华大学土木工程系曾对滑移效应进行了深入的研究，提出了考虑滑移效应的组合梁计算的折减刚度法，折减刚度法的核心是用考虑滑移效应的折减刚度代替换算截面刚度，它简单实用，而且与国内外的试验结果吻合良好。

22.6.2 极限抗弯承载力

钢-混凝土组合梁的极限抗弯承载力与剪力连接程度有关。为了简化起见，不管是完全剪力连接还是部分剪力连接，计算组合梁的极限抗弯承载力时都可以采用如下假设：(1) 截面上的应力用等效矩形应力图代替；(2) 钢梁截面上的拉压应力均达到设计抗拉强度，混凝土截面压应力达到设计抗压强度；(3) 忽略混凝土的抗拉作用；(4) 交界面由剪力连接件提供的总剪力能够满足所需的平衡条件。根据以上假设，可以很方便地得到组合梁截面的极限抗弯承载力，这种极限抗弯承载力也称之为塑性极限承载力，按照这种方法进行截面设计和截面验算，称之为简化塑性设计方法。为了保证组合梁截面能够达到塑性极限抗弯承载力，钢梁截面应满足表 22.6.1 所示的要求。

钢梁截面板件的宽厚比

表 22.6.1

截面形式	翼缘	腹板
	$\frac{b_1}{t} \leq 9\sqrt{\frac{235}{f_y}}$ $\frac{b_0}{t} \leq 30\sqrt{\frac{235}{f_y}}$	<p>当 $\frac{A_s f_y}{A_s f_y} < 0.37$ 时:</p> $\frac{h_0}{t_w} \leq \left(72 - 100 \frac{A_s f_y}{A_s f_y}\right) \sqrt{\frac{235}{f_y}}$ <p>当 $\frac{A_s f_y}{A_s f_y} \geq 0.37$ 时:</p> $\frac{h_0}{t_w} \leq 35\sqrt{\frac{235}{f_y}}$

注: A_s —负弯矩截面有效宽度 (b_e) 内纵向受拉钢筋截面面积; f_y —钢筋抗拉强度设计值; A_s —钢梁截面面积;
 f_y —钢梁钢材抗拉、抗压强度设计值; f_y —钢梁钢材的屈服强度。

组合梁截面在正弯矩作用下, 钢梁受拉, 混凝土翼缘受压, 但是在负弯矩作用下, 混凝土翼缘受拉, 钢梁受压。下面对这两种情况分别进行讨论。

(1) 正弯矩作用时, 有下列两种情况:

1) 塑性中和轴位于混凝土翼缘板内, 即 $A_s f \leq b_e h_{cl} f_c$ 时, 截面应力分布如图 22.6.1 所示。

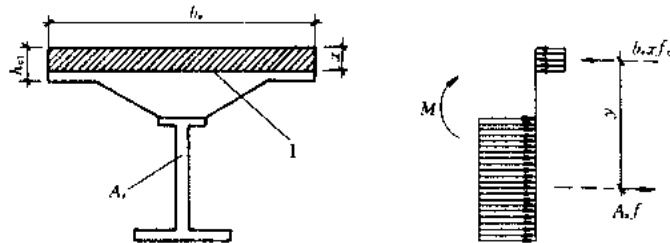


图 22.6.1 塑性中和轴在混凝土板内的组合梁应力分布图形

$$M \leq b_e x f_c y \quad (22.6.15)$$

$$x = A_s f / b_e f_c \quad (22.6.16)$$

式中 M ——弯矩设计值;

x ——组合梁截面塑性中和轴至混凝土翼缘板顶面的距离;

f_c ——混凝土轴心抗压强度设计值;

y ——钢梁截面应力合力至混凝土受压区截面应力合力间的距离。

2) 塑性中和轴在钢梁截面内, 即 $A_s f > b_e h_{cl} f_c$ 时, 截面应力分布如图 22.6.2 所示。

$$M \leq b_e h_{cl} f_c y_1 + A'_s f y_2 \quad (22.6.17)$$

$$A'_s = 0.5 (A_s - b_e h_{cl} f_c / f) \quad (22.6.18)$$

式中 A'_s ——钢梁受压区截面面积;
 y_1 ——钢梁受拉区截面应力合力至混凝土翼缘板截面应力合力间的距离;
 y_2 ——钢梁受拉区截面应力合力至钢梁受压区截面应力合力间的距离。

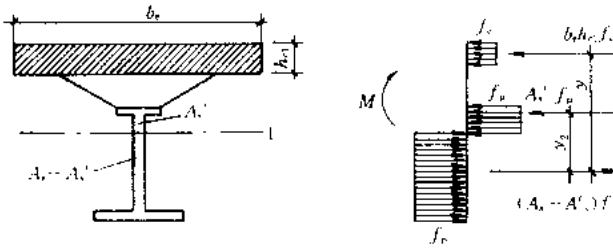


图 22.6.2 塑性中和轴在钢梁截面内的组合梁应力分布图形

(2) 负弯矩作用

负弯矩作用时, 简化塑性极限弯矩计算模型如图 22.6.3 所示。

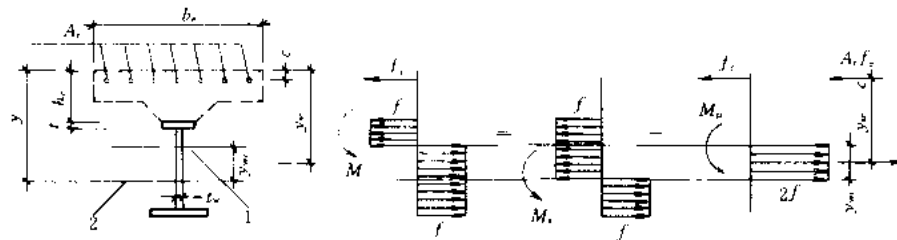


图 22.6.3 负弯矩作用时组合梁截面应力及应力分解图

$$M \leq M_s + A_r f_r (y_{sc} - c) \quad (22.6.19)$$

$$y_{sc} = y - y_{wc}/2 \geq h_e + t \quad (22.6.20)$$

$$y_{wc} = \frac{A_r f_r}{2 t_w f} \quad (22.6.21)$$

式中 M_s ——钢梁绕自身塑性中和轴的塑性抗弯承载力;
 f_r ——负钢筋抗拉强度设计值;
 y ——钢梁截面重心至混凝土翼缘板顶面的距离;
 y_{wc} ——钢梁截面重心至整个截面塑性中和轴的距离;
 c ——纵向钢筋保护层厚度;
 t ——钢梁上翼缘板厚度;
 t_w ——钢梁腹板厚度。

(3) 部分抗剪连接的单跨简支梁

部分剪力连接组合梁, 达不到简化塑性理论得到的极限弯矩, 应当考虑剪力连接程度的降低对极限承载力的折减。部分剪力连接组合梁的截面应力分布图模型如图 22.6.4 所示。当采用柔性连接件(栓钉、槽钢、弯筋等)时, 其极限抗弯承载力按下列公式计算:

$$x = n_r N_v / b_e f_c \quad (22.6.22)$$

$$A'_s = 0.5 (A_s - n_r N_v / f) \quad (22.6.23)$$

$$M_{ur} = n_r N_v y_2 + 0.5 (A_s f - n_r N_v) y_1 \quad (22.6.24)$$

式中 x ——混凝土翼缘板受压区高度;
 n_r ——在所计算截面左、右两个剪跨区内, 数量较小的连接件个数;

N_v ——每个抗剪连接件的纵向抗剪承载力；

M_{ur} ——部分抗剪连接时截面抗弯承载力；

y_1 ——钢梁受压区重心至钢梁受拉区重心的距离；

y_2 ——混凝土翼缘板受压区重心至钢梁受拉区重心的距离。

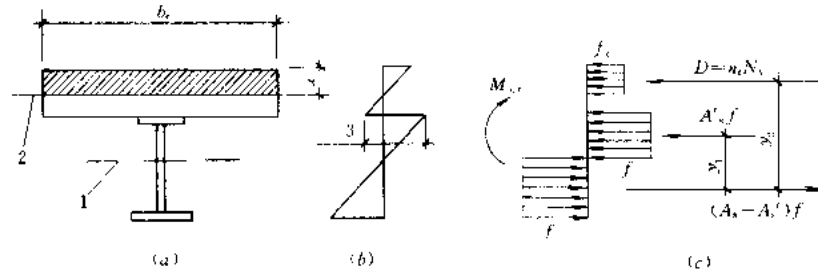


图 22.6.4 部分抗剪连接组合梁计算简图

(a) 截面；(b) 应变；(c) 最大弯矩截面应力

1—钢梁的塑性中和轴；2—组合截面的塑性中和轴；3—滑移应变

22.7 组合梁截面抗剪

在进行钢-混凝土组合梁设计时，不仅要进行正截面的抗弯计算，而且要进行组合梁截面的抗剪验算。清华大学等试验研究表明，在正弯矩作用下，钢梁和混凝土翼缘对抵抗竖向剪力都有贡献。为了偏于安全起见，现行有关规范和规程建议近似按钢梁腹板考虑，即组合截面上的竖向剪力仅仅考虑由钢梁的腹板承担。现行规范和规程建议组合梁的竖向抗剪按照下式进行验算：

$$V \leq h_w t_w f_v \quad (22.7.1)$$

式中 h_w 、 t_w ——钢梁腹板的高度及厚度；

f_v ——钢材抗剪强度设计值。

22.8 剪力连接件设计

剪力连接件的作用是传递钢梁和混凝土翼缘交界面间的剪力并抵抗它们间的分离，保证钢梁和混凝土翼缘连成整体共同工作，即保证组合作用。抵抗分离一般是通过对剪力连接件几何形状的构造要求来保证。剪力连接件的主要形式有栓钉、槽钢、弯筋等，如图 22.8.1 所示，它们都属于柔性剪力连接件，具有很好的剪力重分布能力，为剪力连接件沿梁长均匀布置奠定了基础。栓钉连接件依靠钉头，槽钢连接件利用其上翼缘（相对而言），弯筋连接件则利用钢筋拉力的竖向分量抵抗钢梁与混凝土翼缘间的分离。栓钉剪力连接件各向同性，受力性能可靠，栓钉的生产及其焊接设备已经实现国产化，施工质量有保证，施工速度快，深受业主、设计人员和施工管理部门的欢迎，在我国有条件采用栓钉连接件的地方，几乎所有的组合梁都采用了栓钉剪力连接件，栓钉连接件的焊接需要专门的焊接设备，国内有关厂家已有定型产品出售，如天津华北机电设备公司生产的各种型号的栓钉以及相应的栓钉焊接设备。槽钢剪力连接件不需要专门的焊接设备，它与钢梁翼缘的连接通过肢尖和肢背两条角焊缝相连接，可以用手工焊接方法完成，能够得到槽钢型材

的地方就可以加工这种连接件，把槽钢截成需要的长度即可，该长度则根据需要单个槽钢连接件抵抗的剪力和其肢尖、肢背的焊缝长度来确定。槽钢肢尖的朝向如何，不影响其抗剪承载力和传递剪力的性能，并且重分布剪力的能力很强，这就为方便施工和保证连接件的传力性能提供了保证。槽钢连接件可以手工焊接，可以“就地取材”，因此，在实现栓钉剪力连接件焊接比较困难的地方，可以考虑采用槽钢作为剪力连接件。弯筋连接件也是剪力连接件的形式之一，它是利用钢筋的拉力即钢筋的锚固抗拔来抵抗交界面的剪力，因此，弯筋连接件的弯起方向应当与钢梁上翼缘剪力流的方向一致，即与混凝土压翼缘压应力的方向一致。弯筋连接件的不足是其传递剪力的单向性，只能传递固定方向的剪力，不能传递交变方向的剪力，因此，对弯筋剪力连接件的设置方向很严，故对施工要求很高，另外，焊接工作量大，弯筋的弯起段不利于混凝土板中钢筋的布置。

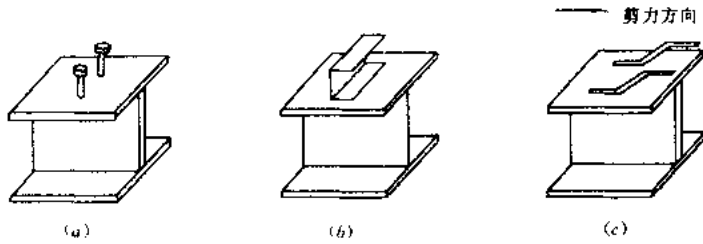


图 22.8.1 剪力连接件
(a) 栓钉连接件；(b) 槽钢连接件；(c) 弯筋连接件

22.8.1 剪力连接件抗剪承载力计算

连接件依靠本身抗剪和根部混凝土的局部受压共同传递剪力，剪力连接件相当于弹性地基梁，连接件根部的焊缝增强了本身的抗剪承载力，与连接件根部毗邻的混凝土处于局部受压状态，如图 22.8.2 所示。并且对于正弯矩区的剪力连接件，与其根部毗邻的局部受压混凝土往往处于双向受压状态，因此，与连接件根部毗邻混凝土的抗压强度要高于混凝土单轴抗压强度，对提高连接件传递剪力的能力是有利的。根据试验研究成果和可靠度分析，我国现行有关规范和规程关于剪力连接件的设计抗剪承载力公式如下：

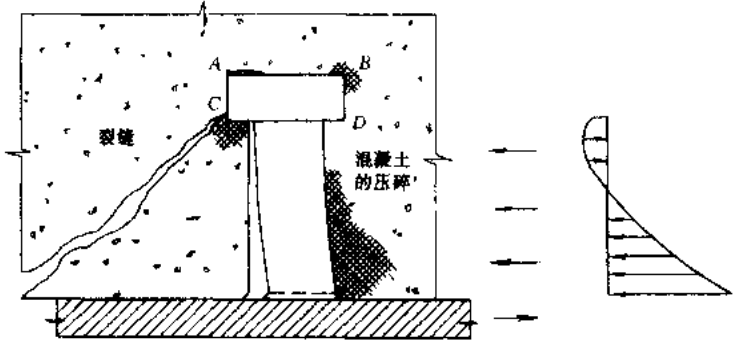


图 22.8.2 栓钉连接件传力模型

1. 栓钉连接件

$$N_v = 0.43 A_s \sqrt{E_c f_c} \leq 0.7 A_s f_u \quad (22.8.1)$$

式中 E_c ——混凝土的弹性模量；

A_s ——栓钉杆身截面面积；

f_u ——栓钉杆的极限抗拉强度（一般情况下，栓钉生产厂家提供该项性能指标），
根据现有试验结果，当 $f_u > 520\text{MPa}$ 时，取 $f_u = 520\text{MPa}$ 。

2. 槽钢连接件

$$N_v = 0.26(t + 0.5t_w)l_c\sqrt{E_c f_c} \quad (22.8.2)$$

式中 t ——槽钢翼缘的平均厚度；

t_w ——槽钢腹板的厚度；

l_c ——槽钢的长度。

槽钢连接件通过肢尖肢背两条通长角焊缝与钢梁连接。承受该连接件的抗剪承载力 N_v 。角焊缝按《钢结构设计规范》进行焊缝抗剪承载力验算。

3. 弯筋连接件

$$N_v = A_{bw}f_t \quad (22.8.3)$$

式中 A_{bw} ——弯筋的截面面积；

f_t ——钢筋的抗拉强度设计值。

22.8.2 剪力连接件抗剪承载力的折减

当连接件位于负弯矩区时，混凝土翼缘受拉，对剪力连接件传递剪力不利，根据试验研究结果和设计经验，位于悬臂组合梁或连续组合梁的负弯矩区段内时，剪力连接件的抗剪承载力应乘以折减系数 0.85。

当楼盖为压型钢板组合楼盖时，栓钉需要穿过压型钢板后，才能焊接到钢梁上，焊接质量不如直接焊接到钢梁上好，并且混凝土板与钢梁之间没有直接接触，不存在钢梁与混凝土之间的粘结力，因此在设计时，也应考虑对剪力连接件抗剪承载力的折减。根据研究结果，折减系数 β_v 按下列公式计算：

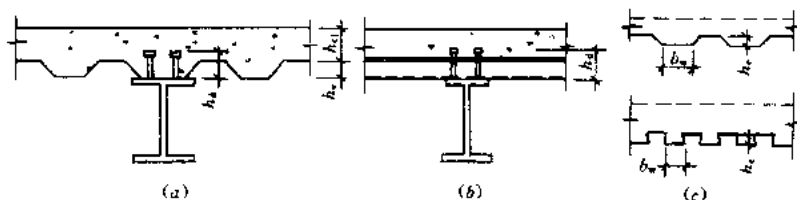


图 22.8.3 钢-压型钢板混凝土组合梁

1. 当压型钢板肋平行于钢梁时（如图 22.8.3a 所示）

$$\beta_v = 0.6 \frac{b_w}{h_e} \left(\frac{h_d - h_e}{h_e} \right) \leq 1.0 \quad (22.8.4)$$

2. 当压型钢板垂直于钢梁时（如图 22.8.3b 所示）

$$\beta_v = \frac{0.8}{\sqrt{n_0}} \frac{b_w}{h_e} \left(\frac{h_d - h_e}{h_e} \right) \leq 1.0 \quad (22.8.5)$$

式中 n_0 ——一个肋中栓钉个数， $n_0 \geq 3 \rightarrow n_0 = 3$ ；

b_w ——肋平均宽度；

h_w ——混凝土凸肋高度即压型钢板高度；

h_d ——栓钉高度。

22.8.3 剪力连接件的布置

根据剪力连接件的设计抗剪承载力, 再根据交界面的极限平衡条件, 就可以得到需要的剪力连接件数量。如前所述, 栓钉等柔性剪力连接件具有良好的剪力重分布能力, 因此, 剪力连接件可以沿梁长或分段均匀布置, 剪力连接件分段布置的方法如图 22.8.4 所示。完全剪力连接组合梁的数量可以按照如下公式计算:

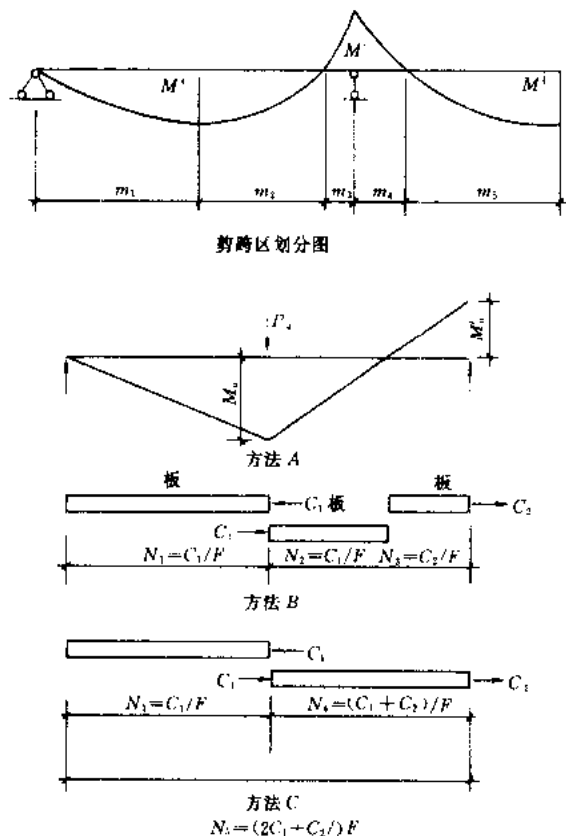


图 22.8.4 剪力连接件分段布置模型

正弯矩点以及从最大正弯矩点到反弯点间交界面的剪力 V 、负弯矩区段交界面的剪力 V 与前面所述的公式相同。分两段均匀布置时, 从最大正弯矩点到最大负弯矩点之间交界面的剪力为:

$$V = (b_e h_{cl} f_c + A_t f_t) \quad (22.8.6)$$

沿全跨均匀布置时, 交界面的总剪力为:

$$V = 2b_e h_{cl} f_c + A_t f_t \quad (22.8.7)$$

因此, 在考虑的区段所需要的剪力连接件数量 n_f 为:

$$n_f = V/N_v \quad (22.8.8)$$

按式(22.8.8)算得的连接件数量, 可在对应的剪跨区段内均匀布置。当在此剪跨区段内有较大集中荷载作用

1. 在正弯矩区段, 根据从零弯矩点到最大正弯矩点之间混凝土翼缘或钢梁的平衡条件, 即可得到考虑区段的剪力 V , V 取 $(b_e h_{cl} f_c)$ 和 $A_s f$ 二者中较小值。

2. 在负弯矩区段, 根据零弯矩点到最大负弯矩点之间混凝土翼缘或钢梁的平衡条件, 即可得到考虑区段的剪力 $V = A_t f_t$, 其中 A_t 表示负弯矩区有效宽度内的受拉钢筋面积, f_t 表示钢筋的抗拉设计强度。

3. 连续组合梁

对于连续组合梁, 剪力连接件分段布置方法有三种: (1) 分三段布置, 即从零弯矩点到最大正弯矩点, 从最大正弯矩点到反弯点, 从反弯点到最大负弯矩点; (2) 从零弯矩点到最大正弯矩点, 从最大正弯矩点到最大负弯矩点; (3) 从零弯矩点到最大负弯矩点, 即沿整个梁长均匀布置。

分三段布置时, 从零弯矩点到最大

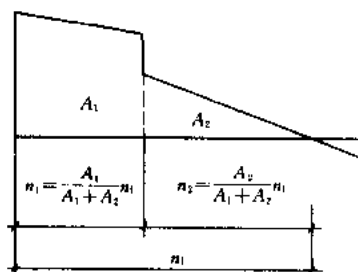


图 22.8.5 剪跨段内有较大集中荷载作用时抗剪连接件的分配

用时,应将连接件个数 n_f 按剪力图面积比例分配后再均匀布置,如图 22.8.5 所示,图中:

$$n_1 = \frac{A_1}{A_2 + A_1} n_f \quad (22.8.9)$$

$$n_2 = \frac{A_2}{A_2 + A_1} n_f \quad (22.8.10)$$

式中 A_1 、 A_2 ——剪力图面积;

n_1 、 n_2 ——相应剪力图内的连接件数量。

22.9 钢-混凝土组合梁正常使用极限状态的验算

在正常使用极限状态,要求组合梁在标准荷载作用下的最大挠度不能超过现行规范规定的允许值。国内外现行规范关于计算组合梁挠度的方法都是弹性换算截面法,即按照换算截面法计算组合梁截面的刚度,然后按照结构力学方法计算挠度。如前所述,现行弹性换算截面法不能考虑钢梁与混凝土翼缘之间的滑移效应,得到的挠度计算值偏小,用于大跨组合梁在正常使用阶段的验算偏于不安全,应当引起设计人员的重视。清华大学对滑移效应进行了深入的试验研究,根据试验研究结果,提出了考虑滑移效应的组合梁截面刚度计算的折减刚度法,折减刚度法简单实用,计算结果与国内外试验结果吻合良好,可以较精确地计算组合梁的挠度和弹性弯曲应力,可以说折减刚度法是对弹性换算截面法的重要发展。

22.9.1 钢-混凝土组合梁的挠度验算

钢-混凝土组合梁挠度验算方法与钢筋混凝土梁相同,关键是计算其截面刚度,有了截面刚度之后,就可以按照结构力学方法计算其挠度。依据国内外现行规范的规定,组合梁的截面刚度由弹性换算截面法确定,计算挠度时按照沿梁长为等刚度进行。在正弯矩作用下,组合梁的弹性换算截面刚度可以按照式 (22.6.1) ~ (22.6.7) 或式 (22.6.7) ~ (22.6.13) 进行计算。在长期荷载作用下,可以简单地将混凝土的长期弹性模量 E_{cl} 取为 $0.5E_c$,然后按照换算截面法计算组合梁的长期刚度,也就是把混凝土的弹性模量除以 2,再按照式 (22.6.1) ~ (22.6.7) 或式 (22.6.8) ~ (22.6.13) 计算长期刚度。

22.9.2 钢-混凝土连续组合梁的挠度验算

钢-混凝土连续组合梁的受力与简支组合梁的不同,在正弯矩区的受力性能与钢-混凝土简支组合梁相同,混凝土受压,钢梁受拉。但是,在负弯矩区,混凝土受拉,钢梁受压,混凝土开始出现裂缝后,负弯矩区刚度不断减小,负弯矩区的实际弯矩小于弹性弯矩计算值,跨中弯矩大于弹性弯矩计算值,即发生弯矩重分布。对于连续组合梁,如果仍然沿梁长取等刚度计算就会导致与实际受力情况差别甚大的结果。根据已有试验研究成果,可以简单近似地取内支座

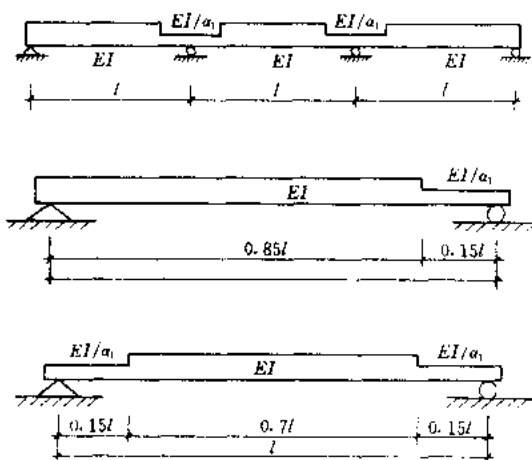


图 22.9.1 连续组合梁刚度计算模型

两侧 0.15l 范围内的刚度为钢梁和钢筋所构成的刚度，即在连续组合梁的这个范围内，不考虑混凝土对截面刚度的贡献，仅仅考虑钢梁和钢筋的作用。在内支座 0.15l 范围以外的其它区段，仍然取组合梁的弹性换算截面刚度，刚度取值模型如图 22.9.1 所示，图中 EI 表示正弯矩作用区段组合截面的弹性换算截面刚度， α_1 表示 EI 与负弯矩区段钢梁和钢筋组成的刚度之比值。值得一提的是，在得到连续组合梁的截面刚度后，还要知道在标准荷载作用下的弯矩图。根据试验研究成果，可以近似地按照下式确定中支座弯矩调幅系数 α_n ：

$$\alpha_n = 0.13 \left(1 + \frac{1}{8r_f} \right)^2 \left(\frac{M_{se}}{M} \right)^{0.8} \quad (22.9.1)$$

式中 $r_f = \frac{f_t A_f}{f A_s}$ ——负弯矩区力比；

M_{se} ——标准荷载作用下按照弹性方法得到的连续组合梁中支座负弯矩值；

M ——计算极限弯矩。

内支座的实际负弯矩可以近似由下式确定：

$$M_k = M_{se}(1 - \alpha_n) \quad (22.9.2)$$

计算钢-混凝土连续组合梁的长期变形时，可以取内支座两侧 0.15l 范围以外的其它区段的刚度为长期刚度，内支座两侧 0.15l 范围以内的刚度仍然为钢梁和钢筋的刚度。

22.9.3 部分剪力连接组合梁的挠度计算

当剪力连接程度系数 $n_r/n_f \leq 1.0$ 时，钢梁与混凝土翼缘交界面的滑移效应增大，使组合梁的挠度比按照换算截面法的计算值要大。根据试验研究结果，部分剪力连接组合梁的挠度 δ_r 可以近似按照如下公式进行计算：

$$\delta_r = \delta_f + 0.5(\delta_s - \delta_f)(1 - n_r/n_f) \quad (22.9.3)$$

式中 δ_f ——完全剪力连接组合梁由弹性换算截面法得到的计算挠度；

δ_s ——由钢梁单独承受组合梁所承受的使用荷载时的挠度。

22.9.4 施工方法对钢-混凝土组合梁挠度计算的影响

钢-混凝土组合梁施工方法分为带临时支撑施工和不带临时支撑施工两种。对于跨度比较大的组合梁，为了取得更好的经济效益，宜带临时支撑施工，否则会为了满足挠度要求而增大钢梁截面。组合梁的挠度应当是形成组合截面之后在使用荷载下组合梁的挠度与钢梁在施工荷载作用下（包括钢梁和混凝土的自重及施工活荷载）挠度的叠加。在进行组合梁设计时，应注意钢梁在施工阶段的强度和挠度验算。在施工阶段，全部自重和施工活荷载仅仅由钢梁承担，钢梁应满足现行规范有关强度、刚度及稳定的要求。

22.9.5 钢-混凝土连续组合梁负弯矩区的裂缝宽度验算（图 22.9.2）

为了设计方便和与混凝土结构设计规范接轨，钢-混凝土组合梁负弯矩区的裂缝宽度计算原理与钢筋混凝土梁相同，最大裂缝宽度可以按照下列公式计算：

$$w_{\max} = 2.7\psi \frac{\sigma_r}{E} \left(2.7c + 0.11 \frac{d}{\rho_e} \right) v \quad (22.9.4)$$

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65f_{tk}}{\rho_e \sigma_r} \quad (22.9.5)$$

$$\sigma_r = \frac{M_k y_r}{I_{sr}} \quad (22.9.6)$$

式中 v ——与纵向受拉钢筋表面特征有关的系数,变形钢筋 $v=0.70$;光面钢筋 $v=1.00$;
 ψ ——裂缝间纵向受拉钢筋应变不均匀系数,当 $\psi>1.00$ 时,取 $\psi=1.00$;
 c ——纵向钢筋保护层厚度,当 $c<20\text{mm}$ 时,取 $c=20\text{mm}$;当 $c>50\text{mm}$ 时,取 $c=50\text{mm}$;
 d ——纵向钢筋直径,当用不同直径的钢筋时, $d=4A_r/S$,其中 S 为钢筋截面的总周长;
 ρ_e ——按有效混凝土面积计算的纵向钢筋配筋率,即 $\rho_e=A/A_{ce}$,其中: $A_{ce}=b_e h_{c1}$,当 $\rho_e\leq 0.8\%$ 时,取 $\rho_e=0.8\%$;
 f_{tk} ——混凝土抗拉强度标准值;
 σ_r ——标准荷载作用下按荷载短期效应组合计算的负弯矩钢筋拉应力;
 M_k ——标准荷载作用下载面负弯矩组合值;
 I_{sr} ——由纵向钢筋与钢梁形成的钢截面的惯性矩;
 y_r ——钢筋截面重心至钢筋和钢梁形成的组合截面塑性中和轴的距离。

22.10 构造要求

为了避免塑性中和轴进入混凝土翼缘过深而导致混凝土翼缘底部裂缝宽度过大,组合梁截面高度 h 不宜超过钢梁截面高度 h_s 的 2.50 倍。为了有利于板托的传力及防止板托发生次生破坏,混凝土板托高度 h_{c2} 不宜超过翼缘板厚度 h_{c1} 的 1.50 倍,板托的顶面宽度不宜小于 h_{c2} 的 1.50 倍。

组合梁边梁混凝土翼缘板的构造应满足图 22.10.1 所示的要求。有板托时,伸出长度不小于 h_{c2} ,无板托时,应同时满足伸出钢梁中心线不小于 150mm,伸出钢梁翼缘边不小于 50mm 的要求。

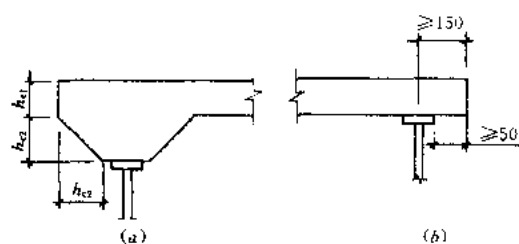


图 22.10.1 边梁的构造

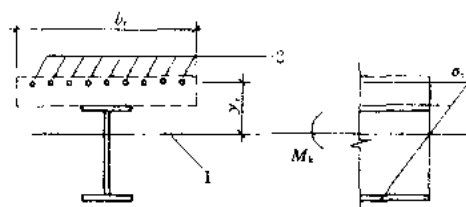


图 22.9.2 负弯矩产生的纵筋拉应力计算模型

连续组合梁在中间支座负弯矩区的上部纵向钢筋及分布钢筋按《混凝土结构设计规范》的规定设置。

抗剪连接件的设置应符合以下规定:(1)连接件抗掀起端底面宜高出翼缘板底部钢筋顶面 30mm;(2)连接件的最大间距不大于混凝土翼缘板(包括板托)厚度的四倍,且不大于 400mm;(3)部分抗剪连接的抗剪连接件实

配个数 n_r 不得少于完全抗剪连接所需连接件数量 n_f 的 50%;(4)连接件的外侧边缘与钢梁翼缘边缘之间的距离不小于 20mm;(5)连接件的外侧边缘至混凝土翼缘板边缘间的距离不小于 100mm;(6)连接件顶面的混凝土保护层厚度不小于 15mm。栓钉连接件尚应满足下列要求:(1)当栓钉位置不正对钢梁腹板时,如钢梁翼缘承受拉力,则栓钉焊杆直径应不大于钢梁上翼缘厚度的 1.50 倍;如钢梁上翼缘不承受拉力,则栓钉焊杆直径应不大于钢梁翼缘厚度的 2.50 倍;(2)栓钉沿梁轴线方向的间距不小于焊杆直径的六倍;(3)栓钉垂直于梁轴

线方向的间距不小于焊杆直径的四倍；(4)栓钉对于用压型钢板作底模的组合梁，栓钉焊杆直径不大于 19mm，混凝土凸肋宽度不小于栓钉焊杆直径的 2.50 倍；栓钉高度 h_d 应符合 $(h_c + 30) \leq h_d \leq (h_c + 75)$ mm 的要求，如图 22.10.2 所示。栓钉的材料质量、外形尺寸及焊接质量检验应符合现行有关规程的要求。

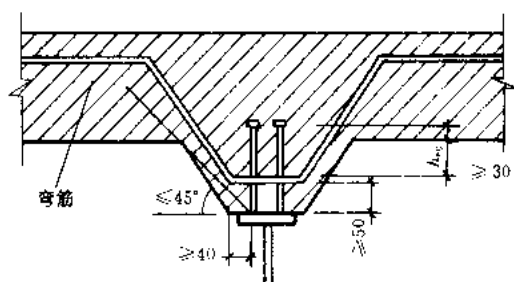


图 22.10.2 板托的构造

弯筋连接件通过双面角焊缝与钢梁焊接，焊接长度应大于五倍弯筋直径。除此之外，弯筋连接件尚应满足以下规定：(1) 弯筋连接件宜在钢梁上成对设置，沿梁轴线方向的间距不小于混凝土翼缘板（包括板托）厚度的 0.70 倍；(2) 弯筋连接件的长度不小于其直径的三十倍，从弯起点算起的长度不小于其直径的 25 倍，其中水平段长度不小于其直径的十倍（光面钢筋应加弯钩）；(3) 弯筋连接件弯起角宜为 45°，在梁跨中纵向水平剪力方向变化区段，应设置“ \sim ”形弯筋。

组合梁可不设板托，设板托时，其外形尺寸及构造应符合下列规定（如图 22.10.2 所示）：(1) 板托边距连接件外侧距离不小于 40mm；板托轮廓线应在自连接件根部算起的 45°仰角之外；(2) 板托内应配置横向钢筋，其下部水平段应设置在距梁上翼缘 50mm 的范围以内；横向钢筋的间距应不大于 $4h_{c0}$ ，且不大于 600mm。

组合梁楼层的主、次梁连接方式，可采用平接或叠接，如图 22.10.3 所示。

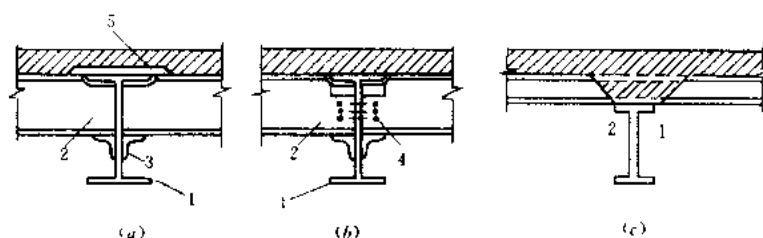


图 22.10.3 组合梁主、次梁连接形式简图

(a) 平接；(b) 平接；(c) 叠接

1—主梁；2—次梁；3—支承角钢；4—高强螺栓连接；5—连接盖板

22.11 工程应用实例

22.11.1 北京国贸桥

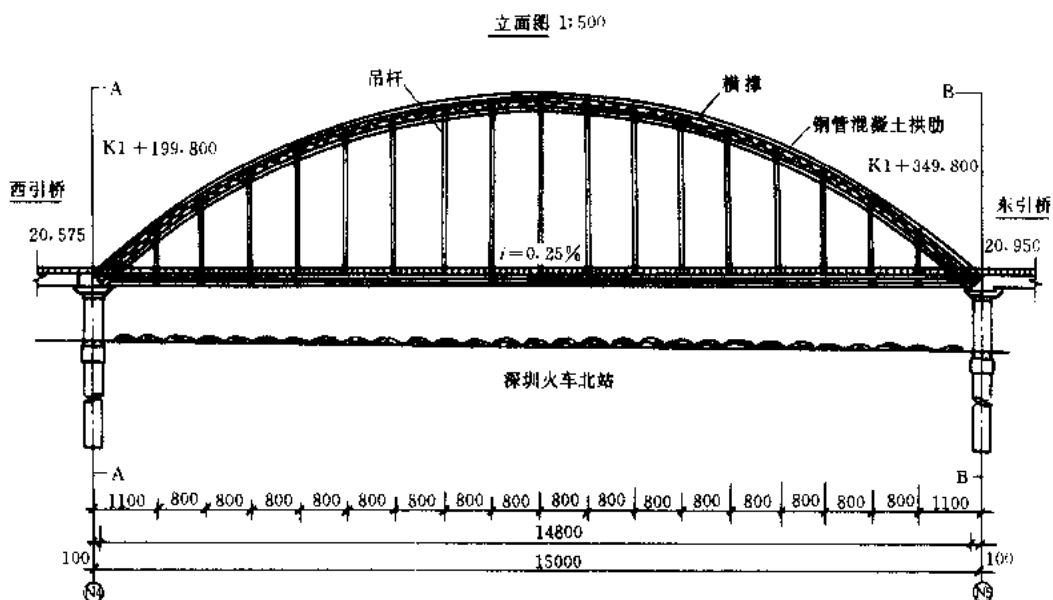
北京国贸桥跨越东三环，其主跨为三跨预应力钢-混凝土叠合板连续组合梁，跨度为 40m + 46m + 40m。国贸桥是当时国内第一座采用钢-混凝土叠合板组合梁的桥梁，由北京市市政工程设计研究总院设计。原设计方案为现浇桥面板组合梁方案，后改为叠合板桥面板即钢-混凝土叠合板组合梁方案，取得了很好的技术经济效益和社会效益。组合梁的外形及截面轮廓如图 22.11.1 所示。同原现浇桥面板方案相比，采用钢筋混凝土叠合板桥面后取得了如下效益：(1) 节省了近 4000m² 的高空支模工序和模板及支架；(2) 减小现场湿混凝土作业量 280m³；(3) 比钢筋混凝土梁桥减小自重 50% 以上；(4) 比钢桥节省钢材

The top drawing is a cross-section of the bridge deck. It shows a wide, flat top surface with a central vertical line indicating the centerline. The total width is 40000. The height of the deck is 1470. The bottom of the deck is supported by a central pier and two side piers. The distance from the centerline to the side pier is 46000/2. The bottom of the side pier is 2470 from the centerline.

The bottom drawing is a plan view of the bridge deck. It shows the layout of the bridge piers and the deck segments. The total length is 40000. The segments are labeled with their lengths: 1290, 3000, 2955, 3000, 2955, 3000, and 1498. The piers are represented by vertical lines across the segments.

汽超-20 静载试验结果和分析表明该桥具有足够的强度和刚度储备。由于钢-混凝土叠合板组合梁易于满足现代桥梁结构对“轻型大跨、预制装配、快速施工”的要求,并且可以不中断下部交通,因此,继国贸桥之后,仅北京就又有 30 余座大跨立交桥的主跨采用了钢-混凝土叠合板组合梁结构,其中最大跨度已经达到 70m,取得了显著的技术经济效益和社会效益。国内深圳、长沙、岳阳、海口等城市在建造大跨立交桥也采用了钢-混凝土叠合板组合梁结构。

深圳北站大桥由深圳市市政工程设计院设计,清华大学土木系承担了钢-混凝土组合桥面结构的科研及设计工作。该桥于1998年4月开始兴建,于2000年3月通车。它西起笋岗仓库区,连续跨越深圳火车北站区、洪湖西路和布吉河,与芙蓉大桥西引桥相接,采用跨径为148m的下承式双拱肋有风撑钢管混凝土系杆拱桥,如图22.11.2所示。桥面结构通过吊杆和主拱肋相连,吊杆纵向间距8m,两拱肋间吊杆间距即横梁的支承跨度为18.5m,两侧外加伸臂长度各2.65m,故横梁长度23.8m。桥面结构的横梁为预应力钢-混凝土空心叠合板组合梁(图22.11.3),通过栓钉剪力连接件把箱形钢梁和预制预应力混凝土空心板和现浇混凝土连成整体形成钢-混凝土组合梁桥结构体系。由吊杆把钢管混凝土



595

拱与预应力钢筋混凝土空心叠合板组合桥面结构连成整体，形成的钢-混凝土组合桥结构体系的应用在国内外属于首次。同原钢筋混凝土桥面结构体系相比，组合梁桥结构的自重减轻 1000 余吨，结构高度减小约 1/3，对施工吊装的要求大大降低，由原来需要吊装 74 吨的预应力钢筋混凝土大梁下降到仅仅需要吊装 15 吨的钢梁，极大地方便了施工，加快了施工速度，缩短了施工周期，大大降低了施工造价。预应力混凝土空心板既作为模板并承受现浇混凝土自重和施工荷载，又作为桥面板的一部分与现浇层形成整体共同承受桥面车辆荷载，还作为钢-混凝土组合梁受压翼缘的一部分参与组合梁的受力。钢-混凝土组合梁以吊杆作为支承点，承受桥面板自重和车辆荷载的作用，混凝土叠合板翼缘受压，钢梁受拉，充分发挥了钢材抗拉和混凝土抗压的特点。

施工实践证明，预应力钢-混凝土空心叠合板组合梁非常适用于大跨拱桥、大跨悬索桥、大跨斜拉桥等桥面结构，应用前景广阔。成桥后的现场静动力试验结果证明，这种新型桥面结构受力合理，安全可靠。

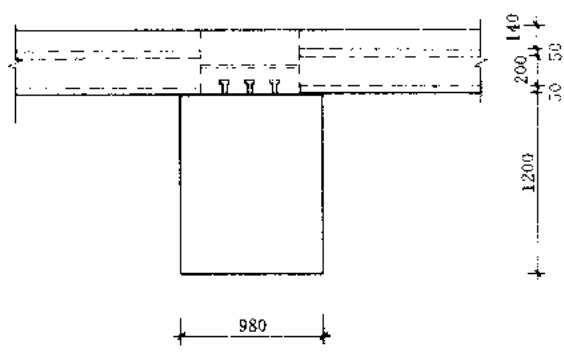


图 22.11.3 深圳北站大桥桥面组合梁横截面

22.11.3 北京国际技术培训中心综合楼

北京国际技术培训中心综合楼，为 2 幢 18 层塔楼，框筒结构，建筑面积 2 万余平方米，由北京马建国际建筑设计公司设计，清华大学土木系承担了轻钢-混凝土组合梁的科研工作，并对组合楼盖结构的设计提出了建议。该工程的楼盖次梁采用轻钢-混凝土组合梁，简支，跨度 6m，跨高比为 20，组合梁间距 1.5m。轻钢-混凝土组合

梁截面如图 22.11.4 所示。利用在钢梁腹板上焊接的角钢作为楼面模板的支承，省掉了脚手架，增大了施工作业面积和空间，便于立体交叉施工。这种楼盖施工快速方便，每层比一般结构的施工周期可以缩短（2~3）天。北京国际技术培训中心综合楼经济技术指标比较如表 22.11.1 所示。施工方案见图 22.11.5。

北京国际技术培训中心综合楼不同楼盖方案经济技术指标比较 表 22.11.1

楼 盖 型 式	三材消耗 (kg/m ²)			混凝土用量 (m ³ /m ²)	结构自重 (kg/m ²)	结构造价 (元/m ²)
	钢材	木材	水泥			
钢-混凝土组合楼盖	33.64	0.0059	119	0.256	666	635.89
混凝土楼盖	43.24	0.0063	180	0.359	933	664.94
降低值 (%)	22%	7%	34%	29%	29%	5%

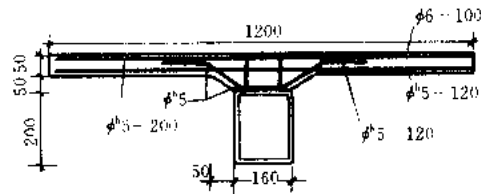


图 22.11.4 北京国际技术培训中心综合楼
轻钢-混凝土组合梁截面

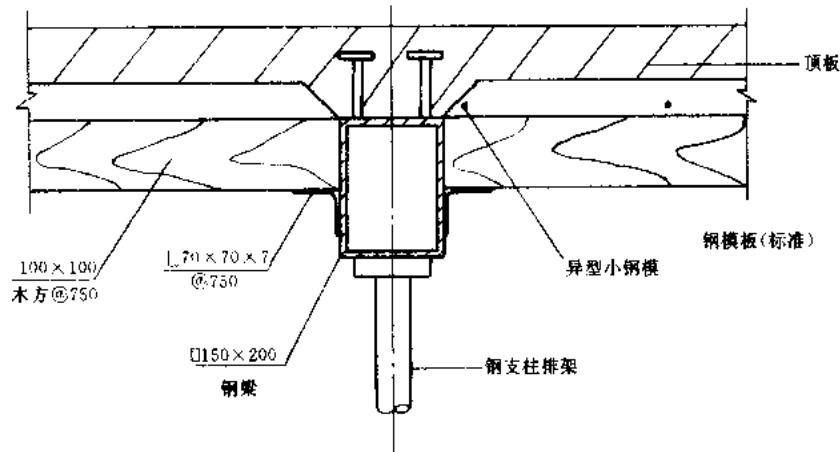


图 22.11.5 北京国际技术培训中心综合楼轻钢-楼盖施工方案

参 考 文 献

- 1 聂建国, 余志武. 钢-混凝土组合梁结构在我国的研究及应用. 土木工程学报, 1999, 32 (2)
- 2 聂建国, 沈聚敏. 滑移效应对钢-混凝土组合梁抗弯强度的影响及其计算. 土木工程学报, 1997, 30 (1)
- 3 聂建国, 沈聚敏, 余志武. 考虑滑移效应的钢-混凝土组合梁变形计算的折减刚度法. 土木工程学报, 1995, 28 (6)
- 4 聂建国, 崔玉萍. 钢-混凝土组合梁在单调荷载作用下的延性. 建筑结构学报, 1998, 19 (2)
- 5 聂建国, 王洪全. 钢-混凝土组合梁纵向抗剪的试验研究. 建筑结构学报, 1997, 18 (2)
- 6 聂建国, 沈聚敏. 钢-混凝土组合梁中剪力连接件实际承载力的研究. 建筑结构学报, 1996, 17 (2)
- 7 聂建国, 沈聚敏, 袁彦声. 钢-混凝土简支组合梁变形计算的一般公式. 工程力学, 1994, 11 (1)
- 8 聂建国. 钢-混凝土组合梁的长期变形及其计算. 建筑结构, 1997.1
- 9 周起敬等主编. 钢与混凝土组合结构设计施工手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991 年
- 10 朱聘儒编著. 钢-混凝土组合梁设计原理. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989 年 11 月
- 11 R.P.Johnson and Van Dalen. Research on steel-concrete composite beams, Proc. ASCE Mar. 1970
- 12 J.J.Climenhaga and R. P. Johnson. Local buckling in continuous composite beams, Structure Engineering, Sept, 1972
- 13 R.P.Barnad and R. P. Johnson. Plastic behaviour of composite beams, Proc. Instn. Civ. Engrs. Oct. 1965

第 23 章 现有建筑的抗震鉴定

23.1 概述

1. 现有建筑抗震鉴定的目的和意义

我国处在世界环太平洋地震带和南亚至地中海两大地震带的交汇地区，是世界上地震发生较为严重的国家之一。而我国抗震设防工作直到 1974 年才颁布第一本《工业与民用建筑抗震设计规范》。因此，在此前建设的大量房屋和工程设施的抗震能力存在着不同程度的问题。旧中国遗留下的老旧民房，广大农村建筑和土石结构房屋，南方部分地区的空斗墙单砖墙房屋等等，其抗震能力更差一些。在强烈的地震作用下给人们的生命财产造成了严重的损失。

1975 年海城地震后，北京和天津地区对一批工业与民用建筑进行了抗震鉴定和加固，经受了唐山大地震的考验，给我们很大的启示。天津发电设备厂在海城地震后，对工厂内的主要建筑进行了抗震加固，总计加固面积约 6 万 m^2 ，所用钢材为 40t。在唐山大地震中，全厂房屋经受了考验，没有出现一个车间倒塌和屋架塌落，震后很快恢复了生产。而与该厂相邻的天津重机厂，在唐山大地震前没有对该厂建筑进行抗震鉴定加固，使得该厂厂房破坏严重，部分屋架塌落，大型屋面板脱落，屋架和柱间支撑破坏，围护墙外闪甚至倒塌等，该厂唐山大地震后近半年才部分恢复生产，其修复加固所用钢材为 700t。从这两个鲜明对比的实例我们可以看出，搞好抗震鉴定加固，对于提高房屋的抗震能力和减轻地震灾害有着重要的意义。

唐山大地震后，国家拨出专款，从 1977 年开始进行了大量的抗震鉴定与加固工作。这些抗震鉴定与加固工作，在这些年的实际地震中取得了较好的效果。比如，四川省自贡市 1985 年发生了震中为 7 度的地震，全市已加固的 54 万 m^2 的建筑物，震后的完好率达 92% 以上。再比如，四川省道孚县邮政局 1980 年进行了抗震加固，在 1981 年发生的地震烈度为 8 度的地震中经受了考验。而距该房屋 10m 处的同类结构、同样高度、同一单位施工建造的柴油机房，因震前没有进行抗震加固，遭到了严重破坏。

在抵御地震灾害的斗争中，人们总结震害经验，开展了一系列的研究工作，形成了搞好抗震设防区划、新建工程设防，现有建筑的抗震鉴定加固，城市与区域抗震防灾规划等行之有效的抗震防灾对策。其中，搞好未经抗震设防建筑的抗震鉴定，正确评价其抗震能力和薄弱环节，从既安全又经济的抗震设防原则出发，结合维修和城市改造等，提出有的放矢的加固改造或拆除重建方案，不仅对提高这些建筑物本身的抗震能力，而且有助于提高城市的抗震能力。

2. 现有建筑抗震鉴定的范围

需要进行抗震鉴定的现有建筑主要为：一类是未经抗震设防的房屋和构筑物，由于我国第一本正式颁布的抗震设计规范为 1974 年，在这之前建造的建（构）筑物没有可能进

行抗震设计；另一类为该城市的抗震设防烈度提高了，则该城市的现有建筑都应区分轻重缓急进行抗震鉴定。

这里讲的现有建筑不包括按建筑抗震设计规范进行抗震设防的建筑，一些新的建筑由于没有按设计图纸施工而达不到现行抗震设计规范的要求，则应按抗震规范的要求进行鉴定和加固，而不能用抗震鉴定标准评价。这主要是建筑抗震鉴定时对结构抗震性能和要求，要低于按设计规范进行质量检验的要求；因而，不可按鉴定的要求来衡量新建工程，把不合格的工程划为合格品。这里讲的现有建筑也不包括古建筑，这主要是由于古建筑情况比较复杂，应专门进行研究。

3. 现有建筑抗震鉴定的步骤

现有建筑的抗震鉴定是对房屋的实际抗震能力、薄弱环节等整体抗震性能做出全面正确的评价，应包括下列步骤：

(1) 原始资料搜集，如勘察报告、施工图、施工记录和竣工图、工程验收资料等资料不全时，要有针对性地进行必要的补充实测；

(2) 建筑现状的调查，了解实际情况与原始资料相符合的程度、施工质量和维护状况；并注意有关的非抗震质量问题；

(3) 综合抗震能力分析，依据各类建筑结构的特点、结构布置、构造和抗震承载力等因素，采取既有抗震概念的宏观判断，也有数值的计算的鉴定方法；

(4) 鉴定结论和治理，对现有建筑整体抗震性能做出评价，对不符合鉴定要求的房屋提出相应的维修、加固、改造或更新的抗震减灾对策。

23.2 抗震鉴定的基本要求

根据地震灾害经验和各类建筑物震害规律的总结以及各类建筑物抗震性能的研究成果，给出现有建筑物抗震鉴定的原则和指导思想，对现有建筑物的总体布置和关键的构造进行宏观判断，为求做到从多个侧面来综合衡量与判断现有建筑的整体抗震能力。我们把这方面的抗震鉴定称之为抗震鉴定的基本要求。

1. 现有建筑抗震鉴定和加固后的设防的目标

地震作用无论在时间、地点和强度上的随机性都是很强的，总结地震作用的特点和震害的经验、教训，以及对各类结构抗震性能的研究，从既安全又经济的抗震原则出发，世界各国的工程抗震研究者先后提出了较为一致的抗震设防的目标。这就是在多遇的小震作用下，建筑物不应发生破坏，在中等地震作用下允许建筑物发生破坏，其破坏程度应在稍加修理或不需要修理就可继续使用，在罕遇的地震作用下，允许结构发生严重破坏，但应确保主体结构的安全，防止倒塌伤人。我国《建筑抗震设计规范》采用的“小震、中震（设防烈度）和大震”的取值是在对地震危险性分析的基础上，运用概率分析的方法给出的。建筑抗震设计采用的三个烈度水准的设防目标也是与建筑设计基准期 50 年相一致的。对于未经抗震设防的现有建筑，除设防烈度改变的城市外，多数都是 50 年代至 60 年代的建筑，已使用了 20 年以上，若这类房屋的抗震设防目标同新建房屋相一致，这不仅比原鉴定标准（TJ23—77）的抗震设防水平有明显的提高，而且也不符合确定抗震设防目标的原则和抗震减灾政策。

为保持原鉴定标准的水准，使鉴定标准有延续性，新修订的《建筑抗震鉴定标准》给

出的现有房屋经抗震鉴定和加固后的设防标准为在遭遇相当于抗震设防烈度地震影响时，一般不致倒塌伤人或砸坏重要生产设备，经修理后仍可继续使用。这意味着：

(1) 不仅要求主体结构在设防烈度地震影响下不倒塌，而且对人流出入口处的女儿墙等可能导致伤人或砸坏重要生产设备的非结构构件，也要防止倒塌；

(2) 现有建筑的设防目标低于新建建筑；在设防烈度地震影响下，前者的目标是“经修理后仍可继续使用”，后者的目标是“经一般修理或不经修理可继续使用”，二者对修理程度的要求有明显的不同。

2. 建筑综合抗震能力的判断

以往的抗震鉴定及加固，偏重于构件、部件的鉴定，缺乏总体抗震性能的判断。只要某部位不符合鉴定要求，则认为该部位需要加固处理，增加了房屋的加固面；或者鉴定加固后形成新的薄弱环节，抗震安全性仍不保证。例如，天津市第二毛纺厂的三层框架厂房，加固时忽视了整体观点，局部加固形成新的明显的薄弱层，导致在地震中倒塌；有的砖房加固时新增的构件引起地基不均匀沉降使墙体开裂。因此，要强调整个结构总体上所具有的抗震能力，并把结构构件分为具有整体影响和局部影响两大类，予以区别对待。前者不符合鉴定要求时，则对综合抗震能力影响较大；后者不符合鉴定要求时只影响局部，有的在判断总体抗震能力时可予以忽略，只需结合维修处理。

综合抗震能力还意味着从抗震构造和抗震承载力两个侧面进行综合。新建工程抗震设计时，可从承载力和变形能力两个方面分别或相互结合来提高结构的抗震性能；抗震鉴定时，若结构现有承载力较高，则除了保证结构整体性所需的构造外，延性方面的构造鉴定要求可稍低；反之，现有承载力较低，则可用较高的延性构造要求予以补充。

这里，结构的现有承载力取决于：①长期使用后材料现有的强度标准值；②构件（包括钢筋）扣除各种损伤、锈蚀后实际具有的尺寸和截面面积；③构件承受的重力荷载代表值。

在鉴定标准中引进“综合抗震能力指数”，就是力图使结构综合抗震能力的判断，有个相对的数量尺度。

3. 建筑现状良好的评定

“现状良好”是现有建筑现状调查中的重要概念，涉及施工质量和维护、维修情况。它是介于完好无损和有局部损伤需要补强、修复二者之间的一种概念。

抗震鉴定时要求建筑的现状良好，即，建筑所存在的一些质量缺陷是属于正常维修范畴之内的。一般说，现状良好可包括下列几点：

- (1) 砌体墙无空腔、酥碱，砂浆饱满，支承大梁或屋架的墙体无竖向裂缝；
- (2) 混凝土构件的钢筋无暴露、锈蚀，混凝土无明显裂缝和剥落；
- (3) 木结构构件无明显变形、挠曲、腐朽或严重开裂，节点无松动；
- (4) 钢结构构件无歪扭、锈蚀；
- (5) 构件连接处、墙体交接处等连接部位无明显裂缝；
- (6) 结构无明显的沉降裂缝和倾斜，基础无酥碱、松散或剥落；
- (7) 建筑变形缝的间隙无堵塞。

4. 建筑重点部位与一般部位的划分

基于房屋综合抗震能力的判断，抗震鉴定时只需按结构的震害特征，对影响整体抗震

性能的关键、重点部位进行认真的检查。这种部位，对不同的结构类型是不同的，对不同的烈度也有所不同。例如：

(1) 多层砖房的房屋四角、底层和大房间等等墙体砌筑质量和墙体交接处是重点，屋盖的整体性也有重要影响；底层框架砖房，底层是检查的重点，而内框架砖房的顶层是重点，其底层是一般部位；

(2) 框架结构的填充墙等非结构构件是检查的重点；8、9度时，框架柱的截面和配筋构造是检查的重点；

(3) 单层钢筋混凝土柱厂房，6、7度时天窗架是可能的破坏部位；有檩和无檩屋盖中，支承长度较小的构件间的连接也是检查的重点；8、9度时，不仅要重视各种屋盖系统的连接和支承布置，对高低跨交接处和排架柱变形受约束的部位也要重点检查。

5. 场地条件和基础类别的利弊

现有建筑的抗震鉴定，以上部结构为主，而地下部分的影响也要适当注意。例如：

(1) I类场地的建筑，上部结构的构造鉴定要求，一般情况可降低一度采用；

(2) 对全地下室、箱基、筏基和桩基等整体性较好的基础类型，上部结构的部分鉴定要求可在一度范围内适当降低，但不可全面降低；

(3) IV类场地、复杂地形、严重不均匀土层和同一单元存在不同的基础类型或埋深不同，则有关的鉴定要求相对提高；

(4) 8、9度时，尚应检查饱和砂土、饱和粉土液化的可能并根据液化指数判断其危害性。

6. 建筑结构布置不规则时的鉴定要求

现有建筑的“规则性”是客观存在的，抗震鉴定遇到不规则、复杂的建筑，则需采用专门的手段来判断，并注意提高有关部位的鉴定要求。至于规则与复杂的划分，则包含诸多因素的综合要求：

沿高度方向的要求是：

(1) 突出屋面的小建筑尺寸不大，局部缩进的尺寸也不大；

(2) 抗侧力构件上下连续，不错位，无抽梁、抽柱，抽墙，且横截面面积的改变不大；

(3) 相邻层质量变化不大（如 $m_1/m_2 \geq 4/5 \sim 3/5$ ）；

(4) 相邻层刚度及连续三层的刚度变化平缓（如 $K_i/K_{i+1} \geq 0.85 \sim 0.7$ ， $K_i/K_{i+3} \geq 0.7 \sim 0.5$ ）

(5) 相邻层的楼层受剪承载力变化平缓（如 $2V_{yi}/(V_{y,i+1} + V_{y,i-1}) \geq 0.8$ ）。

沿水平方向的要求是：

(6) 平面上局部突出的尺寸不大；

(7) 抗侧力构件、质量分布在本层内基本对称布置；

(8) 抗侧力构件呈正交或基本正交分布，使抗震分析可在两个主轴方向分别进行；

(9) 楼盖平面内无大洞口，抗震横墙间距满足要求，可不考虑侧向力作用下楼盖平面内的变形。

7. 结构体系的合理性检验

抗震鉴定时，检查现有建筑的结构体系是否合理，可对其抗震性能的优劣有初步的判

断。除了在结构布置中的规则性判别外,可有下列内容:

(1) 多层砖房、多层内框架和底层框架砖房、钢筋混凝土框架房屋,在不同烈度下有各自的最大适用高度;当房屋高度超过时,鉴定时要采用比较复杂或专门的方法;

(2) 竖向构件上下不连续等,如抽柱、抽梁或抗震墙不落地,使地震作用的传递途径发生变化,则需提高有关部位的鉴定要求;

(3) 要注意部分结构或构件破坏导致整个体系丧失抗震能力或承受重力荷载的可能性;

(4) 当同一房屋有不同的结构类型相连,如部分为框架,部分为砌体,而框架梁直接支承在砌体结构上,天窗架为钢筋混凝土,而端部由砖墙承重;排架柱厂房单元的端部和锯齿形厂房四周直接由砖墙承重等。由于各部分动力特性不一致,相连部分受力复杂,要考虑相互间的不利影响;

(5) 房屋端部有楼梯间、过街楼,或砖房有通长悬挑阳台,或厂房有局部平台与主体结构相连,或不等高厂房的高低跨交接处,要考虑局部地震作用效应增大的不利影响

8. 构件型式的抗震检查

抗震鉴定时,要注意结构构件尺寸、长细比和截面形式等与非抗震的要求有所不同;

(1) 砌体结构的窗间墙、门洞边墙段等的宽度不宜过小,不应有砖雕式的门窗过梁,不宜有踏步板竖肋插入墙体內的梯段;

(2) 单层砖柱厂房不宜有变截面的砖柱;

(3) 钢筋混凝土框架不宜有短柱,纵向钢筋和箍筋要符合最低要求;钢筋混凝土抗震墙的高厚比也不宜过大;

(4) 单层钢筋混凝土柱厂房不应Ⅱ形天窗架、无拉杆组合屋架;薄壁工字形柱、腹板大开孔工字形柱和双肢管柱等也不利抗震。

这些构件,或者承载力不足、或者延性明显不足,或者连接的有效性难于保证,均不利于抗震。

9. 抗震结构整体性构造的判断

建筑结构的多个构件、部件之间要形成整体受力的空间体系,结构整体性的强弱直接影响整个结构的抗震性能。可从下列方面检验:

(1) 装配式楼、屋盖自身连接的可靠性,包括有关屋架支撑、天窗架支撑的完整性;

(2) 楼、屋盖和大梁与墙(柱)的连接,包括最小支承长度,以及锚固、焊接和拉结措施等可靠性;

(3) 墙体、框架等竖向构件自身连接的可靠性,包括纵横墙交接处的拉结构造、框架节点的刚接或铰接方式,以及柱间支撑的完整性。

10. 非结构构件的震害评定

非结构构件包括维护墙、隔墙等建筑构件,女儿墙、雨篷、出屋面小烟囱等附属构件,以及各种装饰构件。对其倒塌伤人或加重震害的鉴定要求,与新建工程的设计要求大体相当,体现为:

(1) 女儿墙等出屋面悬臂构件要锚固,无锚固时要控制最大高度;人流入口尤为重要;

(2) 砌体围护墙、填充墙等要与主体结构拉结,要防止倒塌伤人;对于布置不合理,

如不对称形成扭转，嵌砌不到顶形成短柱或对柱有附加内力，厂房一端有墙一端敞口或一侧嵌砌、一侧贴砌等，均要考虑其不利影响；对于构造合理、拉结可靠的砌体填充墙，可做为抗侧力构件及考虑其抗震承载力；

(3) 较重的装饰物与主体结构应有可靠连接。

11. 材料实际强度等级的最低要求

现有建筑控制材料最低强度等级的目的与新建建筑有所不同：

(1) 受历史条件的限制，对现有建筑材料强度鉴定的要求略低于对新建建筑的设计要求；

(2) 鉴定时控制最低强度等级，不仅可使现有建筑的抗震承载力和变形能力有基本的保证，而且在一定程度上可缩小抗震验算的范围。

综合运用结构抗震的上述概念，即可对结构整体抗震性能作出第一级综合评定，从而简化抗震鉴定工作，提高效率。

23.3 现有建筑结构的检测

建筑的现状和结构构件材料的实际强度、混凝土保护层的碳化深度以及钢筋的锈蚀等，对于较为实际的反映结构的承载力能力是非常重要的。因此，对需要进行抗震鉴定的房屋进行现状缺陷和构件材料强度等检测，能为鉴定提出符合实际的数据。

23.3.1 砌体结构的检测

对现有砌体结构构件检测应主要包括：构件材料（砖石或砌块及砂浆）强度，砌体裂缝、砌筑砂浆的饱满度等。

1. 砌体裂缝的检测

因为砌体中的裂缝是常见的质量问题，裂缝的形态、数量及发展程度对承载力、使用性能与耐久性有很大影响，对砌体的裂缝必须全面检测。观测裂缝的长度、宽度、裂缝走向及其数量、形态等。

裂缝的长度可用钢尺或一般米尺进行测量。宽度可用塞尺、卡尺或专用裂缝宽度测量仪进行测量。对于裂缝的走向、数量及形态应详细地标在墙体的立面图或砖柱展开图上，进而分析产生裂缝的原因并评价其对承载力的影响程度。

2. 砌体中砖与灰缝砂浆强度的检测

砌体是由砖和砂浆组成的复合体。有了砂浆及砖的强度，就可按有关规范推断出砌体的强度。所以对砖及砂浆强度的检测是十分关键的。对于砖可从砌体上取样，清理干净后，按常规方法进行试验。

取五块砖作抗压强度试验。将砖样锯成二个半砖（每个半砖宽度不小于 100mm），放入室温净水中浸 10~30min，取出以断口方向相反叠放，中间用净水泥砂浆粘牢，上下面用水泥砂浆抹平，养护 3d 后进行压力试验。加荷前测量试件两半砖叠合部分的面积 A (mm^2)，加荷至破坏，若破坏荷载为 P (N)，则抗压强度

$$f_c = P/A \quad (\text{MPa}) \quad (23.3.1)$$

另取五块砖作抗折试验，可在抗折活动架上进行。滚轴支座置于条砖长边向内 20mm，加荷压滚轴应平行于支座，且位于支座之中间 $L/2$ 处，加载前测得砖之宽 b ，厚 h ，支座距 L 。加荷破坏荷载为 P ，则抗折强度为

$$f_t = \frac{3PL}{2bh^2} \quad (\text{MPa})$$

式中, b , h , L 以 mm 为单位, P 的单位为 N。

根据试验结果, 可按表 23.3.1 确定砖的强度等级。

粘土砖的强度指标

表 23.3.1

砖的等级	抗压强度 (MPa)		抗折强度 (MPa)	
	平均值不小于	最小值不小于	平均值不小于	最小值不小于
MU20	20	14	4.0	2.6
MU15	15	10	3.1	2.0
MU10	10	6.0	2.3	1.3
MU7.5	7.5	4.5	1.8	1.1
MU5	5.0	3.5	1.6	0.8

这种现场取样然后再在实验室进行试验的方法, 从理论上讲是较为准确的, 但实际操作上存在着现场取样对墙体的破坏和取样往往不够理想等缺点。

对砖材料强度等级的检测通常用回弹法。

对于砌体中的砂浆, 则已不可能作成标准的立方体 ($70.7\text{mm} \times 70.7\text{mm} \times 70.7\text{mm}$) 的试件, 无法按常规试验方法测得其强度。目前常采用回弹法, 点荷法与贯入仪法等来检测砌体中砂浆强度。现将这些方法简要介绍如下:

(1) 回弹法

回弹法是根据表面硬度与强度之间有一定关系而建立的一种非破损试验法。这种方法在现场混凝土强度的测量中已得到广泛应用。应用于砂浆的回弹仪与混凝土回弹仪相似, 但探头要小一些。有专门用于测定砂浆强度的回弹仪。

在测定前应将砖墙上的抹灰或饰面清除干净, 当清水墙灰缝已用水泥砂浆勾缝时, 应将勾缝砂浆清除干净, 然后用小砂轮小心地将灰缝磨平。选择的测点, 砂浆与砖应粘结良好, 缝厚适中 ($9 \sim 11\text{mm}$)。

测定方法, 将回弹仪对准平缝的砂浆缝, 回弹仪应与被测面垂直, 保持水平位置, 然后连续弹击 3 次, 头 2 次为预弹, 不读数。以第 3 次的回弹值为准, 精确至 1 刻度。同时将弹击点出的小圆坑的坑深量出, 准确到 0.1mm 。由回弹值 N 及坑的深度 d , 即可由有关图表 (预先标定过的), 如图 23.3.1, 查出砂浆的强度。表的用法是: 由回弹数 N 向上作垂线与强度曲线相交, 由交点向相应坑深的直线作垂线, 由与坑深线的交点向左引水平线, 即可读得砂浆强度值。若 $N = 23$, $d = 0.7\text{mm}$, 则可查出 $f_b = 6.2\text{N/mm}^2$, 如图 23.3.1 的虚线所示。

由于砂浆强度的离散性较大, 对每一测区至少应取 12 个点作回弹检测, 分别剔除最大值、最小值, 将余下的 10 个回弹值取其平均值作为评判该测区砂浆强度的依据。

回弹法的优点是操作简便, 测试速度快, 仪器便于携带, 又是非破损的, 因而可以多测。其缺点是测试结果离散度较大, 因而常与点荷法等结合应用。

(2) 点荷法

点荷法是通过在砂浆层施加集中“点荷”, 测定试件所能承受的“点荷值”, 结合试件的尺寸等因素, 推算出砂浆的立方体强度。这种试验类似于混凝土的劈裂试验, 所以本质

上是利用了砂浆的劈拉强度与抗压强度的关系。

试件加工。以砌体上凿出带有两块砖的砂浆层，小心地剥下砖块。如轻轻敲击即可使砖脱落，则可取下砂浆层。若轻敲不能使砖剥离，则不可用蛮力，应用手动钢锯或砂轮锯将其锯开，应注意不要对砂浆造成破损。剥离出砂浆层后，应剔除有明显缺陷、无代表性的试样，留下厚薄均匀的试样加工，可用小锤、手锯等工具，细心将试样加工成直径为 50mm 的圆形试件为最好（半径在 15~25mm 之间也可），将加荷面或支承面处细心磨平。

试验步骤。点荷法的加载头及支座均为一圆锥体，锥头半径 $r = 5\text{mm}$ 。加载时，上、下压头要对中，试件要保持水平。然后慢慢加压至试件破坏。记下破坏时的荷载 P (kN)，并量测试件的厚度 t (mm)，测定加载点到试件边缘的距离 R (mm)。可按下式推算砂浆的强度 f_c ：

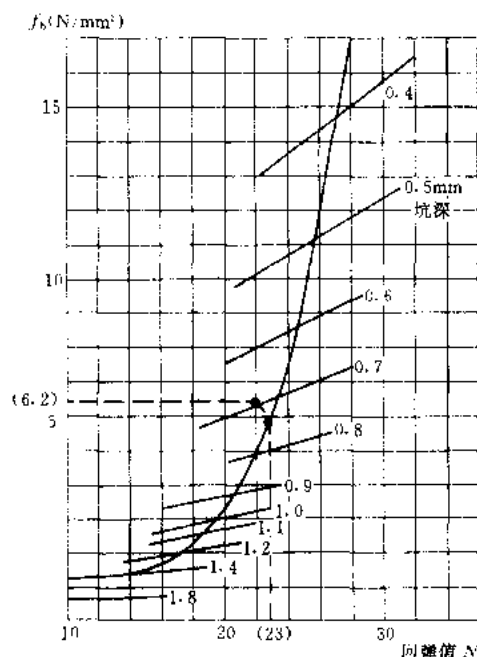


图 23.3.1 砌体砂浆强度曲线

$$0.03f_c^{0.02} + 0.033 = \frac{P}{(0.05R + 1)(0.03t)(0.19 + 1) + 0.4}$$

23.3.2 混凝土结构的检测

混凝土结构构件的检测，主要是测定混凝土的强度，钢筋的放置与数量，混凝土裂缝和钢筋的锈蚀等。

1. 混凝土裂缝的检测

混凝土裂缝有直观性，易于被人们发现，而不同的裂缝是由不同原因引起的。因而，裂缝的观察与测量有助于对结构现状的评判。

裂缝检测的项目主要包括：①裂缝的部位、数量和分布状态；②裂缝的宽度、长度和深度；③裂缝的形状，如上宽下窄、下宽上窄、中间宽两端窄、八字形、网状形等；④裂缝的走向，如斜向、纵向、沿钢筋向及是否还在发展等；⑤裂缝是否贯通，是否有析出物、是否引起混凝土剥落等。

检测方法。裂缝长度可用钢尺或直尺量，宽度可用检验卡或 20 倍的刻度放大镜测定。检验卡实际上为一种标尺，上面印有不同宽度的线条，与裂缝对比即可确定裂缝宽度。刻度放大镜中有宽度标注，可直接读取。裂缝深度可用细钢丝或塞尺探测，也可用注射器注入有色液体，待干燥后凿开混凝土观测。

2. 混凝土强度的检测

混凝土的非破损检测法是通过测定混凝土的有关物理参数，利用该物理参数与混凝土强度有一定关系来推断混凝土的强度。而这种物理参数与混凝土强度的相关关系是通过对相同混凝土强度的标准试块进行试验，得到大量数据后经回归分析求得的，一般用测强曲线或强度方程来表示。下面介绍在我国常用的几种非破损检验方法。

(1) 回弹法检测混凝土的强度

回弹法的原理是根据混凝土表面的硬度与抗压强度之间有一定的关系,利用测量表面硬度来推算混凝土的强度。所用的仪器是回弹仪,它在国内已有多个厂家进行生产。在建筑结构检测中常采用的为中型回弹仪,其冲击动能为2.207J。由于回弹仪结构简单,携带和操作方便,便于重复使用,所以应用非常广泛。

检测方法。回弹仪测区面积一般为200mm×200mm左右,选16个点。测了16个点的回弹值,分别剔除三个偏大值与三个偏小值,取中间10个点的回弹值平均值作为测定值。测区表面应清洁、平整、干燥,避开蜂窝麻面。当表面有饰面层、杂物、油垢时,可以除去或避开。回弹仪还应该避免钢筋密集区。如构件体积小、刚度差或测试部位混凝土厚度小于10cm,应用支撑加固后测试,否则影响精度。

对回弹法已经颁布了《回弹法检测混凝土抗压强度技术规程》(JGJ/T23—92),应用时应予遵守。

混凝土强度的推测。由平均回弹值 \bar{N} ,再由回弹值与混凝土强度的关系曲线(称为测强曲线)即可查得混凝土的强度。根据使用条件和范围的不同,有三类测强曲线。

规程(JGJ/T23—92)给出的测强曲线。它是由北京、陕西等12个城市或地区进行混凝土率定的统计回归曲线。其曲线方程为:

$$f_{cu} = 0.0249\bar{N}^{-2.0108} \times 10^{-0.0358\bar{L}} \quad (23.3.2)$$

式中 f_{cu} ——测区混凝土立方体强度(N/mm²);

\bar{N} ——混凝土的平均回弹值;

\bar{L} ——混凝土的平均碳化深度(mm)。

如不是耐久性的事故,在新建混凝土结构的检测中可取碳化深度 $\bar{L} \sim 0$ 。对于该规程适用范围内的旧建筑,规程推荐用下列方法测定碳化深度。

在回弹仪回弹测量完毕后,一般可在每个测区上选择几处测碳化深度。选好点后可在表面形成直径约15mm的孔洞,深度略大于混凝土的碳化深度,然后除去孔洞中的粉末和碎屑(不可用液体冲洗),并立即用浓度为1%的酚酞酒精溶液滴在孔洞内壁的边缘处,未碳化部分的混凝土会变为紫红色,再用钢尺测量自混凝土表面带不变色处的距离,可选有代表性的碳化处测1~2次,取平均值,读数精度至0.5mm。

如钻孔、清孔有困难时,也可从测区混凝土表面凿取一小块混凝土,然后劈开(劈开面与表面垂直),并立即在断面上涂上1%的酚酞酒精溶液,用钢尺测量碳化深度。测量多处后取平均值。若 $\bar{L} \leq 0.4\text{mm}$,可按未碳化处理。

回弹法检测混凝土抗压强度技术规程(JGJ/T23—92)已将式(23.3.2)求出的对应值列成表格,查用很方便。

(2) 超声脉冲法测混凝土的强度

超声脉冲法是根据超声脉冲在混凝土中的传播规律与混凝土强度有一定关系的原理,通过测定超声脉冲的参数,如传播速度或脉冲衰减,来推断混凝土的强度。目前国产的超声脉冲仪大多是测量传播速度的。超声脉冲仪产生的电脉冲通过发射探头(即电-声换能器)使声脉冲进入混凝土,然后电接收探头(即电-声换能器)接收,仪器测得讯号的时间可直接化为声速表示出来,从仪器上读出了声速即可由有关测强曲线求得混凝土的强度。

测试步骤：测试要选两个对面，一边放发射探头，一边放接收探头。测点布置视结构的大小和精度而定，一般可取十个方格。一般方格边长 15~20cm 左右，在一方框内测三个声速，取其平均值。测点应避开有缺陷及应力集中的部位，并应避开预埋件及与声通路平行而又很近的钢筋。两对面一般选择两侧面。设探头处表面要平整、干净。有不平整处可用砂纸磨平，在置探头处可适当涂一薄层黄油等粘合剂，探头要压紧表面，以减少声能反射损失。

混凝土强度的推断。与回弹法相似，应当率定测强曲线。目前还没有统一规程规定的测强曲线，各单位、各部门自己应当率定。

(3) 超声回弹综合法检测混凝土强度

由于影响混凝土强度的因素比较多，超声法和回弹法的精度受各因素影响的程度也不同，用单一方法测定往往有较大的误差，将两种方法综合运用，则可提高检测的精度，消除一些不利的影响。如测得声速为 V_a ，回弹值为 R_a ，则强度公式有如下形式：

$$f_{cu} = a(V_a)^b(R_a)^c \quad (23.3.3)$$

式中 f_{cu} ——混凝土强度值 (MPa)；

V_a ——声速 (km/s)；

R_a ——回弹值，已经过修正；

a 、 b 、 c ——系数，由试验值回归确定。

目前，建设部已颁布了《超声回弹法综合检测混凝土强度的技术规程》(CECS02:88)，并附有通用强度换算表可以参考应用。

(4) 钻芯法

钻芯法是使用专门的钻芯机在混凝土构件上钻取圆柱形芯样，经过适当加工后在压力试验机上直接测定其抗压强度的一种局部破损检测方法。这种方法非常直观，更为可靠，在事故质量评判中也更能令人信服，因而受到重视。以前钻芯机靠外国进口，现在已有多个厂家生产钻芯机，钻孔最大孔径可达 160~200mm，完全可以满足工程需要，目前钻芯测强的方法已经得到愈来愈广泛的应用。由于取芯数量不能很多，因而这种方法也常结合非破损方法同时应用，它可修正非破损方法的精度，而取芯数目可以适当减少。

取芯直径常在 100mm 左右，只要布置适当，并修补及时，一般不会影响原构件的承载力。故取芯后留下的圆孔应及时修补，一般可用合成树脂为胶结材料的豆石混凝土，或用微膨胀水泥混凝土填补。填补前应细心清除孔中的污物及碎屑，用水湿润。修补后要细心养护。

钻芯法有局部破损，在使用中也受到一定限制。对预应力构件，一般也不允许钻取芯样以确保结构的安全。另外，对于低强度（如小于 C10）的混凝土，因取样后外表面粗糙，芯样难以修整得符合要求，因而一般不用钻芯法测其强度。对于小截面构件，钻芯直径尺寸超过构件尺寸之半，则易危及安全，也不宜采用。

试样制取。取芯的部位应注意以下几点：

(1) 取芯部位应选取构件受力面小，对结构承载力影响小的部位；在结构的控制截面，应力集中区，构件接头和边缘处等，一般不宜取芯；

(2) 取芯部位应避开构件中的钢筋和预埋件，特别是受力主筋；

(3) 作为强度试验用的芯样，不应在混凝土有缺陷的部位（如裂缝、蜂窝、疏松区）取；

(4) 取样应注意代表性。

在构件上钻取芯样后要经过切割，端部磨平等工艺加工成试件。试件直径一般要大于骨料最大粒径的 2~3 倍。高度为直径的 1~2 倍。一般建筑结构梁、柱和剪力墙的混凝土骨料最大粒径在 40mm 以下，故一般可加工成 $D \times H = 100\text{mm} \times 100\text{mm}$ 的圆柱体试件。我国混凝土标准试块为 $150\text{mm} \times 150\text{mm} \times 150\text{mm}$ 的立方体，尺寸不同时，测定强度值会有差异，应予修正，见表 23.3.2。对比试验表明，如果直径为 100mm 或 150mm，而 $D:H=1:1$ 的芯样试件之抗压强度与标准立方体强度相当，因而可以不用修正。直接用芯样的抗压强度作为混凝土立方体强度。

芯样的抗压强度换算系数

表 23.3.2

高径比 (H/D)	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
系数 (α)	1.00	1.04	1.07	1.10	1.13	1.15	1.17	1.19	1.21	1.22	1.24

23.3.3 钢筋的检测

1. 钢筋位置的检测

钢筋的检测，一般可在构件上进行。凿去保护层，即可看到钢筋的数量并测量其直径，然后与图纸对照复核。必要时，可截取钢筋作强度试验，甚至作化学成分分析。

此外，可用钢筋检测仪测量钢筋的位置、数量及保护层厚度。我国生产的钢筋检测仪是利用电磁感应原理制成的。

2. 钢筋锈蚀程度的检测

在旧建筑中，钢筋锈蚀后，有效面积减小，使承载力降低，严重的危及安全甚至引起倒塌。

钢筋的锈蚀程度和锈蚀速度与混凝土质量、保护层厚度、受力状况及环境条件有关。对锈蚀程度的检测方法主要有两种：直接观测法与自然电位测量法，还有不少非破损检测方法正在研究或试用中。

直接观测法是在构件表面凿去局部保护层，将钢筋暴露出来，直接观察、测量钢筋的锈蚀程度，主要是量测锈蚀层厚度和剩余钢筋面积。这种方法直观、可靠，但要破坏构件表面，一般不宜做得太多。

自然电位法的基本原理是钢筋锈蚀后其电位发生变化，测定其电位变化来推断钢筋的锈蚀程度。所谓自然电位，是钢筋与其周围介质（在此为混凝土）形成一个电位，锈蚀后钢筋表面钝化膜破坏，引起电位变化。现已有专用电位仪用于测定钢筋锈蚀程度。

在钢筋处于钝化状态时，自然电位一般处于 $-100 \sim -200\text{mV}$ 范围内（对比硫酸铜电极），若钢筋锈蚀后，自然电位向低电位变化。对此，国内均有一些标准。

23.4 多层砌体房屋抗震鉴定

由于砌体结构在我国建筑工程中使用最为广泛，所以未进行抗震设防的砌体结构房屋相对也最多。这类房屋是采用粘土砖和砂浆砌筑，依靠内外砖墙的咬砌和楼、屋盖形成整体的空间受力体系，其抗震性能相对比较差。在历次的强烈地震中遭到了不同程度的破

坏。因此，对砌体房屋的抗震鉴定引起了从事工程抗震和工程设计的科技工作者的高度重视，进行了大量的分析和应用研究。

在新修订的建筑抗震鉴定标准中，对多层砖房引入“综合抗震能力”的概念，将承重墙体、次要墙体、附属构件、楼盖和屋盖整体性及各种连结的要求归纳起来进行综合评价，来评价整幢房屋的综合抗震能力。并采用两级鉴定，当符合第一级鉴定时，可评为满足抗震鉴定要求；不符合第一级鉴定要求时，应由第二级鉴定做出判断，多层砌体房屋的两级鉴定框图如图 23.4.1 所示。

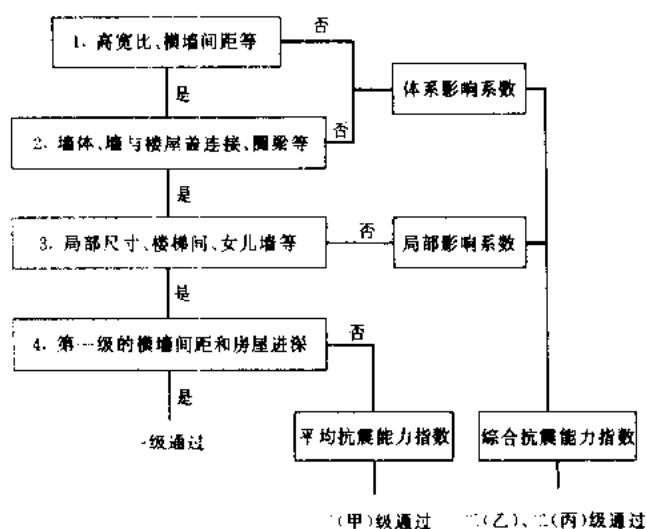


图 23.4.1 多层砌体房屋两级鉴定框图

其综合抗震能力鉴定方法，对指导这类房屋的抗震鉴定起到了非常重要的作用。

23.4.1 砖房现状的调查和评估

1. 砖房现状的资料收集

尽可能全面掌握砖房的工作状况，是进行鉴定的基础。通常包括：

- (1) 原有勘察、设计和施工资料，了解设计施工年代，当时的材料性能，设计荷载和抗震设防标准，尽可能掌握设计计算书或设计时所使用的软件；
- (2) 实际房屋与原设计（竣工）图的差异，着重了解承重墙体洞口的变化，隔墙位置的变更，实际荷载的大小，以及维修、扩建、改建或加固中增加构件的数量、位置等；
- (3) 使用维修状况，如维修次数，粉刷饰面维修情况，屋面防水层翻修情况；
- (4) 毗邻建筑变化，如基础开挖、主要人行通道、建筑群密集情况的改变等；
- (5) 构件已有的缺陷。

2. 砌体强度检测

抗震鉴定主要是砌筑砂浆强度等级的评估。通常采用回弹仪进行，必要时还可采用点荷测试法对回弹结果进行修正。检测时应有满足评定要求的测点。

3. 主要缺陷调查

- (1) 墙底酥碱面积、高度和深度；
- (2) 裂缝位置、走向、长度、宽度和深度，可根据震害特征侧重检查重点部位；
- (3) 基础沉陷和墙体倾斜状况；

- (4) 饰面、粉刷层剥落和空臃的部位和程度；
 (5) 木构件腐朽和混凝土构件碳化、钢筋锈蚀程度等。

23.4.2 综合抗震能力的第一级鉴定

第一级鉴定分两种情况。对刚性体系的房屋，从房屋整体性易损部位构造和房屋宽度、横墙间距和砌筑砂浆强度等级来判断是否满足抗震要求，当不符合第一级鉴定要求时，才进行第二级鉴定；对非刚性体系房屋，第一级鉴定只检查整体性和易引起局部倒塌的部位，并需进行第二级鉴定。下面对第一级鉴定的主要内容给予说明。

1. 刚性体系判别

质量和刚度沿平面分布大致对称、沿高度分布大致均匀，立面高差不超过一层，错层时楼板高差不超过 0.5m 的多层砖房，总高度、总长度、总宽度满足表 23.4.1 要求和抗震横墙最大间距满足表 23.4.2 的要求时，可判为刚性结构体系。

刚性结构体系高、长、宽要求

表 23.4.1

墙体类别	6 度		7 度		8 度		9 度		H/B	H/L
	n	H	n	H	n	H	n	H		
≥240mm 实心墙	8	24	7	22	6	19	4	13	≤2.2	≤1
180mm 实心墙	5	16	5	16	4	13	3	10		
240mm 空斗墙	3	10	3	10	3	10	—	—		
多孔砖墙	5	16	5	16	4	13	3	10		

注：表中，n 为总层数，不包括地下室和出屋面小房间；H 为室外地面（或半地下室内地面）到檐口高度（m）；B 为总宽度，不包括单面走廊的廊宽（m）；L 为底层平面的最大长度（m），对于隔开间或多开间设一道横墙的砖房，n 减少一层，H 降低 3m。

刚性体系的最大横墙间距（m）

表 23.4.2

楼、屋盖类别	墙 体	6 度	7 度	8 度	9 度
现浇或装配整体	≥240mm 实心墙	15	15	15	11
	其它墙体	13	13	10	—
装配式	≥240mm 实心墙	11	11	11	7
	其它墙体	10	10	7	—
木	≥240mm 实心墙	7	7	7	4

注：IV 类场地时，表内数值相应减 3m 或一个开间的数值。

对一般的多层砖房，只要层数和高度满足要求，则很容易符合刚性结构体系的要求。这里的刚性体系不同于静力设计的刚性方案，它只是采用底部剪力法进行抗震分析并加以简化的前提。

2. 整体性判别

房屋的整体性对抗震影响较大，对于多层砖房在构造上的整体性要求，主要是墙体交接处，楼、屋盖在砖墙上的支承长度 L_b ，以及圈梁设置（表 23.4.3）。

整体性连接要求

表 23.4.3

序	项 目	构 造 要 求
1	墙体布局	平面内封闭, 交接处墙内无烟道等竖向孔道
2	纵横墙交接处	无明显裂缝, 马牙槌砌筑时有 2 ϕ 6 拉结筋
3	预制板	坐浆安置, 墙上 $L_b \geq 100\text{mm}$, 梁上 $L_b \geq 80\text{mm}$
4	进深梁	$L_b \geq 180\text{mm}$ 且有梁垫或圈梁相连
5	木楼盖	无腐朽、开裂、且搁栅、檩条在墙上 $L_b \geq 120\text{mm}$
6	木屋架	无腐朽、开裂、有下弦, 墙上 $L_b \geq 240\text{mm}$, 有支撑或望板

现浇楼盖可无圈梁, 对装配式和木楼、屋盖砖房, 实心砖墙的圈梁的设置按表 23.4.4 检查, 圈梁构造按表 23.4.5 检查。空斗墙砖房的外墙每层设置, 内墙隔开间设置。

圈梁设置要求

表 23.4.4

分 布	沿 高 度			沿楼层内墙拉通间距 (m)			
烈 度	6、7 度	8 度	9 度	6 度	7 度	8 度	9 度
屋盖处	$N > 2$ 应设置	必须设置		$S \leq 32$	$S_1 \leq 8$ $S_2 \leq 16$	$S_1 \leq 8$ $S_2 \leq 12$	$S \leq 8$
楼盖处	$S_0 > 8\text{m}$ 或 $N > 4$ 时隔层 设置	$S_0 > 8\text{m}$ 每层, $S_0 \leq 8\text{m}$ 且 $N > 3$ 隔层	$S_0 > 4\text{m}$ 每层, $S_0 \leq 4\text{m}$ 隔层	$S \leq 32$	$S \leq 16$	$S \leq 12$	$S \leq 8$

注: S_0 为横墙间距; S 为圈梁的水平间距; S_1 为纵向水平间距; S_2 为横向水平间距。

圈梁构造要求

表 23.4.5

序	项 目	构 造 要 求
1	连 接	圈梁应闭合, 遇洞口应上下搭接
2	标 高	与预制同一标高或紧靠板底
3	截面高度	$\geq 120\text{mm}$
4	纵向配筋	6、7 度时 4 ϕ 8; 8 度时 4 ϕ 10; 9 度时 4 ϕ 12

注: 圈梁未紧靠板底时, 沿高度和楼层内分布的数量视具体情况宜有所增加。

3. 砖砌体的材料强度等级

多层砖房的竖向承载能力和受剪承载能力, 主要决定于砖砌体中砖和砂浆的强度等级、纵横墙的连接等。因此, 在多层砌体房屋的第一级鉴定中对砖砌体强度等级和砂浆的强度等级分别提出了要求。

对于砖强度等级不宜低于 MU7.5, 且不低于砌筑砂浆的强度等级, 当砖强度等级低于 MU7.5 时, 墙体的砂浆强度等级宜按比实际达到的强度等级降低一级采用。这一规定是基于震害和大量砖墙的抗震试验结果。如众所知, 在地震作用下, 多层砌体房屋中的墙体出现阶梯的 X 裂缝, 这种裂缝是墙体砌筑砂浆的强度等级低于砖的强度等级时才能发生, 出现这种裂缝墙体的承载能力得到了充分的发挥和具有一定的抗震能力。相反, 若墙

体砌筑砂浆的强度等级大于砖的强度等级，则裂缝又穿过砖而直接裂通，其承载能力和抗震能力会大为降低。

墙体的砌筑砂浆的强度等级，6度时或7度时三层及以下的砖砌体不应低于 M0.4，当7度时超过三层或8、9度时不宜低于 M1，砌块墙体不宜低于 M2.5。砂浆强度等级高于砖、砌块的强度等级时，墙体的砂浆的强度等级宜按砖、砌块的强度等级采用。

4. 易损部位构件判别

多层砖房中一些部位在地震中容易损坏，虽不致引起整个房屋的倒塌，但可造成人员伤亡或局部的破坏，也应符合局部构造要求（表 23.4.6）。

5. 纵横向墙量判别

对于刚性体系、整体性好、易损部位局部构造满足要求的多层砖房，只要依据砂浆强度按表 23.4.7 检验抗震横墙间距 L 和房屋进深 B ，在规定的限值内即完成其抗震性能的鉴定。

抗震墙体类别修正系数见表 23.4.8。

易 损 部 位 构 造 要 求 表 23.4.6

序	项 目	6 度	7 度	8 度	9 度
1	承重窗间墙、尽端墙最小宽度 (m)	0.7	0.8	1.0	1.5
	非承重外墙、尽端墙最小宽度 (m)	0.7	0.8	0.8	1.0
	支承大梁的内墙阳角墙最小宽度 (m)	0.7	0.8	1.0	1.5
2	门厅、楼梯间大梁支承长度	$\geq 490\text{mm}$			
3	无锚固 240mm 女儿墙最大高度	6~8 度 $\leq 0.5\text{m}$ ，刚性体系 $\leq 0.9\text{m}$			
4	出屋面小建筑	8、9 度时墙体用 M2.5 砌筑，屋盖与墙拉结			
	坡屋顶上的小烟囱	有人流处应设防倒措施，其余也宜设防倒措施			
5	隔墙与承重墙、柱连接	应设拉结，长于 5m 时墙顶应与梁、板拉结			
6	悬臂和一端铰接构件等的嵌固端	应保证稳定且支承构件抗震能力比一般构件提高 25%			
7	房屋尽端的楼梯间和过街楼墙体	抗震能力宜比一般构件提高 25%			

注：表中，大梁指跨度不小于 6m 的梁，出屋面小建筑包括楼、电梯间和水箱间等；悬臂构件包括阳台、雨篷、悬挑楼层等；一端铰接构件指由独立砖内柱支承的构件。

第一级鉴定的抗震横墙间距和房屋宽度限值 (m) 表 23.4.7

楼层总数	检查楼层	砂 浆 强 度 等 级																			
		M0.4		M1		M2.5		M5		M10		M0.4		M1		M2.5		M5		M10	
		L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B
		6 度										7 度									
二	2	6.9	10	11	15	15	15					4.8	7.1	7.9	11	12	15	15			
	1	6.0	8.8	9.2	14	13	15					4.2	6.2	6.4	9.5	9.4	13	12	15		
三	3	6.1	9.0	10	14	15	15	15	15			4.3	6.3	7.0	10	11	15	15	15		
	1-2	4.7	7.1	7.0	11	9.8	14	14	15			3.3	5.0	5.0	7.4	6.8	10	9.2	13		
四	4	5.7	8.4	9.4	14	14	15	15	15					6.6	9.5	9.8	12	12	12		
	3	4.3	6.3	6.6	9.6	9.3	14	13	15					4.6	6.7	6.5	9.5	8.9	12		
	1-2	4.0	6.0	5.9	8.9	8.1	12	11	15					4.1	6.2	5.7	8.5	7.5	11		
五	5	5.6	9.2	9.0	12	12	12	12	12					6.3	9.0	9.4	12	12	12		
	4	3.8	6.5	6.1	9.0	8.7	12	12	12					4.3	6.3	6.1	8.9	8.3	12		
	1-3			5.2	7.9	7.0	10	9.1	12					3.6	5.4	4.9	7.4	6.4	9.4		

续表

楼层总数	检查楼层	砂 浆 强 度 等 级																			
		M0.4		M1		M2.5		M5		M10		M0.4		M1		M2.5		M5		M10	
		L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B
		6 度										7 度									
六	6			8.9	12	12	12	12	12					6.1	8.8	9.2	12	12	12		
	5			5.9	8.6	8.3	12	11	12					4.1	6.0	5.8	8.5	7.8	11		
	4					6.8	10	9.1	12							4.8	7.1	6.4	9.3		
	1-3					6.3	9.4	8.1	12							4.4	6.6	5.7	8.4		
七	7			8.2	12	12	12	12	12							3.9	7.2	3.9	7.2		
	6			5.2	23	8.0	11	11	12							3.9	7.2	3.9	7.2		
	5					6.4	9.6	8.5	12							3.9	7.2	3.9	7.2		
	1-4					5.7	8.5	7.3	11									3.9	7.2		
八	6-8					3.9	7.8	3.9	7.8												
	1-5					3.9	7.8	3.9	7.8												

楼层总数	检查楼层	砂 浆 强 度 等 级																			
		M0.4		M1		M2.5		M5		M10		M0.4		M1		M2.5		M5		M10	
		L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B	L	B
		8 度										9 度									
二	2			5.3	7.8	7.8	12	10	15					3.1	4.6	4.7	7.1	6.0	9.2	11	11
	1			4.3	6.4	6.2	8.9	8.4	12							3.7	5.3	5.0	7.1	6.4	9.0
三	3			7.4	6.7	7.0	9.9	9.7	14	13	15					4.2	5.9	5.8	8.2	7.7	10
	1-2			3.3	4.9	4.6	6.8	6.2	8.8	7.7	11							3.7	5.3	4.6	6.7
四	4			4.4	5.7	6.5	9.2	9.1	12	12	12										
	3					4.3	6.3	5.9	8.5	7.6	11									3.3	4.8
	1-2					3.8	5.1	5.0	7.3	6.2	9.1									2.8	4.0
五	5					6.3	8.9	8.8	12	11	12										
	4					4.1	5.9	5.5	7.8	7.1	10										
	1-3					3.3	4.5	4.3	6.3	5.3	7.8										
六	6					3.9	6.0	3.9	6.0	3.9	5.9										
	5							3.9	5.5	3.9	5.9										
	4							3.2	4.7	3.9	5.9										
	1-3									3.9	5.9										

注：①L 指 240mm 厚承重横墙间距限值；楼、屋盖为刚性时取平均值，柔性时取最大值，中等刚性可相应换算；

②B 指 240mm 厚纵墙承重的房屋宽度限值；有一道同样厚度的内纵墙时可取 1.4 倍，有 2 道时可取 1.8 倍；平面局部突出时，房屋宽度可按加权平均值计算；

③楼盖为混凝土而屋盖为木屋架或钢木屋架时，表中顶层的限值宜乘以 0.7。

抗震墙体类别修正系数

表 23.4.8

墙体类别	空斗墙	空心墙	多孔砖墙	小型砌块墙	中型砌块墙	实 心 墙			
厚度 (mm)	240	300	420	190	t	t	180	370	480
修正系数	0.6	0.9	1.4	0.8	$0.8t/240$	$0.6t/240$	0.75	1.4	1.8

注：t 指小型和中型砌块墙体的厚度。

多层砌体房屋符合上述各项规定时，可评为综合抗震能力满足抗震鉴定要求；当遇下列情况之一时，可不再进行第二级鉴定，但应对房屋采取加固或其他相应措施：

①房屋高宽比大于 3，或横墙间距超过刚性体系最大值 4m；

②纵横墙交接处连接不符合要求,或支承长度少于规定值的75%;

③易损部位非结构构件的构造不符合要求;

④有多项明显不符合要求。

23.4.3 第二级鉴定

1. 第二级鉴定应采用的方法

多层砌体房屋采用综合抗震能力指数的方法进行第二级鉴定时,应根据房屋不符合第一级鉴定的具体情况,分别采用楼层平均抗震能力指数方法、楼层综合抗震能力指数方法和墙段综合抗震能力指数方法等。

(1) 对于结构体系、整体性连接和易引起倒塌的部位符合第一级鉴定要求,但横墙间距和房屋宽度均超过或其中一项超过第一级鉴定限值的房屋,可采用楼层平均抗震能力指数方法进行第二级鉴定。

(2) 对于结构体系、楼屋盖整体性连接、圈梁布置和构造及易引起局部倒塌的结构构件不符合第一级鉴定要求的房屋,可采用楼层综合抗震能力指数方法进行第二级鉴定。

(3) 对于横墙间距超过刚性体系规定的最大值、有明显扭转效应和易引起局部倒塌的结构构件不符合第一级鉴定要求的房屋,当最弱的楼层小于1.0时,可采用墙段综合抗震能力指数方法进行第二级鉴定。

(4) 房屋的质量和刚度沿高度分布明显不均匀,或7、8、9度时房屋的层数分别超过六、五、三层,可按现行国家规范《建筑抗震设计规范》的方法验算其抗震承载力。

楼层平均抗震能力指数、楼层综合抗震能力指数和墙段综合抗震能力指数应按房屋的纵横两个方向分别计算。当最弱楼层平均抗震能力指数、最弱楼层综合抗震能力指数或最弱墙段综合抗震能力指数大于1.0时,可评定为满足抗震鉴定要求;当小于1.0时,应对房屋采取加固或其他相应措施。

2. 砖房抗震墙基准面积率

楼层平均抗震能力指数和楼层综合抗震能力指数均与楼层的纵向或横向抗震墙的基准面积率有关,下面对多层砖房的基准面积率给予介绍。

所谓多层砖房中的“面积率法”是采用房屋每一楼层总的水平地震剪力,除以该层横向或纵向各片砖墙中的水平净面积之和的总受剪承载力的结果。是用各楼层的总体验算来代替逐个墙体的验算。对于各楼层的层高相等,结构布置整齐、同一方向上砖墙的距离相同、同方向各片砖墙上的洞口大小、位置大体相同,另外各墙肢1/2层高处的平均压应力也大体相同时,才能使各楼层的总体验算与同一层内各个墙肢分别验算的结果基本一致,否则,就会有一定的误差。

(1) 用楼层单位面积重力荷载代表值表达的多层砖房的层剪力

$$F_{EK} = \alpha_{\max} G_{eq} \quad (23.4.1)$$

$$G_{eq} = 0.85 \sum G_i \quad (23.4.2)$$

$$G_i = q_0 A_n \quad (23.4.3)$$

$$F(i) = \frac{G_i H_i}{\sum G_j H_j} F_{EK} \quad (23.4.4)$$

$$V(i) = \sum_{j=i}^n F(j) \quad (23.4.5)$$

式中 F_{EK} ——结构总水平地震作用标准值；

α_{\max} ——水平地震影响系数最大值；

G_{eq} ——结构等效总重力荷载；

G_i 、 G_j ——分别为集中于质点 i 、 j 的重力荷载代表值；

q_0 ——楼层单位面积重力荷载代表值；

A_n ——房屋楼层的建筑面积；

H_i 、 H_j ——分别为质点 i 、 j 的计算高度；

$V(i)$ ——第 i 层的地震剪力标准值。

对于各层重力代表值相等，层高大体一致时，第 i 层的地震剪力标准值可用下式表示：

$$\begin{aligned} V(i) &= \frac{(n+i)(n-i+1)}{n(n+1)} F_{EK} \\ &= \frac{(n+i)(n-i+1)}{(n+1)} (0.85 q_0 A_n \alpha_{\max}) \end{aligned} \quad (23.4.6)$$

式中 n ——房屋总层数。

(2) 楼层受剪承载力

当各片墙 1/2 层高处的平均压应力大体相等时，第 i 层横向或纵向的受剪承载力可用下式表示：

$$V_R(i) = \frac{f_v}{1.2} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v} A(i) / \gamma_{RE} \quad (23.4.7)$$

式中 $V_R(i)$ ——第 i 层受剪承载力；

f_v ——非抗震设计的砌体抗剪强度设计值；

σ_0 ——墙体 1/2 层高处的平均压应力；

$A(i)$ ——第 i 层横向或纵向墙体的净面积和；

γ_{RE} ——承载力抗震调整系数。

(3) 楼层最小面积率

墙体截面验算表达式为：

$$V_R(i) \geq \gamma_{Eh} V(i)$$

式中， γ_{Eh} 为水平地震作用分项系数，取为 1.3。

楼层最小面积率 ξ_0 为：

$$\xi_0 = \gamma_{Eh} \frac{(n+i)(n-i+1)}{(n+1)} (0.85 q_0 \alpha_{\max}) / \left(\frac{f_v}{1.2 \gamma_{RE}} \sqrt{1 + 0.45 \sigma_0 / f_v} \right) \quad (23.4.8)$$

上面是对多层砖房“面积率法”基本思路的概要介绍。对于多层砖房的抗震鉴定中所用的砖房基准面积率，即 TJ23—77 标准的“最小面积率”。因新的砌体结构设计规范的材料指标和新的抗震设计规范地震作用取值改变，相应的计算公式也有所变化。为保持与 TJ23—77 标准的衔接，M1 和 M2.5 的计算结果不变，M0.4 和 M5 有一定的调整。表

23.4.9~表 23.4.11 的计算公式如下:

$$\xi_{0i} = \frac{0.16\lambda_0 g_0}{f_{vk} \sqrt{1 + \sigma_0 / f_{v,m}}} \cdot \frac{(n+i)(n-i+1)}{n+1} \quad (23.4.9)$$

式中 ξ_{0i} —— i 层的基准面积率;

g_0 ——基本的楼层单位面积重力荷载代表值, 取 12kN/m^2 ;

σ_0 —— i 层抗震墙在 $1/2$ 层高处的截面平均压应力 (MPa);

n ——房屋总层数;

$f_{v,m}$ ——砖砌体抗剪强度平均值 (MPa), M0.4 为 0.08, M1 为 0.125, M2.5 为 0.20, M5 为 0.28, M10 为 0.40;

f_{vk} ——砖砌体抗剪强度标准值 (MPa), M0.4 为 0.05, M1 为 0.08, M2.5 为 0.13, M5 为 0.19, M10 为 0.27;

λ_0 ——墙体承重类别系数, 承重墙为 1.0, 自承重墙为 0.75。

同一方向有承重墙和自承重墙或砂浆强度等级不同时, 基准面积率的换算方法如下: 用 A_1 、 A_2 分别表示承重墙和自承重墙的净面积或砂浆强度等级不同的墙体净面积, ξ_1 、 ξ_2 分别表示按表 23.4.9~表 23.4.11 查得的基准面积率, 用 ξ_0 表示“按各自的净面积比相应转换为同样条件下的基准面积率数值”, 则

$$\frac{1}{\xi_0} = \frac{A_1}{(A_1 + A_2)\xi_1} + \frac{A_2}{(A_1 + A_2)\xi_2} \quad (23.4.10)$$

抗震墙基准面积率 (自承重墙)

表 23.4.9

墙体类别	总层数 n	验算楼层 i	砂 浆 强 度 等 级				
			M0.4	M1	M2.5	M5	M10
横墙和无门 窗纵墙	一层	1	0.0219	0.0148	0.0095	0.0069	0.0050
	二层	2	0.0292	0.0197	0.0127	0.0092	0.0066
		1	0.0366	0.0256	0.0172	0.0129	0.0094
	三层	3	0.0328	0.0221	0.0143	0.0104	0.0075
		1~2	0.0478	0.0343	0.0236	0.0180	0.0133
	四层	4	0.0350	0.0236	0.0152	0.0111	0.0081
		3	0.0513	0.0358	0.0240	0.0179	0.0131
		1~2	0.0656	0.0418	0.0293	0.0225	0.0169
	五层	5	0.0365	0.0246	0.0159	0.0115	0.0083
		4	0.0550	0.0384	0.0257	0.0192	0.0140
		1~3	0.0656	0.0484	0.0343	0.0267	0.0202
	六层	6	0.0375	0.0253	0.0163	0.0119	0.0085
		5	0.0575	0.0402	0.0270	0.0201	0.0147
		4	0.0688	0.0490	0.0337	0.0255	0.0190
		1~3	0.0734	0.0543	0.0389	0.0305	0.0282
墙体平均压应力 σ_0 (MPa)			0.06 ($n-i+1$)				

续表

墙体类别	总层数 n	验算楼层 i	砂 浆 强 度 等 级				
			M0.4	M1	M2.5	M5	M10
每开间有一个窗纵墙	一层	1	0.198	0.0137	0.0090	0.0067	0.0032
	二层	2	0.0263	0.0183	0.0120	0.0089	0.0061
		1	0.0322	0.0228	0.0157	0.0120	0.0089
	三层	3	0.0298	0.0205	0.0135	0.0101	0.0072
		1~2	0.0411	0.0301	0.0213	0.0164	0.0124
	四层	4	0.0318	0.0219	0.0144	0.0106	0.0077
		3	0.0450	0.0320	0.0221	0.0167	0.0124
		1~2	0.0499	0.0362	0.0260	0.0203	0.0155
	五层	5	0.0331	0.0228	0.0150	0.0111	0.0080
		4	0.0182	0.0344	0.0237	0.0179	0.0133
		1~3	0.0573	0.0423	0.0303	0.0238	0.0183
	六层	6	0.0341	0.0235	0.0155	0.0114	0.0083
		5	0.0505	0.0360	0.0248	0.0188	0.0139
		4	0.0594	0.0430	0.0304	0.0234	0.0177
		1~3	0.0641	0.0475	0.0345	0.0271	0.0209
墙体平均压应力 σ_0 (MPa)			0.09 ($n-i+1$)				

抗震墙基准面积率 (承重横墙)

表 23.4.10

墙体类别	总层数 n	验算楼层 i	砂 浆 强 度 等 级				
			M0.4	M1	M2.5	M5	M10
无门窗横墙	一层	1	0.258	0.0179	0.0118	0.0088	0.0064
	二层	2	0.0344	0.0238	0.0158	0.0117	0.0085
		1	0.0413	0.0296	0.0205	0.0156	0.0116
	三层	3	0.0387	0.0268	0.0178	0.0132	0.0095
		1~2	0.0528	0.0388	0.0275	0.0213	0.0161
	四层	4	0.0413	0.0286	0.0189	0.0140	0.0102
		3	0.0579	0.0414	0.0287	0.0216	0.0163
		1~2	0.0628	0.0464	0.0335	0.0263	0.0241
	五层	5	0.0430	0.0297	0.0197	0.0147	0.0106
		4	0.0620	0.0444	0.0308	0.0234	0.0174
		1~3	0.0711	0.0532	0.0388	0.0307	0.0237
	六层	6	0.0442	0.0305	0.0203	0.0151	0.0109
		5	0.0649	0.0465	0.0323	0.0245	0.0182
		4	0.0762	0.0554	0.0393	0.0304	0.0230
		1~3	0.0790	0.0592	0.0435	0.0347	0.0270
墙体平均压应力 σ_0 (MPa)			0.10 ($n-i+1$)				

续表

墙体类别	总层数 n	验算楼层 i	砂浆强度等级				
			M0.4	M1	M2.5	M5	M10
有一个门的横墙	一层	1	0.0245	0.0171	0.0115	0.0086	0.0062
	二层	2	0.0326	0.0228	0.0153	0.0114	0.0085
		1	0.0386	0.0279	0.0196	0.0150	0.0112
	三层	3	0.0367	0.0255	0.0172	0.0129	0.0094
		1~2	0.0491	0.0363	0.0260	0.0204	0.0155
	四层	4	0.0391	0.0273	0.0183	0.0137	0.0100
		3	0.0541	0.0390	0.0274	0.0210	0.0157
		1~2	0.0581	0.0433	0.0314	0.0249	0.0192
	五层	5	0.0408	0.0285	0.0191	0.0142	0.0104
		4	0.0580	0.0418	0.0294	0.0225	0.0169
		1~3	0.0658	0.0493	0.0363	0.0289	0.0225
		6	0.0419	0.0293	0.0196	0.0146	0.0107
	六层	5	0.0607	0.0438	0.0308	0.0236	0.0177
		4	0.0708	0.0518	0.0372	0.0289	0.0221
		1~3	0.0729	0.0548	0.0406	0.0326	0.0255
	墙体平均压应力 σ_0 (MPa)		0.12 ($n-i+1$)				

抗震墙基准面积率 (承重纵墙)

表 23.4.11

墙体类别	总层数 n	验算楼层 i	承重纵墙 (每开间有一个门或一个窗)				
			砂浆强度等级				
			M0.4	M1	M2.5	M5	M10
每开间有一个门或一个窗	一层	1	0.0223	0.0158	0.0108	0.0081	0.0060
	二层	2	0.0298	0.0211	0.0135	0.0108	0.0080
		1	0.0346	0.0256	0.0180	0.0139	0.0106
	三层	3	0.0335	0.0237	0.0162	0.0122	0.0090
		1~2	0.0435	0.0325	0.0235	0.0187	0.0144
	四层	4	0.0357	0.0253	0.0173	0.0131	0.0096
		3	0.0484	0.0354	0.0252	0.0195	0.0148
		1~2	0.0513	0.0384	0.0283	0.0226	0.0176
	五层	5	0.0372	0.0264	0.0180	0.0136	0.0100
		4	0.0519	0.0379	0.0270	0.0209	0.0159
		1~3	0.0580	0.0437	0.0324	0.0261	0.0205
	六层	6	0.0383	0.0271	0.0185	0.0140	0.0108
		5	0.0544	0.0397	0.0283	0.0219	0.0167
		4	0.0627	0.0464	0.0337	0.0266	0.0205
		1~3	0.0640	0.0483	0.0361	0.0292	0.0231
	墙体平均压应力 σ_0 (MPa)		0.16 ($n-i+1$)				

这里需要指出的是, 表 23.4.9~23.4.11 所给出的砖房抗震墙基准面积率, 是基于楼层单位面积重力荷载代表值 $q_0 = 12\text{kN/m}^2$ 给出的, 当楼层单位面积重力荷载代表值为其他数值时, 表中数值可乘以 $q_0/12$ 。

3. 楼层平均抗震能力指数的计算

楼层平均抗震能力指数应按下列式计算：

$$\beta_i = A_i / A_{bi} \xi_{0i} \lambda \quad (23.4.11)$$

式中 β_i ——第 i 楼层的纵向或横向墙体平均抗震能力指数；

A_i ——第 i 楼层的纵向或横向抗震墙在层高 1/2 处净截面的总面积，其中不包括高宽比大于 4 的墙段截面面积；

A_{bi} ——第 i 楼层的建筑平面面积；

ξ_{0i} ——第 i 楼层的纵向或横向抗震墙的基准面积率，应按表 23.4.9～表 23.4.11 采用；

λ ——烈度影响系数；6、7、8、9 度时，分别按 0.7、1.0、1.5、和 2.5 采用。

4. 楼层综合抗震能力指数的计算

所谓楼层综合抗震能力指数是在求得楼层平均抗震能力指数的基础上，考虑结构体系和局部倒塌部位不满足第一级鉴定要求的影响，其具体计算公式为：

$$\beta_{ci} = \psi_1 \psi_2 \beta_i \quad (23.4.12)$$

式中 β_{ci} ——第 i 楼层的纵向或横向墙体综合抗震能力指数；

ψ_1 ——体系影响系数；

ψ_2 ——局部影响系数。

关于体系影响系数，可根据房屋不规则性、非刚性和整体性连接不符合第一级鉴定要求的程度，经综合分析后确定；也可由表 23.4.12 各项系数的乘积确定。当砖砌体的砂浆强度等级为 M0.4，尚应乘以 0.9。

体系影响系数值

表 23.4.12

项 目	不符合的程度	ψ_1	影 响 范 围
房屋高度比 η	$2.2 < \eta < 2.6$	0.85	上部 1/3 楼层
	$2.6 < \eta < 3.0$	0.75	上部 1/3 楼层
横墙间距	超过表 23.4.2 最大值在 4m 以内	0.90	楼层的 β_{ci}
		1.00	墙段 β_{cij}
错层高度	$> 0.5m$	0.90	错层上下 β_{ci}
立面高度比	超过一层	0.90	所有变化的楼层
相邻楼层的墙体刚度比 λ	$2 < \lambda < 3$	0.85	刚度小的楼层
	$\lambda > 3$	0.75	刚度小的楼层
楼、屋盖构件的支承长度	比规定少 15% 以内	0.90	不满足的楼层
	比规定少 15% ~ 25%	0.80	不满足的楼层
圈梁布置和构造	屋盖外墙不符合	0.70	顶层
	楼盖外墙一道不符合	0.90	缺圈梁的上、下楼层
	楼盖外墙二道不符合	0.80	所有楼层
	内墙不符合	0.90	不满足的上、下楼层

注：单项不符合的程度超过表内规定或不符合的项目超过 3 项时，应采取加固或其他相应措施。

关于局部影响系数，可根据易引起局部倒塌各部位不符合第一级鉴定要求的程度，经

综合分析后确定；也可由表 23.4.13 各项系数中的最小值确定。

局部影响系数值

表 23.4.13

项 目	不符合的程度	ψ_2	影 响 范 围
墙体局部尺寸	比规定少 10% 以内	0.95	不满足的楼层
	比规定少 10% ~ 20%	0.90	不满足的楼层
楼梯间等大梁的支承长度 l	$370\text{mm} < l < 490\text{mm}$	0.80	该楼层的 β_{ci}
		0.70	该墙段的 β_{ci}
出屋面小房间		0.33	出屋面小房间
支承悬挑结构构件的承重墙体		0.80	该楼层和墙段
房屋尽端设过街楼或楼梯间		0.80	该楼层和墙段
有独立砌体柱承重的房屋	柱顶有拉结	0.80	楼层、柱两侧相邻墙段
	柱顶无拉结	0.60	楼层、柱两侧相邻墙段

注：不符合的程度超过表内规定时，应采取加固或其他相应措施。

5. 墙段综合抗震能力指数的计算

横墙间距超过刚性体系规定的最大值、有明显扭转效应和易引起局部倒塌的结构构件不符合第一级鉴定要求的房屋，当最弱的楼层综合抗震能力指数小于 1.0 时，可采用墙段综合抗震能力指数方法进行第二级鉴定。墙段综合抗震能力指数应按式计算：

$$\beta_{cij} = \psi_1 \psi_2 \beta_{ij} \tag{23.4.13}$$

$$\beta_{ij} = A_{ij} / (A_{bij} \xi_n \lambda) \tag{23.4.14}$$

式中 β_{cij} ——第 i 层 j 墙段综合抗震能力指数；

β_{ij} ——第 i 层 j 墙段抗震能力指数；

A_{ij} ——第 i 层第 j 墙段在 1/2 层高处的净截面面积；

A_{bij} ——第 i 层第 j 墙段计算及楼盖刚度影响的从属面积，可根据刚性楼盖、中等刚性楼盖和柔性楼盖按现行国家标准《建筑抗震设计规范》的方法确定。

当考虑扭转效应时，式 (23.4.13) 中尚包括扭转效应系数，其值可按现行国家标准《建筑抗震设计规范》的规定，取该墙段不考虑与考虑扭转时的内力比。

23.4.4 多层砖房抗震鉴定实例

1. 建筑结构概况

某多层砖房为 5 层（半地下室一层）结构，房屋总高度 16.10m，房屋层高：地下室 2.02m，一～五层为 3.1m。地下室砖墙采用 M5 混合砂浆砌筑，其余各层砖墙采用 M2.5 混合砂浆砌筑；楼板为预制钢筋混凝土板。房屋平面图见图 23.4.2。该房屋建造于 1974 年，所在城市的抗震设防烈度为 8 度，运用《建筑抗震鉴定标准》对该房屋的抗震能力进行鉴定。

2. 第一级鉴定

第一级鉴定以宏观控制和构造鉴定为主进行综合评价，其内容有刚性体系、整体性、易损部位及横墙间距与房屋宽度四大项。

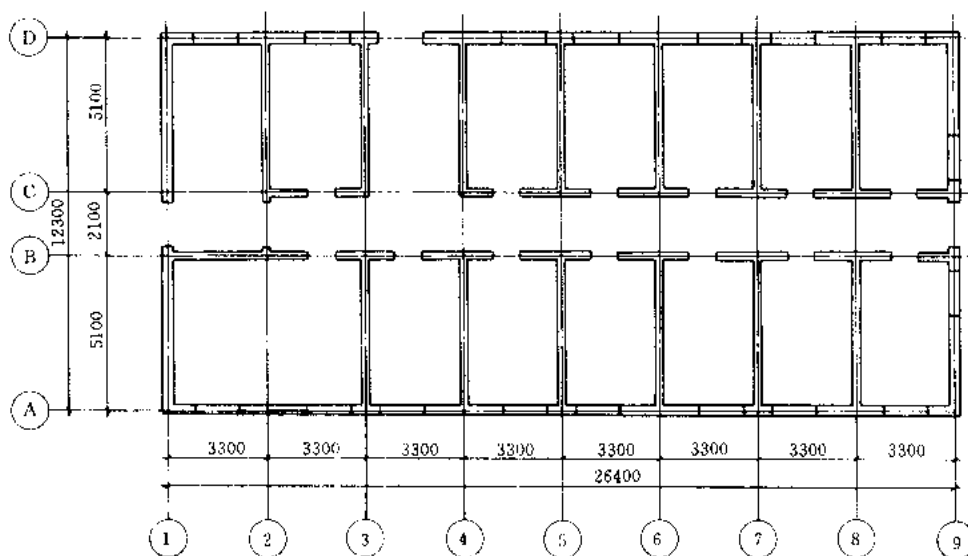


图 23.4.2 结构平面示意图

(1) 刚性体系判别

房屋质量和刚度沿平面分布大致对称，沿高度分布大致均匀；房屋高宽比为 1.4，总高度小于底层平面的最大尺寸，抗震横墙间距为 3.3m，满足《鉴定标准》中刚性体系的要求；通过对墙体砂浆的抽样检测，结果表明墙体砂浆的实际强度能达到原设计规定的强度要求（地下 M5 混合砂浆砌筑，地上 M2.5 混合砂浆砌筑）。

(2) 整体性判断

预制板板缝有混凝土填实，板上有水泥砂浆面层；楼、屋盖构件的支承长度满足《鉴定标准》要求；3 层楼盖设有钢筋砖圈梁，5 层屋盖设有钢筋混凝土圈梁，房屋整体性较好。

(3) 易损部位构造判别

墙体的局部尺寸大于 1.0m，满足《鉴定标准》要求；楼梯间梁的支承长度为 210mm，不能满足《鉴定标准》不宜小于 490mm 的要求，楼梯间支承长度不足应采取加固措施；房屋尽端设楼梯间，对房屋的抗震不利，局部影响系数值为 0.8。

(4) 纵、横墙量判别

由《鉴定标准》知，地下室和 1~4 层横墙间距与房屋宽度不能满足第一级鉴定的限值，需进行第二级鉴定。

5 层 横墙间距 $[L] = 3.9\text{m} > 3.3\text{m}$

房屋宽度 $[B] \approx 6.0 \times (1.4 + 0.8) \times 1.25 = 16.5\text{m} > 12.7\text{m}$

5 层横墙间距与房屋宽度符合第一级鉴定的限值，即 5 层满足抗震鉴定要求。

3. 第二级鉴定

(1) 抗震墙的基准面积率 (ξ_i)

抗震墙的基准面积率按《鉴定标准》中规定进行计算，当楼层单位面积重力荷载代表值 (g_0) 不是 12kN/m^2 时，表 23.4.9 至表 23.4.11 中数值可乘以 $g_0/12$ 。各楼层重力荷载代表值 (G)、单位面积重力荷载代表值 (g_0) 和修正系数 (α) 见表 23.4.14。

各层有关计算参数

表 23.4.14

楼 层	G (kN)	g_u (kN/m ²)	$\alpha = g_u/12$
地下室	4118.1	11.7	0.98
1 层	4469.2	12.7	1.06
2 层	4539.9	12.9	1.08
3 层	4537.0	12.9	1.08
4 层	4537.0	12.9	1.08

纵墙为自承重墙。按《鉴定标准》中墙体类别为每开间有一个窗纵墙查得纵墙基准面积率，并乘以修正系数 (α)，按《鉴定标准》条规定，自承重墙乘以 1.05，各楼层纵墙基准面积率 ($\xi_{i纵}$) 见表 23.4.15。

各层纵墙基准面积率

表 23.4.15

楼 层	纵墙基准面积率 ($\xi_{i纵}$)	楼层	纵墙基准面积率 ($\xi_{i纵}$)
地下室	$0.0271 \times 0.98 \times 1.05 = 0.0279$	3 层	$0.0304 \times 1.08 \times 1.05 = 0.0345$
1 层	$0.0345 \times 1.06 \times 1.05 = 0.0384$	4 层	$0.0248 \times 1.08 \times 1.05 = 0.0281$
2 层	$0.0345 \times 1.08 \times 1.05 = 0.0391$		

横墙为承重墙，按《鉴定标准》中墙体类别为无门窗墙查得横墙基准面积率，并乘以修正系数 (α)，各楼层横墙基准面积率 ($\xi_{i横}$) 见表 23.4.16。

各层横墙基准面积率

表 23.4.16

楼层	纵墙基准面积率 ($\xi_{i横}$)	楼层	横墙基准面积率 ($\xi_{i横}$)
地下室	0.0340	3 层	0.0424
1 层	0.0461	4 层	0.0349
2 层	0.0470	5 层	已通过第一级鉴定

(2) 楼层综合抗震能力指数及鉴定

根据《鉴定标准》，求得各楼层纵墙综合抗震能力指数见表 23.4.17。各楼层横墙综合抗震能力指数见表 23.4.18。

各层纵墙综合抗震能力指数

表 23.4.17

楼 层	纵墙面积 (m ²)	建筑平面面积 A_{bi} (m ²)	纵墙基准面积率 $\xi_{i纵}$	纵墙综合抗震能力指数 β_{ei}	鉴定结果
地下室	18.3	351.4	0.0279	1.00	满足
1 层	18.3	351.4	0.0384	0.72	差 28%
2 层	18.6	351.4	0.0391	0.72	差 28%
3 层	18.6	351.4	0.0345	0.82	差 18%
4 层	18.6	351.4	0.0281	1.00	满足

各层横墙综合抗震能力指数

表 23.4.18

楼 层	横墙面积 (m^2)	建筑平面面积 A_{pl} (m^2)	横墙基准面 积率 α_{min}	横墙综合抗震 能力指数 β_{c}	鉴定结果
地下室	21.8	351.4	0.0340	0.97	基本满足
1 层	21.8	351.4	0.0461	0.72	差 28%
2 层	19.5	351.4	0.0470	0.63	差 37%
3 层	19.5	351.4	0.0424	0.70	差 30%
4 层	19.5	351.4	0.0349	0.85	差 15%

(3) 薄弱层各墙段的抗震承载力验算

从以上分析可知：地下室和 5 层满足抗震鉴定要求，1~4 层不满足抗震鉴定要求。为进一步了解薄弱层各墙段的抗震能力，按照《建筑抗震设计规范》GBJ11—89 的要求，对该楼进行抗震承载力验算，图 23.4.3~图 23.4.6 为 1~4 层的抗震承载力验算结果。图中所列数值为墙体抗力与荷载效应之比值，如果不考虑尽端楼梯间的不利影响，则当该比值小于 0.75 时，该墙体不满足抗震要求；如果考虑端头楼梯间的不利影响，则当该比值小于 0.94 时，该墙体不满足抗震要求（带括号的数据是各大面墙体的抗震验算结果，数字标注方向与该面墙的轴线垂直；不带括号的数据是各门窗间墙段的抗震验算结果，数字标注方向与该面墙的轴线平行）。

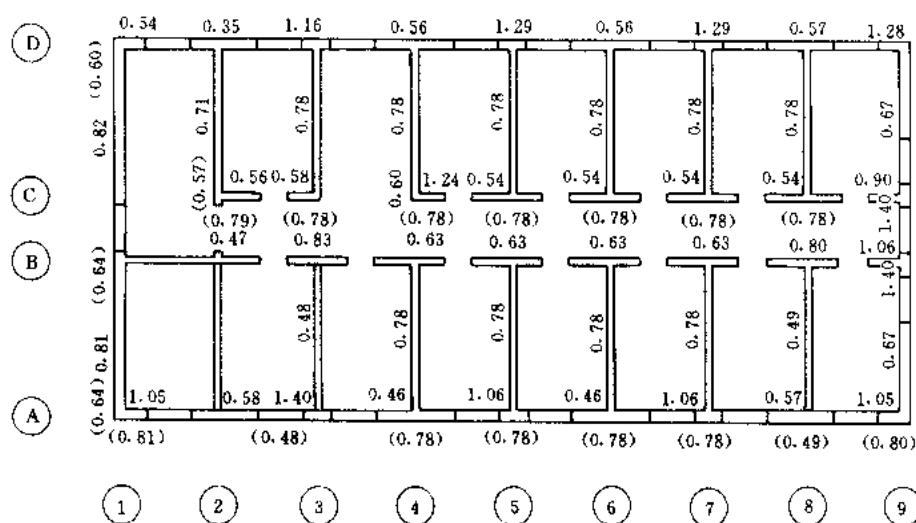


图 23.4.3 1 层抗震验算结果（抗力与效应之比）

4. 抗震鉴定结论

通过对该房屋的第一级和第二级的抗震鉴定，可得出以下结论：

(1) 该幢楼整体性较好，但楼梯间梁支承长度不足应采取加固措施；房屋尽端设楼梯间，对房屋的抗震不利。

(2) 1~4 层不满足《建筑抗震鉴定标准》GB50023—95 的要求，其中：

1 层纵、横墙抗震能力低于要求的 28%；

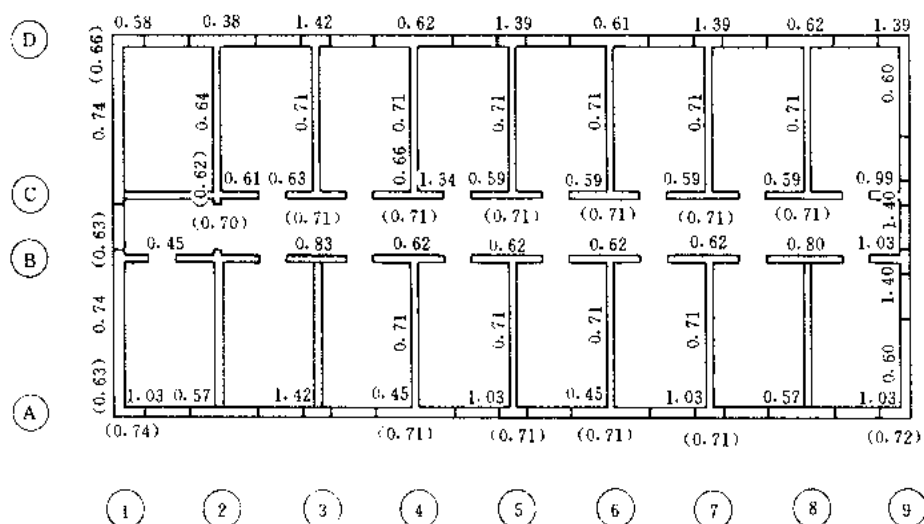


图 23.4.4 2层抗震验算结果 (抗力与效应之比)

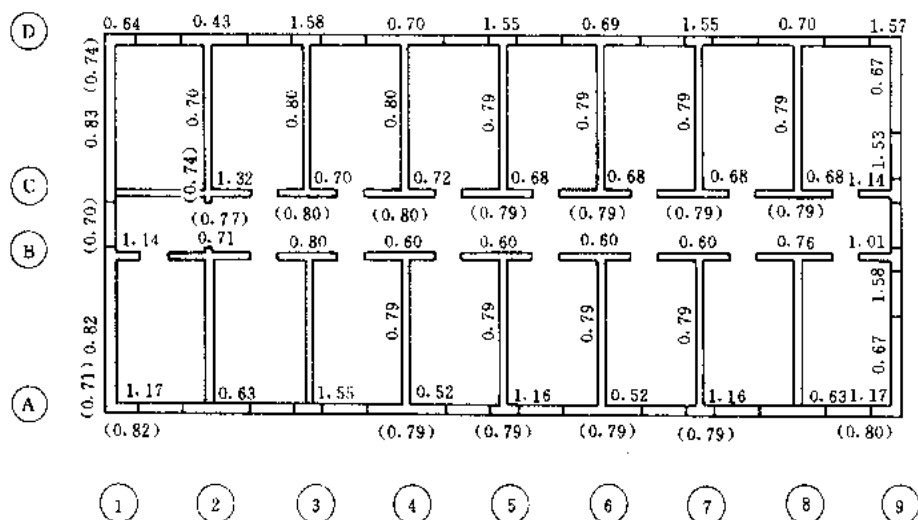


图 23.4.5 3层抗震验算结果 (抗力与效应之比)

2层纵、横墙抗震能力分别低于要求的 28% 和 37%；

3层纵、横墙抗震能力分别低于要求的 18% 和 30%；

4层横墙抗震能力低于要求的 15%。

(3) 对该房应采取必要的抗震加固措施。

23.5 多层钢筋混凝土框架房屋抗震鉴定

在我国未经抗震设防的钢筋混凝土框架房屋的数量相对于多层砌体房屋要少得多，其抗震能力较多层砌体房屋要好一些。这种类型的房屋广泛地应用于工业建筑、公共建筑、办公楼、宾馆和少量的住宅等。这类房屋由于使用功能的要求，往往出现较为薄弱的楼

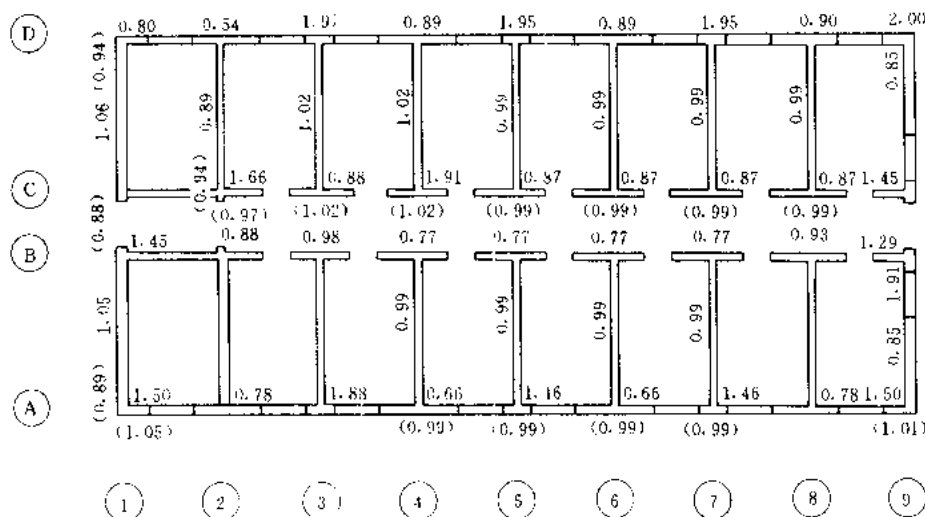


图 23.4.6 4 层抗震验算结果 (抗力与效应之比)

层,在强烈地震作用下遭到了不同程度的破坏甚至倒塌。因此,判断钢筋混凝土框架房屋的薄弱楼层,分析其抗震能力,有助于搞好这类房屋的抗震加固,提高其抗震能力和减轻地震灾害的目的。

23.5.1 多层钢筋混凝土框架房屋的震害

历次地震震害表明,多层钢筋混凝土框架房屋的震害低于多层砌体房屋。1976 年 7 月 28 日的唐山大地震,造成了唐山、天津和北京地区的多层钢筋混凝土房屋的破坏,丰富了对这类结构地震反应的认识。多层钢筋混凝土框架房屋的震害特征,主要表现为:

(1) 梁端底部的配筋不足或锚固长度不够,地震作用下梁端容易开裂或使梁延性不足;

(2) 柱上下端配筋不当,纵筋过细过稀;地震时,长柱的柱端混凝土酥裂,钢筋外露甚至纵筋压曲箍筋拉脱;短柱则出现剪切破坏;

(3) 仅考虑使用要求,相邻上、下层柱截面和配筋变化过大,形成刚度突变或承载力突变的薄弱层,地震中因变形集中而破坏,甚至倒塌;

(4) 砌体围护墙、隔墙的布置不合理,连接构造不足;地震时,或者开裂严重,或者引起扭转加重破坏,甚至形成短柱导致脆性破坏;

(5) 防震缝的震害较为普遍。在实际工作中,由于防震缝的宽度受到建筑装饰等要求的限制,往往难以满足强烈地震时的实际位移要求,从而造成相邻单元间的碰撞而产生震害。天津友谊宾馆主楼东西段间设有 150mm 宽的防震缝,满足 (TJ11—74) 抗震设计规范对 7 度设防区的规定,在唐山大地震影响下仍然发生了相互碰撞。在唐山大地震影响下,地震烈度为 6 度的北京市区,其民航大楼、长途电话楼、北京饭店西楼和商业部办公楼的伸缩、沉降缝处的装饰墙面损坏严重。

23.5.2 多层钢筋混凝土框架结构的逐级抗震鉴定

多层钢筋混凝土框架结构的抗震性能与结构体系、构件承载能力、结构沿竖向分布的均匀性和结构构件间的连接及构造等因素有关。

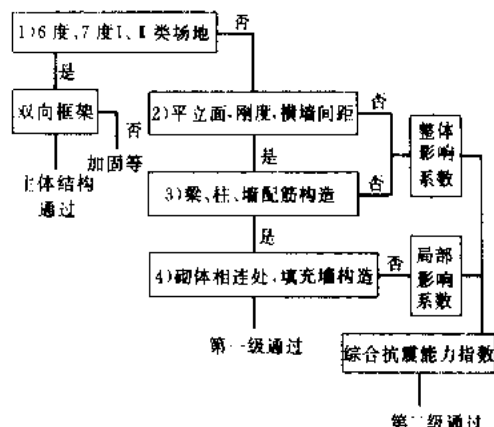


图 23.5.1 多层钢筋混凝土房屋的两级鉴定

新修订的建筑抗震鉴定标准中，对多层框架结构，与多层砖房类似，引进“两级鉴定”的概念，通过对房屋的结构体系、结构构件的配筋构造、填充墙等与主体结构的连接，以及构件的抗震承载力进行综合分析，使相当一部分现有的框架结构，可采用简单的第一级鉴定方法进行抗震鉴定，少数第一级鉴定不能通过的房屋，则继续采用第二级鉴定予以判断。鉴定过程可参见图 23.5.1。

1. 框架结构综合抗震能力的第一级鉴定

第一级鉴定包括结构体系、材料强度、配筋构造和连接构造四大项。

(1)、结构体系的鉴定，指框架节点的连接方式（刚接、铰接）和规则性的判别。对 6 度和 7 度，只要是双向框架，则满足鉴定要求。对 8、9 度，还要判断是否满足规则性要求：①平面局部突出的尺寸不大于同一方向总尺寸的 30%；②立面局部缩进的不大于同一方向总尺寸的 25%；③楼层刚度 $K_i/K_{i+1} > 0.7$ ，且 $K_i/K_{i+3} > 0.5$ ；同一层内基本对称；④楼层重力 $G_i/G_{i+1} > 0.5$ ；同一层内基本对称；⑤结构无承重的砌体相连。

(2) 框架构件的混凝土，实际达到的强度等级，7 度不低于 C13（150 号），8、9 不低于 C18（200 号）。

(3) 框架的配筋构造，对 6 度和 7 度Ⅰ、Ⅱ类场地，只要符合非抗震设计要求；梁纵筋在柱内的锚固长度：Ⅰ级钢不少于 25d、Ⅱ级钢不少于 30d，当混凝土强度等级 C13 时，各增加 5d。因为框架结构的震害表明，在一般场地上，遭受 6、7 度的地震影响时，正规设计且现状良好的框架，一般不发生严重破坏。在 7 度Ⅲ、Ⅳ类场地和 8、9 度时，还要按表 23.5.1 的要求判断其配筋构造。

第一级鉴定的配筋要求

表 23.5.1

项 目	鉴 定 要 求		
	7 度Ⅲ、Ⅳ类场地	8 度	9 度
中柱、边柱纵筋	拉筋 $\geq 0.2\%$	总配筋 $\geq 0.6\%$	总配筋 $\geq 0.8\%$
角柱纵筋	拉筋 $\geq 0.2\%$	总配筋 $\geq 0.8\%$	总配筋 $\geq 1.0\%$
柱上、下端箍筋	$\phi 6-200$	$\phi 6-200$	$\phi 8-150$
梁端箍筋间距	同非抗震设计	200	150
短柱全高箍筋	同非抗震设计	$\phi 8-150$	$\phi 8-100$
柱截面宽度 (mm)	不宜小于 300	300 400 (Ⅲ、Ⅳ类场地)	400

(4) 框架房屋的连接构造，主要是判断砌体与框架梁、柱连接的可靠性。具体要求是：承重山墙应有钢筋混凝土壁柱与框架梁可靠连接。填充墙每隔 600mm 有 2 $\phi 6$ 拉筋与柱相连，粘土砖墙长大于 6m 或空心砖墙长大于 5m，墙顶与梁还要拉结。内隔墙两端应与柱拉结；8、9 度时，内隔墙长度大于 6m，墙顶与梁也要拉结。

(5) 对于单向框架或混凝土强度等级低于 C13, 或与框架相连的承重砌体结构不符合要求, 则 8、9 度时应予以加固处理。其它要求不符合, 可在综合抗震能力第二级鉴定中, 利用体系影响系数和局部影响系数进一步判断。

2. 框架结构综合抗震能力的第二级鉴定

第二级鉴定的步骤是: ①选择有代表性的平面结构; ②计算楼层现有的受剪承载力; ③考虑构造影响得到楼层综合抗震能力指数; ④判断结构的抗震性能。

所谓有代表性的平面结构, 一般指两个主轴方向各选一榀; 当框架与承重砌体结构相连时, 还应取连接处的平面结构; 当结构有明显扭转时, 则取考虑扭转影响的边榀。

楼层现有的受剪承载力 V_y , 可按下式计算:

$$V_y = \sum V_{cy} + 0.7 \sum V_{my} + 0.7 \sum V_{wy} \quad (23.5.1)$$

式中, V_{cy} 、 V_{my} 、 V_{wy} 分别为框架柱、填充墙框架和抗震墙的层间现有受剪承载力。

框架柱层间现有受剪承载力, 取现有混凝土和钢筋的强度标准值、柱和钢筋实有的 (扣除损伤和锈蚀后) 截面面积及对应于重力荷载代表值的轴向力, 按下列两式计算的较小值采用:

$$V_{cy} = (M_{cy}^u + M_{cy}^l) / H_n \quad (23.5.2)$$

$$\text{或} \quad V_{cy} = 0.16 f_{ck} b h_0 / (\lambda + 1.5) + f_{yk} A_{sv} h_0 / s + 0.056 N \quad (23.5.3)$$

对称配筋矩形偏压柱的现有受弯承载力 M_{cy} , 大偏心受压时 (I 级钢, $N \leq 0.6 f_{cmk} b h_0$, II 级钢, $N \leq 0.55 f_{cmk} b h_0$),

$$M_{cy} = f_{yk} A_s (h_0 - a'_s) + 0.5 N h (1 - N / f_{cmk} b h) \quad (23.5.4)$$

小偏心受压时,

$$M_{cy} = f_{yk} A_s (h_0 - a'_s) + \xi (1 - 0.5 \xi) f_{cmk} b h_0^2 - N (0.5 h - a'_s) \quad (23.5.5)$$

$$\text{对 I 级钢,} \quad \xi = (0.2 N + 0.6 f_{yk} A_s) / (0.2 f_{cmk} b h_0 + f_{yk} A_s) \quad (23.5.6)$$

$$\text{对 II 级钢,} \quad \xi = (0.25 N + 0.55 f_{yk} A_s) / (0.25 f_{cmk} b h_0 + f_{yk} A_s) \quad (23.5.7)$$

对砖填充墙框架, 先按式 (23.5.4) ~ 式 (23.5.7) 计算偏压柱现有受弯承载力 M_{cy} , 再按下式计算层间现有受剪承载力:

$$V_{my} = \sum (M_{cy}^u + M_{cy}^l) / H_0 + \zeta_N f_{vk} A_m \quad (23.5.8)$$

以上各式中, ζ_N 、 f_{vk} 分别按现行《建筑抗震设计规范》和《砌体结构设计规范》计算; 柱计算刚度 H_0 , 两侧有填充墙时取柱净高的 2/3, 其它情况取柱净高; A_m 为填充墙水平截面面积; 其余符号, 按现行《混凝土结构设计规范》采用。

楼层的综合抗震能力指数 β , 由下式计算:

$$\beta = \phi_1 \phi_2 V_y / V_e \quad (23.5.9)$$

式中, ϕ_1 为体系影响系数, 当结构体系、梁柱箍筋、轴压比均符合现行《建筑抗震设计规范》的要求时, 取 1.25; 当均符合第一级鉴定的要求时, 取 1.0; 当均符合非抗震设计规定时, 取 0.8; 当结构受损伤或倾斜而修复后, 尚需乘以 0.8~1.0。 ϕ_2 为局部影响系数, 对与承重砌体相连的框架, 取 0.8~0.95; 对连接不符合第一级鉴定要求的填充墙框架, 取 0.7~0.95。

楼层的弹性地震剪力 V_e , 规则的框架可采用底部剪力法计算, 地震影响系数按现行《建筑抗震设计规范》的截面抗震验算 (第一水准) 取值作用分项系数取 1.0; 考虑扭转

影响的边榀框架,按现行《建筑抗震设计规范》规定的方法计算。

当某楼层的综合抗震能力指数 β 小于1.0时,该楼层需加固或采取相应的措施。

綜上述,第二级鉴定是以抗震承载力计算为主,并考虑构造影响的一种综合分析方法,可使抗震鉴定计算有所简化。

23.5.3 多层钢筋混凝土框架房屋鉴定实例

1. 建筑结构概况

某体育馆,修建于20世纪20年代,为坡屋顶仿古建筑。房屋建筑平面示意图如图23.5.2所示,该房屋中部(4~11轴)为二层,两翼(1~4轴及11~14轴)为三层。建筑檐口高度约为10.516m;中部一层层高为3.506m,二层层高为7.010m;两翼一层层高为3.506m,二层层高为3.657m,三层层高为3.353m。中部及两翼屋盖均为钢屋架系统,基础为条形混凝土基础,埋深为1.219m。该建筑为现浇钢筋混凝土框架与局部砖砌体(4轴及11轴及局部外墙)混合承重结构,房屋外墙为砖砌填充墙、两翼有部分砖砌框架填充墙和内隔墙,楼、屋面板均为现浇钢筋混凝土板。

2. 现场检测

本次现场鉴定,对砂浆强度检测采用回弹法检测,并采用贯入法进行校正;砖强度、混凝土强度鉴定均采用回弹法进行检测。经过对现场收集数据分析整理后,综合评定后推定砂浆强度为M2.5级,混凝土强度推定为C11。

房屋梁、柱、楼板外观较好,无倾斜、裂缝现象。混凝土碳化现象明显,接近保护层厚度。外墙现状较好,但两翼填充墙及内隔墙现状一般,有一部分为碎砖墙。

3. 第一级鉴定

本建筑除4轴及11轴的B~E轴间及外墙局部由砌体承重外,其余部位由多层钢筋混凝土框架承重。由于框架是主要受力构件,同时屋面系统为钢屋架、上部整浇钢筋混凝土屋面板挂瓦,所以本次鉴定对主体结构按框架结构进行鉴定、对屋面系统按钢筋混凝土无檩屋盖系统进行鉴定;根据《鉴定标准》的中对多层钢筋混凝土房屋及屋盖系统的规定,按结构体系、混凝土构件的构造、填充墙和隔墙与主体的连接、屋盖系统及结构构件抗震承载力,对整幢房屋的综合抗震能力进行两级鉴定。符合第一级鉴定的各项规定时,可评为满足抗震鉴定要求;不符合第一级鉴定时,应由第二级鉴定做出判断。

第一级抗震鉴定是根据地震震害和工程经验所获得的基本鉴定原则和鉴定思想,对现有建筑结构的总体布置和关键构造进行宏观判断,以宏观控制和构造鉴定为主,对房屋的抗震能力进行综合评价。具体内容如下:

(1) 房屋结构体系

此建筑中的框架部分结构属双向框架,梁柱节点为现浇节点,梁纵筋在柱内锚固长度基本满足非抗震锚固长度的要求,符合《建筑抗震鉴定标准》中关于框架宜为双向式框架,有整浇节点,8度时不应为铰接节点的要求。

房屋平面两翼沿横向局部收进4.877m,无局部突出部分,立面无明显缩进;但由于中部与两翼未设缝,这两部分之间存在错层,相连层刚度存在明显降低现象,同时承重体系中有局部砖砌体与框架混合承重,属于结构体系不规则结构,不符合鉴定标准中有关结构体系规则性的要求。

(2) 混凝土强度等级

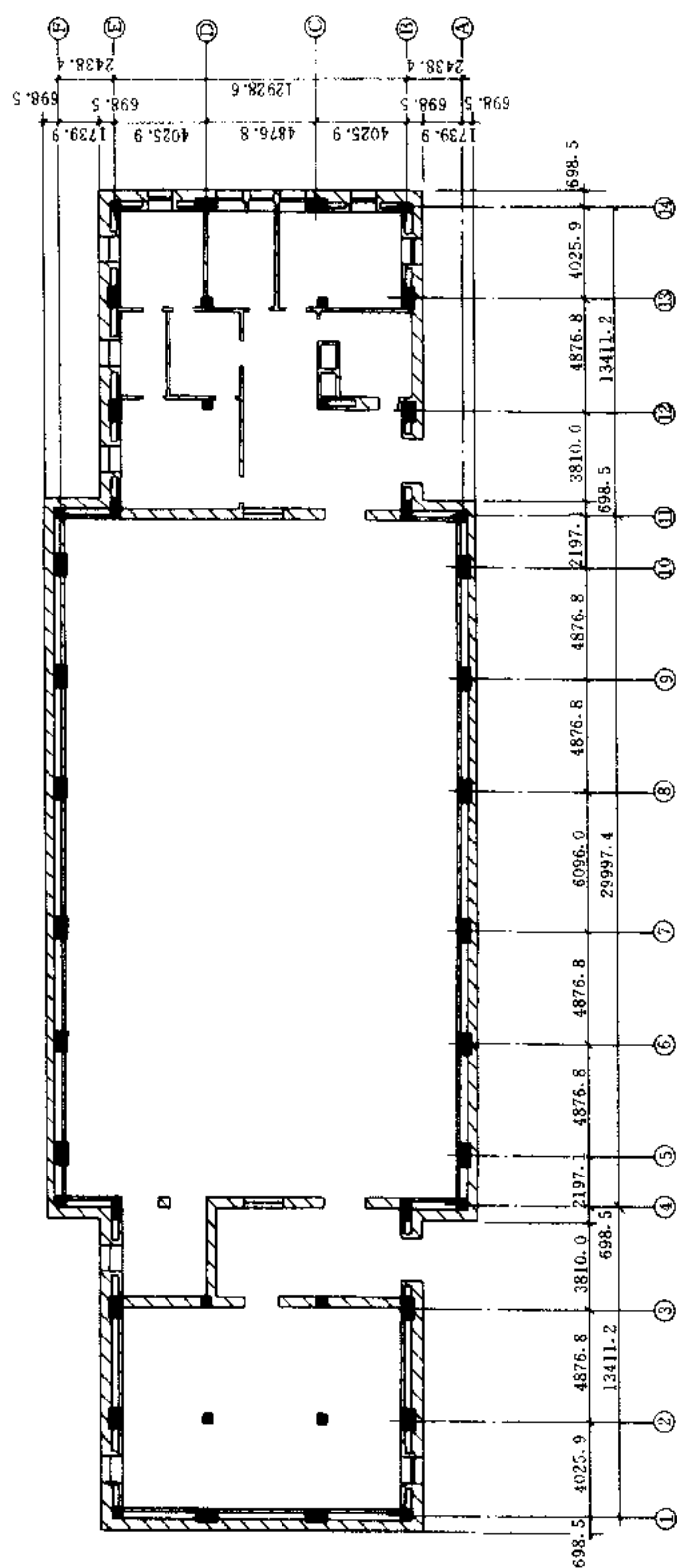


图 23.5.2 某体育馆一层平面示意图

经现场检测，框架柱的混凝土强度为 C11，不满足《建筑抗震鉴定标准》中 8 度区不应低于 C18 的要求。

(3) 梁、柱构造要求

《建筑抗震鉴定标准》要求框架柱纵向钢筋的总配筋率，8 度时角柱不宜小于 0.8%，其它柱不宜小于 0.6%。

本结构中部：角柱纵向钢筋的总配筋率为 0.852%，其它柱的最小纵向钢筋总配筋率为 0.796%，满足要求；

两翼：角柱纵向钢筋的总配筋率为 0.426%，边跨中柱的最小纵向钢筋总配筋率为 0.406%，不满足要求；其它柱为 0.792%，满足要求。

《建筑抗震鉴定标准》要求梁、柱的箍筋应符合：

1) 在柱的上、下端，柱净高各 1/6 范围内，8 度时，箍筋直径不应小于 $\phi 6$ ，间距不应大于 200mm；

2) 在梁的两端，梁高各一倍范围内的箍筋间距，8 度时不应大于 200mm。

本结构柱箍筋直径为 6.35mm，满足要求；角柱箍筋间距为 254mm，其它柱箍筋间距为 304.8mm，在柱的上、下端未加密，不满足要求。

本结构梁箍筋直径为 6.35mm，箍筋间距为 228.6mm，在梁两端未加密，不满足要求。

框架柱最小截面宽度为 381mm，满足 8 度时不宜小于 300mm 的要求。

(4) 填充墙、隔墙与主体连接

本房屋框架填充墙与主体框架梁柱间未设拉结筋，不满足要求；内隔墙间连接亦不满足要求。

(5) 屋盖系统

按照《建筑抗震鉴定标准》的要求及本房屋的跨度、柱距等实际情况，屋盖支撑布置应符合：

1) 上弦横向支撑在两端开间各有一道；在跨中下弦处设置通长水平系杆；在两端开间跨中设置一道竖向支撑；

2) 上、下弦横向支撑及竖向支撑的杆件应为型钢；

3) 横向支撑的直杆应符合压杆要求，交叉杆在交叉处不宜中断。

本房屋屋面系统为三角形钢屋架，屋面板为现浇钢筋混凝土板，现状良好，屋架仅在跨中下弦处设置了一道通长水平系杆。对于现浇钢筋混凝土屋面板可不设上弦横向支撑，但跨中需设置竖向支撑，支撑系统布置不满足要求。

(6) 第一级鉴定小结

第一级鉴定总结见下表 23.5.2。

第一级抗震鉴定总结

表 23.5.2

序 号	鉴 定 项 目	是否满足《鉴定标准》
1	房屋结构体系	混合承重，竖向刚度突变，不满足结构体系规则性的要求
2	混凝土等级	不满足
3	梁柱构造要求	两翼角柱及边跨中柱最小纵筋总配筋率不满足，其余满足；加密区箍筋间距不满足

序 号	鉴 定 项 目	是否满足《鉴定标准》
4	填充墙、隔墙与主体连接	不满足
5	屋面系统	缺少跨中竖向支撑, 支撑布置不满足

4. 第二级鉴定

钢筋混凝土房屋采用平面结构的楼层综合抗震能力指数进行第二级鉴定。

楼层综合抗震能力指数可采用下列公式计算:

$$\beta = \psi_1 \psi_2 \xi_y$$

$$\xi_y = V_y / V_e$$

式中 β ——平面结构楼层综合抗震能力指数;

ψ_1 ——体系影响系数;

ψ_2 ——局部影响系数;

ξ_y ——楼层屈服强度系数;

V_y ——楼层现有受剪承载力;

V_e ——楼层的弹性地震剪力。

楼层的弹性抗震剪力, 对规则结构可采用底部剪力法计算, 地震影响系数按现行国家标准《建筑抗震设计规范》(GBJ11—89) 截面抗震验算的规定取值, 地震作用分项系数取 1.0; 楼层现有受剪承载力, 为框架柱、砖填充墙和混凝土抗震墙层间现有受剪承载力之和, 按照楼层抗侧力构件现有截面、配筋, 取对应于重力荷载代表值作用下的轴向力和材料强度标准值进行计算。

体系影响系数可根据结构体系、梁柱箍筋、轴压比等符合第一级鉴定要求的程度和部位, 按下列情况确定:

- (1) 当各项构造均符合现行国家标准《建筑抗震设计规范》的规定时, 可取 1.25;
- (2) 当各项构造均符合第一级鉴定的规定时, 可取 1.0;
- (3) 当各项构造均符合非抗震设计规定时, 可取 0.8;
- (4) 当结构受损伤或发生倾斜而已修复纠正, 上述数值尚宜乘以 0.8~1.0。

局部影响系数可根据局部构造不符合第一级鉴定要求的程度, 采用下列三项系数选定后的最小值:

- (1) 与承重砌体相连的框架, 取 0.8~0.95;
- (2) 填充墙等与框架的连接不符合第一级鉴定要求, 取 0.7~0.95;
- (3) 抗震墙之间楼、屋盖长宽比超过规定值, 可按超过的程度, 取 0.6~0.9;

楼层综合抗震能力指数不小于 1.0 时, 可评为满足抗震鉴定要求; 当不符合时应采取加固或其它相应措施。

对于该体育馆, 第二级鉴定采用 PKPM 系列程序进行辅助计算, 荷载取值依据原竣工图纸, 构件强度按现场检测强度值进行计算, 混凝土强度等级取值为 C11。

分析时按楼层整体进行计算, 分别考虑中部横纵向、两翼横纵向平面结构。除框架外, 考虑部分粘土砖填充墙的作用。计算结果汇总列于表 23.5.3。

第二级鉴定结果汇总

表 23.5.3

部 位	方 向	楼 层	ξ	ψ_1	ψ_2	β	结 论
中 部	横 向	一层	1.329	0.85	0.90	1.017	满 足
		二层	0.992	0.85	0.90	0.759	不满足
	纵 向	一层	0.975	0.85	0.90	0.746	不满足
		二层	1.412	0.85	0.90	1.080	满 足
两 翼	横 向	一层	0.964	0.80	0.90	0.694	不满足
		二层	1.123	0.80	0.90	0.809	不满足
		三层	0.985	0.80	0.90	0.709	不满足
	纵 向	一层	1.007	0.80	0.90	0.725	不满足
		二层	1.173	0.80	0.90	0.845	不满足
		三层	1.083	0.80	0.90	0.780	不满足

经对该房屋进行第二级鉴定,除中部横向一层、纵向二层满足外,其余部位均不满足抗震要求;两翼横、纵向各层亦均不满足要求。房屋纵向较横向抗震能力稍好。

5. 鉴定结论和处理意见

该房屋按填充墙混凝土框架计算,承载力可以通过,但因混凝土强度较低、梁柱箍筋构造不满足、填充墙与主体无连接,房屋综合抗震能力不能满足 8 度抗震设防要求。特别是建筑为混合承重体系,在地震作用下若其中一个承重体系受到破坏,则将引起连锁破坏。而且该建筑钢屋架支撑系统不完善,地震时易受到破坏。

根据《建筑抗震鉴定标准》(GB50023—95),对不符合鉴定要求的建筑,可根据其不符合要求的程度、部位对结构整体抗震性能影响的大小,以及有关的非抗震缺陷等实际情况,结合使用要求、城市规划和加固难易等因素的分析,通过技术经济比较,提出相应的加固、改造或更新等抗震减灾对策。

根据房屋鉴定的结果,该房屋的结构体系不规则,混凝土强度低于 C13,填充墙、隔墙与主体连接不满足要求,钢屋架支撑系统不完善等,提出以下建议:

(1) 在房屋阴阳角转角处的外墙增设纵横向相连的“L”形钢筋混凝土抗震墙。

(2) 在 4 轴及 11 轴改善承重体系,可通过增设钢筋混凝土抗震墙将砖墙承重改为框架-抗震墙承重体系,同时可增强房屋整体抗震能力。钢筋混凝土抗震墙可由基础做至看台底,为避免刚度过大,可在墙上均匀地开设一定数量的洞口。

(3) 对两端开间屋架跨中增设一道竖向支撑。

(4) 增设填充墙、隔墙与主体的连接构造。

参 考 文 献

- 1 中国建筑科学研究院主编. 建筑抗震鉴定标准. GB50023—95, 北京: 中国建筑工业出版社, 1995
- 2 戴国莹. 现有建筑物抗震鉴定加固技术. 建筑科学, 1995
- 3 钟益村, 高小旺, 龙明英. 钢筋混凝土框架结构抗震鉴定和加固方法研究. 中国建筑科学研究院建筑科学研究报告, 1988

第 24 章 现有建筑的抗震加固技术

24.1 建筑抗震加固技术的研究

在 70 年代的海城和唐山大地震后, 根据我国 70 年代初以前建造的工业与民用建筑没有进行抗震设防的实际状况, 在抗震设防区的城市开展了抗震鉴定和加固工作。房屋和生命线系统的抗震鉴定和加固实践促进了抗震加固技术的研究。

24.1.1 用外加钢筋混凝土柱加固砖墙的抗震性能

在强烈的地震作用下, 多层砖房遭到了严重破坏甚至倒塌。因此, 采用必要的加固措施提高多层砖房的抗震能力对于减轻地震灾害是非常重要的。在唐山大地震中, 位于地震烈度为 10 度地区的唐山市区有几幢采用钢筋混凝土构造柱的多层砖房, 虽然产生了严重破坏, 但没有倒塌。基于这个震害经验, 工程抗震研究者提出了采用外加钢筋混凝土柱、钢拉杆与圈梁加固多层砖房的方案。为了探讨采用这种加固方案后砖墙的抗震性能和破坏机理, 文献 [1] 进行了采用外加钢筋混凝土柱、钢拉杆加固砖墙的试验研究。共进行了四组 14 片不同宽度、不同砂浆强度等级和不同墙体压应力的加固墙体和 2 片未加固墙体的抗震试验。

抗震试验结果表明, 墙体与外加柱的变形协调, 能共同工作; 钢拉杆的主要作用是保证外加钢筋混凝土柱与砖墙的共同工作, 共同约束墙体以阻止开裂后墙体的塌落, 从而提高墙体的整体性和抗倒塌能力。

24.1.2 用钢筋网砂浆面层加固砖墙的抗震性能

未经抗震设防的多层砖房中, 由于层数和砖墙数量、砌筑砂浆等级的差异, 使得一些房屋与抗震设防的要求相差较多, 对于这些多层砖墙仅靠外加钢筋混凝土构造柱与钢拉杆加固还不能达到现有建筑的抗震要求。这就提出了采用钢筋网砂浆面层等方法, 用以提高墙体的承载能力和变形能力。文献 [2] 对在砖墙上抹水泥砂浆或钢筋网水泥砂浆面层加固进行了研究。共进行近百片采用上述方法加固砖墙的试验, 并进行了与未加固墙体的对比试验。

试验研究表明, 由于砖砌体、钢筋网和砂浆面层三者的变形和承载能力的差异, 三者不可能同时达到其极限承载力。其中, 水泥砂浆面层首先开裂, 然后是砖砌体, 最后是钢筋达到屈服, 他们之间达到极限承载力的时间间隔随加固的水泥砂浆与钢筋数量等有关, 一般可分为下列两种情况。一是砂浆面层的极限承载力控制。这种情况的钢筋配筋量较少, 表现为砂浆面层一开裂, 整个墙体即裂通破坏。二是钢筋网的极限承载力控制。这种情况为钢筋网配筋量较多, 当砂浆面层开裂时, 钢筋网中的钢筋应力尚未达到屈服强度, 直到钢筋应力达到屈服强度后整个墙体才达到极限承载能力。

试验研究还表明, 钢筋网砂浆面层可大幅度提高原有墙体的抗侧力刚度与受剪承载力, 原有墙体的砌筑砂浆强度等级越低, 其提高的比值就越大。

24.1.3 用外包角钢加固钢筋混凝土框架柱的抗震性能

未经抗震设防的多层钢筋混凝土框架房屋，在抗震承载能力和变形能力上存在着薄弱环节，这主要是：

1. 柱的抗震承载能力不足；
2. 柱的箍筋直径细且间距大，箍筋又往往采用直角弯钩，加之有的柱轴压比过大，地震中容易产生剪拉、剪压等脆性破坏，使得柱的变形能力差；
3. 梁柱节点核心区不配置箍筋等。

针对现有钢筋混凝土框架结构中在使用功能上不能增设钢筋混凝土抗震墙的状况，增强框架柱和节点的承载能力、变形能力，能够达到提高框架结构整体抗震能力的目的。文献[3]对外包角钢加固钢筋混凝土柱进行了试验和分析研究。

试验研究表明，外包角钢加固的钢筋混凝土柱是由钢构件与钢筋混凝土共同工作的一种组合柱，它既保持了钢筋混凝土构件的性质，又兼有钢结构构件的某些特点。它的主要特点是：

1. 由于外包角钢的抗拉作用，使加固柱的抗裂能力大大提高。即使在大偏心受压的加固柱中，受拉区混凝土约在 70% ~ 80% 最大荷载时，才出现较明显的初始弯曲受拉裂缝。
2. 在达到极限承载力前，角钢与柱很好地发挥整体作用，扁钢箍与柱面间也无滑动迹象，在即将达到极限承载力时，角钢与柱面间粘结力逐渐丧失，产生相对滑动，但是随着扁钢箍的斜向错位而拉紧角钢，角钢与柱间摩擦力也随之增大；因此，在以后相当长的加荷过程中，受拉角钢的应变并不迅速降低，而受压角钢的应变尚继续增长，使柱的承载能力不致迅速下降。一直到柱端受压区混凝土明显压碎，角钢才逐渐丧失与柱子共同工作的能力。
3. 不论是大偏心受压柱还是小偏心受压柱，加固柱承载能力的迅速减低，均在于受压区混凝土的压碎；但是有外部钢构件包裹的加固柱，不会像原型柱那样出现混凝土剥落崩塌破坏现象。
4. 试验后原型柱的变形集中在柱端的塑性铰区内，柱的其余部分几乎保持直线状态；加固柱的变形沿柱高分布较均匀，整根柱呈明显的弯曲状态。

试验研究还表明，采用外包角钢加固后，柱具有一定的匀质性，呈现比较对称的破坏状态，变形能力可得到较充分的发挥。其层间位移角较未加固柱提高一倍左右，当单纯采用外包扁钢箍加固柱时，也有类似的作用，但效果较差，而且扁钢箍的间距必须很密。

24.2 现有建筑抗震加固的基本要求

现有建筑抗震加固的基本要求是指根据地震震害和工程加固实践等总结得到的基本原则，对现有建筑加固的总体布置和关键构造进行宏观控制，使抗震加固达到预期的效果

24.2.1 加固目标与依据

现有建筑进行抗震加固的目标是达到抗震鉴定的要求——设防烈度地震影响下建筑结构不倒塌伤人，而不是提高到新建工程抗震设计的“三水准”目标。当然，加固设计时，受到构件尺寸模数化、最低构造要求及施工技术的限制，其综合抗震能力往往高于鉴定的规定值，但不应高出过多。同时，还须注意抗震加固与抗震鉴定的密切联系：

1. 抗震加固前必须进行抗震鉴定，仍以提高建筑的综合抗震能力作为衡量加固效果的标志；

2. 抗震加固设计中，结构的抗震验算仍可采用抗震鉴定时的简化方法，但计算参数要按加固后的状况取值。

24.2.2 加固方案的优化

加固设计中，确定总体加固方案时，要处理好下列几个关系，使加固方案有所优化。

1. 针对鉴定的结果和房屋的实际情况，确定使房屋总体抗震能力达到规定设防要求的关键，确定是整个房屋加固还是区段加固或构件加固，以避免扩大加固量。

2. 对结构的加固，要进行“内加固”或“外加固”的比较，从房屋内部加固便于保持外立面，但加固时对生产、生活的干扰较大；从房屋外部进行加固，干扰较小并可与外立面的更新相结合，但抗震墙间距过大等情况时不容易达到预期效果。

3. 增设抗震墙或支撑等抗侧力构件时，可保持或改变原有的结构体系，使地震作用相应地基本保持或显著加大，要进行二者的比较分析，包括普遍加固方案的比较，结合使用功能的要求和改造等确定。

4. 加固后结构质量、刚度、承载力和变形能力都发生变化，当采用以提高承载力为主的方案时，要使承载力的提高超过因质量、刚度加大导致地震作用的加大；当采用以提高变形能力为主的方案时，要衡量现有承载力是否达到相应的最低要求；在可能的条件下，还可考虑加固后结构自振周期与场地卓越周期之间的关系，避免引起加固后地震作用过多增大。

5. 提高结构抗震安全性与房屋使用功能、外观改善等出现矛盾时，需要通过几种加固方案的比较使之达到综合平衡。

6. 加固方法要便于施工，减少对原结构承载能力的损伤，已有的损伤也要一并处理，以便在材料消耗、施工工效、环境影响和抗震能力提高之间取得最佳方案。

24.2.3 加固布置的合理性

合理的加固布置，大致可考虑以下几个方面。

1. 规则性治理。当原结构沿高度和沿平面的构件、刚度等的分布符合规则性要求时，增设构件的布置要保持原有的规则性；原结构在某个主轴或两个主轴方向不符合规则性要求时，可利用增设构件的不规则布置，使加固后的结构消除或减少不规则性。

2. 地震作用传递途径更为合理。可利用新增设的构件保持或改变原有的传递途径，应保持原结构合理的传递途径，消除或减轻原结构传递途径的缺陷。

3. 抗震薄弱层的增强。不仅要防止新增设构件形成新的薄弱层，而且要利用所增设构件的位置、尺寸和厚度的变化，消除薄弱层或减轻原有薄弱层的薄弱程度。

4. 当原有建筑的不同部位有不同类型的承重结构体系时，对不同类型结构相连部位、加固布置要使之具有比一般部位更高的承载力或更强的变形能力。

5. 当原结构构件处于明显不利的状态时，如短柱、强梁弱柱等，加固布置要改善其受力状态，或设法把地震作用吸引到新增设的受力状态合理的构件上。

24.2.4 加固手段的有效性

为使结构整体的综合抗震能力确实得到提高，不致“加而不固”或加固时损伤原构件或加固引起附加内力而使某些部位降低承载力，抗震加固设计及施工中要注意以下几点。

1. 确保新增设的构件与原结构构件有可靠连接,可综合选用增加新旧构件表面粘结力,增设拉结措施、锚固措施等。

2. 考虑加固后构件的实际受力状况、新旧部分受力程度的不同和协同工作的程度,并在加固后构件现有承载力计算中相应处理。

3. 增设的竖向结构构件(如抗震墙、柱等)应上下连接,并有可靠基础,并考虑新增设构件与原有构件可能的沉降差异。当原结构构件上下不连续时,加固时宜消除不连续性或减少不连续的程度。

4. 注意保护原结构构件及其连接,避免加固时对原有构件承载力的削弱。一旦原有构件受到损伤,应先修补、恢复再进行加固。

24.2.5 地基基础现有承载能力的利用

对于地基基础在静载下未发现问题的现有建筑,6、7度时不作基础抗震鉴定,也就无须加固;8、9度时,只对液化等级为严重且建筑对液化敏感的地基进行处理,对软弱土和明显不均匀土层上的建筑,多采取措施提高上部结构抵抗不均匀沉降的能力。

减少现有建筑地基基础的加固量,一是考虑到地基基础加固的难度较大;二是加固的目标在于设防烈度地震影响下可修,而地震造成的地基震害,如液化、软土震陷、不均匀土层的差异等,一般尚未导致建筑的坍塌或丧失使用价值,采取提高上部结构抵抗不均匀沉降能力的措施,即可减轻结构的震害。

减少对现有建筑地基基础的加固,要充分利用现有地基的潜力,例如:

1. 遇软弱土层时,根据唐山地震的震害,当基础底面下的厚度不大于5m,或8、9度时静承载力标准值分别大于80kPa和100kPa,可不考虑地震作用下的沉降;

2. 由于地基土在建筑荷载的长期作用下土体固结压密,土与基础底面接触处发生一定的物理、化学变化,孔隙比和含水量减少,可使粘土、粉土、砂性土、砾石土的地基静承载力有一定的提高,因此,当加固后构件所增加的重力不超过地基土长期压密提高值时(工程经验和试验发现,有时可提高30%),可不作地基的抗震验算;

3. 遇有柱间支撑的柱基、拱脚等,需进行抗滑验算时,可考虑基础底面与土的摩擦力、基础侧面的被动土压,有时尚可利用刚性地坪的抗滑力;

4. 加固后,在地震作用下,基础的竖向压力超过地基土承载力在10%以内时,可不作地基处理,仅提高上部结构抵抗不均匀沉降的能力。

24.2.6 减轻非结构构件危害的处理

非结构构件在地震中的破坏后果,大致分两类:其一影响非结构构件自身,其二则危及生命或重要生产设备。二者的加固要求不同。

前者不符合抗震要求时,通常可结合维修处理;后者必须进行治疗,以减轻相关的损失。

对非结构构件的治疗,可根据具体情况和使用要求,选用拆除、拆矮、剔缝分开和增设拉结措施等。

24.2.7 材料强度和施工的特殊要求

抗震加固对材料和施工的特殊要求,体现为超强、复核、查缺、防损、防倒等。

超强,指加固所用材料,除满足新建工程设计时的最低强度等级外,不应低于现有建筑中被加固构件的材料强度等级。

复核，指加固时对构件实际尺寸的测量和核对。因设计上的尺寸与现有建筑的实际尺寸大多有不同程度的差异；当原始资料不全时，加固施工图往往注明“按实际尺寸施工”。这些，均需要进行量测，以免因误差过大而降低加固效果或无法施工。

查缺，指加固施工时，要检查原结构及其相关工程的隐蔽部位是否有严重的构造缺陷，一旦发现，要暂停施工，会同加固设计者采取有效措施进行处理，方可继续施工。

防损，指在原有构件上凿洞、钻孔等施工过程中，要采取有效措施，避免破坏原有钢筋、砂浆粘结力等，并防止误触电源、气源、水源等管线造成事故。一旦损伤构件，要及时修补。

防倒，指加固施工前，要充分估计施工中可能造成的房屋倾斜、构件开裂或倒塌等不安全因素，采取相应的临时措施予以防止。

24.3 多层砖房抗震加固技术

24.3.1 多层砖房加固方案的确定

砖房抗震加固时，应根据抗震鉴定的结果，针对房屋存在的具体问题，综合选择合理、有效的加固手段。下面列举一些基本的综合方法。

1. 多层砖房和底层框架砖房的上部各层，当某楼层承载能力明显不足时，凡属静力荷载下明显不足者，必须对有关墙段用补强、拆换或面层加固；而仅地震作用下明显不足，可选择普遍补强、拆换、面层加固的方案，也可选择集中于若干墙段用面层或板墙加固形成安全区以吸收地震作用的加固方案。

2. 对于承载力明显不足的砖柱（墙垛），可选择在砖柱的单面或双面加设面层的方案，也可选择在柱间增设墙体的方案。

3. 变形缝一侧的敞口墙，抗震加固时可选择增设墙体、混凝土框的加固方案等。

4. 整体性不良的各类砖房，一般用圈梁、拉杆、锚杆、构造柱加强，也可用配筋面层或板墙加固外墙替代圈梁和构造柱。

5. 楼（屋）盖构件支承长度不足时，可选择增设托梁方案，也可选择增强楼（屋）盖整体性的措施。

6. 承重墙段宽度过小，可选择面层加固等，也可结合构造柱加固。

7. 超高女儿墙、烟囱等可选择降低高度的方案，也可结合屋面防水维修增设锚固措施。

8. 墙段承载力稍差而整体不良时，可不直接加固墙段而利用构造柱提高其承载力。

24.3.2 抗震加固设计

多层砖房的抗震加固同样可以以“综合抗震承载能力指数”来度量。其中，提高墙段承载力的加固方法同样适用于静力荷载下的加固。加固后楼层（或墙段）的综合抗震承载力指数 β_s ，由加固前所具有的承载力指数 β_0 ，乘以加固增强系数 η 得到：

$$\beta_s = \eta \psi_1 \psi_2 \beta_0 \quad (24.3.1)$$

式中的构造影响系数 ψ_1 、 ψ_2 按加固后的状况确定。

多层砖房的抗震加固应符合下列要求：

(1) 加固后的楼层综合抗震能力指数不应小于 1.0，且不宜超过下一楼层综合抗震能力的 20%；当超过时应同时增强下一楼层的抗震能力；

(2) 同一楼层中, 自承重墙加固后的抗震能力不应超过承重墙体加固后的抗震能力;

(3) 对非刚性结构体系的房屋, 在选用抗震加固方案时应特别慎重, 当采用加固柱或墙垛, 增设支撑或支架等保持非刚性结构体系的加固措施时, 应控制层间位移和提高其变形能力。

1. 多层砌体房屋的抗震加固方法

在对多层砌体房屋的抗震能力和薄弱环节进行抗震鉴定的基础上, 应有针对性的采取抗震加固方法, 以确保抗震加固后的房屋满足现有建筑的抗震设防要求。在选择抗震加固中应着重提高房屋的整体抗震能力和加固后房屋沿竖向抗震承载能力的均匀性, 避免局部加强后而出现新的薄弱楼层或部位。多层砌体房屋的抗震加固, 可分为下列方法。

(1) 当房屋抗震承载力不满足要求时, 可选择下列加固方法。

1) 拆砌或增设抗震墙, 对强度过低的原墙体可拆除重砌; 重砌和增设抗震墙的结构材料可采用砖或砌块, 也可采用现浇钢筋混凝土。

2) 修补和灌浆, 对已开裂的墙体, 可采用压力灌浆修补, 对砌筑砂浆饱满度差或砌筑砂浆强度等级偏低的墙体, 可用满墙灌浆加固。

3) 面层或板墙加固, 在墙体的一侧或两侧采用水泥砂浆面层、钢筋网砂浆面层或现浇钢筋混凝土墙加固。

4) 外加柱加固, 在墙体交接处采用现浇钢筋混凝土构造柱加固。柱应与圈梁、拉杆连成整体或与现浇钢筋混凝土楼、屋盖可靠连接。

5) 包角或镶边加固, 在柱、墙角或门窗洞边用型钢或钢筋混凝土包角镶边; 柱、墙垛还可采用现浇钢筋混凝土套加固。

6) 支撑或支架加固, 对刚度差的房屋, 可增设型钢或钢筋混凝土的支撑或支架加固。

(2) 房屋的整体性不满足要求时, 可选择下列加固方法。

1) 当墙体布置在平面内不闭合时, 可增设墙段形成闭合; 在开口处增设现浇钢筋混凝土框。

2) 当纵横墙连接较差时, 可采用钢拉杆、长锚杆、外加柱或外加圈梁等加固。

3) 楼、屋盖构件支承长度不满足要求时, 可增设托梁或采取增强楼、屋盖整体性能的措施; 对腐蚀变质的构件应更换; 对无下弦的人字屋架应增设下弦拉杆。

4) 当圈梁设置不符合鉴定要求时, 应增设圈梁; 外墙圈梁宜采用现浇钢筋混凝土, 内墙圈梁可用钢拉杆或在进深梁端加锚杆代替。

(3) 对房屋中易倒塌的部位, 可选择下列加固方法。

1) 承重窗间墙宽度过小或抗震能力不满足要求时, 可增设钢筋混凝土窗框或采用面层、板墙等加固。

2) 隔墙无拉结或拉结不牢, 可采用镶边、埋设铁夹套、锚筋或钢拉杆加固。

3) 支承大梁等的墙段抗震能力不满足要求时, 可增设砌体柱、钢筋混凝土柱或采用面层、板墙加固。

4) 出屋面的楼梯间、电梯间和水箱间不符合鉴定要求时, 可采用面层或外加柱加固, 其上部应与屋盖构件有可靠连接, 下部应与主体结构的加固措施相连。

5) 出屋面的烟囱、无拉结女儿墙超过规定的高度时, 宜拆矮或采用型钢、钢拉杆加固。



6) 悬挑构件的锚固长度不满足要求时, 可加拉杆或采取减少悬挑长度的措施。

(4) 当具有明显扭转效应的多层砌体房屋抗震能力不满足要求时, 可优先在薄弱部位增砌砖或现浇钢筋混凝土墙, 或在原墙加面层; 也可采取分割平面单元, 减少扭转效应的措施。

2. 钢筋网砂浆面层加固的设计

采用钢筋网砂浆面层加固墙体的目的是为了提高墙体的承载能力、变形能力和墙体的整体性能, 同时也能增加楼板的支撑长度。

根据大量的试验研究, 在统计分析基础上, 提出了加固增强系数的计算公式和构造要求。

厚度 t_w 的墙段, 其抗震抗剪强度设计值为 f_{VE} , 采用水泥砂浆或钢丝网水泥砂浆面层单面或双面加固后, 承载力的增强系数 η_{pij} 是:

$$\eta_{pi} = 1 + \sum_{j=1}^n (\eta_{pij} - 1) A_{ij0} / A_{i0} \quad (24.3.2)$$

$$\eta_{pij} = \frac{240}{t_w} \left(\eta_0 + \frac{0.075}{f_{VE}} \left(1 - \frac{t_{w0}}{240} \right) \right) \quad (24.3.3)$$

式中 η_0 ——基准增强系数; η_0 依据面层厚度、加固砂浆强度、配筋和原砌筑砂浆等级,

按表 24.3.1 采用; 空斗墙应双面加固, 取表中数值的 1.3 倍;

η_{pi} ——面层加固后第 i 楼层抗震能力的增强系数;

η_{pij} ——第 i 楼层第 j 墙段面层加固的增强系数;

A_{i0} ——第 i 楼层中验算方向原有抗震墙在 $1/2$ 层高处净截面的面积;

A_{ij0} ——第 i 楼层中验算方向面层加固的抗震墙 j 墙段的在 $1/2$ 层高处净截面的面积;

n ——第 i 楼层中验算方向上的面层加固抗震墙的道数;

t_w ——原墙体厚度;

f_{VE} ——原墙体的抗震抗剪强度设计值。

面层加固基准增强系数

表 24.3.1

面层厚度 (mm)	面层砂浆 强度等级	钢 筋 网		单面加固			双面加固		
				原墙体砂浆强度等级					
		直径 (mm)	间距 (mm)	M0.4	M1.0	M2.5	M0.4	M1.0	M2.5
20	M10	无筋		1.46	1.04	—	2.08	1.46	1.13
30		φ6	300	2.06	1.35	—	2.97	2.05	1.52
40			300	2.16	1.51	1.16	3.12	2.15	1.65

加固后, 墙段刚度有所提高, 按下式计算提高系数:

$$\text{实心墙} \quad \eta_K = \frac{240}{t_w} \eta_{K0} + \zeta_P \left(1 - \frac{240}{t_w} \right) \quad (24.3.4)$$

$$\text{空斗墙} \quad \eta_K = 1.67 (\eta_{K0} - 0.4) \quad (24.3.5)$$

式中, 面层影响系数 ζ_P , 单面加固取 $\zeta_P = 0.75$, 双面加固取 $\zeta_P = 1.0$; 240mm 墙刚度提

高系数 η_{K0} 按表 24.3.2 采用。面层加固的构造要求, 见表 24.3.3 和图 24.3.1。

240mm 墙刚度提高系数 表 24.3.2

面层厚度 (mm)	面层砂浆 强度等级	单面加固			双面加固		
		原墙体砂浆强度等级					
		M0.4	M1.0	M2.5	M0.4	M1.0	M2.5
20	M10	1.39	1.12	—	2.71	1.98	1.70
30		1.71	1.30	1.15	3.57	2.47	2.06
40		2.03	1.49	1.29	4.43	2.96	2.41

面层加固构造要求 表 24.3.3

项 目	要 求
面层砂浆强度	$\geq M10$ (小于时效果不明显)
面层厚度 (t)	无筋时 $t \geq 20\text{mm}$; 配筋时 $t \geq 35\text{mm}$, 保护层 $\geq 10\text{mm}$, 网片离砖面 $\geq 5\text{mm}$
网片构造	$\phi 4 \sim \phi 6$; 双向间距, 实心墙 300mm, 空斗墙 200mm
与原构件连接	①与墙体用 $\phi 6$ 锚筋连接: 单面为 L 形, 间距 600mm; 双面为 S 形, 间距 900mm; ②四周与楼板、梁、柱墙用锚筋、短筋、拉结筋连接; ③遇孔洞, 单面横向筋弯入洞边锚固, 双面时在洞口闭合

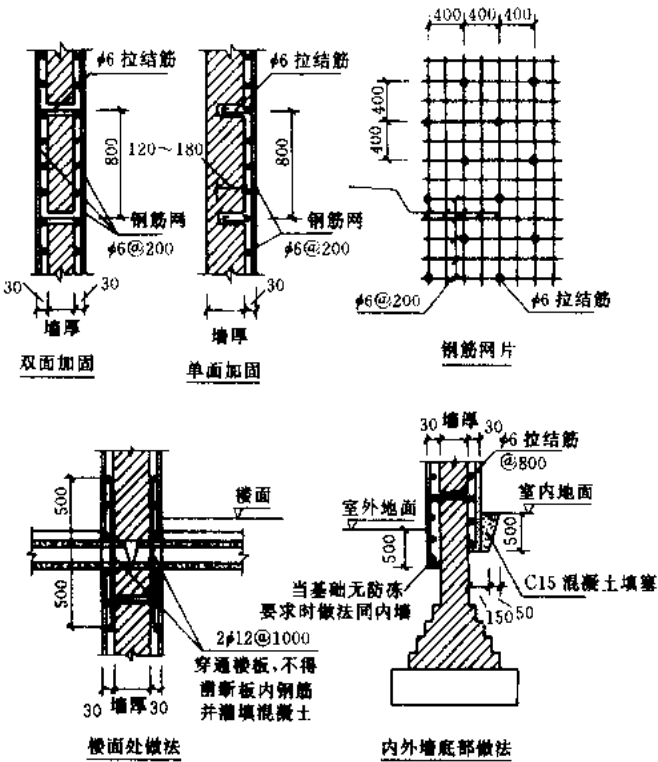


图 24.3.1 面层加固构造

3. 新增设砖墙段的加固设计

对于因横墙间距过大而承载能力不足或外纵墙开洞率过大而形成局部尺寸不满足和窗

间墙过窄等，在使用功能允许的情况下，可采取增设墙段的加固方案。增设砖墙段能提高房屋的承载能力和减少薄弱部位。

新增砖墙段后房屋的抗震能力计算方法为，将新增墙段的截面面积应计入楼层的抗震能力中；其增强系数，无筋时取 $\eta_{ij} = 1.0$ ；设现浇带取 $\eta_{ij} = 1.12$ ；设焊接网片，240mm 墙取 1.10，370mm 墙取 1.08。

砖墙的构造要求见表 24.3.4 及图 24.3.2。

加固后，横墙间距的体系影响系数应作相应改变；楼层抗震能力的增强系数可按下式计算：

$$\eta_{wi} = 1 + \frac{\sum_{j=1}^n \eta_{ij} A_{ij}}{A_{i0}} \tag{24.3.6}$$

- 式中 η_{wi} ——增强抗震墙加固后第 i 楼层抗震能力的增强系数；
 A_{ij} ——第 i 楼层中验算方向增设的抗震墙 j 墙段的在 $1/2$ 层高处净截面的面积；
 η_{ij} ——面层加固后第 i 楼层抗震能力的增强系数；
 η_{vij} ——第 i 楼层第 j 墙段的增强系数；对粘土砖墙，无筋时取 1.0，有混凝土带时取 1.12，有钢筋网片时，240mm 厚墙取 1.10，370mm 厚墙取 1.08；
 n ——第 i 楼层中验算方向增设的抗震墙道数。

新增设砖墙构造要求		表 24.3.4
项 目	要 求	
厚度与砂浆	墙厚 $\geq 190\text{mm}$ ，砂浆 $\geq \text{M}2.5$ 且高于原墙一级	
配 筋	现浇带高 6mm，纵筋 3 $\phi 6$ ，横向系筋可采用 $\phi 6$ ，沿墙高 0.7~1.0m 一道，焊接网片的纵筋横向，3 $\phi 4$ 系筋 $\phi 4$ 150，沿高 0.3~0.7m 一片	
基 础	埋深宜与相邻砖墙同，宽度取计算的 1.15 倍	
与原构件连接	①压顶梁高 120mm，纵筋 4 $\phi 12$ ，箍筋 $\phi 6$ -150 且与楼、屋盖锚拉； ②两端与原墙体用螺栓、锚筋、构造柱等连接	

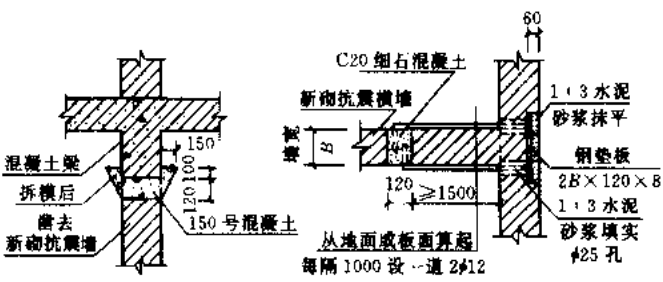


图 24.3.2 新砌墙的连接

4. 混凝土板墙和新增混凝土墙加固设计

对于因横墙间距过大而承载力不足且在使用功能上有不允许增加较多的砖抗震墙时，可采用增设钢筋混凝土墙的方案。对于采用混凝土面层（混凝土板墙）加固砖墙时，面层厚度为 60~100mm，混凝土强度等级 C20，竖向钢筋 $\phi 10 \sim \phi 12$ ，横向钢筋 $\phi 6$ ，间距 150

~200mm;混凝土板墙应设基础,埋深与原砖墙基础同;混凝土板墙与砖墙的锚筋 $\phi 8$,形状同砂浆面层,仅锚拉点在每平方米内不少于2根。混凝土板墙四周与原结构的连接要求,可参照砂浆面层加固方法。

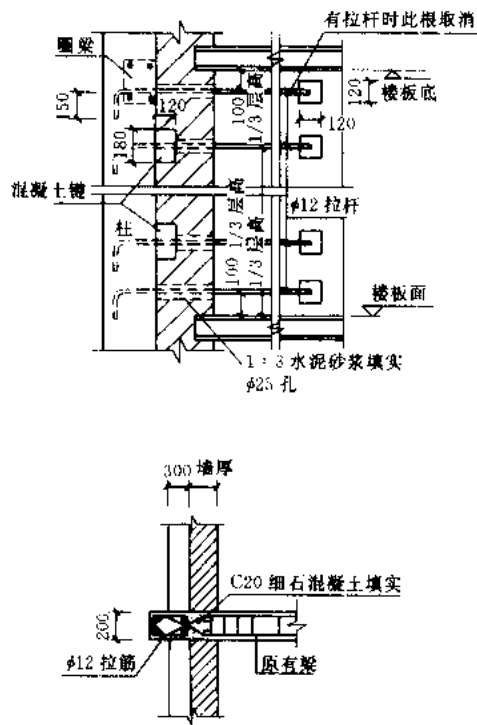


图 24.3.3 外加柱连接构造

指数尚应乘以加固后的增强系数 η_{ij} ,对不高于M2.5砌筑的实心砖墙:墙段一端设置, $\eta_{ij}=1.1$;墙段两端设置,无洞 $\eta_{ij}=1.3$,有一门洞 $\eta_{ij}=1.2$;窗间墙中部设置, $\eta_{ij}=1.2$ 。

(2) 外加柱布置和构造要求。外加柱的设置,可根据鉴定时砖房的破坏等级估计并参照《建筑抗震设计规范》的规定布置。外加柱一般布置在有横墙的位置,沿房屋全高贯通,受阳台等阻挡时应采取可靠锚固等措施;外加柱与圈梁、拉杆形成墙体的约束系统;其构造要求见表 24.3.5 及图 24.3.3。

外加柱构造要求		表 24.3.5
项 目	要 求	
截面尺寸 (m)	$A \geq 0.036\text{m}^2$, 如 0.24×0.18 , 0.25×0.15 , 0.55×0.07 ; 转角加大	
材料和配筋	C20, 纵筋 4 $\phi 12$, 箍筋 $\phi 6 @ 200$, 楼层上下端各加 3 道	
基 础	埋深同外墙, 或 $\geq 1.5\text{m}$ 与冻结深度的较大值	
与结构连接	①在楼、屋盖处与圈梁(含原有圈梁、现浇板)拉杆可靠连接; ②用销键、拉结筋、锚筋等与墙体连接(一层内 2、3 处); ③内廊无系梁时, 内廊两侧加柱或增设系梁	

(3) 新增圈梁布置和构造要求。新增圈梁的目的有两种,其一是以加强楼、屋盖整体

新增混凝土墙适用于原砖墙的砌筑砂浆不低于 M2.5 的情况,墙厚取 120~150mm,混凝土强度等级 C20,构造配筋、基础、与原构件的连接要求同砖墙。根据试验研究结果,考虑混凝土墙与砖墙工作性能的差异,板墙的增强系数取值,原墙体的砌筑砂浆为 M10 时取 1.8;为 M7.5 时取 2.0;为 M2.5 和 M5 时取 2.5 新增混凝土墙取板墙的 1.2~1.5 倍。

5. 外加钢筋混凝土构造柱、圈梁和钢拉杆加固设计

利用外加构造柱、圈梁和拉杆在三个方向把多层砖房和类似砖房的墙段加以分割包围,主要是加强房屋的整体性,提高抗倒塌能力。这不仅为试验所验证,也已为大震震害所证明。

(1) 综合抗震能力指数的提高。砖房整体性加强后,体系影响系数 ψ_s 可取 1.0,有关墙段的局部影响系数 ψ_{ij} 也可取 1.0。

鉴于设置构造柱后,墙段的承载力略有提高,而延性有较大提高,这样,墙段抗震能力

性为主的，其二是既加强楼、屋盖的整体性又改善纵横墙连接的可靠性。加固设计时根据砖房鉴定的结果分别选用。

6~8度不超过三层的砖房，顶层的圈梁可用型钢制作，型钢截面不小于 [8 或 L75、6。以下仅介绍混凝土圈梁的要求。

对于第一种圈梁，可按表 24.3.6 中的“圈梁设置要求”布置。

外加圈梁截面高度不小于 180mm，宽度 120mm；纵筋要求：6、7 度 4 ϕ 8，8 度 4 ϕ 10，9 度 4 ϕ 12；外加圈梁与墙体采用销键、螺栓连接；圈梁遇阳台、楼梯间不能在同一平面内连通时，应有局部加强措施。

需在内墙上拉通的圈梁。可用钢拉杆代替，但数量加多：每开间有横墙，隔开间设不小于 2 ϕ 12（净直径）拉杆；多开间横墙，则每道横墙设不小于 2 ϕ 14 拉杆。拉杆宜按规定锚固于圈梁、外加柱内，如直接锚固在墙面上，则应按规定设置扩大接触面的钢垫板。钢拉杆中部应设花篮螺栓张紧（图 24.3.4）。

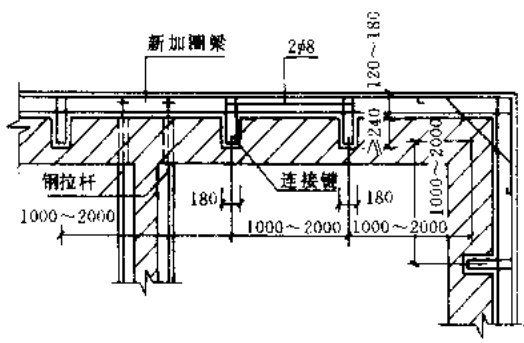


图 24.3.4 圈梁连接构造

圈梁设置要求 表 24.3.6

分布	沿 高 度			沿楼层内墙拉通间距 (m)			
烈度	6、7 度	8 度	9 度	6 度	7 度	8 度	9 度
屋盖处	$n > 2$ 应设置	必须设置		$S \leq 32$	$S_1 \leq 8$ $S_2 \leq 16$	$S_1 \leq 8$ $S_2 \leq 12$	$S \leq 8$
楼盖处	$S_0 > 8m$ 或 $n > 4$ 时隔层设置	$S_0 > 8m$ 每层， $S_0 \leq 8m$ 且 $n > 3$ 隔层	$S_0 > 4m$ 每层， $S_0 \leq 4m$ 隔层	$S \leq 32$	$S \leq 16$	$S \leq 12$	$S \leq 8$

注： S_0 为横墙间距； S 为圈梁的水平间距； S_1 为纵向水平间距； S_2 为横向水平间距。

第二种圈梁，设置要求宜比表 24.3.6 的要求提高；构造上的要求也相应加强。例如：7、8 度五、六层砖房的上部两层，外墙为 240mm 厚，则圈梁纵向钢筋直径增加 2mm 或每层设圈梁；外墙为 370mm 厚，则每层设圈梁且纵筋增加 2mm。

每开间有横墙的砖房，7 度仍隔开间设置拉杆时，则 370mm 墙为 2 ϕ 14~2 ϕ 16；8 度隔开间设置，240mm 墙为 2 ϕ 16，370mm 墙为 2 ϕ 20；8 度每开间设置，240mm 墙为 2 ϕ 12~2 ϕ 14，370mm 墙为 2 ϕ 14~2 ϕ 16。

24.4 钢筋混凝土房屋抗震加固技术

24.4.1 混凝土结构加固方案的确定

混凝土房屋抗震加固时，应根据该房屋抗震鉴定的结论，针对结构存在的具体问题，综合选择一种或多种加固手段，来达到预期的目标。以下列举一些基本的综合方法：

(1) 对于单向框架，可通过梁端底部钢筋的锚固改变为双向框架体系，也可同时增强楼盖的整体性和增设抗震墙、抗震支撑等，提高另一方向的抗震能力。

- (2) 当构件的纵筋或箍筋不足时,可采用钢构套加固或钢筋混凝土套加固,也可采用粘钢加固的方法,视具体的施工技术条件和经济条件而定。例如,单层钢筋混凝土柱厂房,除了柱脚用钢筋混凝土套加固外,其余部位用钢构套加固。
- (3) 当结构的总体刚度较弱、地震作用下变形过大或有显著的扭转效应时,可选择增设抗震墙的方案,也可用设置翼墙的方案;对厂房还可选择设置柱间支撑的方案。
- (4) 当构件有局部损伤时,首先要恢复原有承载力,然后再做相应的抗震加固。避免因内在缺陷使新增构件不能发挥预期效果。
- (5) 厂房柱间支撑的下节点位置不符合要求时,可采用加固柱子的方案,也可加固节点或改善支撑受力的传递等。
- (6) 屋面板支承长度不足,可选择增加支托或加强连接的措施。
- (7) 砌体墙和柱、梁连接不符合要求,可增设拉结钢筋、钢夹套等加强连接;在墙体自身有足够稳定性的情况下,采用柔性连接或脱开的处理方案。
- (8) 墙体、工作平台布置成短柱或柱子附加内力过大,可采取剔缝分开、改变布置或加强相应柱子的处理方案。

24.4.2 抗震加固设计

钢筋混凝土框架的抗震加固,是以“综合抗震承载力指数”度量的,即通过加固后构件现有抗震承载力来获得结构加固效果的评价。单层钢筋混凝土柱厂房的抗震加固,则主要以满足构造要求来度量。

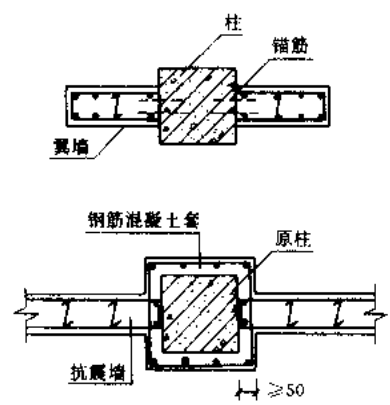


图 24.4.1 连接构造

1. 新增混凝土墙或翼墙的加固设计

增设混凝土墙或翼墙的作用是提高整个结构的抗震承载力和抗侧力刚度,并通过内力重分布减少薄弱环节。

框架结构增设钢筋混凝土墙后,结构可作为框架-抗震墙结构计算综合抗震承载力指数。增设翼墙与原框架柱形成的构件,可按整体的偏心受压构件计算。但计算中,增设的混凝土、钢筋的材料强度,均应乘以折减系数 0.85。此外,增设抗震墙后,抗震墙之间、屋盖宽度比的局部影响系数应作相应改变。

抗震墙和翼墙的构造要求见表 24.4.1 和图 24.4.1。

抗震墙和翼墙的构造要求 表 24.4.1

项 目	要 求
布 置	宜沿轴线布置,翼墙宜两侧对称布置
材 料	不低于原构件且不低于 C20
墙 厚	不宜小于 140mm
分布筋	竖向和横向均不小于 0.15%。双排布置
连 接	用 $\phi 10$ 或 $\phi 12$ 锚筋连接,或采用不小于 50mm 厚的细石钢筋混凝土套连接

2. 钢筋混凝土外套加固设计

在原有的钢筋混凝土构件外设钢筋混凝土外套,混凝土可用浇注或喷射方式扩大原有

关键截面，以提高构件的承载能力，称为钢筋混凝土外套加固。用这种方法加固框架梁、框架柱和排架柱其构造要求见表 24.4.2 和图 24.4.2。

试验表明，外套中混凝土和钢筋的应力和原有构件不完全相同。在现有抗震承载力计算中，为简化，常将加固的截面作为整体构件截面计算，但新增的混凝土和钢筋的材料强度，均乘以反映实际应力状态的折减系数 0.85。加固后，梁柱箍筋和轴压比等体系影响系数，可取 1.0。

钢筋混凝土外套的构造要求 表 24.4.2

项 目	要 求
纵 筋	梁新增纵向钢筋应设置在梁底面和梁上部；柱应在柱周围，柱套纵筋遇到楼板时，应凿洞穿过并上下连接
箍 筋	应在纵向钢筋外围设置封闭箍筋，箍筋直径不宜小于 $\phi 8$ ，间距不宜大于 200mm，在靠近梁柱节点处应加密，梁套的箍筋应有一半穿过楼板后弯折封闭
材 料	混凝土强度等级不低于 C20，且不应低于原构件的混凝土强度等级，纵向钢筋宜采用 II 级钢，箍筋可采用 I 级钢
连 接	梁套的纵向钢筋应与柱可靠连接
锚 固	柱纵筋根部应深入基础并满足锚固要求，其顶部应在屋面板处封顶锚固

3. 框架梁、柱钢构套加固设计

用角钢和扁钢缀板等制成的钢构套外包原有的钢筋混凝土构件，通过约束原构件而不增大构件截面的加固方法，称为钢构套加固。其设计要点如下。

(1) 综合抗震承载力计算

在综合抗震承载力计算中，加固后梁柱箍筋构造的体系影响系数可取 1.0。

考虑钢构套与原有构件受力的差异，对框架梁，角钢作为纵向钢筋、缀板作为箍筋，但材料强度乘以折减系数 0.80。对框架柱，加固后现有的受弯、受剪承载力为原有的受弯、受剪承载力和钢构套承载力之和。

考虑构套的受力状态，其现有受弯、受剪承载力取为：

$$\Delta M_y = 0.7 A_{a1} f_{ay} h \tag{24.4.1}$$

$$\Delta V_y = 0.7 f_{ay} A_{a2} h / s \tag{24.4.2}$$

式中 ΔM_y 、 ΔV_y ——分别为钢构套现有受弯、受剪承载力；

f_{ay} ——为钢材抗拉屈服强度；

A_{a1} ——为柱一侧的角钢截面面积；

A_{a2} ——为柱同一侧面内全部扁钢缀板的截面面积；

h ——为柱截面高度；

s ——为缀板间距。

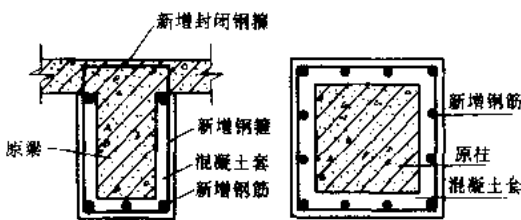


图 24.4.2 钢筋混凝土外套加固

(2) 梁柱钢构套的构造要求见表 24.4.3 和图 24.4.3。

梁柱钢构套的构造要求

表 24.4.3

项 目	要 求
截面	角钢不宜小于 $L50 \times 6$, 缀板不小于 $40\text{mm} \times 4\text{mm}$
缀板间距	不大于单肢角钢截面回转半径的 40 倍, 且不应大于 400mm
角钢连接	用于柱的角钢应穿过楼板上下相连且伸到基础顶, 顶层的角钢应与屋面板可靠连接; 用于梁的角钢应与柱角钢焊连或用扁钢绕柱焊连
构套连接	钢构套的角钢与梁柱混凝土表面应采用粘结料连接

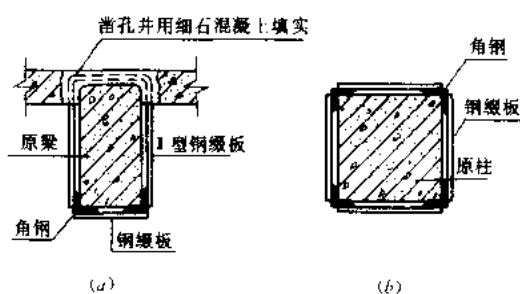


图 24.4.3 钢构套加固

(a) 加固梁; (b) 加固柱

4. 排架柱钢构套的加固设计

排架柱钢构套的构造, 可按烈度和场地分三级: 第一级, 7 度Ⅲ、Ⅳ类场地和 8 度Ⅰ、Ⅱ类场地; 第二级, 8 度Ⅲ、Ⅳ类场地和 9 度Ⅰ、Ⅱ类场地; 第三级, 9 度Ⅲ、Ⅳ类场地。

(1) 排架上柱柱顶的钢构套

柱顶钢构套不做抗震验算, 但应满足下列构造要求 (图 24.4.4):

角钢截面,

不应小于 $L63 \times 6$; 缀板截面, 第一级 50×6 , 第二级 60×6 , 第三级 70×6 ; 钢构套长度不应小于 600mm , 且不应小于柱截面高度。

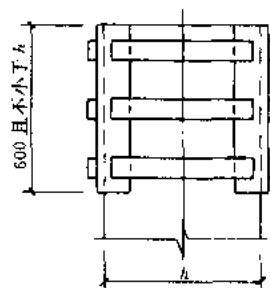


图 24.4.4 柱顶加固

(2) 排架牛腿钢构套加固

不等高厂房支承低跨屋盖的牛腿, 可采用角钢和缀板组成的钢构套加固, 也可采用型钢横梁和钢拉杆组成的钢构套加固 (图 24.4.5)。

当低跨的跨度不大于 24m 且屋面荷载不大于 3.5kN/m^2 时, 大量计算发现, 只要钢构套满足下列构造要求, 可不作抗震验算 (图 24.4.5):

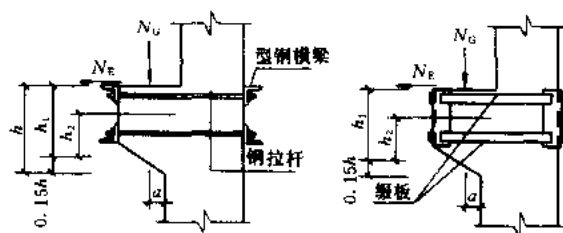


图 24.4.5 柱牛腿加固

对角钢—缀板构套, 角钢截面不小于 $L63 \times 6$; 缀板截面, 第一级 60×6 , 第二级 70×6 , 第三级 80×6 。

对横梁—拉杆构套, 横梁截面: 第一级 $L75 \times 6$ (柱宽 400mm) 和 $L90 \times 6$ (柱宽 500mm), 第二级为 $L90 \times 8$ (柱宽 400mm) 和 $L110 \times 8$ (柱宽 500mm), 第三级为 $L110 \times 10$ (柱宽 400mm) 和 $L125$

$\times 10$ (柱宽 500mm); 拉杆截面: 第一级 $\phi 16$, 第二级 $\phi 20$, 第三级 $\phi 25$ 。

(3) 上柱底部钢构套

上柱底部的钢构套应与牛腿的钢构套连成一体。其构造应符合表 24.4.4 和表 24.4.5 及图 24.4.5 和图 24.4.6 要求。

高低跨上柱底部钢构套构造要求

表 24.4.4

构 造	第 一 级	第 二 级	第 三 级
角钢截面	L63×6	L80×10	L100×12
缀板截面	-60×6	-100×8	-120×10

吊车梁上柱底部钢构套构造要求

表 24.4.5

构 造	第 一 级	第 三 级
角钢截面	L75×8	L100×10
缀板截面	-60×6	-70×6

5. 粘贴钢板加固设计

用以环氧树脂为基料的建筑胶，将 2~6mm 厚的钢板粘贴于框架梁、柱等构件上，对构件进行加固，是一种较好的加固方法。它可以作为纵向钢筋提高构件的受弯承载力，又可作为箍筋提高构件的受剪承载力。

这种加固技术的关键是：粘结剂应具有粘结强度高、耐久性、耐高温等性能；施工操作程序和操作方法应确保粘结性能的发展。

目前，粘结剂的性能尚不够稳定，操作技术也有待规范化。通常仍以胀管螺栓作为辅助的粘结手段。

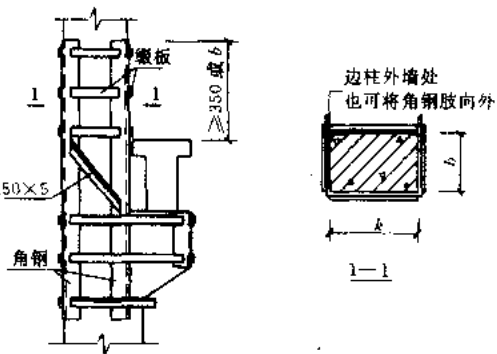


图 24.4.6 上柱底部加固

6. 砌体墙与梁柱的连接加固设计

当砌体墙与梁柱连接不符合鉴定要求时，通常采用拉结筋增强连接（图 24.4.7a）其构造要求是：

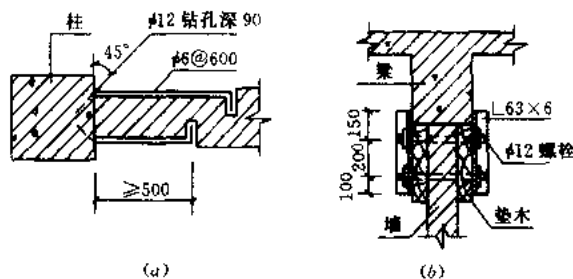


图 24.4.7 砌体墙与梁柱的连接加固

(a) 拉筋连接；(b) 钢夹套连接

(1) 拉筋直径 $\phi 6$ ，沿柱高间距不大于 600mm；

(2) 拉筋一端锚入柱内斜孔或用胀管螺栓焊接；

(3) 拉筋另一端弯折后锚入砌体墙的灰缝内，并用 1:3 水泥砂浆将墙面抹平。

当墙顶与梁底连接不牢时，除用类似于墙柱的拉结筋加强外，也可用钢夹套（图 24.4.7b）加强。钢夹套沿梁轴

线每隔 1m 布置；其角钢不小于 L63×6，螺栓不小于 2M12。

7. 女儿墙加固设计

超高的厂房女儿墙、封檐墙，可采用角钢或钢筋混凝土的竖杆加固，其构造要求见表 24.4.6 和表 24.4.7。

女儿墙加固竖杆位置和材料

表 24.4.6

项 目	要 求
位 置	应设置在排架柱对应的墙外
材 料	角钢用 Q235, 混凝土用 C20

女儿墙加固竖杆截面

表 24.4.7

截 面	第一级	第二级	第三级
角 钢	$h < 1\text{m}$	2L90×6	2L100×10
	$h < 1.5\text{m}$	2L90×8	2L100×10
钢筋混凝土	$h < 1\text{m}$	120×120	120×150
	$h < 1.5\text{m}$	120×150	120×200
配 筋	$h < 1\text{m}$	4φ10	4φ14
	$h < 1.5\text{m}$	4φ14	4φ16

注: h 为女儿墙、封檐墙高度。

参 考 文 献

- 1 钮泽葵, 杜麒, 崔建友等. 用外加钢筋混凝土柱加固砖墙的抗震性能. 建筑结构学报, (6) 2 期, 1985
- 2 楼永林. 夹板墙的试验研究与加固设计. 建筑结构学报, (9) 4, 1988
- 3 任富栋等. 钢筋混凝土框架柱外包角钢加固方法的试验研究. 建筑结构学报, (7) 1, 1986
- 4 中国建筑科学研究院主编. 建筑抗震加固技术规程. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999
- 5 钟益村, 高小旺, 龙明英. 钢筋混凝土框架结构抗震鉴定和加固方法研究. 中国建筑科学研究院建筑科学研究报告, 1988
- 6 戴国莹. 现有建筑物抗震鉴定加固技术. 建筑科学, 1995

第 25 章 结构抗震试验

25.1 概述

确定一个结构在给定的地震波输入或其他动力作用下的反应问题，即使在理论上可以通过数学解析的方法求解，但是，诸如自振周期、振型及能量逸散这样一些结构动力特性或者结构极限承载力、变形能力、延性等这类结构抗震性能问题，由于它们决定于材料的性质、结构形式以及许多细部构造，因而难于用纯粹的理论分析去解决，这就需要借助动力试验方法去直接确定或去验证理论分析方法的正确和精度。此外，理论分析时也往往需要根据实验数据提供必要的参数，二者相互验证。在许多场合下，结构动力试验已成为解决工程抗震问题必不可少的手段。随着科学技术和工业水平的不断提高，大型液压振动台，拟动力试验装置和同步激振器等设备的进步以及振动量测与分析仪器的近代化，大大提高了抗震试验技术水平。

在抗震研究工作中理论分析与实验研究一直是相辅相成的两种手段与途径。现代计算机的发展，特别是与新的计算方法、技术相结合，使直接进行结构理论分析的领域有相当的扩大；同样，测试仪器的革新和微处理计算机的广泛应用也使试验领域为之一新，大大提高了试验结果的可靠性和获得数据的范围。事实上，新的试验技术是建立在被试验的模型与计算机的紧密配合基础上，进而有可能提供一个比较接近实际的理论模型。所以模型实验有着广泛的意义。然而在工程结构中由于材料、构件和细部构造的复杂性，常常难于实现理想的相似条件，因而必要的原型结构试验仍然占有重要的地位。

一般说结构试验研究的主要任务是：验证理论和计算方法的合理性和有效性；确定弹性阶段的应力与变形状态；寻求弹塑性和破坏阶段的工作性状。结合抗震试验来说主要任务有如下几方面：

1. 确定结构的动力特性。包括结构各阶自振周期、阻尼和振型等动力特性参数；
2. 确定结构或构件在低周往复荷载作用下的恢复力特性，包括承载力和变形性能、滞回特性，耗能能力和延性性能等；
3. 研究结构或构件的破坏机理与破坏特征，验证在设计地震荷载下结构的抗震性能；
4. 验证所采取的抗震措施或加固措施的有效性；
5. 在给定的模拟地震作用下测定结构的反应，验证理论模型和计算方法的合理性和可靠性。

抗震试验属于动力试验的一种。但由于地震作用是比较低频的振动，因此这里所采用的试验方法和仪器设备都具有低频或超低频的特点。

一般动力试验按激振方式，大体上可分为以下两大类型：

1. 自由振动试验，包括初位移（张拉并突然释放）和初速度试验（小火箭冲击）；
2. 强迫振动试验，包括稳态共振试验（起振机或激振器加振）和瞬态振动试验（爆

破或模拟地震振动台)。

就振动现象来说,大体上可归纳为四种:

1. 稳态现象,不管振动现象如何复杂,如果它的振动过程不断重复出现,就称为稳态现象。起振机或其它以一定规律激振的装置会引起这种振动现象。所记录的将为周期的振动波形,而多数情况是正弦波。

2. 过渡现象,指振动从发生一直到稳定状态之前这个过程。例如自由衰减振动试验过程或简谐振动力突加到结构上的开始阶段。

3. 冲激现象,虽然它也是过渡现象的一种,但因其持续时间极短,在工程上常常出现,振动测量上有其特点。

4. 随机现象,地震或爆破属于这种不规则的振动现象。地面或结构物的脉动也属这一类型。其规律性不能从波形上直接看出来,必须用统计的方法分析。

根据不同振动现象的特点,在测量方法与仪器选择方面将有所不同。抗震试验中主要是与稳态现象和随机现象关系密切。

就抗震试验技术的内容而言,它包括结构动力特性的测量技术;拟静力(指低周往复荷载作用)试验技术;利用作用器-计算机联机系统的拟动力试验技术;模拟地震振动台模型试验技术,振动测量与记录仪器选择及应用技术;振动数据采集与分析处理技术以及其它包括爆炸模拟地震、动力光弹性试验及激光全息测振等技术。

进行一次试验通常要通过如下的程序:

1. 研究对象的确定:包括试验目的、荷载形式以及要测量的物理量等。如果是模型试验还包括模型材料和相似常数的选择与设计。

2. 试验荷载的施加:要根据需要选用适宜的设备给结构或模型施加以外力或“运动”。这些要尽可能再现实际荷载的作用。

3. 物理参数的测量:用有效的测量仪器来测定所需要的物理量(包括应力、位移、速度、加速度……)。

4. 数据分析:可以采用模拟式分析仪器把记录信号进行处理,也可以把记录信号数字化或通过模数转换装置输入计算机或专用的数据处理机进行分析。

25.2 结构模型设计与相似条件

在试验研究中,由于试验设备的限制和经济上的考虑,往往用模型试验替代原型结构试验,因而首先遇到如何选择与设计模型的问题。它除了决定于试验的目的与要求以及模型材料和制造可能性外,还必须符合相似条件(即相似律)。只有在符合相似条件的模型上得到的试验结果才能换算到实际结构上去。

25.2.1 相似条件

相似理论是结构模型试验的理论依据,其基本内容是:描述现象的方程式(包括平衡方程、物理方程和边界条件等)与所取基本单位无关,它必定是齐次方程式即方程的两端为同一量纲;如果方程所需的物理量有 n 个,并且在这 n 个量中含有 M 个量纲,则独立的无量纲数群有 $n-M$ 个。每个无量纲数群称做 π 项,这一定律即所谓 π 定理。在实验力学系统中多采用力、长度和时间(F, L, T)的量纲系统,在表25.2.1中给出了常见的力学量的量纲。

几种物理量的量纲

表 25.2.1

名 称	符 号	量 纲	名 称	符 号	量 纲
力	F	$[F]$	角 度	ϕ	$[O]$
长 度	L	$[L]$	压 力	p	$[F/L^2]$
时 间	t	$[T]$	比 重	δ	$[F/L^3]$
线加速度	a	$[L/T^2]$	应 变	ϵ	$[O]$
角加速度	ω	$[1/T^2]$	应 力	σ	$[F/L^2]$
密 度	ρ	$[FT^2/L^4]$	速 度	v	$[L/T]$
质 量	m	$[FT^2/L]$	角速度	ω_0	$[1/T]$
力 矩	M	$[FL]$	周 期	T	$[T]$
弹性模量	E	$[F/L^2]$	频 率	f	$[1/T]$
泊松比	μ	$[O]$	阻 尼	ζ	$[O]$

根据上述定理,如果参与试验的物理量 x_i 有 n 个并采用同一的单位系统,其物理方程可表示为

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (25.2.1)$$

经过无量纲化以后可写为

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-M}) = 0 \quad (25.2.2)$$

只要模型与原型之间对应的 π 项相等即

$$\pi_{im} = \pi_{ip} \quad (25.2.3)$$

就可以保证模型与原型相似。而 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-M}$ 就是模型设计和安排试验应遵守的“相似条件”。用上述概念推出相似条件的方法称之为量纲分析的方法。这一方法的优点是即使描述现象的方程事先还不知道时,它也是适用的。

对于已知物理方程的情况下,相似定理可以表达为另一种形式:

第一,模型与原型的一切同名(量纲相同)物理量之间存在定比例关系,即

$$x_{im}/x_{ip} = C_x \quad (25.2.4)$$

式中, x_{im} 代表模型中的某种物理量(如力、应变、加速度等), x_{ip} 代表原型中相应的同名物理量, C_x 称为相似常数。

第二,在相似转换时物理方程保持不变。由相似常数 C_x 所组成,无量纲的组合数群,称为相似指数,其值均等于 1。这就是说相似常数并不都是彼此独立的,还必须满足一定的条件。

当物理方程式已知时,用上述定理就可以比较容易地确定出由相似常数所表征的相似条件。在结构模型抗震试验中,大都属于这种情况。这些相似条件在模型设计中应当满足。

由上述相似定理可知,所有相似准则都能够由该物理过程的基本方程组和边界条件或初始条件求得。这种求解通常有三种方法:相似变换法,积分类比法和方程无量纲化法。

按照上述方法和步骤,可以具体推导出在结构模型试验中应遵守的相似条件。它们包括四类,即几何相似、单值条件相似、物理方程相似和平衡方程相似。下面只给出它们的结论。

令各物理量的相似常数(或相似比)分别记为

$$C_l = \frac{l_m}{l_p} (\text{长度的比例}) \quad (25.2.5a)$$

$$C_F = \frac{F_m}{F_p} (\text{力的比例}) \quad (25.2.5b)$$

$$C_t = \frac{t_m}{t_p} (\text{时间的比例}) \quad (25.2.5c)$$

⋮

上式中，下标 m 和 p 分别代表模型和原型。

1. 几何相似条件

要求模型与原型各相应部分的尺寸均成比例，即

$$\frac{l_{1m}}{l_{1p}} = \frac{l_{2m}}{l_{2p}} = \dots = C_l \quad (25.2.6)$$

C_l 称为几何尺寸的相似常数或模型比例。几何相似是模型设计的最基本要求。

为简便起见，仅以在小变形的情形下的平面问题为例，应变 ϵ 、 γ 和位移 u 、 v 之间存在着如下关系：

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (25.2.7)$$

若模型与原型结构相似，依前述方法推知，必须有

$$\frac{C_\epsilon C_l}{C_u} = 1, \frac{C_\gamma C_l}{C_u} = 1 \quad (25.2.8)$$

$$\text{即} \quad C_\epsilon = C_\gamma = \frac{C_u}{C_l} \quad (25.2.9)$$

通常取 $C_u = C_l$ ，则

$$C_\epsilon = C_\gamma = 1 \quad (25.2.10)$$

但对于小变形而言，可以把由变形而产生的位移 u 当做一种独立的物理量看待，可采用不同的 C_u 和 C_l 值。这样可以为模型设计创造更宽裕的条件。注意此时不再有 $C_\epsilon = C_\gamma = 1$ 。这只有在线弹性范围内的试验才是允许的。对大位移及稳定问题中， C_ϵ 必须严格取为 1，仅在这种条件下才能满足全部的几何相似条件。

在相似模型中裂缝应发生在相似的位置上，而裂缝开展尺寸 Δl 的相似常数应满足

$$C_{\Delta l} = C_l \quad (25.2.11)$$

2. 单值条件相似

结构模型试验的单值条件指物体的边界条件和运动的初始条件。在一般情况下，边界条件所给单值量为物体所受的力或给定的位移等；运动的初始条件所给单值量为开始时表面所给定的位移和速度等。

用应力表示的边界条件为

$$p_x = \sigma_x \cos nx + \tau_{xy} \cos ny \quad (25.2.12)$$

$$p_y = \sigma_y \cos ny + \tau_{xy} \cos nx \quad (25.2.13)$$

p_x 和 p_y 为表面分布外力在 x 和 y 方向的分量。经推导可得以下相似的条件

$$\frac{C_\sigma}{C_p} = 1, \frac{C_\tau}{C_p} = 1 \quad (25.2.14)$$

即：面 力	$C_p = C_\sigma$	(25.2.15a)
线分布力	$C_q = C_p \cdot C_l = C_\sigma \cdot C_l$	(25.2.15b)
集 中 力	$C_F = C_p \cdot C_l^2 = C_\sigma \cdot C_l^2$	(25.2.15c)
力 矩	$C_M = C_F \cdot C_l = C_\sigma \cdot C_l^3$	(25.2.15d)
体 积 力	$C_w = C_F / C_l^3 = C_\sigma / C_l$	(25.2.15e)

从上式可见，第一，当几种荷载中只要其中之一（如面力）确定之后，其他荷载都可根据量纲关系求出；第二，根据虎克定律可以把上述各式中的 C_σ 代以弹性模量的相似比 C_E ，可知当模型比例和模型材料选定之后荷载比例也就确定了；第三，由公式 $C_w = C_\sigma / C_l$ 说明当模型比例确定之后，模型材料的比重和弹性模量已不能任意选择，给选择材料带来一定限制。这说明在不能忽略体积力作用的模型试验中，模型材料的比重是不能任意选择的。

根据速度 \dot{u} 和加速度 \ddot{u} 的微分关系

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}, \ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

可推出

$$C_{\dot{u}} = \frac{C_v}{C_t} = \frac{C_l}{C_t} \quad (25.2.16)$$

$$C_{\ddot{u}} = \frac{C_v}{C_t^2} = \frac{C_l}{C_t^2} \quad (25.2.17)$$

式中， C_t 为时间 t 的相似常数。

这里的速度包括振动速度和物体中波的传播速度。

3. 平衡条件相似

由动力平衡方程可知：

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + w_x = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (25.2.18)$$

式中 w_x ——体积力在 x 方向的分量；

ρ ——材料的密度。

可得相似条件

$$C_w = \frac{C_g}{C_t} = C_\rho \cdot C_l^3 = C_m \quad (25.2.19)$$

$$C_t = C_l \sqrt{\frac{C_\rho}{C_E}} \quad (25.2.20)$$

由于通常重力加速度的相似常数 $C_g = 1$ 总是满足的，故质量 m 的相似常数 $C_m = C_w$ 。当结构自重影响可以忽略不计时，这一条件可以不予考虑。

从上式中，不难得出以下自振频率的相似常数：

$$C_f = \frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_l} \sqrt{\frac{C_E}{C_\rho}} \quad (25.2.21)$$

根据量纲分析还可给出阻尼比 ζ 的相似常数

$$C_\zeta = 1$$

4. 物理相似条件

前面得出的各相似条件对所有结构模型试验都是适用的。但物理相似条件却根据试验的要求不同和材料的性质不同而有很大区别。

对于弹性各向同性材料，根据虎克定律

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \quad (25.2.22)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad (25.2.23)$$

式中， E 、 G 分别为材料的弹性模量和剪变模量。可导出相似条件

$$C_\mu = 1$$

$$C_E = \frac{C_\sigma}{C_\varepsilon}, C_G = \frac{C_\tau}{C_\gamma} \quad (25.2.24)$$

当小变形且 $C_\varepsilon = \frac{C_u}{C_l} = 1$ 的情形下，则上式变为

$$C_E = C_G = C_\sigma = C_\mu \quad (25.2.25)$$

即荷载不能任意施加，它必须取与弹性模量的比例相同。但实际上，在弹性范围内的静力试验中为了提高量测精度，往往需要加大模型的荷载以获得较大的变形来减少相对测量误差，此时允许不再满足 $C_\varepsilon = 1$ 的条件，而原型结构的应变等参数可以按下式换算：

$$\varepsilon_p = \frac{C_l^2 C_E}{C_F} \cdot \varepsilon_m \quad (25.2.26)$$

$$\sigma_p = \frac{C_l^2}{C_F} \cdot \sigma_m \quad (25.2.27)$$

$$u_p = \frac{C_l^3 C_E}{C_F} \cdot u_m \quad (25.2.28)$$

同样只要试验是在模型材料的弹性范围以内，忽略 μ 的影响（即 $C_\mu \neq 1$ ）则上式仍然是有效的。

以上讨论只适用于弹性材料。对非弹性材料， E 和 μ 不仅决定于材料性质，而且还决定于材料已经达到的变形量。此时 $\left[\frac{E}{\sigma}\right]$ 已不是定数，而是变量 ε 的函数，即 $J = \frac{E(\varepsilon)}{\sigma}$ ，相似条件是

$$J_m = J_p$$

就是说对非弹性材料的模型试验，只有当原型与模型各自的应变-应力曲线相符合时才能相似。

应当指出，考虑到一切因素满足上述所有相似条件的理想模型和试验是很难的，甚至有时是不可能的，因而实验者的任务就是要根据试验的主要目的，满足主要的相似条件，放弃一些次要的条件，从而达到试验的基本要求。例如对弹性模型试验而言 $C_\mu = 1$ 的条件影响较小，也难予满足，一般可以不考虑这个条件；并对条件 $C_E = \frac{C_\sigma}{C_\varepsilon}$ 和 $C_G = \frac{C_\tau}{C_\gamma}$ 中只需满足一个，即对拉伸与弯曲为主的模型试验应满足前者，以剪切为主的应满足后者。有

时几何相似条件也可灵活掌握，例如对桁架试验只要求各杆件的截面积符合相似条件，至于截面形状无关紧要；而另外一些场合只要求满足刚度相似即可。有关相似条件列于表 25.2.2 中。

相 似 条 件 表 25.2.2

模型类别 相似常数	考虑重力影响	忽略重力影响	模型类别 相似常数	考虑重力影响	忽略重力影响
长度 C_l	C_l	C_l	加速度 C_a	1	$C_E/C_p C_l$
时间 C_t	$\sqrt{C_l}$	$C_l \sqrt{\frac{C_E}{C_p}}$	密度 C_p	C_E/C_l^4	C_l
频率 C_f	$1/\sqrt{C_l}$	$\frac{1}{C_l} \sqrt{\frac{C_E}{C_p}}$	应变 C_e	1	1
速度 C_v	$\sqrt{C_l}$	$\sqrt{\frac{C_E}{C_p}}$	应力 C_σ	C_E	C_E
重力加速度 C_g	1	忽略	弹性模量 C_E	C_E	C_E
			位移 C_u	C_l	C_l
			集中力 C_F	$C_F C_l^2$	$C_E C_l^2$

* 也可用附加质量的办法来满足质量密度相似条件，使 $(\rho/E)_m = (\rho/E)_p$

在进行动力模型设计时，除考虑长度 $[L]$ 和力 $[F]$ 这两个基本物理量外，还需考虑时间 $[T]$ 这一基本物理量。而且，结构的惯性力常常是作用在结构上的主要荷载，必须考虑模型和原型结构的结构材料质量密度的相似。在材料力学性能的相似要求方面还应考虑应变速率对材性的影响。动力模型的相似条件同样可用量纲分析法得出。表 25.2.2 为动力模型各量的相似常数要求。其中相似常数项下考虑重力影响的一栏为理想相似模型的相似常数要求，从中可看出，由于动力问题中要模拟惯性力、恢复力和重力三种力，对模型材料的弹性模量和比重的要求很严格，为 $C_E/C_g C_p = C_l$ 。通常， $C_g = 1$ ，则模型材料的弹性模量应比原型的小或密度比原型的大。对于由两种材料组成的钢筋混凝土结构模型，这一条件很难满足。曾有人把振动台装在离心机上通过增大重力加速度来调节对材料相似的要求。施加附加质量也是解决材料密度相似要求的途径，但仅适用于质量在结构空间分布的准确模拟要求不高的情况，如房屋结构模型试验。当重力对结构的影响比地震运动等动力引起的影晌小得多时，可以忽略重力影响，则在选择模型材料及相似材料时的限制就放松得多。表 25.2.2 中亦列出了忽略重力后的相似常数。

25.2.2 模型设计

1. 模型比例的选择

几何相似是相似理论和模型设计的基本要求。首先要选择适宜的几何相似常数即模型比例。在一般情况下，按相似条件选用小比例模型（即 $C_l = \frac{l_m}{l_p} < 1$ ，如 1:2, 1:5, 1:10 等整数比）试验是比较可行。在弹性阶段可将模型中得到的结果按相似关系换算到原型结构中去。但是结构的地震反应或承载能力是与材料弹塑性性能、各个节点的连接构造及其刚度等有关，而有时模型中往往很难反映这些因素，以致需要做大比例模型试验，甚至要在实际原型结构上进行所谓足尺结构试验。事实上，由于试验设备的限制和经济上的考虑，足尺结构试验较模型试验更为困难，因此往往需要将二者结合起来，通过足尺试验找出主要影响因素与模拟关系，然后通过一系列模型试验找出一一般规律。

在决定模型比例时还要考虑模型材料和结构类型。如果用钢筋混凝土做模型材料时显然比例不能太小；如果实物的细部构造影响不大时就可以做比例较小的模型。此外还要考虑加荷设备与测试仪器的能力、加工条件和费用等因素。尤其加载设备的能力往往成为模型尺寸的主要控制因素。

当自重对应力分布有很大影响时，模型比例的选择会受到模型材料的限制，需满足 $C_l = \frac{C_E}{C_\rho}$ 的条件。因为自重 $F_R = \rho \cdot l^3 \cdot g$ ，故自重的相似常数

$$C_{FR} = C_\rho \cdot C_l^3 \cdot C_g \quad (25.2.29)$$

通常 $C_g = 1$ 且已知外荷载的相似关系为

$$C_F = C_E \cdot C_l^2 \quad (25.2.30)$$

若使外荷载与自重都满足相似关系时则要求 $C_F = C_{FR}$ ，

$$\text{故} \quad C_\rho \cdot C_l = C_E \quad (25.2.31a)$$

$$\text{或} \quad C_l = \frac{C_E}{C_\rho} \quad (25.2.31b)$$

这一条件要求自重对应力有较大影响的动力试验中，模型比例 C_l 不能任意选取，必须符合上式，通常是很难满足的，在一般的结构试验中这一条件只能放弃，或者采用附加质量的办法加以弥补。

在动力模型试验中，模型比例会影响到模型的自振频率，要结合考虑。如表 25.2.2 中所示，一旦模型比例 C_l 选定，则自振频率（或时间）相似常数 C_f 就被确定。因此应用上要尽可能选择适宜的 C_l 使得模型的频率范围与所采用的振动仪器设备（如振动台、起振机、测振仪）的频带相适应，方可获得好的测试结果。

2. 模型材料的选择

在选用模型材料时要考虑以下诸因素：满足相似条件；有足够的量测精度；宜于制作加工且性能稳定；节省费用和试验时间等。

(1) 弹性模型试验

弹性模型试验的目的是要从中获得原型结构在弹性阶段的反应及其性状，研究范围仅限于结构的弹性工作状态。一般说来，弹性模型的制作材料不必和原型结构的材料完全相似，只需模型材料在试验过程中具有完全的弹性性质。但是，弹性模型的试验结果不能推测原型结构超过弹性阶段后的反应及其性状，如混凝土开裂和钢材屈服所产生的影响等。

首先要求与材料性能有关的弹性模量 E 、泊松比 μ 、比重 δ 或密度 ρ 、阻尼 ζ 等物理量满足相似条件，但它们对试验结果的影响程度是不一样的，可以区别对待。

1) 弹性模量 E 。由关系 $C_E = C_\rho$ 可知弹性常数与模型荷载有关，这就要求在尽可能宽的范围内 E 保持常数，以便允许能施加较大的荷载也不致超出弹性极限；同时模型的 E 小一些则可减小模型荷载，于是加荷设备相应也可以比较简单，但是又不能太低，否则贴应变片的局部强化效应增大会影响测量精度，也会带来“徐变”等不良影响。此外 E 的选择还与试验目的有关，如果想得到清晰的变形形状则要选用 E 小的材料；而要求小变形的试验中就得采用 E 较大的材料，以免变形过大改变了问题的性质。

如前面已经提到的，在动力试验时， E 值还会影响到频率或时间的相似常数 C_f 和

C_1 。因此这也涉及到量测仪器频带的选择,要综合考虑。

2) 材料的比重或密度。它们存在于下面两个关系式中

$$C_\rho \cdot C_l = C_E \quad (25.2.32)$$

$$C_l = \frac{1}{C_f} = C_l \sqrt{\frac{C_\rho}{C_E}} \quad (25.2.33)$$

在静力试验情况下模型材料的比重是次要的,因为此时频率等没有意义,因此 E 和 ρ 可以任意选择,而自重的影响可以用外加力来模拟。但在动力试验的情况下它又是十分重要的因素了,因为 C_f 值对激振和量测仪器有较大影响。为了得到适宜的模型自振频率,就必须选择合适的模型材料的 ρ 和 E 。实际上 $C_\rho \cdot C_l = C_E$ 的条件很难满足,这给模型材料的选择带来较大限制。

3) 泊松比 μ 。相似条件要求原型与模型材料的 μ 必须是一样的,即 $C_\mu = 1$ 。实际不大可能找到既具有理想的 E 值又能满足 $C_\mu = 1$ 的材料。通常在杆件系统中主要是承受轴力和弯矩, μ 的影响较小可以忽略不计;当有较大扭转和剪切作用时则有影响,准确地估计它的影响误差范围是比较困难的。光弹性等模型试验表明 μ 的影响是不大的。

4) 阻尼比 ζ 。相似条件要求 $C_\zeta = 1$ 。在试验测定结构动力反应的幅值时阻尼则是重要参数,对于频率和振型影响较小,可以忽略不计。

实际上,阻尼是比较复杂的,它由几个因素构成:一般认为包括材料内在的滞回特性(内阻尼);结构不同部位相对位移引起的摩擦(结构阻尼);通过基础扩散的能量(辐射阻尼)等几部分。可见实现阻尼特性的相似是相当困难的。应用上只采用一个单一参数(当量阻尼 ζ)来概括这些因素,试验中也只能使 $C_{\zeta 1} = C_{\zeta 2} = \dots = 1$ 。

(2) 破坏试验模型

破坏模型的试验目的是预计原型结构的极限承载力以及原型结构从弹性工作状态直到破坏荷载甚至极限变形时的全过程性能。

在理论上讲,破坏试验模型材料的应力-应变曲线必须与原型相似,而且施加于模型的各类荷载形式与阻尼效应等应当更接近实际;施工中的缺欠如收缩和约束条件等也应在模型中尽量模拟,但实际上往往很难做到完全相似的程度。

实现上述要求有两种途径:第一采用与原型相同的材料,严格地达到了应力应变关系的一致,但 $C_\rho \cdot C_l = C_E$ 的条件总是不能满足(除非 $C_l = 1$),这对动力试验影响较大,通常采用附加质量的办法加以补救。第二是采用与原型不同的材料来满足 $C_\rho \cdot C_l = C_E$,但破坏机制的特征就很难做到模拟原型结构。

由于近年来多致力于钢筋混凝土结构非弹性性能的研究,钢筋混凝土破坏模型试验技术得到很大发展。试验的成功与否在很大程度上取决于模型混凝土及模型钢筋的材性和原型结构材料材性的相似程度。目前来说,钢筋混凝土结构的小比例强度模型还只能做到不完全相似的程度,主要的困难是材料的完全相似难以满足。

钢筋混凝土结构的破坏模型要求正确反映原型结构的弹塑性性质,包括给出和原型结构相似的破坏形态、变形能力以及极限承载能力。对模型材料的相似要求就更为严格。理想的模型混凝土和钢筋应与原型结构的混凝土和钢筋具有相似的 σ - ϵ 曲线并且在极限强度下的变形 ϵ_c 和 ϵ_y 相等,如图 25.2.1 所示。当模型材料满足这些要求时,由量纲分析得出的钢筋混凝土破坏模型的相似条件如表 25.2.3 中 (3) 栏中所示。注意这时 $C_{E_r} = C_{E_c} = C_{\sigma_c}$

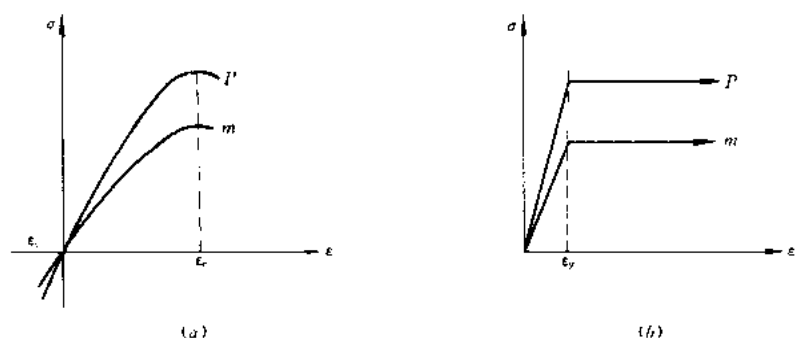


图 25.2.1 理想相似材料的 σ - ϵ 曲线

(a) 混凝土; (b) 钢筋

(下标 r 和 c 分别表示钢筋和混凝土), 亦即要求模型钢筋的弹性模量相似常数等于模型混凝土的弹性模量相似常数和应力相似常数。由于钢材是目前能找到的唯一适用于模型的配筋材料, 因此 $C_{Er} = C_{Ec} = C_{\sigma\sigma}$ 这一条件很难满足, 除非 $C_{Er} = C_{Ec} = C_{\sigma\sigma} = 1$, 也就是模型结构采用和原型结构相同的混凝土和钢筋。此条件下对其余各量的相似常数要求列于表 25.2.3 中第 (4) 栏。其中模型混凝土密度相似常数为 $1/C_l$, 要求模型混凝土的密度为原型结构混凝土密度的 C_l 倍。当需考虑结构本身的质量和重量对结构性能的影响时, 为满足密度相似的要求, 通常在模型结构上加附加质量的办法加以实现。

混凝土的弹性模量和 σ - ϵ 曲线直接受骨料及其级配情况的影响, 模型混凝土的骨料多为中、粗砂, 其级配情况亦和原型结构的不同, 因此实际情况下 $C_{Ec} \neq 1$, $C_{\sigma\sigma}$ 和 C_{Ec} 亦不等于 1, 如图 25.2.2 所示。在 $C_{Er} = 1$ 的情况下为满足 $C_{\sigma\sigma} = C_{\sigma\sigma}$, $C_{Er} = C_{Ec}$, 需调整模型钢筋的面积, 如表 25.2.3 中 (5) 栏所示。严格地讲, 这是不完全相似, 对于非线性阶段的试验结果会有一定的影响。

钢筋混凝土强度模型的相似常数

表 25.2.3

物理量	量纲	理想模型	实际模型	不完全相似模型
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
·材料特性				
混凝土应力 σ_c	FL^{-2}	$C_{\sigma\sigma}$	1	$C_{\sigma\sigma}$
混凝土应变 ϵ_c	—	1	1	C_{ϵ}
混凝土弹模 E_c	FL^{-2}	$C_{\sigma\sigma}$	1	$C_{\sigma\sigma}/C_{\epsilon}$
混凝土泊松系数 ν_c	—	1	1	1
混凝土密度 ρ_c	FT^2L^{-4}	$C_{\sigma\sigma}/C_l$	$1/C_l$	$C_{\sigma\sigma}/C_l$
钢筋应力 σ_r	FL^{-2}	$C_{\sigma\sigma}$	1	$C_{\sigma\sigma}$
钢筋应变 ϵ_r	—	1	1	C_{ϵ}
钢筋弹模 E_r	FL^{-2}	$C_{\sigma\sigma}$	1	1
·几何尺寸				
线尺寸 l	L	C_l	C_l	C_l
线位移 Δ	L	C_l	C_l	$C_l C_l$
角变位 β	—	1	1	C_{ϵ}
钢筋面积 A_s	L^2	C_l^2	C_l^2	$C_{\sigma\sigma} C_l^2 / C_{\epsilon}$
·荷载				
集中荷载 P	F	$C_{\sigma\sigma} C_l^2$	C_l^2	$C_{\sigma\sigma} C_l^2$
线荷载 W	FL^{-1}	$C_{\sigma\sigma} C_l$	C_l	$C_{\sigma\sigma} C_l$
均布荷载 q	FL^{-2}	$C_{\sigma\sigma}$	1	$C_{\sigma\sigma}$
弯矩 M	FL	$C_{\sigma\sigma} C_l^3$	C_l^3	$C_{\sigma\sigma} C_l^3$

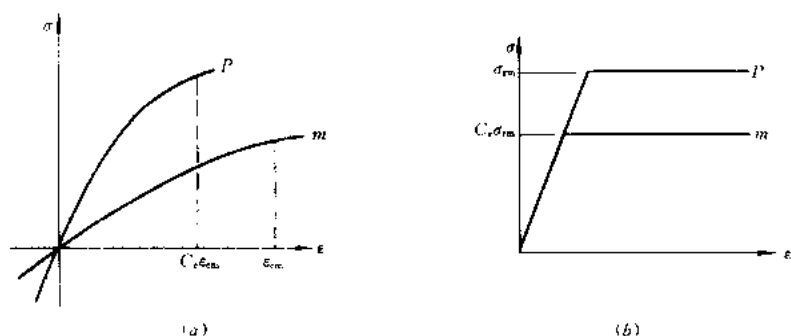


图 25.2.2 不完全相似材料的 σ - ϵ 曲线

(a) 混凝土; (b) 钢筋

结构抗震的模型试验在于应用相似理论来模拟地震对结构物的作用。主要研究结构在地震作用下动力特性和动力反应与破坏特征等,了解其不同受力状态下的变化规律与抗震性能,通常采用破坏模型试验。除了一般应遵守上面所讨论的有关相似准则外,在动力反应试验中还应使得在原型与模型上作用的地震波相似(即地面运动的模拟)。一种方法是反应谱相似。地震是无规则的地面运动,在应用上可以简化为单自由度体系的反应谱来处理,这种反应谱表征了地震的频率、震幅和持续时间对体系的影响。令实际地震的平均反应谱用 $(S_v)_p$ 表示,模型地震的反应谱用 $(S_v)_m$ 表示。则

$$C_s = \frac{(S_v)_p}{(S_v)_m} \quad (25.2.34)$$

称谓地震相似常数。有了这一数值就可以把模型上得到的相应于各振型时的反应值(变形曲线)换算到原型上去,计算出实际的地震反应。进而把它们按振型叠加起来即为结构对于地震作用的总反应。可见 C_s 不仅是一个简单的比例尺度,而是表征真实地震和模型所模拟的地震性状之间差别的参数。显然 C_s 同周期 T 和阻尼 ζ 有关,仅对应某一振型的 T_i 和 ζ_i 相应的 C_s 才有意义。

目前有些振动台已经可以模拟真实地震,地面运动将用一组宽带随机波序列模拟,其功率谱可由狭带滤波器控制使其能和实际地震相一致或者直接对振动台输入真实地震波,但对真实地震波在时间坐标上应加以压缩。

在抗震试验模型选择上另一个重要问题是阻尼特性的相似。在交变荷载作用下,振动阻尼可用滞回曲线包围的面积来表示,这就要求滞回曲线形状和面积在原型与模型上是相似的。简单的比较办法是用原型与模型材料做两根梁使其自由振动并测其振动衰减曲线求阻尼值,二者衰减率相同就认为它们满足了相似条件。

25.3 反复荷载下结构的静力试验

构件及其组合件在周期反复荷载下的静力试验,又称之伪静力试验,有别于通常单调加载下的静力试验,是抗震试验中一种常用的试验方法。它耗资低廉,不需要特殊的复杂加载设备,而且能够仔细观察试件在初始加载直至破坏全过程的受力—变形的变化规律及破损的发展过程,特别是可采用大比例甚至足尺试件,消除了尺寸效应的影响,可真实地模拟实际结构的细部构造,这对抗震结构尤为重要,因而应用十分广泛,居于首位。众所

周知,地震产生地面运动是随机的,从而在地震作用下的结构反应也是随机的,从理论上来说,结构构件及其组合件是难以用确定性的加载制度加以概括的。但是多次反复的受力、变形状态是抗震结构构件的主要特征,反映构件在地震作用下的本质,所以周期反复荷载下的静力试验仍是世界各国结构抗震研究中的重要手段,仅以数量而言,居各类抗震试验首位,该类试验研究成果为各国制定或修订抗震设计规范提供了基础和依据。周期反复荷载下的静力试验可以用来研究构件及其组合件的承载力、变形能力和耗能性质及其破坏机制,改进和发展有效的构造措施,以提高结构的抗震性能,减轻地震破坏。在周期反复荷载下静力试验研究的基础上建立构件的恢复力模型及其参数,为结构非弹性地震反应分析提供计算依据。

25.3.1 周期反复加载静力试验的几种加载制度

通常在构件和结构抗震性能试验中,加载制度可以分为:变位移加载,变力加载和变力—变位移加载。

1. 单轴向单向受力的加载制度

(1) 变位移加载

这是目前使用得最多的一种加载制度。所谓变位移加载,即在加载过程中以位移(包括线位移或角位移)作为控制值,或以屈服位移的倍数作为控制值。当构件具有明确屈服点时,一般都以屈服位移的倍数为控制值,当构件不具有明确的屈服点时,也有直接以位移值控制的。在以位移控制的情况下,又可分为变幅加载、等幅加载和混合加载的情况。

变幅加载如图 25.3.1 所示,纵坐标是延性系数 μ 或位移值,横坐标为周次,每一周以后均增加位移的幅值。

等幅加载如图 25.3.2 所示,这种加载制度主要为揭露反复加载循环次数对构件或结构的破坏形态、承载能力和变形性能的影响所采用,通常所谓低周疲劳往往采用这种加载制度。

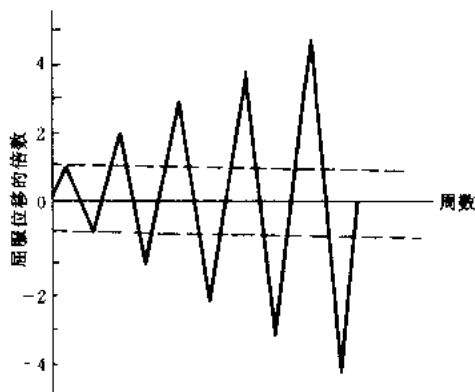


图 25.3.1 变幅变位移加载

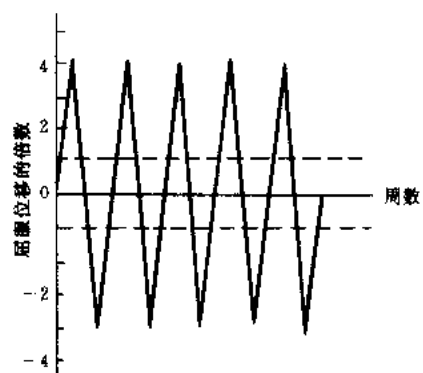


图 25.3.2 等幅等位移加载

混合加载制度是把以上两种结合起来,可以综合地研究构件及其组合件的性能。

如图 25.3.3a 所示的混合加载制度中,等幅部分的循环次数,因研究对象而异,从 2 次到 10 次。

图 25.3.3b 所示为另一种混合加载制度,两次大幅值之间有几小循环,甚至是处

于弹性阶段的小循环。

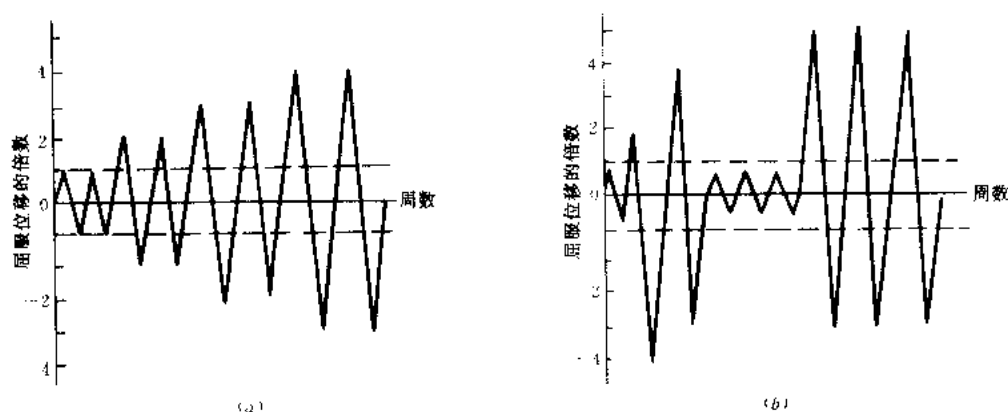


图 25.3.3 混合加载制度

(2) 变力加载

变力加载制度如图 25.3.4 所示，变力加载制度用得比较少。

应该指出，这里所指的变位移或变力加载制度是指控制位移或是控制力进行加载。

(3) 变力—变位移加载制度

这种加载制度是先以力控制再以位移控制。

根据试验目的，可以选用不同的加载制度。

2. 双向受力加载制度

在双向受力的情况下，加载制度或路径远较单向加载来得复杂。

双向反复加载要用两个加载器分别在截面两个主轴方向加力。这时，在 X 、 Y 方向上分别施加荷载，可以是同步的，也可以不是同步的，应视试验目的而定。双向受力远比单向受力复杂，加载途径就有很多的变化方案。图 25.3.5 表示了不同加载制度举例，其中 (a)

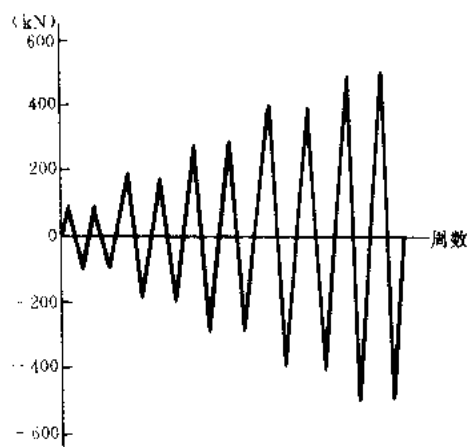


图 25.3.4 变力加载制度

为一向恒载，一向加载；(b) 为先后加载；

(c) 为交替加载。图 25.3.6 表示不同加载路径的举例，其中 (a) X 、 Y 方向等比例加载；(b) 菱形加载；(c) 8 字形加载；(d) 方形加载等等，通过组合，可以形成不同能变换的加载规则和路径。

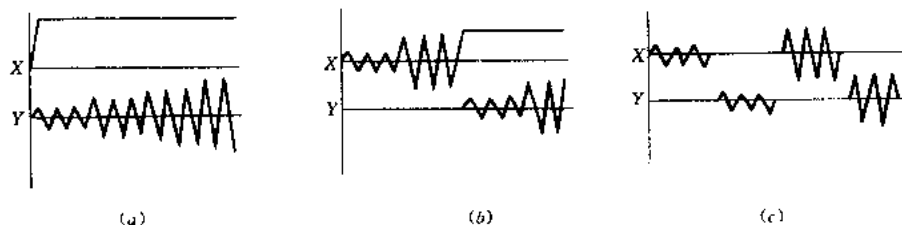


图 25.3.5 双向加载制度

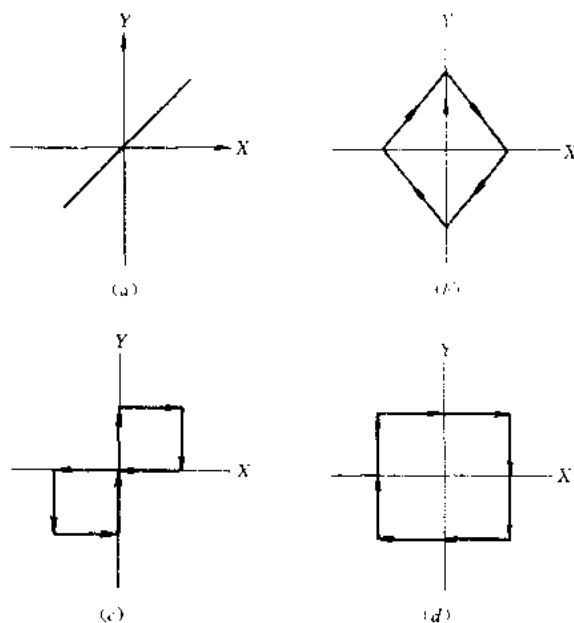


图 25.3.6 双向加载路径

25.3.2 周期反复荷载下静力试验实例

1. 钢筋混凝土柱外包角钢加固的试验研究

为了研究钢筋混凝土柱外包角钢加固的抗震性能,文献[1]进行了原型柱与原型柱外包角钢、原型柱与补强加固柱(原型柱破坏后的补强加固柱)对比试验研究。

(1) 模型概况和加载程序

试验柱共 4 组 11 根,截面尺寸均为 $200\text{mm} \times 200\text{mm}$,剪跨比均为 3。加固柱的外包角钢和扁钢与柱面间用掺 5% 聚醋酸乙烯乳液(重量比)的水泥浆(425 号硅酸盐水泥)粘结。模型柱配筋、轴力等参数列于表 25.3.1,柱几何尺寸等见图 25.3.7。

模型柱配筋、轴力等参数

表 25.3.1

组别	试件编号	轴向荷载		纵向配筋				横向配筋					
		N (kN)	λ_N γ_0	钢筋		角钢		柱端加密区			非加密区		
				数量	ρ (%)	数量	ρ (%)	箍筋	扁钢	ρ (%)	箍筋	扁钢	ρ (%)
I	YZ83-1	320	0.52	4 ϕ 18	2.54	—	—	ϕ 6.5@100	3 \times 12@100	1.31	ϕ 6.5@100	3 \times 12@200	0.94
	YZ83-1J												
II	JZ83-1	188	0.31	4 ϕ 12	1.13	4L25 \times 3	1.43	ϕ 6.5@200	3 \times 16@50	2.24	ϕ 6.5@200	3 \times 16@200	0.78
	YZ83-2												
III	YZ83-2J	166	0.18	4 ϕ 14	1.54	—	—	ϕ 6.5@200	—	0.71	ϕ 6.5@100	—	0.71
	JZ83-2												
IV	YZ83-3	455	0.47	4 ϕ 18	2.54	—	—	ϕ 6.5@100	—	0.71	ϕ 6.5@100	—	0.71
	YZ83-3J												
IV	JZ83-3	400	0.47	4 ϕ 18	2.54	4L25 \times 3	1.43	ϕ 6.5@200	3 \times 12@50	1.75	ϕ 6.5@200	3 \times 12@200	0.65
	JZ83-4												
IV	JZ83-5	400	0.47	4 ϕ 18	2.54	—	—	ϕ 6.5@200	3 \times 12@100	1.02	ϕ 6.5@200	3 \times 12@200	0.65
	JZ83-5												

注: 1. YZ 柱—原型柱; YZ-J 柱—补强加固柱(原型柱破坏后的补强加固柱); JZ 柱—原型加固柱。

2. N—轴向荷载; λ_N —轴压比; ρ —纵向配筋率; ρ —横向配筋体积率。

在模型柱的节点处,用两个拉、压千斤顶施加反复的反对称荷载,加载程序按柱端转角近似等幅递进行。对于每级变形量,反复加载两次。

(2) 试验结果

1) 加固柱的破坏特点。外包角钢加固的钢筋混凝土柱是由钢构件与钢筋混凝土共同工作的一种组合柱,它既保持了钢筋混凝土的性质,又兼有钢结构的某些特点。加固柱的变形沿柱高分布较均匀,整根柱呈现明显的弯曲破坏。

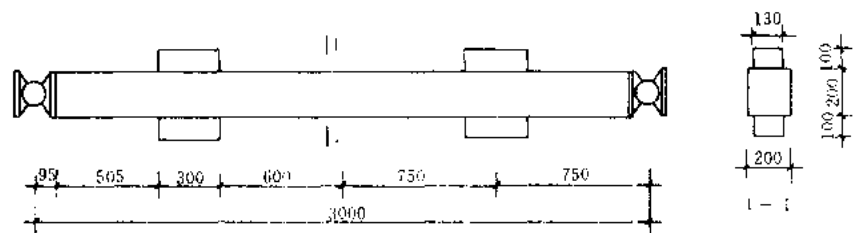


图 25.3.7 模型柱的几何尺寸 (mm)

2) 加固柱的变形性能。加固柱具有较好的对称破坏性能。这次试验柱的截面均采用对称配筋, 并在上、下节点处施加同步的反对称的等侧向力。由于混凝土材料的脆性和非匀质性, 原型柱常呈现明显的非对称破坏状态, 即在同一截面, 在正、反方向侧向力作用下其破坏程度也不相同, 其结果是柱的承载能力不能充分发挥作用, 变形能力较差。采用外包角钢加固后, 柱具有一定的匀质性, 呈现比较对称的破坏状态, 变形能力可得到较充分发挥。图 25.3.8 示出一组转角的滞回曲线。

试验结果表明, 用外包角钢修复、加固钢筋混凝土框架柱, 是一种简单有效的提高框架承载能力和变形能力的抗震加固方法。

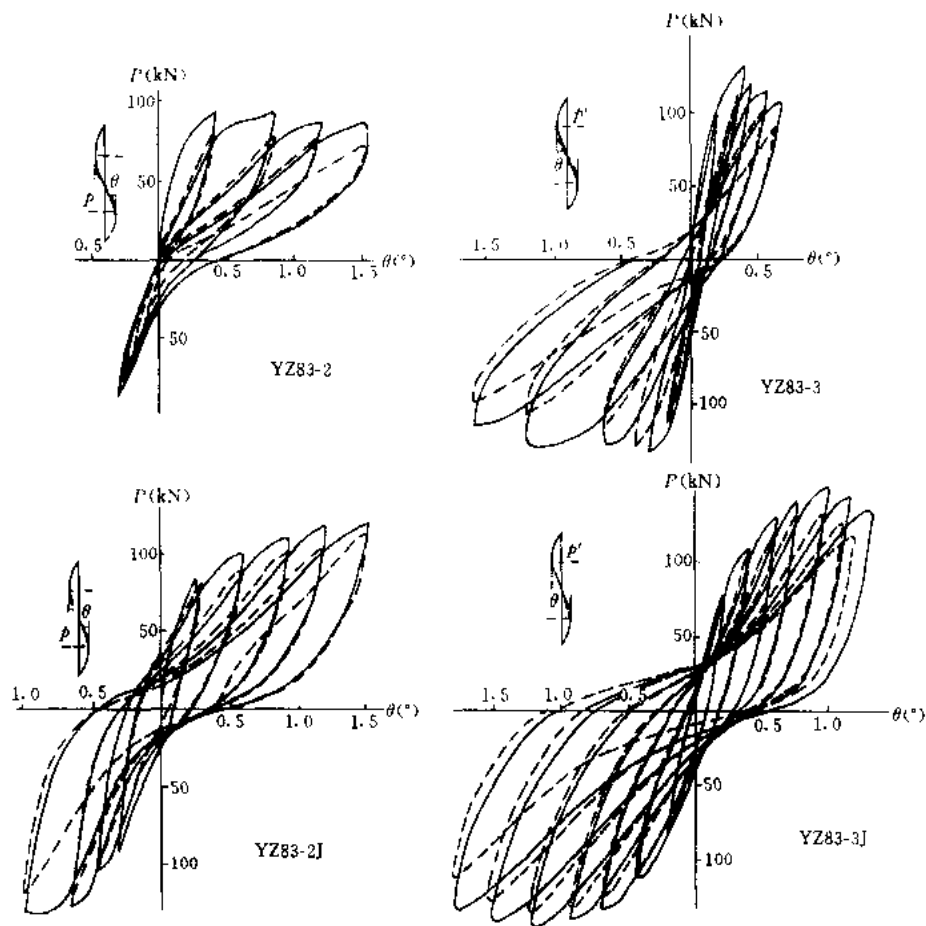


图 25.3.8 原型柱与加固柱转角滞回曲线对称性比较

2. 框架梁柱节点

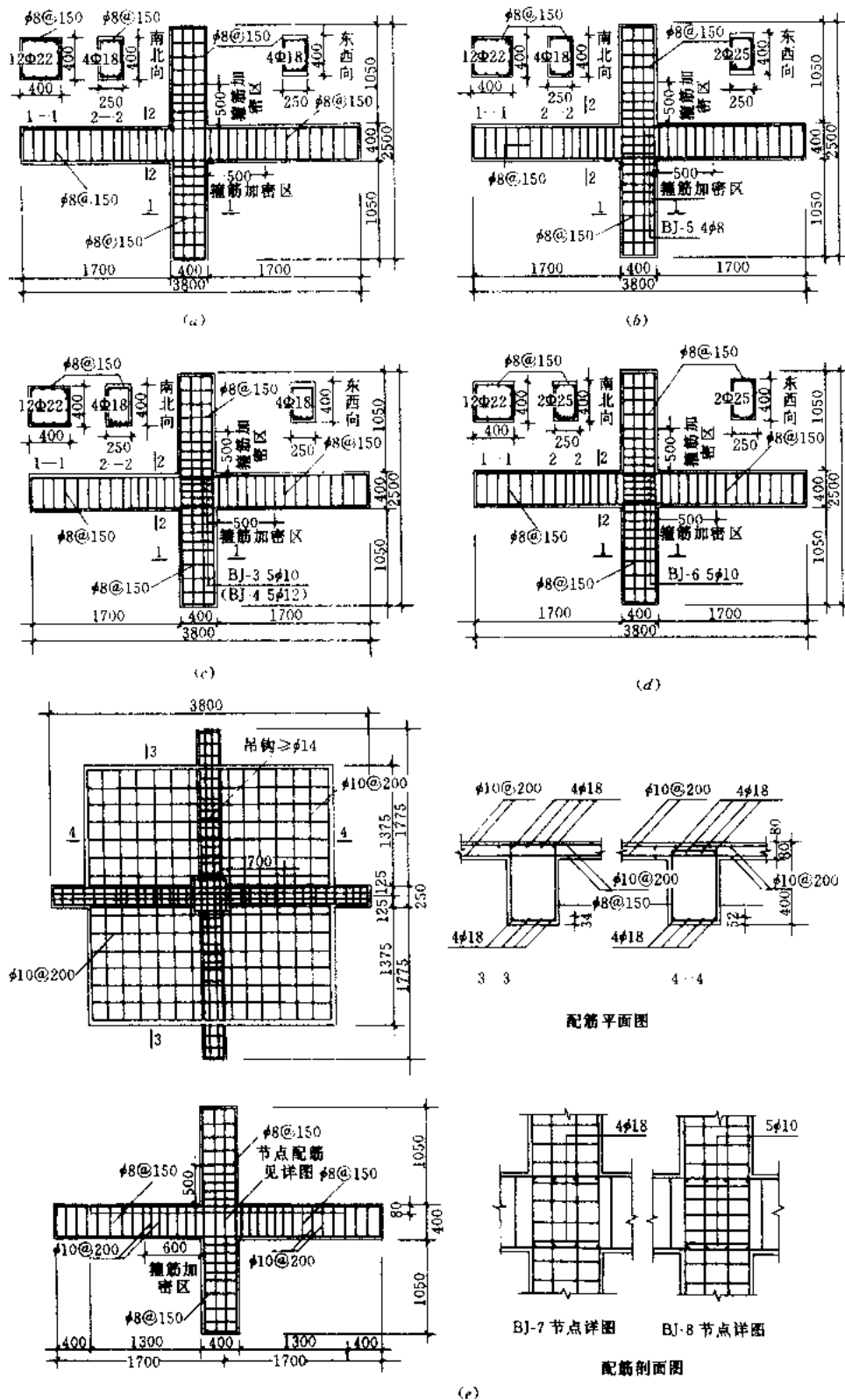


图 25.3.9 试件配筋图

(a) BJ-1; (b) BJ-3, 4; (c) BJ-5; (d) BJ-6; (e) BJ-7, 8

鉴于钢筋混凝土框架结构一般为空间框架结构，文献[2]进行了空间框架梁柱中节点组合体试件在双向反复荷载作用下节点受剪承载力和梁筋粘结锚固性能的试验研究。

(1) 模型状况

模型试件尺寸和配筋列于图 25.3.9。试件采用足尺空间框架梁柱中节点组合体。BJ1.3-6 为空间梁柱组合体，BJ7、8 为空间带板梁柱节点组合体。柱截面尺寸为 $400\text{mm} \times 400\text{mm}$ ，梁均为 $250\text{mm} \times 400\text{mm}$ ，板厚为 80mm 。

试件节点核芯区箍筋体积配箍率分别为 0% (BJ1)，0.75% (BJ5、7)、1.47% (BJ3、6、8) 和 2.12% (BJ4) 四种。中柱上均施加 100kN 的轴向力。

(2) 加载方案

空间节点试验采用在两主轴梁端施加双向反复荷载方案。采用图 25.3.10 所示的加载程序。第 1、2 循环的荷载值为南北梁和东西梁分别单向加载至 50% 屈服荷载，第 3 循环为双向同时加载。第 4、5、6 循环与第 1、2、3 循环相同，但荷载值为 75% 屈服荷载值。第 7、8 循环为双向同时加载至屈服位移。第 9、10 循环为双向同时加载至 2 倍屈服位移。第 11、12 循环为双向同时加载至 4 倍屈服位移。

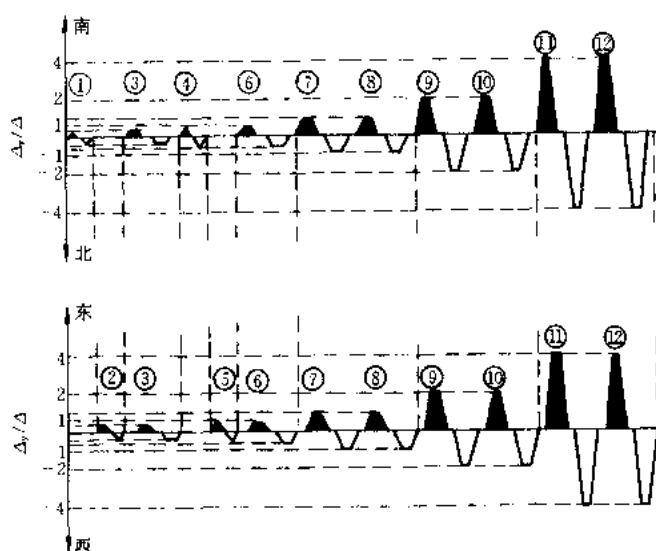


图 25.3.10 试件加载程序

试件试验测试仪表布置见图 25.3.11 所示。试验过程中量测：①梁端荷载和位移值、梁筋应变、梁筋通过节点核芯区的粘结滑移；②柱端位移、柱筋应变；③节点核芯区竖向和水平转角、箍筋应变；④试件裂缝分布、裂缝宽度。

(3) 空间节点核芯区受剪承载力的试验结果

1) 试件裂缝分布。BJ1 的节点核芯区未配箍筋，双向加载至第 6 循环时，出现两条对角主斜裂缝，最大裂缝宽度达 0.40mm 。加载到 $1\Delta u_y$ 时，斜裂缝最大宽度达 1.0mm 。加载至 $2\Delta u_y$ 时，宽度大于 1.50mm 。BJ3、BJ4 节点核芯区配箍率分别为 1.47% 和 2.12%，加载至第 6 循环时，斜裂缝最大宽度为 0.05mm ，加载至 $1\Delta u_y$ 时为 0.20mm ，加载至 $4\Delta u_y$ 时，大于 1.50mm 。试验结果表明，控制节点斜裂缝发展程度主要取决于核芯区的箍筋。

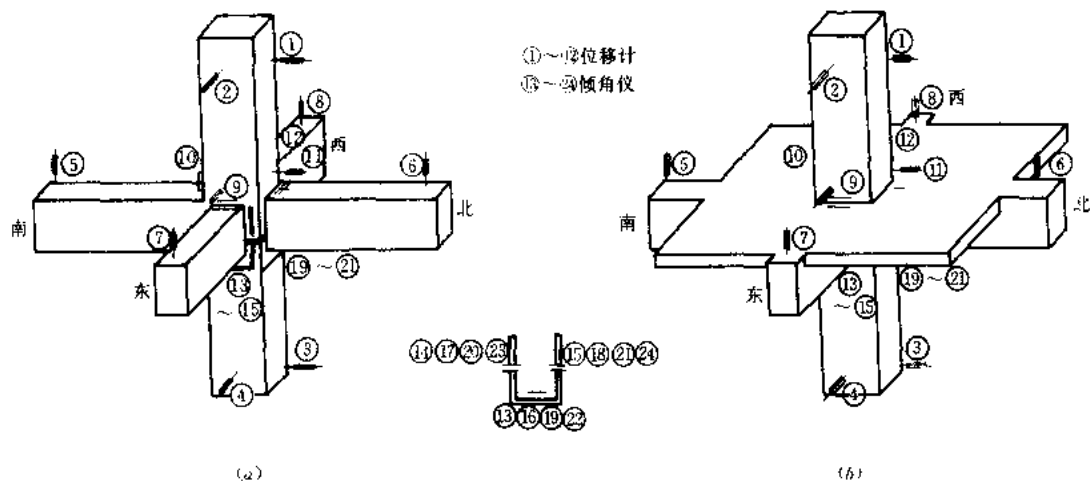


图 25.3.11 试件及测试仪表布置图
(a) BJ1、3、6 试件; (b) BJ7、8 试件

BJ5、BJ6 试件加载至第 6 循环时,斜裂缝最大宽度分别为 0.20mm 和 0.15mm;加载至 $1\Delta u_y$ 时分别为 0.50mm 和 0.60mm;加载至 $2\Delta u_y$ 时大于 1.5mm。

BJ7、BJ8 为带板试件,梁上有明显的扭转裂缝。节点核心区裂缝宽度比不带板试件 (BJ5、BJ3) 明显减少,在加载至 $2\Delta u_y$ 时为 0.5mm。这两种试件的试验结果表明,尽管板与节点核心区交界面上存在着很宽的裂缝,但板对节点核心区仍存在一定的约束作用。

在各级荷载作用下,节点斜裂缝的最大宽度列于表 25.3.2。

2) 层间剪力与层间转角的关系。将空间试件的节点层间剪力和层间转角的滞回曲线与平面试件相比,可以看出,空间试件的滞回环在加载至 $2\Delta u_y$ 的第 1 循环开始捏缩,而平面试件在加载至 $2\Delta u_y$ 的第 2 循环开始捏缩,表明空间试件节点内梁筋滑移比平面试件更为严重。

试件节点核心区最大斜裂缝宽度值 (mm)

表 25.3.2

试件	节点部位	加载循环数											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BJ1	E	0	0	0.05	0.05	0.05	0.4	0.8	1.0	1.2	>1.5		
	S	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.5	0.7	1.2		
	W	0	0	0	0	0	0.05	0.3	0.35	0.35	0.6		
	N	0	0	0		0.05	0.1	0.7	0.9	0.9	>1.5		
BJ3	E	0	0	0	0	0	0			0.45	1.5	1.5	
	S	0	0	0	0	0	0.05			0.3	1.0	>1.5	
	W	0	0	0.05	0	0.05	0.05			0.35	0.4	0.5	
	N	0	0	0	0	0	0			0.35	0.45	0.6	
BJ4	E	0	0	0	0	0	0	0.15	0.15	0.15	0.25	0.6	
	S	0	0	0	0	0	0	0.1	0.15	0.4	0.4	0.7	
	W	0	0	0	0	0.05	0.05	0.15	0.15	0.35	0.5	>1.5	
	N	0	0	0	0	0	0	0.15	0.2	0.4	0.45	>1.5	
BJ5	E	0	0	0	0	0	0	0.3	0.3	1.5	>1.5		
	S	0	0	0	0.2	0.2	0.2	0.5	0.5	1.0	1.0		
	W	0	0	0	0	0.2	0.2	0.3	0.3	0.8	0.8		
	N	0	0	0.05	0.05	0.05	0.1	0.2	0.25	0.4	1.0		

续表

试 件	节点部位	加 载 循 环 数											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BJ6	E	0	0	0	0.05	0.05	0.15	0.1	0.1	0.7	>1.5		
	S	0	0	0	0	0	0.15	0.2	0.2	0.2	0.2		
	W	0	0	0	0	0	0	0.4	0.6	0.9	>1.5		
	N	0	0	0.05	0	0.05	0.1	0.1	0.1	0.6	1.0		
BJ7	E	0.05	0.05	0.05	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.5	0.5	1.5	
	S	0	0	0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.5	0.5	0.8	
	W	0.05	0.05	0.05	0.1	0.1	0.2	0.25	0.2	0.4	0.45	1.2	
	N	0.05	0.05	0.05	0.1	0.1	0.2	0.25	0.25	0.35	0.5	1.3	
BJ8	E	0	0	0.05	0.05	0.05	0.1	0.05	0.05	0.2	0.5	0.8	
	S	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.1	0.1	0.3	0.5	1.0	
	W	0	0	0.05	0.05	0.05	0.1	0.1	0.1	0.25	0.25	0.8	
	N	0	0	0.05	0.05	0.05	0.05	0.1	0.1	0.1	0.25	0.8	

3. 两层两跨钢筋混凝土框架

(1) 试验概况

钢筋混凝土框架结构在强烈地震作用下,处于反复受荷的状态,其弹塑性变形往往已经超过设计中通常规定的变形标准,而且框架结构的地震反应受到了混凝土裂缝,钢筋粘结滑移,塑性铰区分布,节点核芯变形等一系列复杂因素的影响。因此,深入研究框架结构在周期反复荷载作用下,从弹性、开裂、屈服乃至破坏的全过程中受力、变形、耗能等各方面的的问题日益受到人们的重视。

清华大学曾进行了两层两跨钢筋混凝土框架结构在周期反复荷载作用下性能的试验研

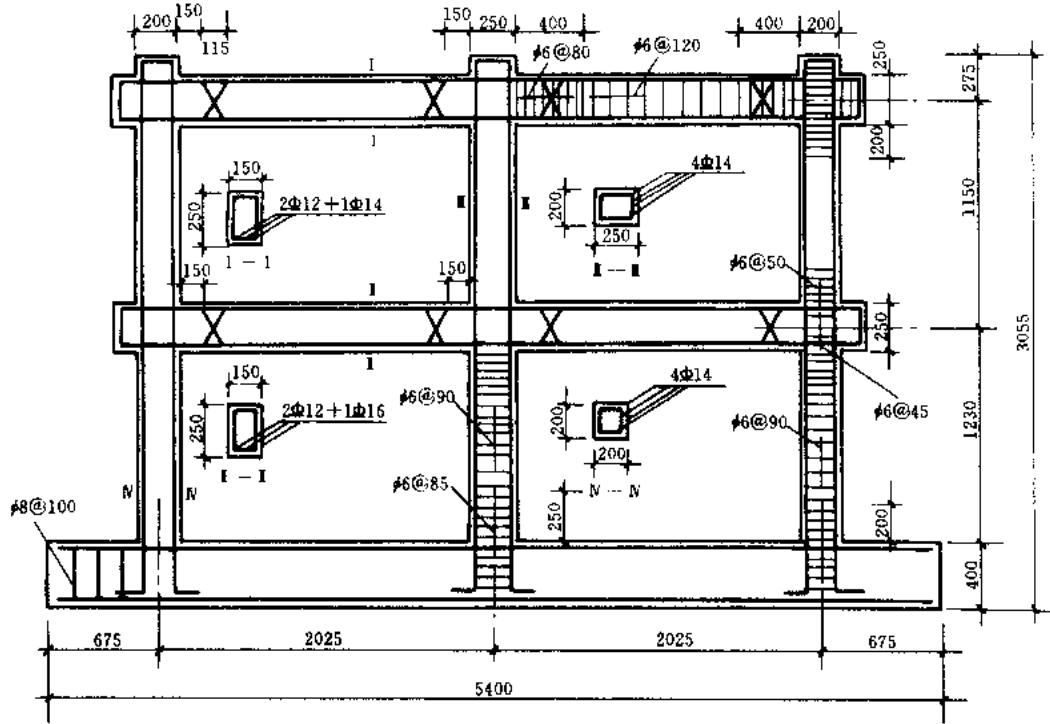


图 25.3.12 模型几何尺寸及配筋

究,其主要目的就在于:研究框架结构在屈服后的弹塑性变形阶段承载力、变形、耗能等各方面的问題,了解 $P-\Delta$ 效应,钢筋粘结滑移等因素对结构性能的影响以及强柱弱梁型框架与弱柱强梁型框架的优劣所在。

框架模型的几何尺寸及配筋如图 25.3.12 所示。三榀模型的几何尺寸相同,但内部配筋有所不同,主要区别是:模型 FR-1、FR-2 主筋配置量和方式完全相同,此两个模型设计为强柱弱梁型(FI型),各节点处柱强度与梁强度之比: $\Sigma M_c/\Sigma M_b=(2.0\sim3.35)$ 。考虑到FI型结构底层柱根部仍会有较为严重的破坏,在模型FR-2的底层加密了箍筋,以探讨箍筋约束在底层出现塑性铰时对结构强度和变形的影响。模型FR-3设计成弱柱强梁型(FII型),相应各节点处柱强度与梁强度之比: $\Sigma M_c/\Sigma M_b=(0.42\sim0.78)$ 。所有模型的梁、柱均为对称配筋。

(2) 试验结果

图 25.3.13 表示了模型 FR-2 的荷载 H_2 —顶层位移 Δ_2 的滞回曲线。由图中可见,在周期反复荷载下,框架结构表现了与单一构件非常相似的滞回特性。结构加载及卸载刚度随变形增加而逐步降低,反向加载曲线指向历史上曾达到过的最大位移点,并有承载力降低的超前现象。但是,结构卸载时没有明显的滞后现象。

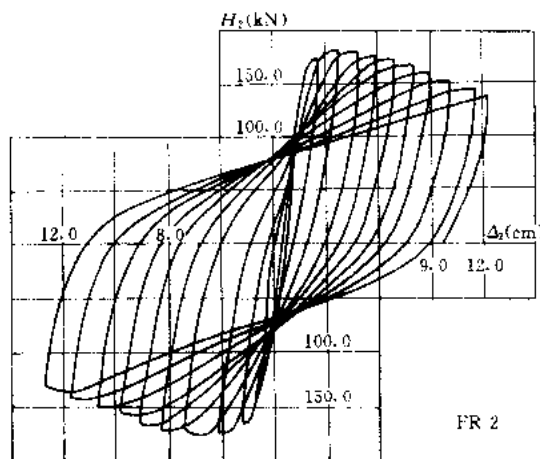


图 25.3.13 荷载-位移滞回曲线

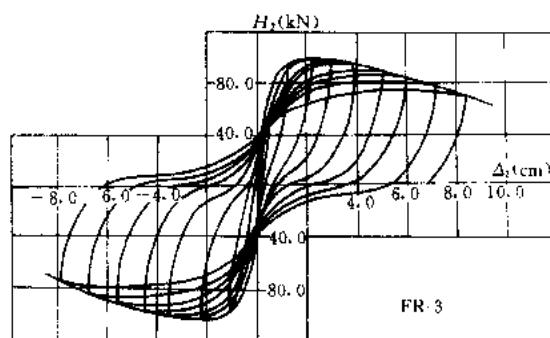


图 25.3.14 荷载-位移滞回曲线

图 25.3.14 表示了模型 FR-3 的顶层荷载 H_2 —相应位移 Δ_2 的滞回曲线。其主要特征是,滞回曲线的骨架曲线(点线部分)无明显屈服点,且水平荷载达到极限值后,随变形增长,荷载值较大幅度下降,滞回曲线的刚度随变形增长而不断退化。从图 25.3.13 和图 25.3.14 比较中可见,强柱弱梁型的模型 FR-2 滞回曲线比强梁弱柱型的模型 FR-3 的要丰满得多,且强梁弱柱型结构滞回环有明显捏拢现象,也反映了 $P-\Delta$ 效应对强梁弱柱型结构的影响要来得严重。

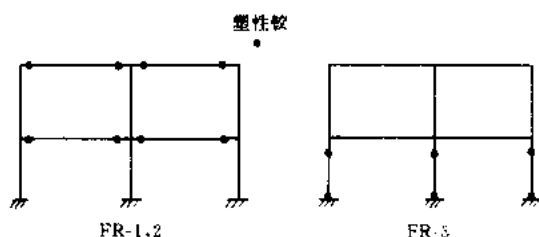


图 25.3.15 塑性铰分布

三个模型的屈服点,极限点的荷载值和变形值见表 25.3.3。

框架模型在试验过程中形成的塑性铰分布示于图 25.3.15 中。塑性铰的分布与模型设计时所预测的相一致。

三个模型的屈服点,极限点的荷载值和变形值见表 25.3.3。

表 25.3.3

模型号	屈服点		极限点		H_y/H_u	$\beta_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$
	$H_y (t)$	$\Delta_y (cm)$	$H_u (t)$	$\Delta_u (cm)$		
FR-1	13.50	1.644	16.66	4.067	0.810	2.48
FR-2	15.00	1.582	17.79	4.873	0.843	3.08
FR-3	12.60	0.840	15.13	2.346	0.832	2.79

由于框架结构的骨架线无明显的屈服点, 上表中采用“通用屈服弯矩法”来确定骨架线的名义屈服点。

从表中可以看出, 由于模型 FR-2 底层加密了箍筋, 延迟了柱塑性铰区混凝土的破坏, 所以虽然模型 FR-2 与 FR-1 条件相似, 但其变形能力和延性都有较大提高。模型 FR-3 的延性系数介于 FR-1 和 FR-2 之间, 这是由于 FR-3 骨架线初始刚度很大, 曲线靠近力轴, 屈服位移很小所致。很明显, FR-3 无论在承载力和变形方面都与 FR-1, FR-2 相差很多, 且 FR-3 模型的骨架线超过极限点后, 承载力下降较快, 带有脆性性质。因此, 在评价结构抗震性能时, 应综合考虑其受力状态, 耗能性能等诸方面的因素才更合理。

对结构实测的荷载—位移曲线所围的面积通常是作为评价结构耗能能力的指标。

若以滞回环所围面积为能量 E_1 , 而三角形面积为能量 E_2 (如图 25.3.16), 则相对能量比为:

$$e = E_1/E_2 \quad (25.3.1)$$

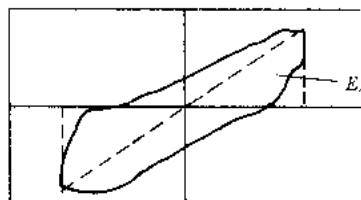


图 25.3.16 滞回环与三角形比较

它可以作为一种能量指标进行结构之间耗能能力的比较。

表 25.3.4 为不同阶段结构耗能能力的计算结果, 所取的阶段为: 极限荷载 P_u 的前一个滞回环, 荷载值大约在 $0.95P_u$ 时; 极限荷载 P_u 时的滞回环; 位移达 $2\Delta_u$ 时的滞回环。

表 25.3.4

阶段 模型	上升段 $0.95P_u$			P_u			$2\Delta_u$			说 明
	E_1	E_2	e	E_1	E_2	e	E_1	E_2	e	
FR-1	275.7	412.6	0.668	689.7	691.0	0.998	2441	1705.6	1.431	单位: kN-cm $e = E_1/E_2$
FR-2	295.6	399.2	0.741	1225.3	924.7	1.325	2974	1454.0	2.045	
FR-3	140.3	193.7	0.724	353.4	354.6	0.997	1011	677.6	1.492	

就结构耗能的绝对值看, 模型 FR-1 和 FR-2 虽然条件相近, 但由于 FR-2 底层配有加密箍筋吸收能量高于 FR-1, 而 FR-3 吸收能量远远少于 FR-1 和 FR-2, 这表明将框架设计成梁铰结构显然对抗震是十分有利的。

同时从表中可见, 相对能量比 e 随变形增加而增加, 这反映了在弹塑性阶段, 结构不可恢复变形越来越大, 因此吸收能量的比率也越来越大。从图 25.3.13 和 25.3.14 滞回曲线的比较中可见, 梁铰结构滞回环比较丰满, 柱铰结构滞回环有明显捏拢形象, 但由于柱铰结构滞回环的滑动段后, 承载能力大幅度提高使吸取能量提高, 结果导致两类结构的 e

值相差不大。由此看来,从相对能量比有时不能准确评定结构耗能能力的优劣。

图 25.3.17 表示了各层吸收能量与结构吸收总能之比的关系图,其中横坐标为加载次数 n ,纵坐标表示底层和顶层吸收能量在总耗能中的比例 \bar{E} 。

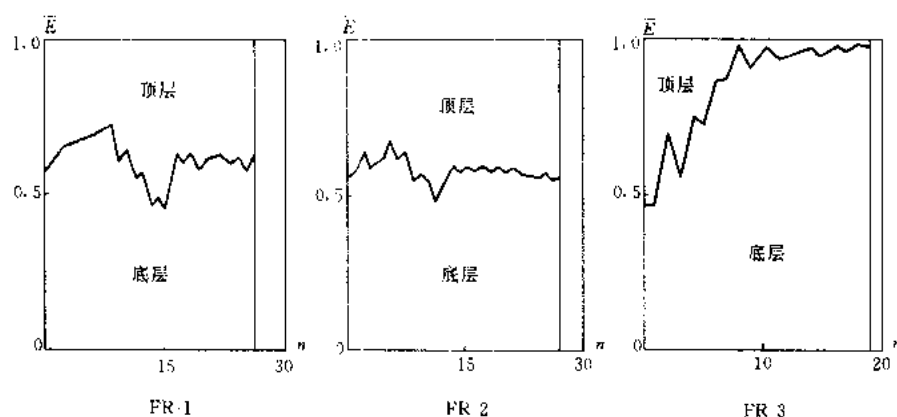


图 25.3.17 能量比值

从图中可见,梁铰结构吸收总能量是由上、下两层共同分担的,而柱铰结构达到极限状态和下降段时,顶层吸收能量不足 5%,结构吸收能量几乎全部是由底层承担的。从这个观点看,柱铰结构吸收能量的能力和性质远比梁铰结构差。

此外,从图中还可看出,在极限状态到达以前,由于结构内力在不断进行重分布,因此顶层和底层吸收能量的比值变化比较大。在极限状态后的大变形循环中,由于结构内部各杆件内力状态的变化较小,所以能量分配比例变化也就很小了。

实验结果表明,粘结滑移转角随滞回次数增加而加大,卸载刚度有所降低,反向加载阶段有滑动现象,并且梁端粘结滑移现象较柱端滑移现象严重。

同时,实验结果表明,节点区钢筋粘结滑移转角 θ_s 在杆端塑性铰区总转角中的比例约在 (20~40)% 之间。显然,节点区钢筋粘结滑移转角数值相当可观,如不考虑这个变形,则杆端变形和结构变形都将远小于实际值。

4. 八层开洞钢筋混凝土剪力墙试验实例^[3]

(1) 试验概况

清华大学曾进行了八层开洞钢筋混凝土剪力墙在周期反复荷载下的静力试验。

模型是模拟高层大模板现浇剪力墙结构,高宽方向缩比为 1:10,厚度方向为 1:4。模型采用工形截面,翼缘是模拟实际结构中的外墙,模型各层层高均为 29cm,墙体总高为 242cm,墙宽为 100cm,墙厚为 5cm。为加载需要,在模型顶部设置加载梁。模型底部基础是为固定在试验台座上用的。

模型共有 7 片,模型分为单排洞口及双排洞口两种。具有单排洞口试件分别编为 S-5、6、7。双排洞口试件分别为 S-8、9。这批试件主要目的是研究开洞、连系梁配筋以及加载方式等因素对剪力墙性能的影响。因此所有模型的墙肢配筋均相同,除端头及洞口边的加强筋外,墙体配筋率一律为 2.5‰。连系梁纵向配筋率分别为 2.4‰、3.1‰及 6.2‰。在同一片墙中,上下各层连系梁配筋均相同。模型外形及墙肢配筋见图 25.3.18。连系梁纵向配筋见表 25.3.5。连系梁的横向配筋均相同。墙体与连系梁的配筋均采用镀锌

钢丝，其物理力学性能列于表 25.3.6 中。

这批试件都施加作用于顶层的集中水平力，以单向加载为主。连系梁为中等强度配筋的 S-6、S-9 各有一片作周期反复加载对比试验。S-8 亦为周期反复加载。所有试件的垂直荷载数值基本相同。有关试件模型的试验情况见表 25.3.5。

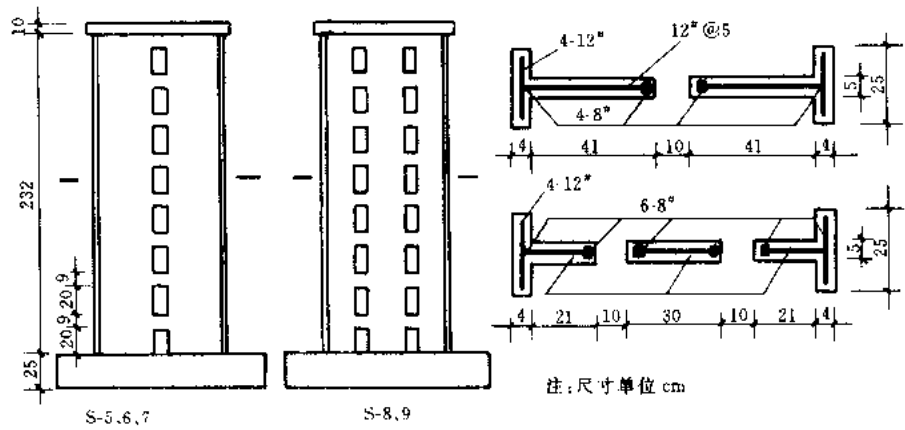


图 25.3.18 试件外形尺寸及截面配筋图

试件模型试验情况

表 25.3.5

序 号	试件号	混凝土立方强度 (MPa)	连系梁配筋	垂直力 (kN)	水平加载方式	破坏类型	极限荷载 (kN)
1	S-5	23	1-10 [#]	83	单 向	弯 曲	34.05
2	S-6 ₍₁₎	21	1-8 [#]	88	单 向	弯 曲	38.77
3	S-6 ₍₂₎	26	1-8 [#]	88	反 复	弯 曲	38.10
4	S-7	28	2-8 [#]	83	单 向	弯 曲	38.27
5	S-8	26	1-10 [#]	80	反 复	连梁剪坏	33.3
6	S-9 ₍₁₎	29	1-8 [#]	80	单 向	弯 曲	37.7
7	S-9 ₍₂₎	33	1-8 [#]	80	反 复	弯 曲	35.8

试件镀锌钢丝性能

表 25.3.6

序 号	型 号	直 径 (mm)	面 积 (cm ²)	屈服强度 (kg/cm ²)	极限强度 (kg/cm ²)	弹性模量 (kg/cm ²)
1	8 [#]	4.00	0.1257	3120	4480	2.01 × 10 ⁶
2	10 [#]	3.50	0.0963	3370	4690	2.03 × 10 ⁶
3	12 [#]	2.78	0.0616	3040	4410	2.18 × 10 ⁶

模型采用豆石混凝土，其配合比为 1:0.61:1.7:3.53（重量比：水泥:水:砂:豆石）。制作模型时，先做基础，预留墙插筋，基础和墙体间施工缝经处理。墙体为水平位置浇注。试验时混凝土立方强度列于表 25.3.5 中。

模型试验在静力台座上进行，基础固定。用油压千斤顶加载。施加顶部垂直力的千斤顶顶部装有滚轴，可随试件变形而左右移动，以减少摩擦力并保证垂直荷载的方向不变。在顶层施加的集中力是通过顶层加载梁传到试件上的。倒三角形荷载则通过分配梁实现，每隔一层有一个荷载作用点。由荷载传感器测定力的大小。试验时先加垂直荷载，到达规定数值后维持不变，然后施加水平荷载。在单向加载的模型中水平荷载分级加到塑性铰出现，塑性铰出现后，连续加载到破坏。在反复加载的模型中，每级荷载反复一次，塑性铰出现后按位移控制反复加载直至破坏。在每级荷载下观察裂缝发展情况并记录数据。

(2) 试验结果

除试件 S-8 发生连系梁剪切破坏外，其他试件都是产生墙肢弯曲破坏形态。

图 25.3.19~图 25.3.21 分别给出了试件 S-9₍₂₎、S-8 和 S-6₍₂₎在反复荷载作用下的顶点位移滞回曲线。由图可见，钢筋混凝土开洞剪力墙的滞回曲线与一般钢筋混凝土结构相类似，具有明显的向原点捏拢的形状和刚度退化现象。从图中滞回曲线的比较中可以看出，在不同的破坏形态下，试件滞回曲线具有不同的特征。墙肢弯曲破坏的各个模型的滞回曲线形状接近，刚度退化现象比较有规律。例如具有双排洞口的试件 S-9₍₂₎，在顶点位移达到总高度的 1/40 之前，试件能维持反复加载，在第 9 次循环时，荷载仅降低 5%。但开有一排洞口及无洞口的墙在顶点位移为总高度的 1/60 时刚度退化现象已十分严重，荷载不能维持。试件 S-8 虽为双排洞口，但在第三次反向加载时（图 25.3.20 中⑥点）下

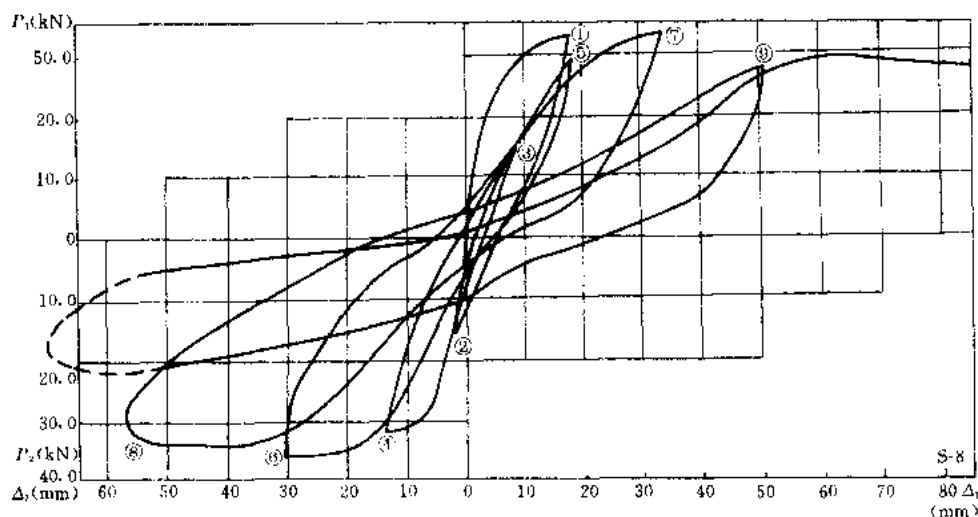


图 25.3.20 S-8 顶点位移滞回曲线

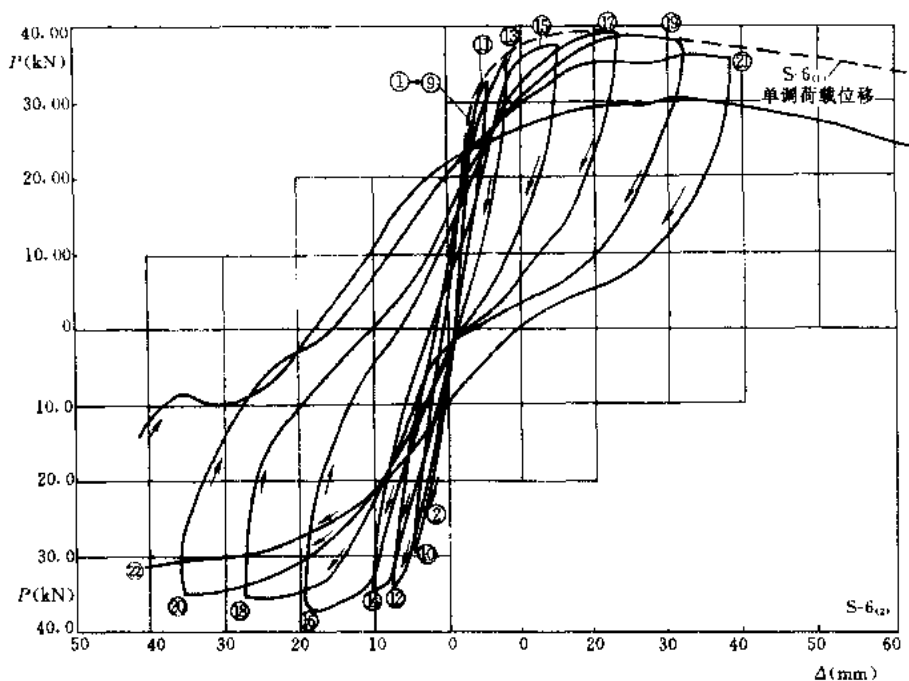


图 25.3.21 S-6₍₂₎ 顶点位移滞回曲线

图 25.3.19 和图 25.3.21 中将 S-9₍₁₎、S-6₍₁₎ 的单向加载位移曲线与 S-9₍₂₎、S-6₍₂₎ 在周期反复加载下的顶点位移滞回曲线作了比较，图中虚线是单向加载下的荷载—位移曲线，由图可见，反复加载下位移滞回曲线的包线与单向加载下的位移曲线十分接近，只是在达到最大荷载后，单向加载下的位移曲线变化较平缓，而反复加载下承载能力下降较多，但差值均在 10% 以内。

图 25.3.22 和 25.3.23 给出了试件 S-6₍₂₎ 与 S-9₍₂₎ 连系梁钢筋应变滞回曲线。从图中可以看到，第一次荷载循环时，连系梁压区的纵向钢筋产生压应变，反向加载时，产生拉应变，但在以后的各次循环中，无论是正向加载还是反向加载，钢筋始终处于受拉，卸载

时拉应变减小，并且随着加载循环次数的增加，累积拉应变相应增大。这个结果在 T. Pauley 的试验^[4,5]中也同样测到了。但是，在本项试验中，这些连系梁并未出现斜裂缝。

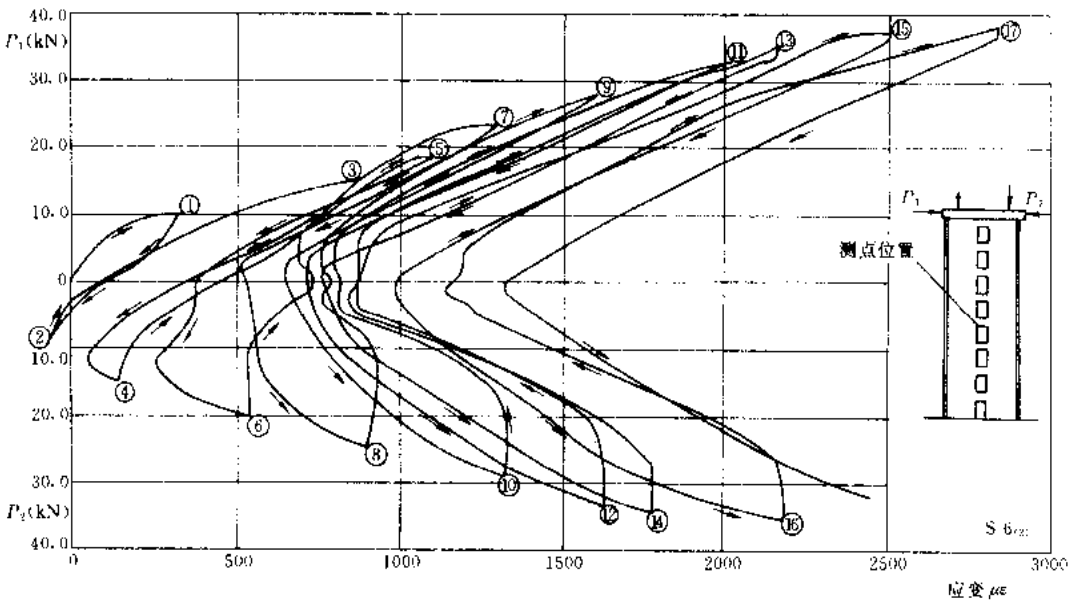


图 25.3.22 S-6₍₂₎连系梁钢筋应变滞回曲线

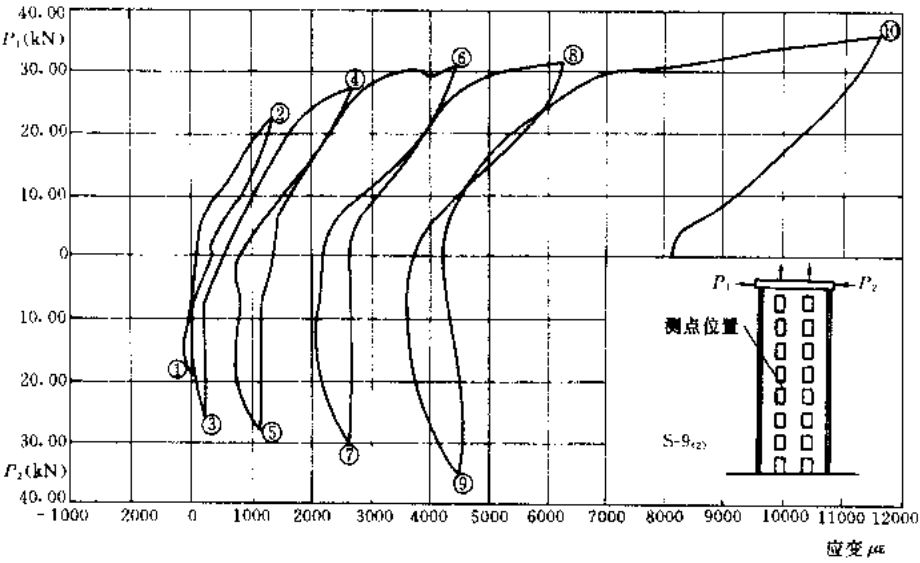


图 25.3.23 S-9₍₂₎连系梁钢筋应变滞回曲线

连系梁的屈服强度对开口剪力墙的承载能力和刚度都有影响。表 25.3.7 给出了 S-5 ~ S-9 各片墙连系梁的屈服层数以及连系梁和墙肢屈服时实测相对荷载 p/p_0 值。试验结果表明，S-5 连系梁屈服早而且屈服的层数多，试件刚度最小，而 S-7 连系梁屈服层数最少，墙的刚度则最大；由于试件 S-8 连系梁屈服强度较弱，则发生屈服的时间较早，且屈服层数也愈多，其试件刚度也小于条件基本相同情况下的 S-9₍₁₎。



部 位	开始屈服荷载 p/p_c (屈服层数)				
	S-5	S-6 ₍₁₎	S-7	S-8	S-9 ₍₁₎
连系梁	0.63 (1,2,3,4,5,6,7)	0.76 (2,3,4,5,6)	0.88 (5,7)	0.51 (2,3,4,5,6,7)	0.67 (2,3,4,5,6)
拉 肢	0.83	0.81	0.73	0.63	0.76
压 肢	0.78	0.90	0.82	0.89	0.87

图 25.3.24 表示了试件 S-5 和 S-6₍₁₎ 实测与计算的 $P-\Delta$ 曲线的比较, 在计算中曲线是按开洞剪力墙简化成壁式框架模型进行非线性全过程分析求得的^[6]。从图中可见, 计算和实测曲线符合程度良好, 只是试件 S-6₍₁₎ 的计算结果稍偏低, 而且计算得出的连系梁屈服部位与实测的一致。

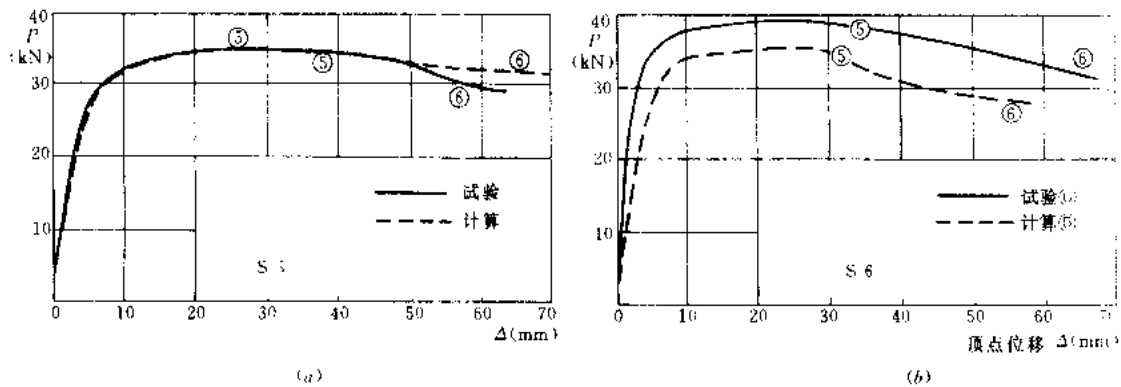


图 25.3.24 模型 S-5、S-6₍₁₎ 的实测与计算 $P-\Delta$ 曲线比较图

25.4 结构拟动力试验

25.4.1 拟动力试验的基本原理

拟动力试验是地震工程研究中的一种新的试验技术^[7~9]。该试验系统称为计算机—加载器联机系统或拟动力试验装置。它较好地解决了用大吨位静力加载设备进行大比例或足尺结构模型的弹塑性地震反应模拟的问题。该方法将结构动力学微分方程的数值解与伪静力试验有机结合起来, 首先由计算机计算当前一步的位移反应, 然后由加载器强迫结构模型实现这个位移, 同时测量结构对应于该步位移的实际恢复力并反馈给计算机, 最后计算机再根据这个恢复力和其它已知参数计算下一步的位移反应。这样一步步循环下去直至完成整个地震反应的模拟。图 25.4.1 是目前常用的拟动力试验执行过程。

在拟动力试验中, 结构的恢复力是实测的, 能够比较准确地反映结构在地震作用下真实的受力和变形状态, 缓慢地再现地震时的结构反应, 可以细致地观察地震作用下引起结构破坏的全过程。众所周知, 小比例模型的振动台试验是很难模拟结构的细部构造, 而大比例模型或足尺结构的伪静力试验又不能很好反映地震反应过程及其性状, 拟动力试验恰好在这方面弥补了振动台试验和伪静力试验的不足。但是, 拟动力试验也有其局限性, 它的适用范围有一定的限度。在拟动力试验中, 地震反应不是定时的, 几秒或几十秒的地震作用过程要用几十分钟或几个小时的时间来实现, 实质上, 拟动力试验仍是一种静力试

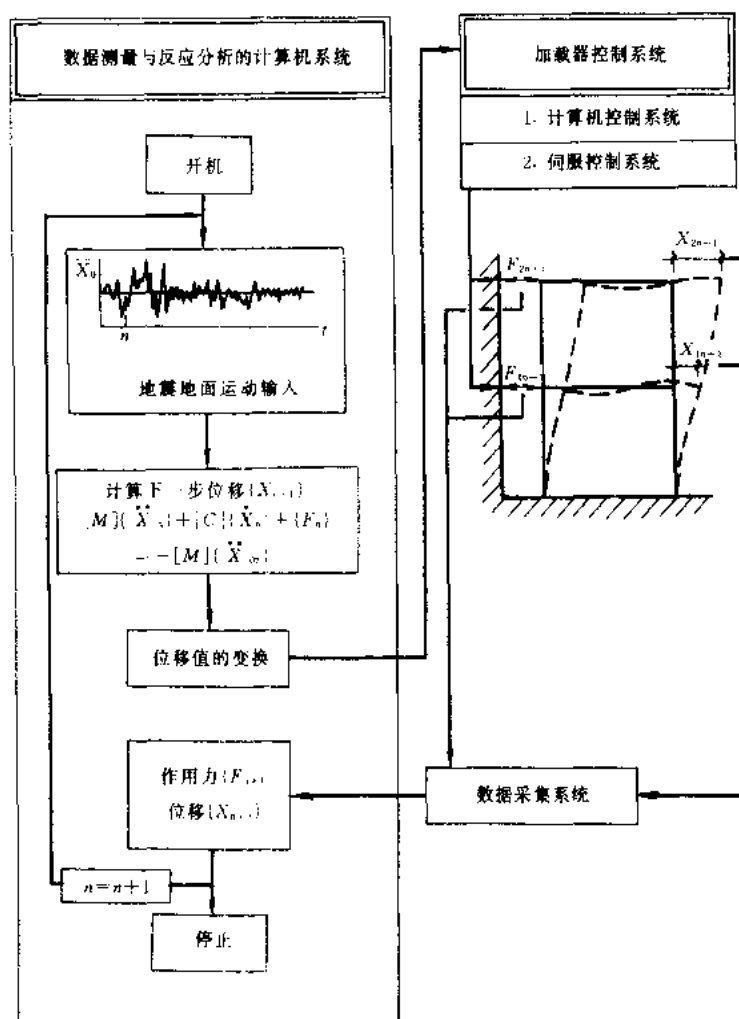


图 25.4.1 拟动力试验流程图

验，不过它可以缓慢地而非定时地模拟结构的地震反应全过程。因此只有在可以忽略材料应变速率的影响条件下，才能获得较好的试验结果，否则将引起较大的误差。同时，由地震作用所产生的惯性是由试验机（加载器）作为静力荷载来加以实现的，因而它的试验对象较适用于允许假设为离散质量分布的结构物。另外，为实现较好的地震反应模拟，尤其是高振型反应，对试验装置和计算机运算的精度都有较高的要求。

拟动力试验方法是结构动力学的数值计算和拟静力位移控制加载试验的有机结合，该方法的理论依据就是建立在这些学科之上的。归纳起来有以下几个问题：结构动力学模型的建立，数值积分方法的选择及应满足的条件，位移控制加载系统的分析及应满足的条件。

1. 结构动力学模型的建立

在拟动力试验中，试验模型在每一个物理坐标自由度下的位移均由一个独立的位移控制加载器来控制。这样，试验模型的动力学模型必须采用有限自由度的集中参数模型。仅仅做到这一点还不够，因为即使是不太复杂的结构，用有限元法离散为多自由度集中参数

模型后,其自由度的数目也还是相当可观的,不可能有那样多的加载器来控制。这样,适合于拟动力试验的动力学模型只能用高度简化的凝聚质量法所建立的模型^[10]。这样做的结果是丧失了高阶振型的影响。对于以低阶振型为主的结构地震反应分析来说,这样做是有足够的准确性的。另一方面,如果要模拟的结构本身就带有比分布质量大许多的集中质量,用凝聚质量法建立的动力学模型就更接近实际情况了。好在有许多工程结构都带有明显的集中质量,用该方法是可行的。

用凝聚质量法建立的动力学模型具有如下的标准数学表达式:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [R] = \{f\} \quad (25.4.1)$$

式中的 $[R]$ 表示恢复力,在弹塑性时,它是位移的非线性函数,在线弹性时,它是位移的线性函数,可表示为 $[K] \cdot \{x\}$, $[K]$ 就是结构的刚度阵。 $[M]$ 是对角阵。 $[C]$ 阵一般由经验给定,它对结构的弹塑性地震反应影响不大,但对试验误差的积累却有一定的抑制作用。 $\{f\}$ 是激励向量,由地震动加速度和质量构成。

2. 数值积分方法的选择

由于结构恢复力 $\{R\}$ 的非线性,方程 (25.4.1) 是一个非线性微分方程,一般采用逐步积分法求其位移的数值解。在选择积分方法时,主要考虑其稳定性和精度。逐步积分法可分为两大类,一类是隐式算法,一类是显式算法。一些无条件稳定的逐步积分法如 Wilson- θ 法, Newmark- β 法, Houbolt 法等为隐式算法,往往需要用迭代法求解,这在拟动力试验中很难采用。但由于拟动力试验的特殊要求,大多采用显式算法,这种算法目前比较成熟的有中央差分法。它是结构拟动力地震反应试验中广泛使用的显式积分技术。

中央差分法的差分格式为:

$$\left. \begin{aligned} \{\ddot{x}\}_i &= \frac{1}{\Delta t^2} (\{x\}_{i+1} - 2\{x\}_i + \{x\}_{i-1}) \\ \{\dot{x}\}_i &= \frac{1}{2\Delta t} (\{x\}_{i+1} - \{x\}_{i-1}) \end{aligned} \right\} \quad (25.4.2)$$

位移解的表达式:

$$\begin{aligned} \{x\}_{i+1} &= \left([M] + \frac{\Delta t}{2} [C] \right)^{-1} \{ \Delta t^2 (\{f\}_i - \{R\}_i) \\ &\quad + \left(\frac{\Delta t}{2} [C] - [M] \right) \{x\}_{i-1} + 2[M] \{x\}_i \end{aligned} \quad (25.4.3)$$

用该方法时,只要所选择的积分步长 Δt 满足稳定性条件^[11],其结果的精度是可以保证的。如果当 Δt 较小时,中央差分法的数值计算可能引起相当大的舍入误差,可采用以下措施对中央差分法加以改进。

$$\text{令} \quad \{z\}_i = (\{x\}_i - \{x\}_{i-1}) / \Delta t \quad (25.4.4)$$

则可推得

$$\left. \begin{aligned} \{x\}_{i+1} &= \{x\}_i + \Delta t \{z\}_{i+1} \\ \{z\}_{i+1} &= \left(\frac{[M]}{\Delta t} + \frac{[C]}{2} \right)^{-1} \left[\{f\}_i - \{R\}_i + \{z\}_i \left(\frac{[M]}{\Delta t} - \frac{[C]}{2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (25.4.5)$$

Newmark- β 法一般说来是隐式方法,但当 $\beta=0$ 时, $\{x\}_{i+1}$ 中的 $\{\ddot{x}\}_{i+1}$ 项即告消失,它就变成显式方法。显式 Newmark- β 法和中央差分法是同样可靠的,它们都具有 $\omega \cdot \Delta t \leq 2$

的稳定性限制。但中央差分法是一种两步法，在某些条件下，它对拟动力试验误差的敏感程度高于显式 Newmark- β 法。在结构拟动力试验中，也可采用线性加速度法，它只用于试验阶段的弹性位移计算。线性加速度法计算简便，但有积分收敛性问题，一般要求时间间隔 Δt 较小，约为结构最小周期的 $\frac{1}{5}$ ，导致计算工作量大，耗时多。为了克服这一缺点，有时采用改进拟静力法^[12]。实质上是拟静力法和 Newmark- β 法的综合。

3. 位移控制加载系统

拟动力试验加载系统的任务是强迫试验模型实现计算出来的位移。在拟动力试验装置应同时采用可实现位移控制的电液伺服加载器。加载器与试验模型连接后构成一个带弹性负载的电液位置随动系统。在整个拟动力试验过程中，这个系统应满足稳定性、准确性、平稳性及快速性的要求。图 25.4.2 表示这个闭环控制系统的系统框图。 $G(s)$ 代表前向通道传递函数，它包括液压缸与试验模型的组合，液控阀及其输入电流控制电路等。 $H(s)$ 代表位移传感器及其放大电路构成的反馈通道传递函数。在这里，影响该系统性能的参数是开环传递函数 $G(s) \cdot H(s)$ 的增益，具体调节参数是供油油压，比例控制放大器和反馈放大器的放大倍数。另外试验模型的刚度变化也会引起 $G(s)$ 的一些变化。

拟动力试验中的控制加载系统首先应满足稳定性要求。所谓稳定性，就是当输入有微小变动时，输出不发生持续或发散振荡的现象。失稳不但使试验失败，还会造成试验模型的无谓破坏和其它事故。所以必须首先保证稳定性。对图 25.4.2 所示系统，保证稳定性的条件为下述方程的特征根都具有负的实部。

$$1 + G(s) \cdot H(s) = 0 \quad (25.4.6)$$

在拟动力试验中，结构处于塑性或破坏时具有最小的刚度，此时是对稳定性最不利的情况，所以应按该情况调定各可调参数（油压、比例放大器倍数，反馈放大器倍数及微分、积分环节的引入等）保证加载系统的稳定性，这样就可保证整个试验过程不会发生加载系统失稳的事故了。

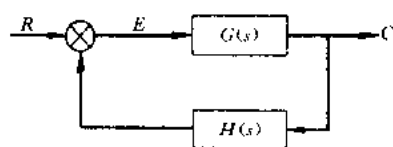


图 25.4.2 液压伺服系统简化框图

加载系统应满足的第二个要求是要有尽量小的稳态误差，即输出的稳态值尽量接近要求的值。在图 25.4.2 中，输入 R 是计算位移经数模转换器变换为电压量以阶跃信号的形式送入的。其拉氏变换为 R/s ， R 是 R 的阶跃大小。令 e_s 为输入 R 与输出 C 经 $H(s)$ 反馈回来的信号之差，则 $e_s|_{t \rightarrow \infty}$ 就是稳态误差。根据拉氏变换的终值定理有

$$\begin{aligned} e_s|_{t \rightarrow \infty} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{S}{1 + G(s) \cdot H(s)} \cdot \frac{\bar{R}}{S} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\bar{R}}{1 + G(s) \cdot H(s)} \end{aligned} \quad (25.4.7)$$

要求 $e_s|_{t \rightarrow \infty}$ 尽量小，就要求开环传递函数的增益 $G(0) \cdot H(0)$ 尽量大，或者开环传递函数中含有因子 $\frac{1}{s}$ 。前者意味着增加油压和比例、反馈放大器的放大倍数，后者意味着引入积分环节。

减小稳态误差与保证系统稳定性是有矛盾的,只能在首先满足稳定性的前提下,尽量将准确性提高到满意的程度。在保证稳定性的前提下,稳态误差应小于数模变换器的绝对分辨率。

加载系统在加载过程中还应具有较短的过渡时间和较小的冲击。图 25.4.3 是实测的位移控制加载过程。从开始加载到加载稳定地保持在要求值这一段时间 t_s 就是过渡过程时间,而过渡过程曲线的斜率反映了加载冲击的程度。斜率由 t_s 及阶跃大小共同决定。 t_s 的长短主要由开环传递函数的增益决定。为了避免输入较大阶跃信号

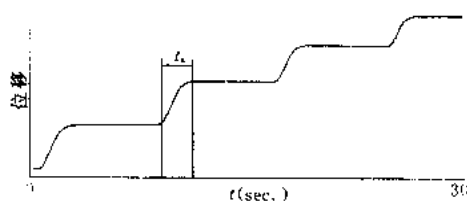


图 25.4.3 试验误差的影响

时可能产生的过大的冲击,对大位移增量加载可采用分步加载的方法,从而达到减小冲击又不至于浪费时间的目的。

25.4.2 拟动力试验的误差问题

从理论上说,只要考虑了上面所讨论的那些问题,拟动力试验的结果应该是可靠的,但事实上并非如此。原因有二个方面,一是拟动力试验中的数值积分不单纯是由计算值到计算值,它还要接纳试验反馈回来的数值进行计算,而试验的精度是远远达不到计算机有效字长的精度的;二是数值稳定性分析只说明数值解的误差对截断引入的一般性干扰的有界性问题。换句话说,这里的问题是每一步中可能引入的试验误差比较大,而且具有某种特殊的性质,其结果是即使算法是稳定的,但数值解的误差也可能大到无法接受的程度。因此有必要就拟动力试验这种特殊情况讨论通常所采用的中央差分法的数值解误差,以及

1. 试验误差与误差积累

图 25.4.4 表示每一步加载和测量引入试验误差的过程。 \hat{X}_i 是计算的第 i 步位移。它通过加载系统强迫试验模型实现了 \bar{X}_i ,但由于种种原因, \bar{X}_i 不会完全等于 \hat{X}_i ,只能是

$$\bar{X}_i = \hat{X}_i + \epsilon_i^d \quad (25.4.8)$$

ϵ_i^d 即为实施模型的位移控制加载所引入的位移控制误差。如设模型的真实恢复力特性为 $R(X)$,那么此时模型的恢复力应为 $R(\bar{X}_i)$ 。 $R(\bar{X}_i)$ 由力传感器测出,经放大器和模数转换器送回计算机,成为数值量 R_i^* , R_i^* 也不可能与 $R(\bar{X}_i)$ 相等,而是

$$R_i^* = R(\bar{X}_i) + \epsilon_i^r \quad (25.4.9)$$

这样本来应该反馈回来的对应于计算位移 \hat{X}_i 的模型恢复力 $R(\hat{X}_i)$,最后成为了 R_i^* ,二者之差就是当前步引入的试验误差,它将对整个后续的地震反应模拟产生影响。记该试验误差为 ΔR_i ,有

$$\begin{aligned} \Delta R_i &= R_i^* - R(\hat{X}_i) = R(\bar{X}_i) + \epsilon_i^r - R(\hat{X}_i) \\ &= R(\hat{X}_i + \epsilon_i^d) - R(\hat{X}_i) + \epsilon_i^r \end{aligned} \quad (25.4.10)$$

在弹性变形状态下,由于 $R(X)$ 可表示为 $K \cdot X$,故上式可变为

$$\Delta R_i = K\epsilon_i^d + \epsilon_i^f \quad (25.4.11)$$

以 R_i^* 作为计算用的恢复力, 拟动力试验的位移响应计算式为 (以单自由度为例)。

$$\begin{aligned} \hat{X}_{i+1} = & \left(M + \frac{\Delta t}{2} C \right)^{-1} \left[\Delta t^2 (f_i - R_i^*) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\Delta t}{2} C - M \right) \hat{X}_{i-1} + 2M\hat{X}_i \right] \end{aligned} \quad (25.4.12)$$

假设以 (25.4.3) 式 (单自由度情况) 计算的是理想的没有试验误差的拟动力试验的位移 X_{i+1} , 那么二者的差

$$\Delta X_i = X_i - \hat{X}_i \quad (25.4.13)$$

则表示实际拟动力试验结果与理想情况的偏差。

将 (25.4.3) 式和 (25.4.12) 式代入上式可得

$$\begin{aligned} \Delta X_{i+1} = & \left(M + \frac{\Delta t}{2} C \right)^{-1} \{ [R_i^* - R(X_i)] \Delta t^2 \\ & + 2M\Delta X_i + \left(\frac{\Delta t}{2} C - M \right) \Delta X_{i-1} \} \end{aligned} \quad (25.4.14)$$

在弹性变形状态下, 将 (25.4.9)、(25.4.10)、(25.4.11) 式代入上式有

$$\begin{aligned} \Delta X_{i+1} = & \left(M + \frac{\Delta t}{2} C \right)^{-1} \{ (\Delta R_i - K\Delta X_i) \Delta t^2 \\ & + 2M\Delta X_i + \left(\frac{\Delta t}{2} C - M \right) \Delta X_{i-1} \} \end{aligned} \quad (25.4.15)$$

(25.4.14) 及 (25.4.15) 式都说明 ΔX_i 与每一步加载引入的试验误差有确定的关系, 其中 (25.4.15) 式还明确了 ΔX_i 与试验误差 ΔR_i 是原动力学模型的响应与激励的关系。 ΔX_i 为误差积累。由这个关系可知, 拟动力试验的误差积累不仅与试验误差大小有关, 还与动力学模型及试验误差的特性有关。

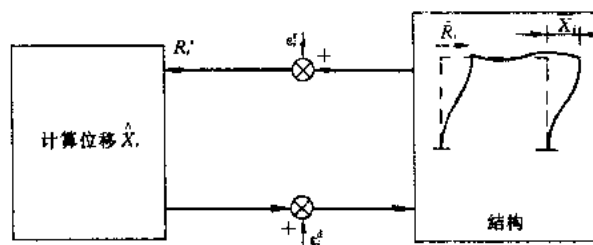


图 25.4.4 位移控制的加载过程

2. 改善误差积累的方法

拟动力试验的试验误差也可分为系统误差及随机误差。前者有规律可循, 后者只服从一定的统计规律。拟动力试验中最主要的系统误差是联机比例系数调得不精确引入的误差, 最主要的随机误差则是 D/A , A/D 有限分辨率引入的误差以及量测噪声。

此外, 还有一种因加载设备非线性特性引入的误差, 它也可以归入系统误差。

根据对以上产生试验误差原因的分析, 为改善误差积累, 可采取以下措施:

- (1) 应注意联机比例系数的正确调定, 在拟动力试验中对此应加以足够重视。
- (2) 充分发挥各个仪器的动态范围, 即让实测的最大物理量尽量接近各仪器的额定最大范围, 这样可减小分辨率误差。
- (3) 尽量选用较高的液压系统供油油压, 以减小游隙现象, 使整个执行机构的静态误差减小。
- (4) 合理选择时间间隔 Δt 与模型固有频率 ω 的搭配, 建议 $\omega \cdot \Delta t$ 小于 0.4, 大于或

等于 0.1。

(5) 无论实际情况的粘性阻尼影响如何,都应引入粘性阻尼项,并取随频率提高而增大的瑞利阻尼为好,这样在高阶振型中可引入较大的阻尼比,达到减小误差积累的目的。

25.4.3 拟动力试验的实施和程序控制

1. 试验系统流程

试验系统的硬件可分为计算机控制,数据采集,A/D、D/A 转换和电液伺服加载四部分。该系统的软件可分为试验整体控制程序和模数、数模汇编控制程序两部分。在拟动力试验中,计算位移经过 D/A 转换,由电液伺服加载系统施加到结构模型上;另一方面,在实现位移反应的同时,测量结构恢复力,恢复力信号再经过 A/D 转换后反馈给计算机,由计算机进行下一步计算。

图 25.4.5 描述了联机系统中试验误差的形成过程。计算位移 \hat{X}_i 通常不能准确地施加到结构上, \hat{X}_i 与模型实际位移 \bar{X}_i 之间有一误差 ϵ_i^d 。设对应于 \hat{X}_i 的模型恢复力为 $R(\hat{X}_i)$, 对应于 \bar{X}_i 的模型恢复力为 $R(\bar{X}_i)$ 。 $R(\bar{X}_i)$ 由力传感器测出,经放大器和模数转换器送回到计算机,同时它成为数值量 R_i^* 。 R_i^* 与 $R(\bar{X}_i)$ 之差 ϵ_i^{r*} 就是第 i 步引入的试验误差,而且这种试验误差具有累积效应。主要的试验误差有联机比例系数误差、有限分辨率误差,以及液压伺服加载系统非线性误差等。这里联机比例系数是指将计算位移的数字量转换为加载控制系统的输入模拟量的比例值。它与位移传感器的标定系数及控制系统的参数有关。联机比例系数误差可能使响应信号越来越大,趋于发散;也可能使响应信号越来越小。一般说来,分辨率最低的环节决定了整个系统的分辨率。在系统所有设备中,目前分辨率最低的是 12 位的 A/D、D/A 转换器。它的转换忽略小于标定值 $1/2048$ 的信号量。而液压加载系统的非线性主要是指加载过程中的游隙现象。它的主要特征是油缸活塞在运动方向发生变化时表现出呆滞行为,导致实测恢复力的误差。试验结果表明,通过精确调整联机比例系数,合理配置和使用测量仪器,对实测恢复力进行修正等措施,对减小误差积累是有效的。

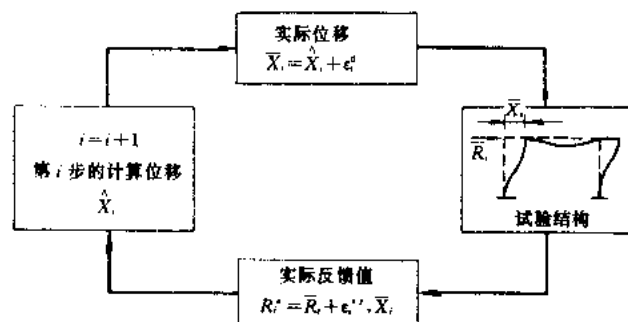


图 25.4.5 试验误差的形成

2. 拟动力试验控制程序概要

拟动力试验完全由计算机控制,自动进行。图 25.4.6 给出了主控制程序 PDT 的框图。试验初始状态量测由汇编子程序 ACQ 完成。主程序中的能量修正系数由弹性脉冲试验确定。能量修正的目的是保证联机系统在试验过程中,处于稳定状态。PDT 程序提供

了三种动力控制算法，使用时可结合试验模型和试验目的选择其中的一种。在动力加载循环中，包含一个硬件控制子程序 PDT1，它是联机试验的执行中枢。它控制试验数据采集，A/D、D/A 转换，电液伺服位移加载以及结构恢复力量测等。由于联机试验的每一步计算结果都对应着一次实际加载，所以程序的可靠性是非常重要的。为此，程序中设置了四种控制开关，它们是荷载拉、压最大值控制开关，位移最大值控制开关，位移误差最大值控制开关，以及随机暂停、存贮开关。最后一个开关的设置主要是为了保护试验数据。

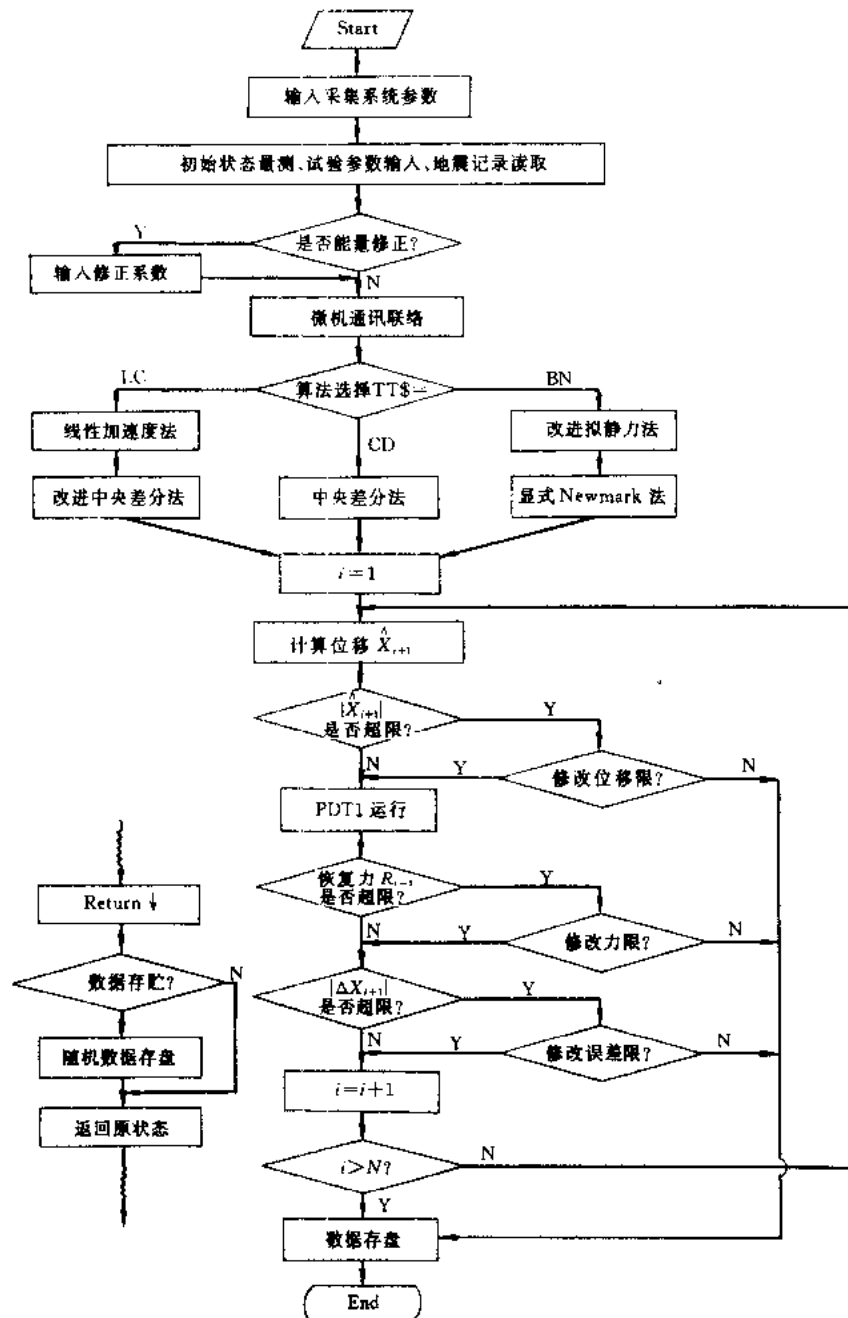


图 25.4.6 PDT 程序框图

25.4.4 结构模型拟动力试验实例

1. 七层钢筋混凝土框架—剪力墙足尺结构拟动力试验

(1) 试验概况

1981年按日本和美国合作的大型结构抗震研究计划,在日本完成了一座七层钢筋混凝土房屋足尺结构的联机试验。这个试验就是将一个多自由度体系简化为等效单自由度体系来进行试验工作的实例。整个试验工作是在日本建设省建筑研究所大型结构试验室的试验台座上进行的。

本项联机试验的目的在于:掌握钢筋混凝土框架结构在实际地震作用下的工作性能和

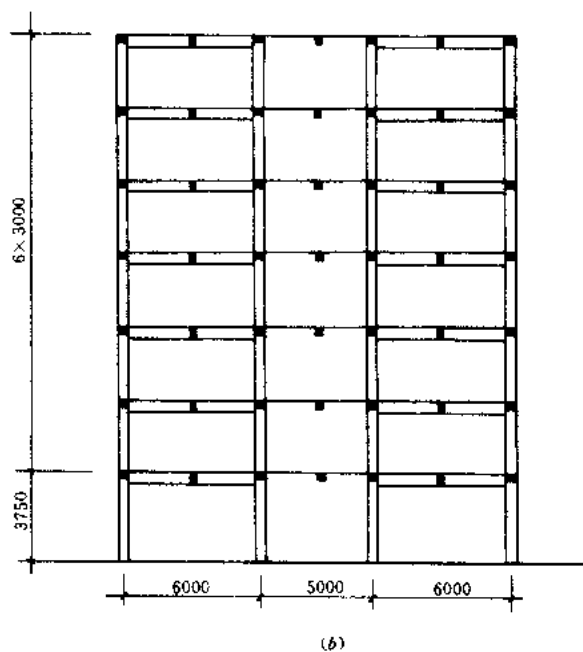
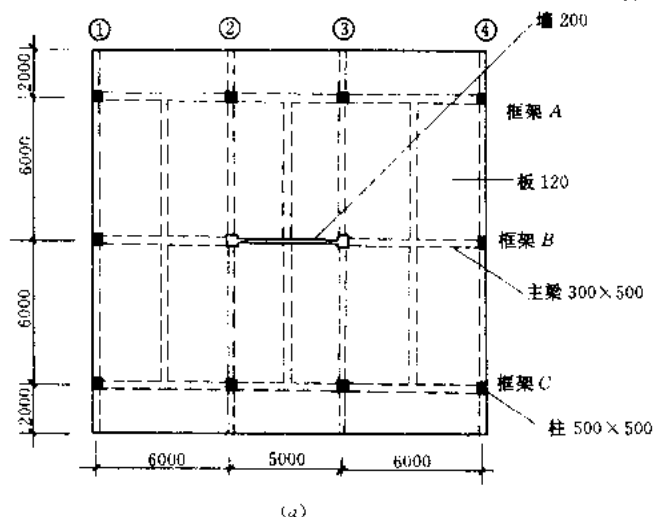


图 25.4.7 钢筋混凝土框架—剪力墙结构的平面和剖面 (单位: mm)

(a) 平面图; (b) 剖面图

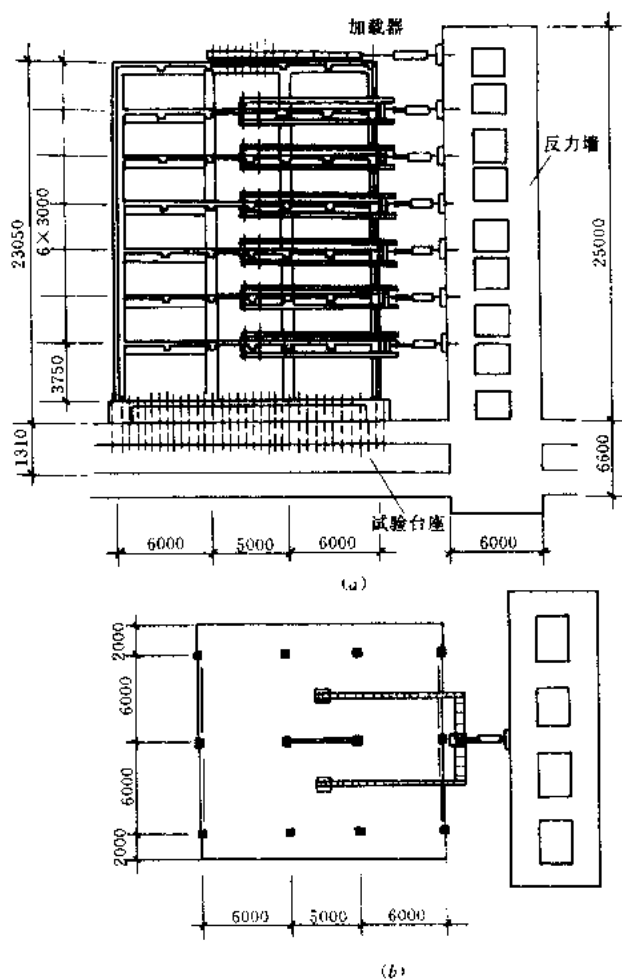


图 25.4.8 试验加载设备装置图 (mm)
(a) 试验结构剖面; (b) 各层平面

台电液伺服加载器对结构各层施加横向水平荷载, 如图 25.4.8 所示。在结构顶层用 2 台出力各为 $\pm 1000\text{kN}$, 冲程为 $\pm 1000\text{mm}$ 的加载器, 在其他各层楼面分别用一台出力为 $\pm 1000\text{kN}$, 冲程为 500mm 的加载器。在加载器头部连接加载钢架延伸到屋面及各层楼板的加载控制点, 通过屋面及楼面对整个结构施加荷载。试验时外力分布保持倒三角形。

试验时将位于试验结构顶层的加载器按位移控制, 该位移量的大小是根据试验结构顶层的位移及其基底剪力, 通过等效单质点反应分析求得, 而其他各层的加载器是按倒三角形外力分布的各层比例用荷载控制。试验过程中计算机系统仅控制结构顶层加载器的加载位移, 其他各层输入加载器的外力与联机系统无关。

(3) 试验测点与试验流程

应变测点总共有 541 个, 其中在梁、板、柱和剪力墙的钢筋上粘贴了 413 个应变片, 混凝土上有 120 个应变片, 加载钢架的横梁上有 8 个测点。位移测点共 192 个, 其中垂直位移 43 点, 水平位移 37 点, 梁柱端点转角 104 点, 墙体剪切位移 6 点, 边梁延伸部分 2 点。电测倾角仪 7 个。加载器的荷载和位移传感器各 8 个。

破坏机制; 研究和探讨结构抗震的分析方法以及检验与验证现有抗震规范的合理性。

试验对象是一座七层钢筋混凝土框架—剪力墙足尺结构, 如图 25.4.7 所示。该房屋结构平面尺寸为 $17\text{m} \times 16\text{m}$, 面积为 272m^2 。在水平荷载加力方向为三跨, 垂直于加力方向为二跨。框架底层高度为 3.75m , 2 至 7 层高度各为 3.0m , 总高度为 21.75m 。

在 B 轴框架中 1~7 层为等截面壁厚 20cm 的剪力墙, 该墙与柱无联系而独立设置。柱截面均为 $50\text{cm} \times 50\text{cm}$, 主梁截面为 $30\text{cm} \times 50\text{cm}$, 次梁截面为 $30\text{cm} \times 45\text{cm}$, 楼板厚为 12cm 。

(2) 试验方法

试验结构是一个多自由度体系, 但从计算分析中得到, 结构从弹性到破坏各个阶段的变形模态变化很少, 为此可以将其置换成等效单自由度体系进行试验。

试验时将七层钢筋混凝土框架结构固定于大型抗侧力试验台座上, 通过钢筋混凝土反力墙借助 8

以上总共测点 756 个, 其中 716 个直接输入计算机数据处理系统的硬盘, 其余的由便携式电阻应变仪进行采集测量, 在试验过程中收集每一时段的试验数据。

试验结构在按倒三角形分布的等效静荷载作用下, 不同试验阶段所得各层相对位移及其平均值列于表 25.4.1。

不同试验阶段各层位移 (mm)

表 25.4.1

	A	B	C	D	E	F	
时段	50	110	182	241	307	318	平均
7	1.292 (1.000)	2.853 (1.000)	5.252 (1.000)	7.775 (1.000)	22.746 (1.000)	35.581 (1.000)	(1.000)
6	1.097 (0.850)	2.422 (0.849)	4.442 (0.846)	6.555 (0.843)	19.467 (0.856)	30.511 (0.858)	(0.850)
5	0.895 (0.693)	1.976 (0.693)	3.606 (0.687)	5.300 (0.682)	16.137 (0.709)	25.387 (0.713)	(0.696)
4	0.689 (0.533)	1.520 (0.533)	2.757 (0.525)	4.033 (0.519)	12.786 (0.562)	20.246 (0.569)	(0.540)
3	0.481 (0.372)	1.061 (0.372)	1.912 (0.364)	2.779 (0.357)	9.439 (0.414)	15.112 (0.425)	(0.384)
2	0.282 (0.218)	0.622 (0.218)	1.110 (0.211)	1.601 (0.206)	6.172 (0.271)	10.069 (0.283)	(0.234)
1	0.111 (0.086)	0.245 (0.086)	0.432 (0.082)	0.614 (0.079)	3.105 (0.136)	5.239 (0.147)	(0.102)
$M_r u_r$	0.633	0.633	0.627	0.622	0.668	0.676	0.643

A: 弹性阶段; B: 梁端形成屈服; C: 转角 1/400; D: 剪力墙底部屈服; E: 最终屈服; F: 形成机构

由结构变形模态、质量和作用的外力决定等效单自由度体系的底部剪力 V_1 和顶层位移 X_7

$$(u_r) = \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.85 \\ 0.696 \\ 0.540 \\ 0.384 \\ 0.234 \\ 0.102 \end{bmatrix}, (M_r) = \begin{bmatrix} 1.56 \\ 1.73 \\ 1.73 \\ 1.73 \\ 1.73 \\ 1.73 \\ 1.87 \end{bmatrix} \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{cm}, (F_r) = \begin{bmatrix} 217.5F \\ 187.5F \\ 157.5F \\ 127.5F \\ 97.5F \\ 67.5F \\ 37.5F \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$\text{振型参与系数 } \beta = \frac{\sum M_r u_r}{\sum M_r u_r^2} = 1.422$$

$$\text{底部剪力 } V_1 = \sum_{r=1}^7 F_r = 892.5F$$

$$\text{等效外力 } \tilde{F} = \sum_{r=1}^7 F_r u_r = 612.4F$$

$$\therefore V_1 = 1.457 \tilde{F}$$

$$X_7 = u_7 \cdot \beta \tilde{X} = 1.0 \times 1.422 \tilde{X} = 1.422 \tilde{X}$$

$$\text{等效位移 } \tilde{X} = \left(\frac{1}{\beta} \right) X = \left(\frac{1}{\beta} \right) \frac{X_r}{u_r}$$

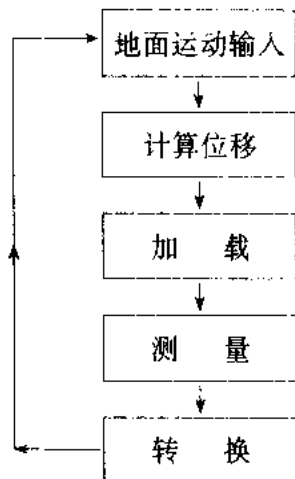
此处 F_r ——第 r 层的外力;

u_r ——第 r 层规一化振型系数;

X_r ——第 r 层位移;

M_r ——第 r 层质量。

这样,七层钢筋混凝土足尺结构按等效单自由度体系进行联机试验的试验流程如下:



$$\tilde{X}_{n-1}, \tilde{X}_n, \tilde{F}_n \text{ 和 } X_{on}$$

$$\tilde{X}_{n+1} = 2\tilde{X}_n - \tilde{X}_{n-1} - \frac{\tilde{F}_n \Delta t^2}{M} - \tilde{X}_{on} \Delta t^2$$

$$X_{7n+1} = 1.422\tilde{X}_{n+1}$$

$$X_{7n} \Rightarrow X_{7n+1}$$

$$F_{In+1} \sim F_{7n+1}$$

$$Q_{n+1} = \sum_{r=1}^7 r_{n+1}$$

$$\tilde{F}_{n+1} = \frac{1}{1.457} Q_{n+1}$$

(4) 试验结果

在进行联机试验前对结构作动力和静力试验,测得有关的试验数据,整个联机试验从弹性到塑性分四个阶段进行:

1) PSD-1 试验,以探讨和评价等效单自由度系统分析方法和联机试验的可靠性为目的。

在分析中用 Takeda 的三线型恢复力特性曲线描述结构的滞回特性。试验时控制层间变形转角为 $1/7000$,输入宫城县冲(N-S)校正地震记录加速度峰值的 0.088 倍,最大加速度峰值为 23.5cm/s^2 。图 25.4.9 为 PSD-1 和 PSD-2 试验输入的宫城县冲(N-S)校正地面运动加速度的时程曲线。图 25.4.10 所示为 PSD-1 试验时结构顶层的位移反应时程曲线。试验(虚线)持续 1.3s ,在 0.5s 以后的 0.8s 里相当于自由振动,分析曲线(实线)在 0.5s 后终止。

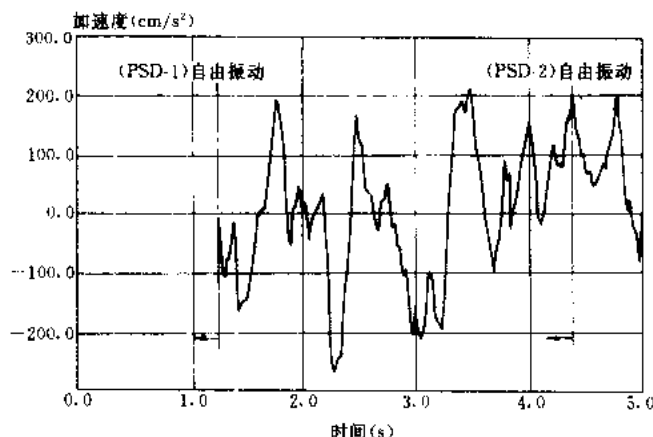


图 25.4.9 PSD-1 和 PSD-2 试验输入地面运动加速度 (单位: cm/s^2)

从图 25.4.10 中的分析曲线与试验曲线对比中可以说明数值分析模拟试验反应的能力。由图中虚线得到单自由度体系的自振周期为 0.43s，与振动试验得到的基本自振周期一致。试验后结构没有发现裂缝。

2) PSD-2 试验，以超过结构混凝土开裂点的 1/400 层间变形转角为控制值。

输入地面运动加速度与 PSD-1 试验时的时程曲线相同，但最大加速度为 105cm/s^2 ，相当于宫城县冲 (N-S) 校正地震记录加速度峰值的 0.396 倍。图 25.4.11 表示了实测与计算的顶层位移时程曲线。从图 25.4.11 可见，试验反应与数值分析在地面运动开始输入的 2s 内的相关性是很好的。但超过 2s 后，分析曲线偏离试验曲线将近一倍，这是由于理论分析的开裂荷载比试验结果要低，当按实际开裂荷载计算后，在图 25.4.11 中的点划线与试验曲线（虚线）就比较吻合。

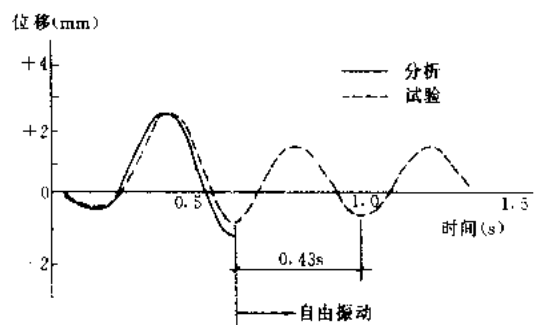


图 25.4.10 PSD-1 试验结构顶层位移反应的时程曲线

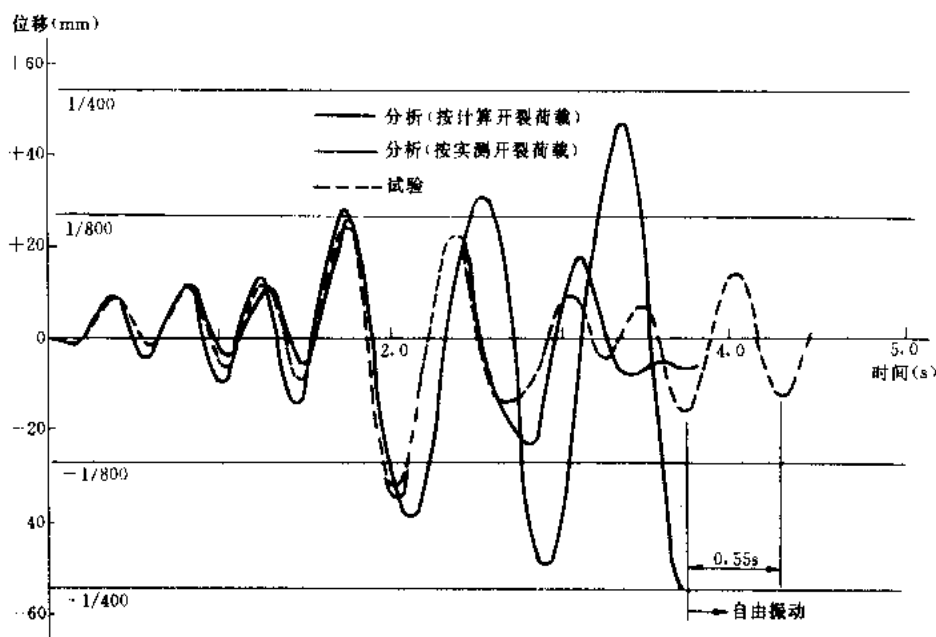


图 25.4.11 PSD-2 试验时结构顶层位移反应时程曲线

试验是用指定的地面运动的前 3.8s 完成的，而在延续的另外 0.7s 是自由振动，自振周期为 0.55s，这是弹性阶段自振周期 0.43s 的 1.28 倍。

试验中裂缝发生在剪力墙的底部、边界梁和板上。

3) PSD-3 试验，以达到结构塑性变形的 3/400 层间变形转角为试验加载的控制值。

用校正后的 1952 年塔夫特 (Taft, E-W) 地震记录输入，最大地面运动加速度为 320cm/s^2 (为实际最大幅值的 0.962 倍)，如图 25.4.12 所示。

图 25.4.13 表示了 PSD-3 试验时结构顶层位移反应的时程曲线。在曲线的前 4s 时间内试验与分析结果非常接近, 在 4.5s 时结构顶层的最大位移为 240mm, 相应的转角为 1/91。在以后的时间内试验曲线超过分析曲线约 24%。试验与分析两者的误差在于过高估计了 Takeda 模型滞回环的面积, 在分析中过大的滞回环引起了更大的滞回阻尼, 结果使变形变小。在地面运动输入 10s 以后, 试验结构又继续自由振动, 这时自振周期延长为 1.16s。

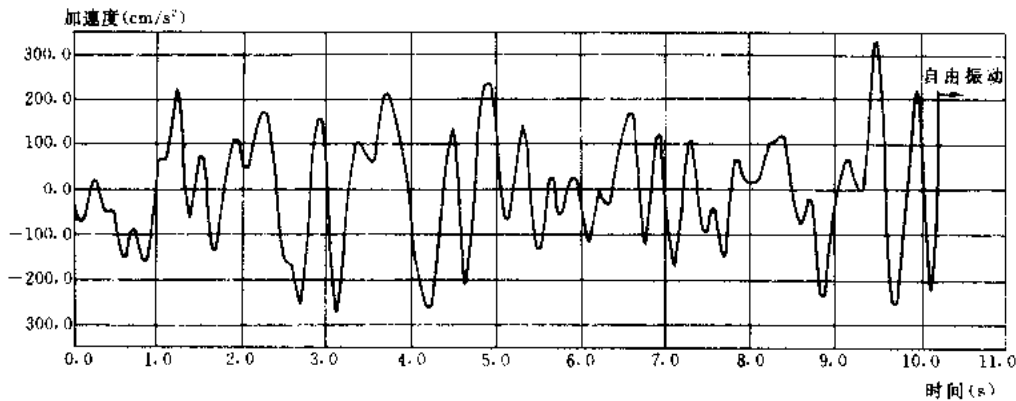


图 25.4.12 PSD-3 试验时输入地面运动加速度时程曲线

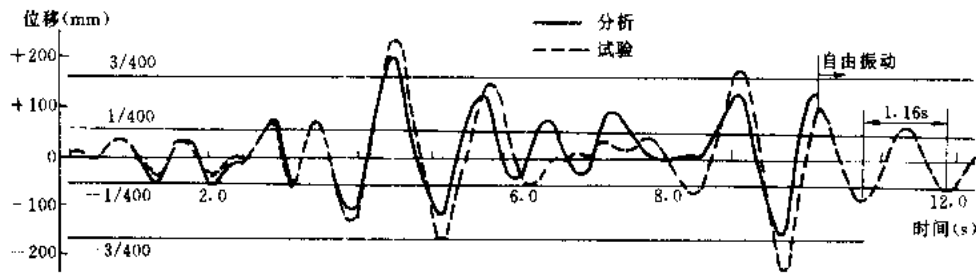


图 25.4.13 PSD-3 试验时结构顶层位移反应时程曲线

在 PSD-3 试验期间, 剪力墙底部发生许多剪切和弯曲裂缝, 从剪力墙到梁边界连接处的混凝土有碎片剥落, 柱端混凝土开始压碎。

4) PSD-4 试验, 控制层间变形转角为 1/75。

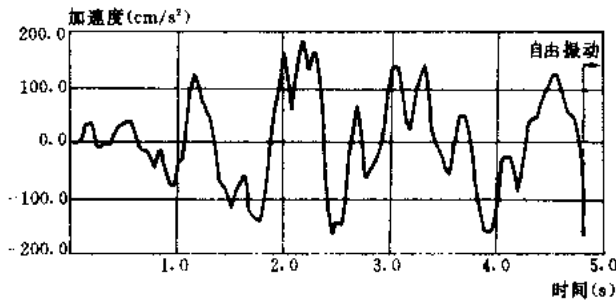


图 25.4.14 PSD-4 试验时输入地面运动加速度时程曲线
(加速度单位: cm/s^2)

输入地面运动为 1968 年十胜冲 (E—W) 分量, 最大加速度为 350cm/s^2 (为实际最大幅度的 1.914 倍), 如图 25.4.14 所示。

图 25.4.15 表示了实测与计算的在 PSD-4 试验时顶层位移反应时程曲线。由图 25.4.15 可见, 在整个时间历程内试验与分析的曲线几乎是相同的, 试验时正负方向各自的最大转角为 1/64 和 1/68。

试验时没有观测到新的裂缝。

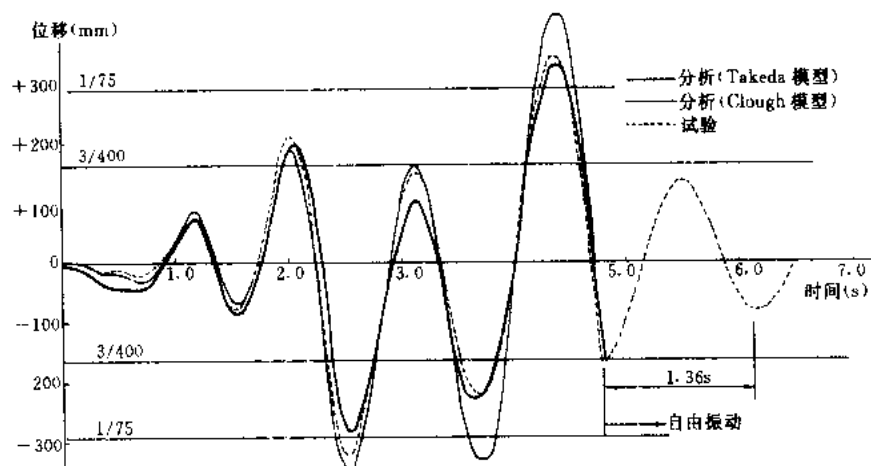


图 25.4.15 PSD-4 试验时结构顶层位移反应时程曲线

但原有裂缝有很大的发展，在最大位移的平面内边柱底部弯曲裂缝宽度为 4mm，剪切裂缝扩展到剪力墙，裂缝宽度超过 1mm。在试验中边梁继续严重破坏，与剪力墙联结处的混凝土剥落，第 6 层的梁中钢筋屈曲。

在联机试验的最后阶段又进行自由振动试验，测得结构自振周期为 1.36s，是弹性阶段自振周期的 3 倍。图 25.4.16 为 PSD-4 试验时结构顶层位移和基底剪力的关系曲线。

由 PSD-1 到 PSD-4 这四个阶段试验结果列于表 25.4.2。

从表 25.4.2 所列试验结果可以得到几点结论：

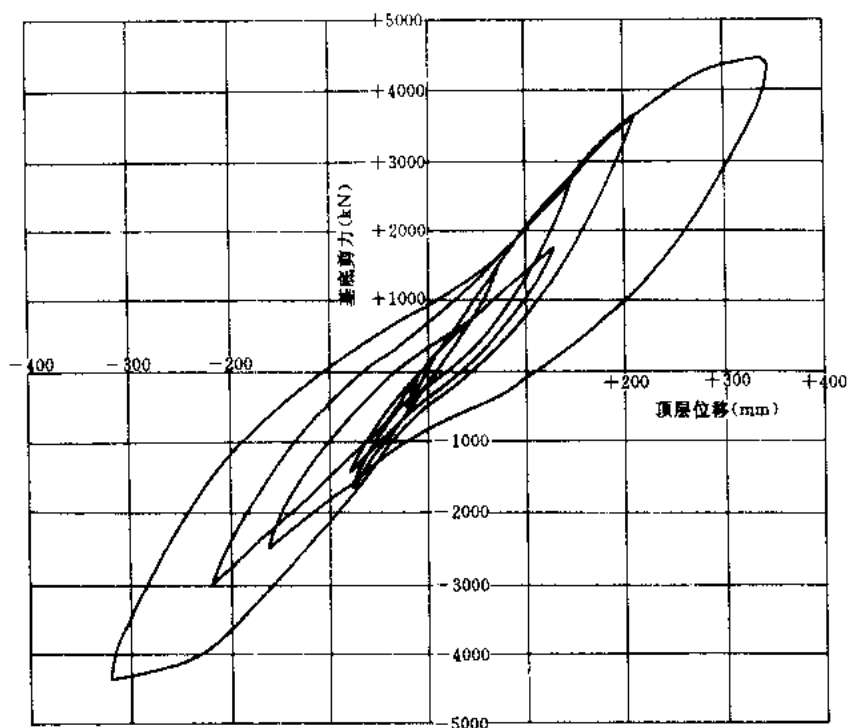


图 25.4.16 PSD-4 试验时结构顶层位移和基底剪力的关系曲线

联机试验的结果

表 25.4.2

试验次序	试验条件	试验结果	试验次序	试验条件	试验结果
PSD-1	宫城县冲 (NS) 校正地震记录 $A_{max} = 23.5\text{cm/s}^2$ $\xi = 0\%$ $\Delta t = 0.01\text{s}$ $\delta_0 = \pm 3\text{mm}$ $R_0 = \pm 1/7000$	$\delta_t = 2.5\text{mm}$ $R_t = 1/8600$ $V_t = + 315\text{kN}$ $- 153\text{kN}$	PSD-3	塔夫特 (EW) 校 正地震记录 $A_{max} = 320\text{cm/s}^2$ $\xi = 0\%$ $\Delta t = 0.01\text{s}$ $\delta_0 = \pm 163\text{mm}$ $R_0 = \pm 3/400$	$\delta_t = + 238\text{mm}$ $- 223\text{mm}$ $R_t = + 1/91$ $- 1/97$ $V_t = + 4143\text{kN}$ $- 4093\text{kN}$
PSD-2	宫城县冲 (NS) 校正地震记录 $A_{max} = 105\text{cm/s}^2$ $\xi = 0\%$ $\Delta t = 0.01\text{s}$ $\delta_0 = \pm 55\text{mm}$ $R_0 = \pm 1/400$	$\delta_t = + 26\text{mm}$ $- 33\text{mm}$ $R_t = + 1/836$ $- 1/659$ $V_t = + 1944\text{kN}$ $- 2240\text{kN}$	PSD-4	十胜冲 (EW) 地震记录 $A_{max} = 350\text{cm/s}^2$ $\xi = 0\%$ $\Delta t = 0.01\text{s}$ $\delta_0 = \pm 290\text{mm}$ $R_0 = \pm 1/75$	$\delta_t = + 342\text{mm}$ $- 321\text{mm}$ $R_t = + 1/64$ $- 1/68$ $V_t = + 4325\text{kN}$ $- 4390\text{kN}$

注: A_{max} 为输入地面运动最大加速度; ξ 为拟动力试验阻尼系数; Δt 为数值积分时间间隔; δ_0, δ_t 为结构顶层最大水平位移 (0 为目标, t 为实现); R_0, R_t 为最大顶点位移角 (δ /总高度); V_t 为总剪力 (底部剪力)

1) 由 PSD-4 试验所得图 25.4.16 结构顶层位移和基底剪力关系曲线可见, 二者之间保持有良好的恢复力特性。

2) 从试验结果与等效单自由度和多自由度体系分析的典型结果进行比较, 如图 25.4.17 (a, b) 所示结果, 表明等效单自由度和多自由度体系的位移、弯矩反应分析比较一致, 但与试验结果比较略有误差, 同时注意到结构顶层位移与基底倾覆力矩二者反应的时程趋势极为相似。由图 25.4.17 (c) 的基底剪力时程曲线表明等效单自由度的分析与试验结果也稍有误差, 但与按多自由度分析的结果有较大差别, 这主要是由于高振型, 尤其是第二振型的影响起着主要的作用。

3) 结构的变形从弹性到塑性的发展与假定的变形型式一致。

4) 由于结构布置有连续的抗震剪力墙, 因此每层层间的变形大体相同, 结构破坏并非集中在某一楼层。

由此可以认为, 对于基本振型起主要作用的结构体系, 采用等效单自由度体系进行联机试验 (即拟动力试验) 是适合的, 它是一个可以接受的简便而实用的试验方法。

2. 两层两跨钢筋混凝土框架拟动力试验

(1) 试验概况

图 25.3.12 表示框架模型的结构尺寸及配筋情况。该模型按缩尺比例 1:2.5 设计, 跨度为 202.5cm, 上、下层层高分别为 115cm 和 123cm。为了实现梁端塑性铰转移, 梁中部分纵筋在离柱表面 15cm 处交叉弯起, 形成潜在塑性铰区。整个模型按强柱弱梁原则设计, 构造配筋按二级抗震要求设置。模型材料性能见表 25.4.3。

试验中用水平荷载来模拟地震作用, 由位移控制, 按两个自由度体系进行拟动力试验: 通过施加不变轴力来模拟重力作用, 边柱轴力 150kN, 中柱轴力 250kN。试验量测数据包括层位移、层恢复力、钢筋应变、节点转角、节点剪切变形以及钢筋粘结滑移等。在地震反应试验前, 首先进行单自由度的弹性脉冲试验, 以确定能量修正系数; 随后进行两个自由度的模型地震反应拟动力试验, 此时输入 EL-centro 1940NS 地震动加速度记录。试验中逐次增大地震波的加速度峰值, 相应的加速度峰值依次为 $0.05g, 0.2g, 0.4g$ 和 $0.5g$ 。试验模型的参数如下, 阻尼比取 $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.05$, 层质量 $m_1 = m_2 = 47000\text{kg}$, 每步执行时间为 3700ms。

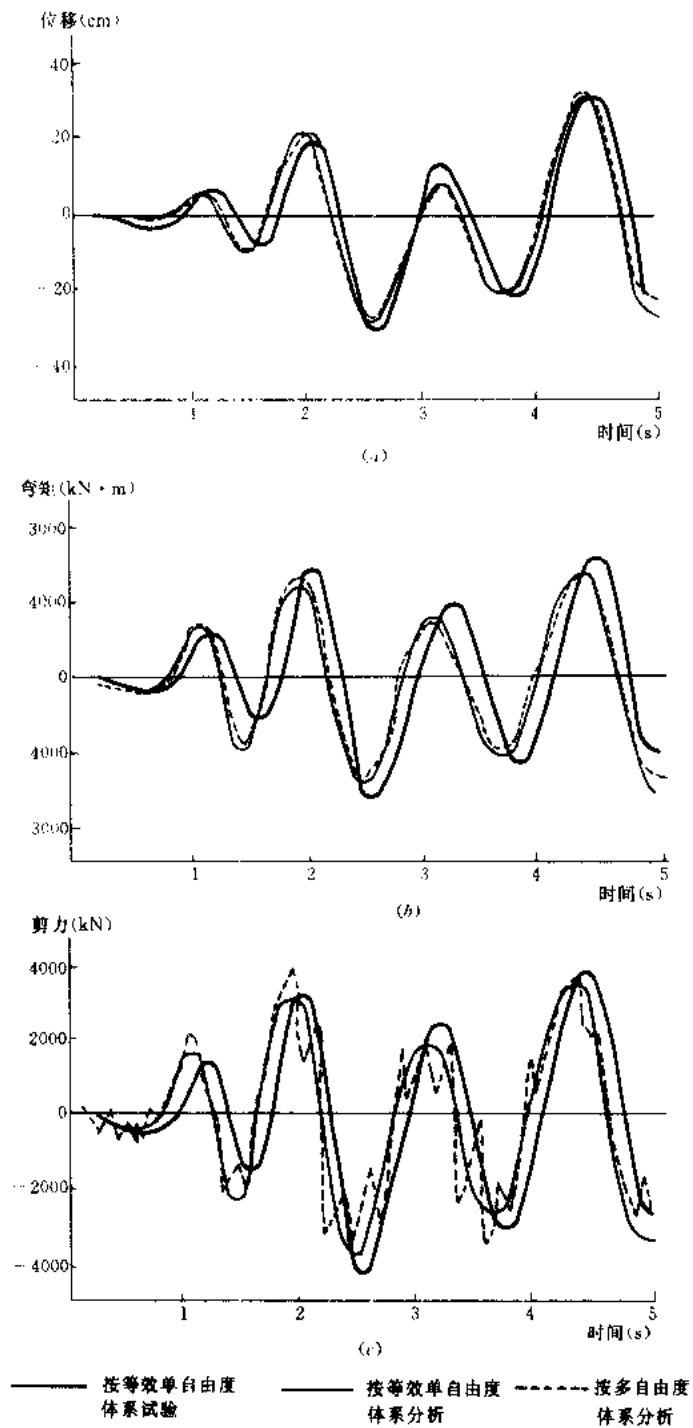


图 25.4.17 等效单自由度、多自由度的
分析和等效单自由度试验结果比较
(a) 结构顶层位移时程曲线;
(b) 基底倾覆力矩时程曲线;
(c) 基底剪力时程曲线

混凝土	钢 筋			
$R (\times 10^5 \text{Pa})$	直 径	$f_y (\times 10^5 \text{Pa})$	$f_{yk} (\times 10^5 \text{Pa})$	$E_s (\times 10^{11} \text{Pa})$
373	Φ 12	4067	6108	2.107
	Φ 14	3812	5858	
	Φ 16	3070	4656	

(2) 试验结果与分析

图 25.4.18 表示单顶弹性脉冲试验的位移时程反应曲线, 期望曲线与实测曲线十分符合, 这表明该联机系统具有良好的控制精度。

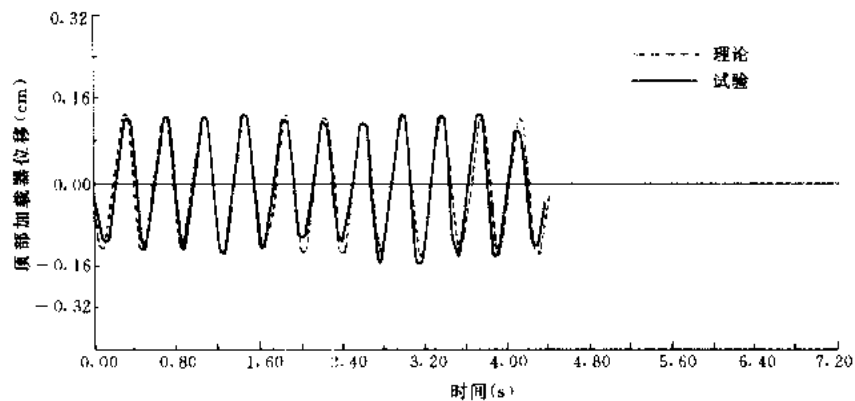


图 25.4.18 脉冲试验位移时程曲线

图 25.4.19 描绘了试验模型在地震作用下的裂缝发展及其破坏形态。从试验过程看, 当输入地震波峰值加速度 $A_{0\max} = 0.05g$ 时, 结构基本处于弹性状态, 仅在底层柱根部有微小裂缝出现。相应的位移时程反应曲线如图 25.4.20 所示, 其中较大的位移反应与 EL-centro 地震波的两组高波峰相对应。图 25.4.21 表示这级荷载下结构底层的层间恢复力曲线。该曲线基本上成直线分布, 表明结构处于弹性状态, 这与宏观现象一致。

当输入加速度峰值 $A_{0\max} = 0.2g$ 时, 在底层柱根部以及顶层和底层梁中塑性铰转移处产生较明显的弯曲裂缝, 而且底层中柱根部裂缝又进一步形成弯剪斜裂缝。试验结束后,

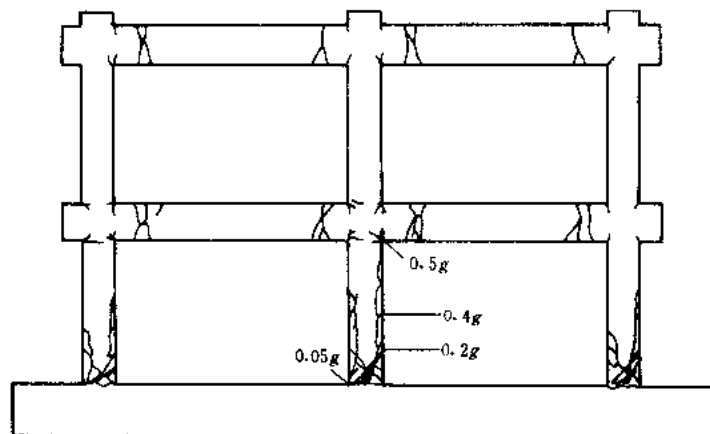


图 25.4.19 结构破坏形态

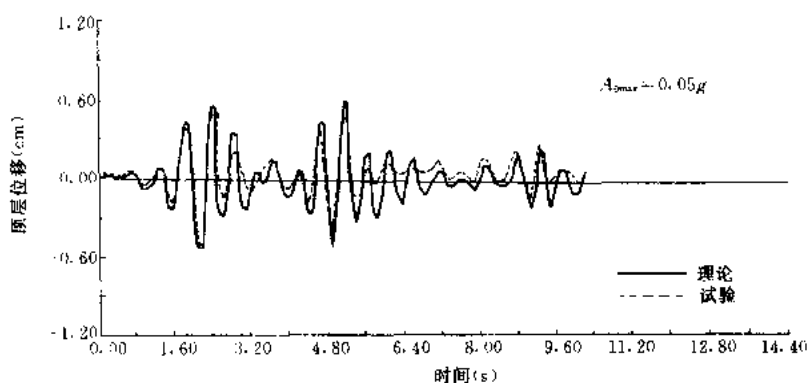


图 25.4.20 结构位移时程反应曲线 (当 $A_{0max} = 0.05g$)

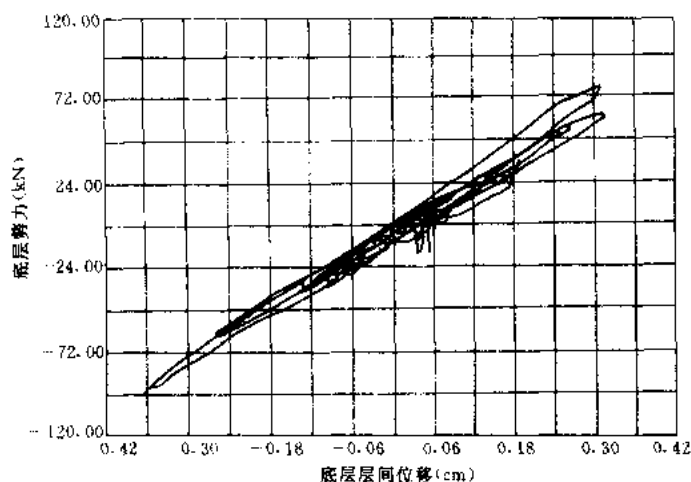


图 25.4.21 结构层间恢复力曲线 (当 $A_{0max} = 0.05g$)

结构复位, 绝大多数裂缝能够闭合, 就整体而言, 结构并未产生严重破坏。图 25.4.22 表示相应的结构顶层位移时程曲线, 与图 25.4.21 相比, 振动周期变长、振动次数略有减少。图 25.4.23 为结构底层层间恢复力曲线, 根据滞回曲线可知, 结构已进入屈服阶段。

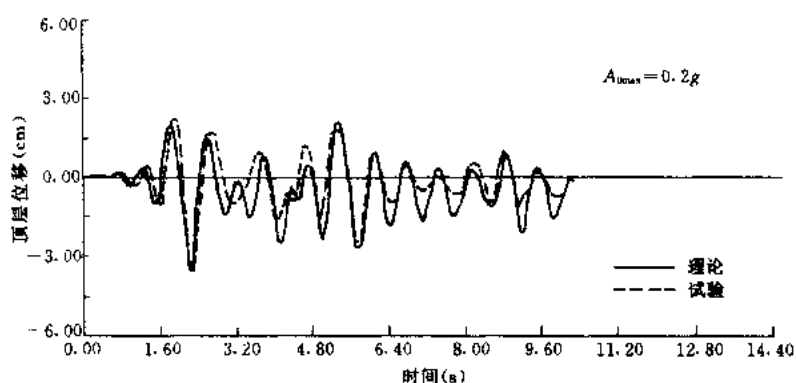


图 25.4.22 结构位移时程反应曲线 (当 $A_{0max} = 0.2g$)

当输入加速度峰值 $A_{0max} = 0.4g$ 时, 原有裂缝进一步发展, 底层两边柱根部出现弯剪斜裂缝。随着位移反应的增大, 结构反复位移次数的增多, 底层中柱根部的斜裂缝沿柱纵

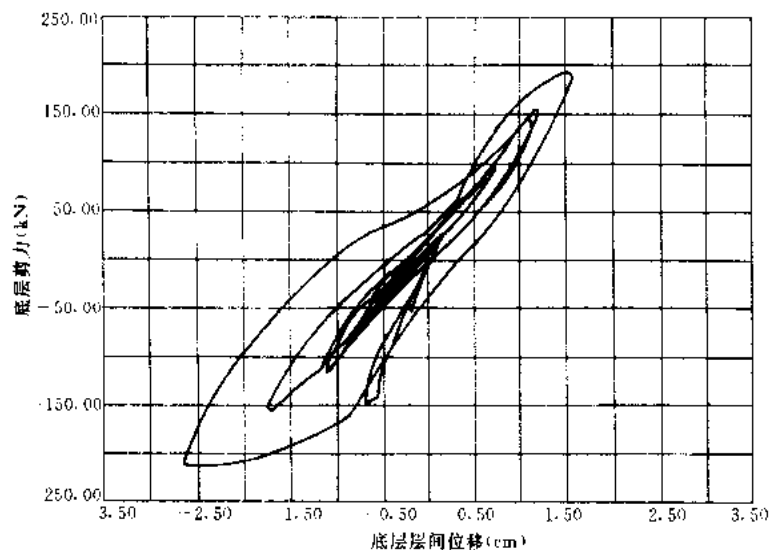


图 25.4.23 结构层间恢复力曲线 (当 $A_{max}=0.2g$)

筋向上发展, 导致钢筋与周围混凝土之间的粘结开裂。与此同时, 梁端出现微小弯曲裂缝, 节点核芯处出现沿对角线方向的混凝土斜裂缝。图 25.4.24 为结构顶层位移时程曲线。在前两级反应曲线中, 在两组较大位移反应峰值之间, 曾有一段小幅振荡区。而在本级加载中, 由于累积破坏及刚度衰减的影响, 原来的小幅振荡区基本上被大幅振荡所取代。这样在 1.6~6.4s 区段内就形成了一个连续的大幅值位移反应带, 使得结构破坏严重。图 25.4.25 为底层恢复力曲线, 由图可知, 此时结构已处于屈服后的强化阶段。

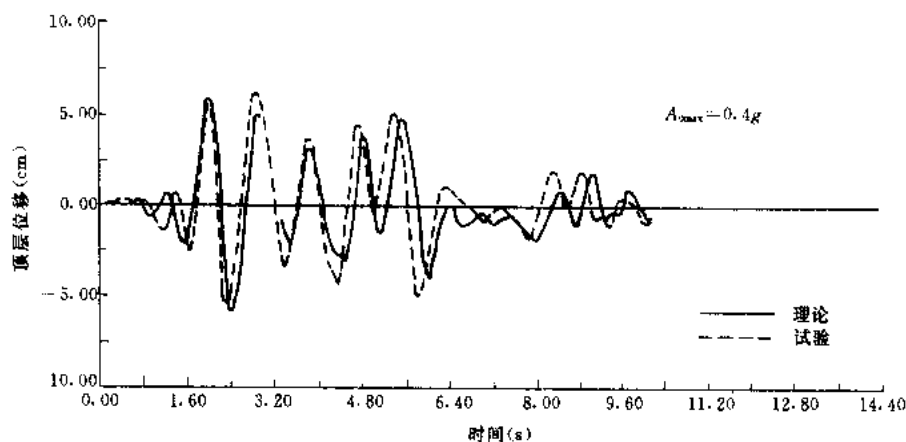


图 25.4.24 结构位移时程反应曲线 (当 $A_{0max}=0.4g$)

3. 东京大学具有偏心的单层单跨钢筋混凝土框架拟动力试验

如果质量中心和刚度中心不重合, 结构在强震作用下将产生水平和扭转耦联振动。近年来在日本发生几次强震, 某些钢筋混凝土结构房屋由于偏心而遭到严重破坏。日本东京大学工业技术研究所进行了具有偏心的单层钢筋混凝土框架按两个自由度体系的拟动力试验。模型取 1/4 比例, 单跨单开间, 即刚性板支承在四根钢筋混凝土柱上或加一片剪力墙。试验模型如图 25.4.26 所示。

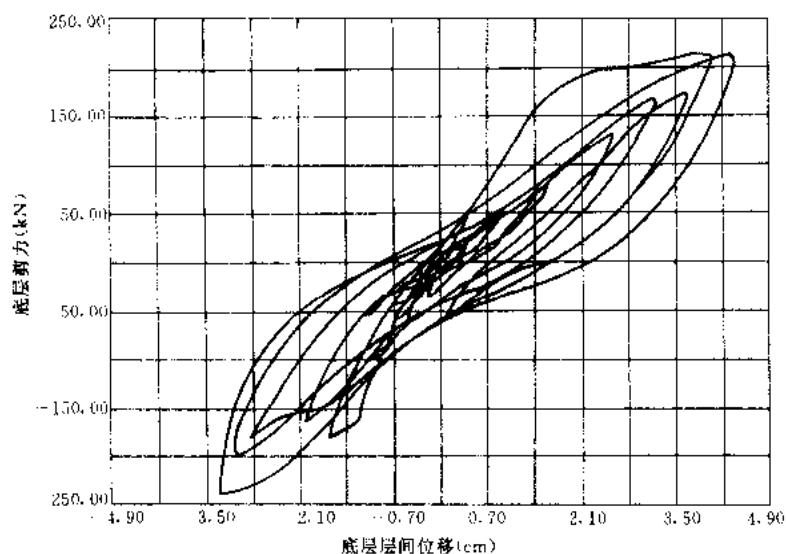


图 25.4.25 结构层间恢复力曲线 (当 $A_{0\max} = 0.4g$)

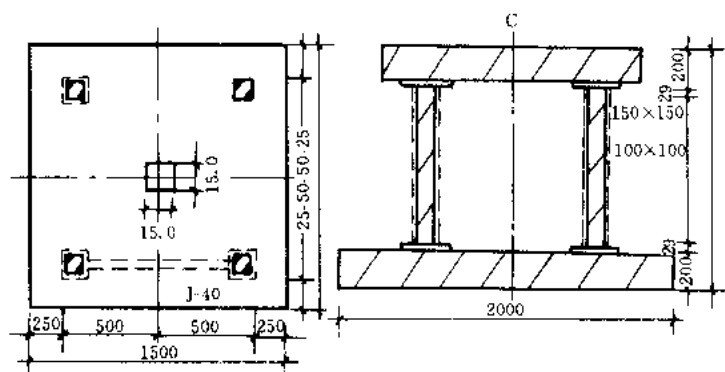


图 25.4.26 扭转耦联地震反应试验模型图 (mm)

模型共有四个, 其中一个无偏心。地震波只沿 x 方向输入。地震波采用 Hachinohe 1968NS 地面加速度记录。四个试验模型的偏心, 如图 25.4.27 所示。模型 EFU-01 的偏心率 $R_{ex} = R_{ey} = 0$; 对模型 EFU-11, $R_{ex} = 0.54$, $R_{ey} = 0$; 对模型 EWU-11, $R_{ex} = 3.34$,

框架	EFU-01	EFU-11	EWU-11	EFU-21
平面				
类型	四柱		三柱-墙	四柱
荷载方向	x 向			
扭转耦联	非	x 向耦联		x, y 向耦联

图 25.4.27 模型的偏心

$R_{ey}=0$ ；对模型 EFU-21, $R_{ex}=R_{ey}=0.18$ 。偏心率为偏心矩与楼面回转半径之比。框架层间强度与地震波加速度峰值之比 K_y/K_g 约为 1.0~1.2。模型偏心情况如图 25.4.27 所示。试验结果见表 25.4.4。

扭转耦联单层框架的拟动力试验结果

表 25.4.4

框架编号	刚度	设计参数					试验值			
		周期	(sec)	质量	极限承载力	比值	最大荷载 V (kN)	K_y/K_g	最大位移反应	
	K_x (K_y) (kN/cm)	T_x^{*1} (T_y)	T_1^{*2} T_2 T_3	M (kN·sec ² /cm) (t)	V_x (V_y) (kN)	K_y/K_g			X_1 (cm)	位移角 R
EFU-01	11.5 (11.5)	0.2 (0.2)	0.2 —	0.1167 (11.67)	4.2 (4.2)	1.21	43.7	1.26	2.33	1/39
EFU-11	34.9 (34.9)	0.2 (0.2)	0.26 0.15 —	0.3538 (35.38)	8.5 (8.5)	1.22	74.0	1.05	2.04	1/44
EWU-11	405.8 (11.5)	0.2 (1.19)	1.00 0.16 —	4.111 (411.1)	13.8 (4.2)	0.95	66.3	0.46	1.68	1/54
EFU-21	46.6 (46.6)	0.2 (0.2)	0.22 0.20 0.16	0.4724 (47.24)	10.1 (10.1)	1.20	105.2	1.25	1.62	1/56

注：*¹非耦联平移周期，*²扭转耦联周期。

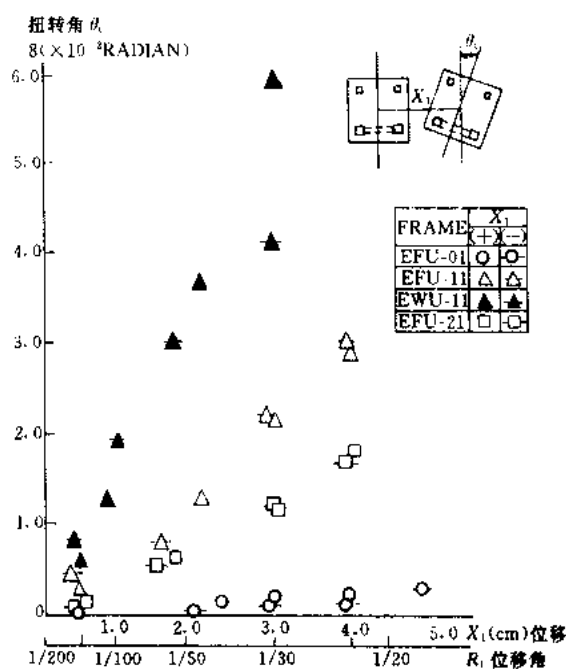


图 25.4.28 扭转角与水平位移间的关系图

图 25.4.28 表示扭转角与水平位移间的关系。从图 25.4.28 中可见,随着水平位移的增大,扭转角随之增大,而且结构偏心率愈大,扭转角则愈大。角柱位移随着框架偏心率的增加而明显增大,比平移振动的框架遭到更为严重的破坏。

模型 EFU-01 由于质心和刚心重合,不发生扭转,其破坏形态主要发生弯曲破坏,裂缝产生在柱上下两端。其他三个模型,由于偏心的缘故,在柱的中间部位发生由扭转引起的斜向剪切裂缝。通过上述试验表明,计算机—加载器联机的拟动力试验系统对研究扭转耦联钢筋混凝土结构的非线性地震反应是有效的,但推广应用于多自由度体系尚须加以改进。

25.5 结构模型的振动台模拟地震试验

一般说来,原型结构的振动试验只能获取结构物在小振幅情况下的动力特性,而结构物在强烈地震作用下往往已处在非弹性阶段。在原型结构上作非弹性试验或破坏试验,最好的办法是利用天然地震,但是既不可以随意控制,也难以预测何时发生地震,而且机会

很少。因此，在试验室内利用振动台做模型试验就成为抗震试验研究的另一种主要方法。这一方法虽然很早就被采用，但由于振动台规模的限制，早期主要是在小比例模型上做些弹性和非弹性的地震模拟试验。直到 60 年代中期开始，国外美、日等国家逐步建立起来为了做大比例尺模型破坏试验的模拟地震运动的振动台，大大推进了结构非线性地震反应研究工作。国内近些年来相继建成了中大型模拟地震振动台，积极开展室内模拟地震的结构模型试验研究工作。

25.5.1 地震模拟振动台

地震模拟振动台是为了在模型上再现地震作用的振动装置，它可以模拟地震时地面运动，相当于对结构模型基础按照一定地震波的要求施加一个地面运动。表 25.5.1 给出了已建成的主要的地震模拟振动台及其性能。

国内外已建成的主要地震模拟振动台

表 25.5.1

设置单位	推动方式	台面尺寸 (m)	台面重 (t)	最大载重 (t)	频率范围 (Hz)	最大位移 (mm)	最大速度 (cm/s)	最大加速度 (g)	激振力 (kN)
中国水利 水电科学 研究院	油压	5×5	25	20	0.1~120	X: ±400 Y: ±400 Z: ±300	40 40 30	1.0 1.0 0.7	—
中国同 济大学	油压	4×4	10	15	0.1~50	X: ±1000 Y: ±500	100 60	1.2 0.8	—
美国加 州大学伯 克利分校	油压	6.1×6.1	40.8	45.4	0~24	X: ±152 Z: ±51	63.5 25.4	0.67 0.22	X: 225×3 Z: 113×4
美国陆 军工程队	油压	3.7×3.7	6	5.4	0.01~200	X: ±140 Z: ±70	—	X: 22 Z: 30	X: 340×6 Z: 410×9
日本原 子能工程 试验中心	油压	15×15	400	1000	0~30	X: ±200 Z: ±100	75 37.5	1.8 0.9	X: 30000 Z: 33000
日本国 立防灾研 究中心	油压	15×15	160	X: 500 Z: 200	0~50	±30	—	X: 0.55 Z: 1.0	900×4
日本建 设省土木 研究所	油压	6×8	—	100	0~30	±75	60	0.7	250×4
日本电 力中央研 究所	油压	6×6.5	25	120	0.1~20	±50	—	1.0	300×4
日本科 学技术省 防灾技术 研究中心	油压	6×6	25	75	0~50	X: ±100 Y: ±100 Z: ±50	80 80 60	1.2 1.2 1.0	1000
日本三 菱重工高 砂研究所	油压	6×6	20	100	0~50	±50	—	1.0	X: 300×2 Y: 300×2
日本石 川岛(播 磨)重工 业公司	油压	4.5×4.5	20	35	0.1~50	X: ±100 Y: ±100 Z: ±67	75 75 50	1.5 1.5 1.0	2320
日本鹿 岛建设技 术研究所	油压	4×4	8.5	20	0~30	X: ±150 Z: ±75	—	X: 1.2 Z: 2.0	X: 100×4 Z: 200×4

续表

设置单位	推动方式	台面尺寸 (m)	台面重 (t)	最大载重 (t)	频率范围 (Hz)	最大位移 (mm)	最大速度 (cm/s)	最大加速度 (g)	激振力 (kN)
日本港湾技术研究所	电动	4×3.5	10	30	1~100	±50	—	0.45	180
前苏联水工研究所	油压	6×6	25	50	0.1~100	X: ±100 Y: ±100 Z: ±75	60 60 50	1.2 1.2 1.0	1000
南斯拉夫 Kiriand Metodij 大学	油压	5×5	30	40	1~30	X: ±125 Z: ±50	6 38	0.67 0.40	

振动台由激振器、台面、控制器、油源等几部分组成,如图 25.5.1 所示。台面尺寸是根据期望的最大尺寸的结构模型和振动台投资规模等因素而定,目前世界上已建成的最大尺寸的振动台是日本防灾中心的 15m×15m 的大型单向振动台。而能做水平和垂直双向同时振动试验的则是美国加州大学的 6m×6m 的地震模拟台,日本原子能中心也建造了 15m×15m 的双向振动台。建造一个地震模拟台,特别是能做原型结构破坏的台子,投资是很大的。

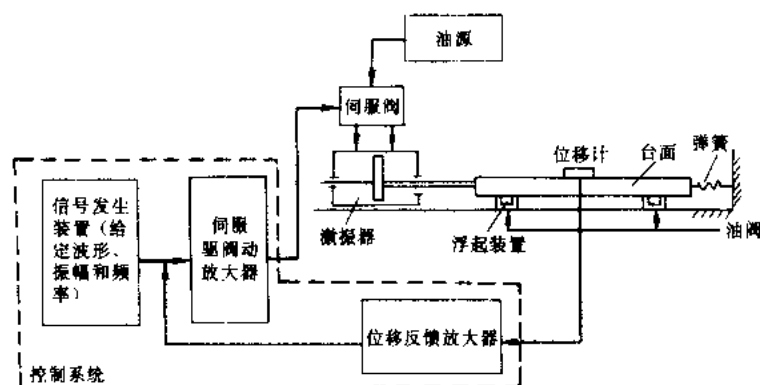


图 25.5.1 振动台组成框图

目前采用的振动的驱动系统有两种,一种为电磁式激振器,一种是电液式激振器。激振器的推力取决于可动质量和最大加速度。地震模拟台的特点是需要低频、大出力,因此多数均采用电液伺服系统来推动,如表 25.5.1 所示。电磁台的优点是波形失真小,但体积大、重量重;而电液台波形失真较大,但体积小、重量轻,在低频时能出大推力。电液台低频性能好,频带在 0~80Hz,适于自振频率较低的大模型试验;电磁台频带宽,在 5~1000Hz 左右,适用在小模型和高次振型的试验。

目前地震模型台有两种控制方法:模拟控制和数字计算机控制。模拟是采用闭环位移反馈系统属于位移误差跟踪模拟控制;数控是利用计算机将输入和台面的反应之间的传递函数求出,计算机来修正输入指令信号再输入到模拟系统中去,以达到台面反应的谱与原始输入讯号的谱相一致,图 25.5.2 是一种控制系统的框图示例。图 25.5.3 是三向振动台示意图。

25.5.2 试验方法

1. 地震模拟标准

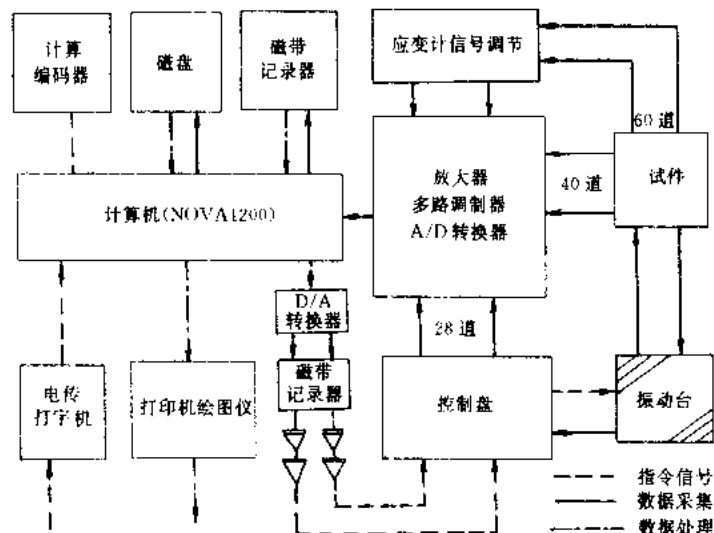


图 25.5.2 振动台控制框图示例

地震环境即地震时的地面运动是一个宽带的非平稳的随机运动过程，一般持续时间在15~30s，强度约0.1~0.6g，频率范围在1~25Hz。地震模拟标准可有下面两种不同形式：

(1) 时间历程一致：它要求振动台输出的时程曲线与所要求的时程曲线（包括振幅、频率和持续时间）应一致或在允许的误差以内。试验时采用的振动时程曲线可以是任意波也可以是正弦波，根据试验目的而定。这种任意波，试验者可以按照试验要求来设计人工地震波，也可以采用某次地震的实际强震加速度记录。事实上一个典型地面运动是多频的。

(2) 功率谱一致：要求振动台给出的振动的功率谱与所要求的运动的功率谱一致或者在指定的试验误差以内。

2. 试验控制方法

要想在振动台上实现上述要求，则必须采用必要的分析与控制仪器，使得台面运动的时程曲线或功率谱同要求的相一致，在此条件下获得适宜的输入波。为达到这一目的可以采用模控和数控两种方式。

(1) 模控：对于任意波形试验，如图25.5.4所示，基本控制设备包括一个任意波形合成器和一个谱分析仪。合成器由串联的电子振荡器组成，单个振荡器输出相加后产生一个任意波形，通过放大后加给激振器。任意波形的特性可以通过改变振荡器的幅度和相位来控制。由谱分析仪把台面输出响应的谱分析出来并与要求的谱相比较。这样反复通过任意波合成器输出迭代调整的方法来校正合成谱的偏

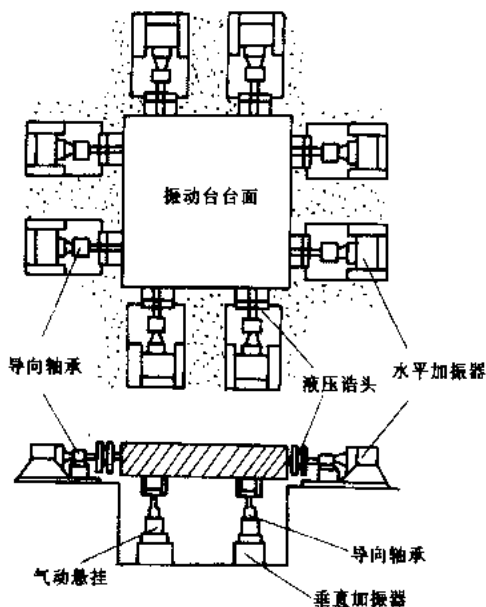


图 25.5.3 三向振动台布置示意图

差达到要求的程度。在模拟控制中需要通过人工调整来建立试验系统的传递函数，并靠人工操作修正驱动信号，这显然是比较麻烦的。

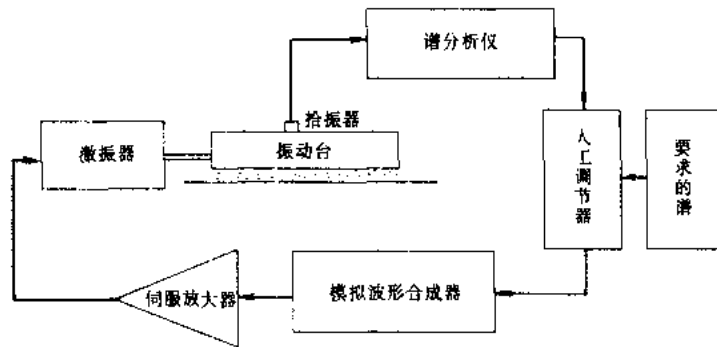


图 25.5.4 模控试验框

(2) 数控：数控试验可以采用“传递函数均等法”，包括以下几个步骤。

首先给定试验参数，即要求的振动的幅值、功率谱 $[S(\omega)]$ 、持续时间以及回路的电参数如功率放大器的增益、传感器的灵敏度等等。

第二步确定传递函数。系统的传递函数 $H(\omega)$ 定义为

$$H(\omega) = A(\omega)/E(\omega) \quad (25.5.1)$$

式中 $A(\omega)$ 是输出响应（位移或加速度反馈信号）的傅氏变换， $E(\omega)$ 是输入控制电压信号的傅氏变换。传递函数的计算可由计算机或数据处理机自动完成。

第三步确定驱动输入讯号。

$$E(\omega) = A(\omega)/H(\omega) \quad (25.5.2)$$

实用上这一计算常利用功率谱来表达为

$$S_E(\omega) = S_A(\omega)/|H(\omega)|^2 \quad (25.5.3)$$

式中， S_E 和 S_A 分别为输入和输出信号的功率谱。开始传递函数是未知的，要取一个试用的传递函数 $H_0(\omega)$ ，它可以用稳态正弦或随机激振法得到。第一步中已知试验要求的振动即已知所要求的输出响应 $A_R(\omega)$ 。于是就得到了第一个输入量值：

$$E_1(\omega) = A_R(\omega)/H_0(\omega) \quad (25.5.4)$$

以 $E_1(\omega)$ 做驱动便可得到响应 $A_1(\omega)$ 并可求得传递函数 $H_1(\omega)$ ，又可得到第二次输入量值

$$E_2(\omega) = A_1(\omega)/H_1(\omega) \quad (25.5.5)$$

这样循环几次，不断调整 $H_i(\omega)$ ，直到输出信号的功率谱与所要求的一致为止。此时的 $E_i(\omega)$ 就是我们要求的输入驱动信号。

上述工作均由计算机进行，一般试验表明迭代三次左右就可以得到满意的结果。图 25.5.5 是这种控制过程框图。

3. 量测

振动台试验的量测仪器有加速度、速度、位移和应变等传感器及其放大器与记录仪器。

振动台模型试验的测点和参数一般比较多，要有较好的数据采集和分析设备，这一工作均由计算机来完成。可以是脱机处理或联机处理，联机处理时由模型上各类传感器输出

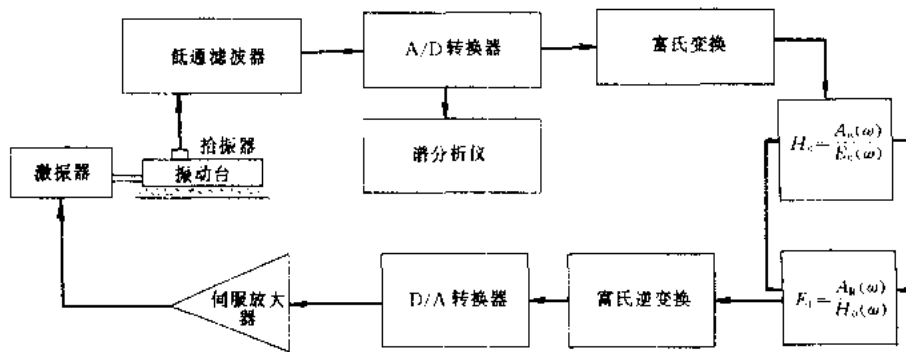


图 25.5.5 数控试验框

的数据直接经采集系统输给计算机并按照规定的程序分析出所要的结果；脱机处理则要配有多通道磁带记录仪把数据先记录在磁带上，然后再回放给计算机处理。

25.5.3 结构模型地震反应的振动台试验实例

1. 两层单跨钢筋混凝土框架结构振动台试验^[14]

为了弄清振动台试验与拟动力试验之间的关系，比较二者试验结果，美日联合研究计划中特意安排了一组两层钢筋混凝土框架结构的对比试验，模型比例取原型的 1/2，模型共为 4 个，振动台试验和拟动力试验各进行 2 个。模型尺寸及其配筋如图 25.5.6 所示。输入的地震波采用 1978 年日本 Miyagi-ken-Ohi 地震记录。试验在日本建设省建筑研究所的振动台上进行，本节只限于讨论振动台试验的结果，有关拟动力试验的结果见 25.5.4 节。

振动台试验的主要结果列于表 25.5.2 中。

图 25.5.7 表示了在 DR10 和 DR20 试验中根据层间剪力与层间位移的滞回环所求的平均层间刚度的变化规律。从图 25.5.7 可见，DR20 试验的层间刚度远小于 DR10 的试验。在 DR20 试验中结构已发生屈服。该振动台模型试验结果表明：①滞变阻尼对结构反应的影响要大于粘性阻尼的影响；②结构刚度和

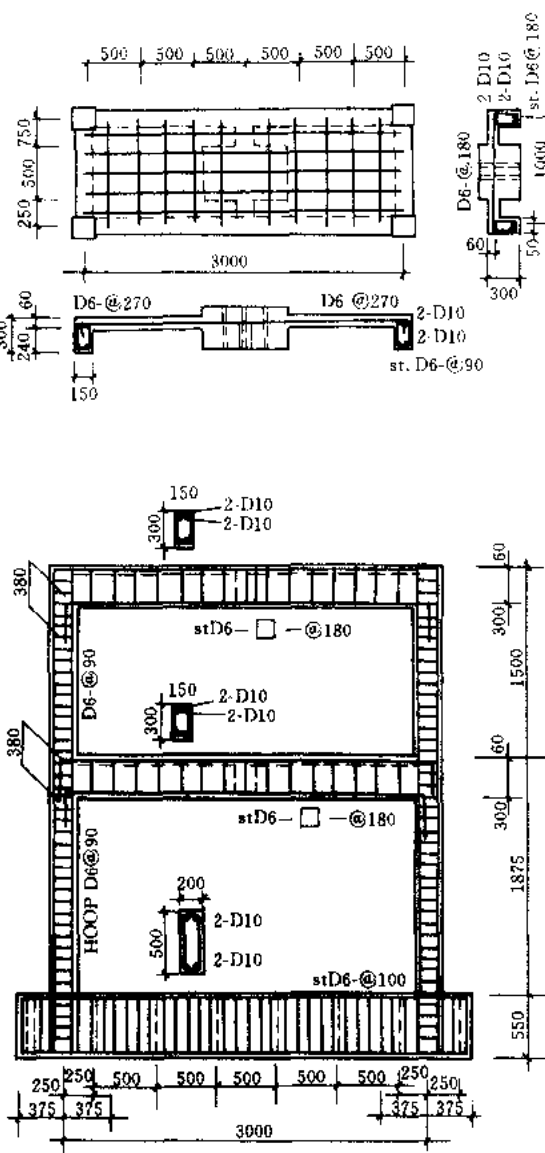


图 25.5.6 二层框架模型图 (单位: mm)

强度对地震反应的影响是相当关键的；③如果在分析中采用了实测的结构刚度和强度，并考虑了应变速度的影响，则分析结果与实测值吻合良好，如图 25.5.8 所示基底剪力与一层层间位移滞回曲线及层间位移时程曲线。

二层框架振动台试验结果 表 25.5.2

输入加速度峰值	位 移 (mm)				最大剪力 (kN)	自振周期 (sec)	阻尼比 ζ (%)
	最 大		峰点至峰点				
	一层	顶层	一层	顶层			
DR10	-8.2	+11.3	15.7	23.8	+47	0.33	3.9
212gal	-7.5	-11.5			-48		
DR20	+36.5	-48.5	65.5	98.6	+80	0.46	6.0
555gal	29.0	-50.1			-70		

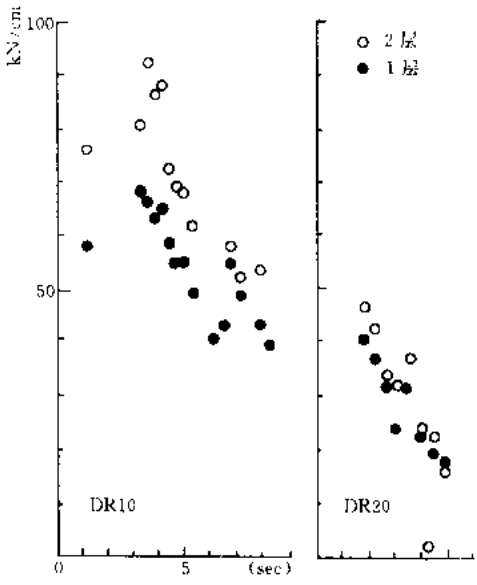


图 25.5.7 模型 D-1 平均层间刚度的变化图

2. 七层钢筋混凝土框架—剪力墙结构振动台试验

美日两国联合研究七层钢筋混凝土框架—剪力墙结构的抗震性能。美国伯克利加州大学进行了比例为 1/5 的钢筋混凝土框架—剪力墙结构模型的模拟地震振动台试验，以便能与在日本建设省建筑研究所进行的足尺结构拟动力试验结果相比较。试验的足尺结构平面与剖面图见图 25.4.7 所示。试验时振动台的输入信号分别采用 Miyagi-ken-Ohi 1978 NS (MO) 和 Taft 1952 (T) 的地面加速度记录。根据模型相似关系，时间坐标比取为 $\sqrt{5}$ 。Miyagi-ken Ohi 1978 NS 和 Taft 1952 地震波原记录的持续时间分别为 45s 和 30s。

1/5 比例模型的模拟地震反应试验主要结果列于表 25.5.3 中。

1/5 比例模型地震反应试验主要结果 表 25.5.3

序号	试验编号	输入加速度峰值	频率和阻尼比		最大顶点位移 H%	最大反 应			
			试验前	试验后		最大剪力%G		最大倾覆力矩 GH%	
						结构	墙	结构	墙
1	MO9.7	Miyagi-ohi 9.7%g	4.75Hz 1.44%	—	0.09	17.5	14.0	11.5	6.4
2	MO14.7	Miyagi-ohi 14.7%g	3.41Hz 3.7%	—	0.20	27.3	21.0	18.2	8.8
3	MO24.7	Miyagi-ohi 24.7%g	—	2.63Hz 6.9%	0.61	41.7	29.6	27.1	11.5
4	MO28.3	Miyagi-ohi 28.3%g	2.63Hz 6.9%	2.50Hz 7.5%	0.93	46.8	31.4	30.9	11.5
5	T39.6	Taft 39.6%g	2.56Hz 7.5%	2.33Hz 7.7%	1.47	50.8	33.7	33.7	9.0
6	T46.3	Taft 46.3%g	1.96Hz 8.3%	—	1.83	47.8	28.4	30.5	6.7

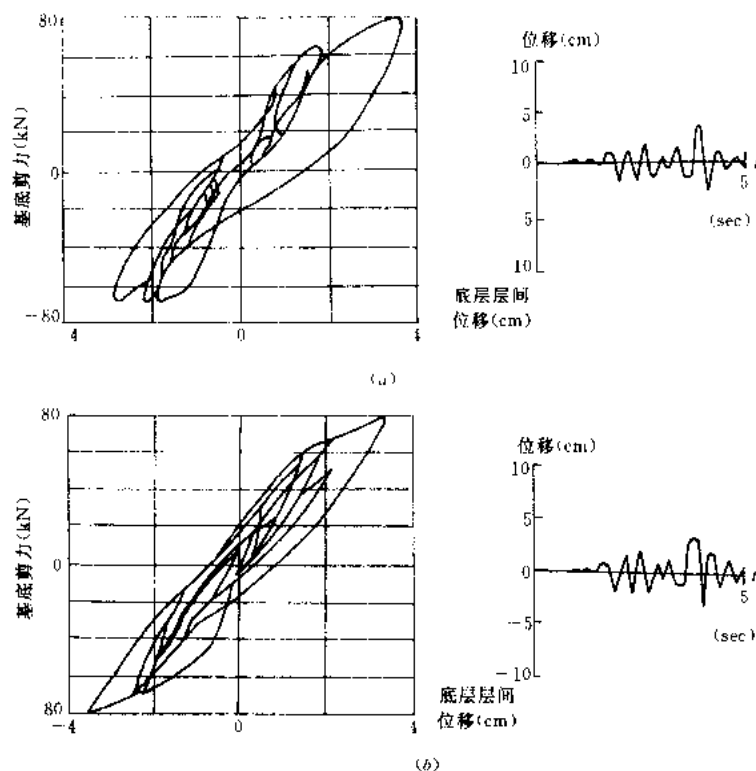


图 25.5.8 模型 D-1 试验与分析的滞回曲线的比较

(a) 振动台试验结果; (b) 分析结果

表 25.5.3 中的频率值是根据自由振动试验测得的。本项试验进行了 62 次, 前 42 次是试探性的。包括了谐波振动、自由振动和输入低加速度峰值地震波的振动台试验。随后进行了 10 次振动台试验, 逐次加大输入地震波的加速度峰值, 直到剪力墙根部完全发生弯曲破坏为止。然后, 对剪力墙底部破坏部位进行修复, 又进行 10 次试验。在表 25.5.3 的 T39.6 这次试验之后, 剪力墙已发生严重破坏, 并进行了修复。表 25.5.3 中的 T46.3 这次试验是本项试验计划中的最后一次, 使结构产生较大的位移, 并且结构已严重破坏。

图 25.5.9 表示 1/5 比例模型地震反应试验实测的底部剪力与顶点位移的包络线, 同时也表示出足尺结构拟动力试验的实测结果和根据 1979UBC 规范及 ATC3—06 暂行规定所要求的最小刚度和承载力。

从图 25.5.9 中可见, 模型具有良好的抗震性能, 它的刚度、承载力和耗能能力都超过 UBC—79 规范和 ATC3—06 暂行规定所要求的数倍。在顶点位移达到 1.8% 模型高度的情况下 (此时最大层间位移发生在首层, 其值为 2.4% 层高) 抵抗剪力和倾覆力矩的能力仍能维持, 而总共经历了五十多次循环后其耗能能力也仍能维持。

有意思的是, 在 1/5 比例模型振动台试验以前所作的理论分析结果与实测反应不相一致, 特别是整个结构的抗侧力的极限承载力方面差别较大。结构承载力的理论值低于实测值较多, 产生差异的主要原因有二: ①板中钢筋对框架梁的承载力有明显影响, 在原有分析中未考虑, 从而低估了框架梁的承载力; ②结构的三维空间性能显著地提高了结构抗侧力承载力。为了探讨实测最大承载能力高于计算值的原因, 曾利用极限平衡方法, 按以下三种不同的假设机构进行了分析: ①假定剪力墙根部截面屈服后所形成的塑性铰绕剪力墙

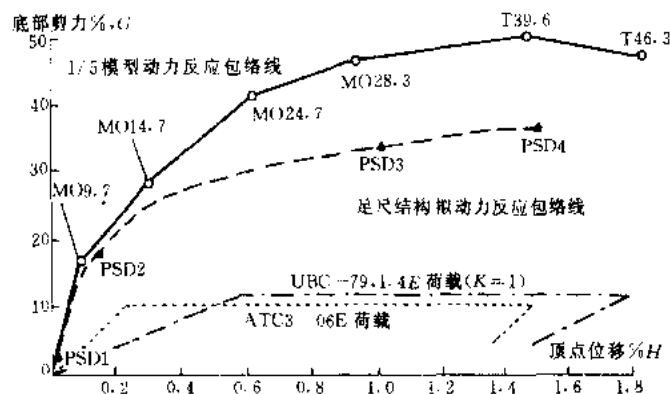


图 25.5.9 底部剪力—顶点位移包络曲线图

— 1/5 比例模型振动台试验, - - 足尺结构拟动力试验, 按 UBC-79 规范, 按 ATC3-06 暂行规定

中心轴转动。在此假定下,垂直于剪力墙的横梁不参与工作,即未考虑三维空间工作。②假定剪力墙根部截面屈服后,墙的两边侧将发生较大垂直位移,并认为一侧受拉,另一侧受压,二者位移值相等,墙根部处的塑性铰仍绕墙中心轴转动。由于墙的二边侧垂直位移较大,与两侧框架的相应部位产生不均衡位移,因而引起垂直于剪力墙的横梁参与工作。③假定剪力墙根部处形成塑性铰,并绕着墙受压边框中心轴转动,这与实际振动台试验现象相一致。由此在剪力墙受拉和受压二边侧产生的垂直位移值不同,拉侧较大而压侧较小,因而导致与拉侧和墙中心线上相交的横梁发生屈服,由此产生的不平衡剪力传递给剪力墙,使剪力墙增加垂直轴力,从而提高了剪力墙的抗弯强度。

根据极限平衡方法,按三种破坏机构求得的结果列于表 25.5.4 中。在表 25.5.4 中,将荷载分为倒三角形和均匀分布两种类型。

侧向极限承载力

表 25.5.4

破坏机构 荷 载	内功 (K·in)			外功 (K·in)			侧向力 F (K)		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
倒三角形	4694	5118	5658	122F	122F	122F-506	38.5	41.9	50.5
均匀分布	4694	5118	5658	101F	101F	101F-506	46.5	50.7	61.0

从表 25.5.4 中可见,按第三种破坏机构求得的极限荷载,比按第一种破坏机构(通常采用的)求得的约增加 31%。对于第三种破坏机构而言,其内功的分配如表 25.5.5 所示。

按第三种破坏机构计算时内功的分配

表 25.5.5

构 件	内功 (K·in)	比值 (%)	构 件	内功 (K·in)	比值 (%)
主梁 (正弯矩)	799.4	14.1	柱	255.2	4.5
主梁 (负弯矩)	2205.6	39.0	剪力墙	1750.0	30.9
横向梁	648.0	11.5	共 计	5658.2	100.0

板中钢筋对梁弯曲强度的影响,如图 25.5.10 所示。在图 25.5.10 中分别采取了应变沿板翼缘宽度范围内的不同分析规律。从图 25.5.10 的曲线表明,板中钢筋对梁的极限弯矩值有明显的影晌。

从表 25.5.4 所列结果与图 25.5.10 的比较中可见,地震反应试验测得的侧向极限承载力 53.9kips (按 T39.6 试验实测值),比较接近于按第三种破坏机构的荷载为倒三角形分布求得的 50.5kips。从上述的分析表明,忽略三维空间作用的影响,则导致低估框架-剪力墙结构的侧向极限承载力。

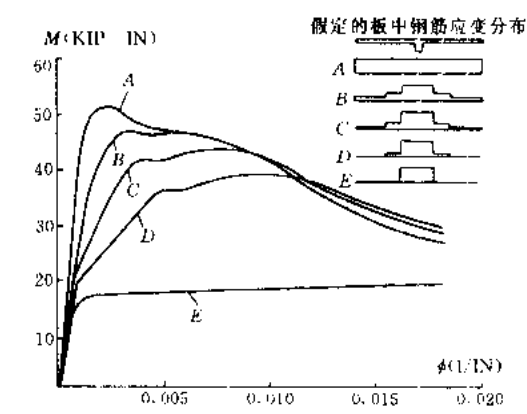


图 25.5.10 梁 G3 弯矩—曲率关系图

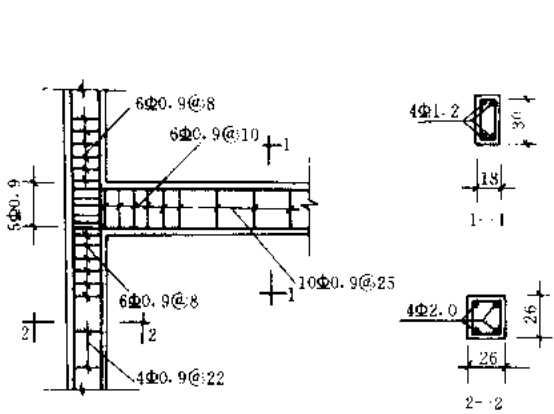


图 25.5.11 模型配筋

3. 三层钢筋混凝土结构空间地震反应振动台试验

(1) 试验概况

由于地震时地面的运动是多维运动,地震荷载对结构的作用是空间的。此外,结构的非对称性(例如刚度偏心和质量偏心)等因素的影响,结构的地震反应不限于平面反应,往往是空间的,结构构件将同时承受两个方向的弯矩、扭矩和轴力的共同作用,此时其抗震性能与单轴的抗震性能有很大的差别。因此,当结构反应进入弹塑性状态后,用它的平面反应很难准确地反映其抗震性能,很有必要研究结构的空间弹塑性地震反应。

为了分析研究由于质量偏心和斜向水平地震输入所引起的结构在弹塑性阶段的空间反应,清华大学曾对两个缩比为 1/15 的三层、两跨、两开间的框架结构模型进行了地震模拟振动台试验。

框架试验模型是根据我国现行设计规范,按缩比为 1/15 进行设计的。楼板采用聚氯乙烯板代替,它满足楼板在其自身平面内无限刚性的假定,但忽略了楼板参与框架工作的影响,因此,可认为是理想化的钢筋混凝土框架结构。

模型的横向柱距为 300mm,纵向柱距为 400mm;第一、二和三层的层高分别为 200mm、220mm 和 220mm;梁和柱截面尺寸分别为 18mm×30mm 和 26mm×26mm。

材 料 的 力 学 性 能 表 25.5.6

砂浆力学性能	水泥	砂	配合比	立方强度	弹性模量	
	325 号	中砂	1:2.4:0.6	23.5 (MPa)	2.35×10 ⁴ (MPa)	
镀锌钢丝力学性能	型号	直径 (mm)	面积 (mm ²)	强度 (MPa)		弹性模量 (MPa)
				屈服强度	极限强度	
	14 号	2.2	3.80	331.1	367.9	2.09×10 ⁵
	18 号	1.2	2.13	343.5	392.4	1.9×10 ⁵
	20 号	0.9	0.64	—	—	—

模型钢筋采用镀锌钢丝,它具有明显的屈服台阶,钢筋骨架采用锡焊焊接。模型的配筋及构造要求按烈度为8度地震区进行设计,配筋情况见图25.5.11。模型用水泥砂浆制作。模型的材性指标见表25.5.6。

模型设计成强柱弱梁型框架结构, $\sum_i M_{ci} / \sum_i M_{bi} = 2.8 \sim 5.2$, 其中 $\sum_i M_{bi}$ 和 $\sum_i M_{ci}$ 分别为节点梁端和柱端截面所能承担的极限弯矩之和。试验模型共为两个,分别以FR1和FR2表示之。

结构模型的地震模拟试验是在1.5t电磁激励式振动台上进行的,在模型的每层楼板上放置铅块作为附加质量。第一、二层配重120kg,第三层配重60kg。模型FR1每层楼板上的附加质量均偏心放置,质量中心仅在模型纵轴上有偏心,偏心距为15cm,以模拟由质量偏心引起的结构空间反应。模型FR2在振动台面上斜向放置,模型的纵轴与振动台地震波输入方向成60°夹角,以模拟框架结构承受双向地面运动的作用。

输入的地震波信号为El-Centro(1940,NS)地震波。试验采用逐级放大激振幅值的方法,以便明确获得模型在弹性、开裂、屈服和破坏各阶段的动力反应。模型FR1的激振幅值分别为0.09g、0.271g、0.686g、1.04g、1.887g和2.228g,模型FR2的激振幅值分别为0.11g、0.227g、0.608g、1.108g和1.872g,g为重力加速度值。在每次地震激励停止后,都采用微小幅值的白噪声进行激励,以测定模型在当前阶段的频率、振型及阻尼比。

试验时在模型纵轴方向中间框架一侧各层分别安装了量测纵、横两方向加速度反应的压电晶体式加速度计,另一侧各层仅安装量测横向加速度反应的加速度计。加速度信号采用多通道磁带记录仪记录。此外,还用红外激光测位移装置量测了模型与各加速度测点相应的纵、横轴两方向的位移。

(2) 试验结果

模型FR1在台面输入加速度峰值为0.686g的地震波以后,首先在底层柱的下端部发现纵向弯曲裂缝,四个角柱根部还出现了横向弯曲裂缝。当输入加速度峰值为1.04g的地震波后,模型的纵向第一、二层梁端和横向两边框架的第一层靠近角柱的梁端出现裂缝,远离质心的纵向边框架第一层角柱的上端部也发现裂缝。当输入加速度峰值为2.228g的地震波后,模型的大部分梁柱节点出现严重破坏。模型FR1的宏观破坏现象表明,角柱裂缝发展比中柱严重,而纵向梁端裂缝比横向梁端裂缝严重。

模型FR2在输入台面加速度峰值为0.608g的地震波后,在所有底层柱根部都形成了可观察到的裂缝。当台面加速度峰值为1.108g后,第一层的所有横向梁端和大部分纵向梁端出现裂缝。当输入台面加速度峰值为1.872g后,大部分柱端出现裂缝。

模型FM2与本次试验模型参数相同,沿其纵轴方向输入相同的地震波^[15]。由于FM2无质量偏心,结构反应为平面反应,其破坏裂缝都集中在节点的纵向梁端,除底层柱根在破坏时才出现裂缝外,其余柱端均无裂缝。这说明,由于质量偏心或二维地面运动,导致结构的空地地震反应,结构柱受多维内力的作用,承载力降低,即使强柱弱梁型结构,柱也变成了薄弱环节,底层柱较早地屈服,结构的抗震性能变差。

图25.5.12给出了两个试验模型的前6个频率随台面地震波峰值的增大而下降的规律。图中横坐标为该实测值的前一次地震模拟试验的输入加速度峰值 A_g ,纵坐标为各阶

频率 f_i 与其相应的初始值 f_0 的比值。从图中可以看出，各阶频率的下降趋势基本一致

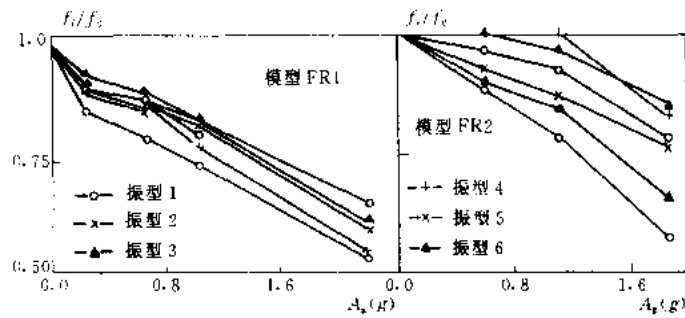


图 25.5.12 模型的各阶频率相对下降实测值

实测数据的分析表明，在有质量偏心的模型 FR1 中，结构纵向振动（与地震波方向一致）主要受纵向振动为主（受扭转振动耦联影响）的第一和第四振型的影响，扭转振型（第三和第七振型）的影响次之；与此相反，扭转振型对结构的扭转振动的影响最大，纵向振型次之；而横向振型对结构的纵向振动和扭转振动几乎没有什么影响。对斜向输入地震波的模型 FR2，结构的纵向和横向振动均主要受第一和第四振型的影响。

图 25.5.13 为模型 FR1 在输入地震波加速度峰值为 $2.228g$ 时，纵向中间框架边柱顶层处的位移反应在前 $1s$ 的轨迹图。从图中可以看出，由于质量偏心引起的模型的扭转振动而产生的非激振方向的位移高达激振方向位移的 60% 左右。

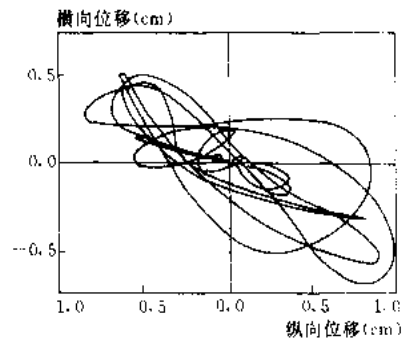


图 25.5.13 模型 FR1 边柱
顶点位移轨迹图
($A_g = 2.228g$)

图 25.5.14a、b 分别为模型 FR2 在激振加速度幅值的 $1.872g$ 时顶层位移轨迹图和底部剪力轨迹图。由图中可知，虽然最大反应方向与激振方向基本一致，但其轨迹均由一些扁平环所组成，原因可能是模型

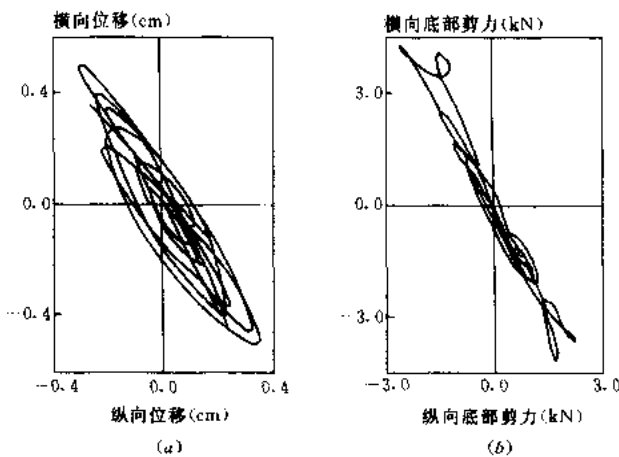


图 25.5.14 模型 FR2 的顶层反应轨迹图
($A_g = 1.872g$)

(a) 位移轨迹图；(b) 底部剪力轨迹图

一些扁平环所组成，原因可能是模型构件进入非线性阶段的时刻有先有后，进入非线性阶段的构件不对称于质量中心，即结构的刚度中心与质量中心产生了偏离。所以模型的反应不完全沿激振方向。

图 25.5.15 和图 25.5.16 分别给出了模型 FR1 和 FR2 的各层最大层剪力（或扭矩）与最大层间位移（或层间扭转角）的关系曲线。从图中可以看出：两个模型的层间刚度为第一层最大，层间位移第二层最大，这与第一层层高比其它两层略低有关，模型 FR1 层间扭转角为第

一层最大，第三层最小。从这两图中还可以看出：层间刚度随着裂缝的开展和塑性变形的发展而下降。

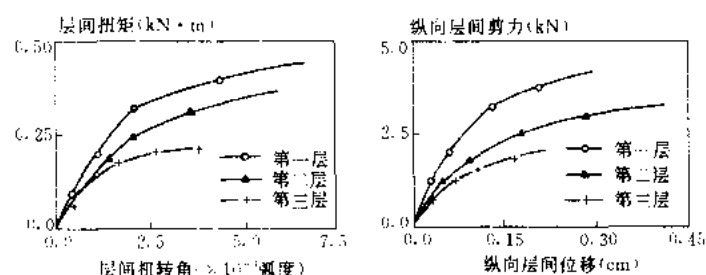


图 25.5.15 模型 FR1 的各层层间刚度变化曲线

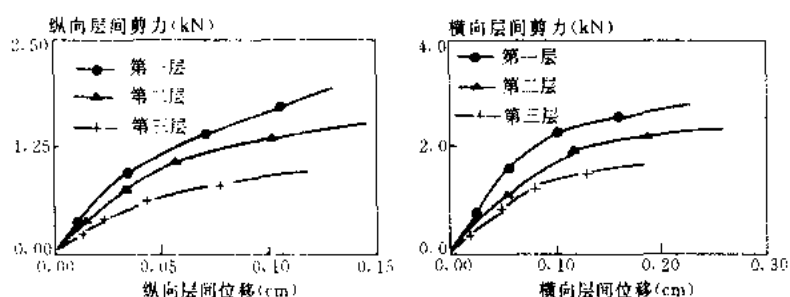


图 25.5.16 模型 FR2 的各层层间刚度变化曲线

图 25.5.17 还给出了模型顶层位移和底部剪力之间的关系曲线。可以看出，模型 FM2 较模型 FR1 和 FR2 有较高的承载力和刚度。FR1 和 FR2 在经过多次地震反应试验后经历了弹性、开裂、屈服和趋于破坏几个阶段。尽管 FM2 也经历了上述几个阶段，而且经历了比 FR1 和 FR2 所经历的要大得多的地震波激励，但仍表现出较好的承载力。这一试验结果与所观察到的试验现象——FM2 仅在梁端出现破坏裂缝，而 FR1 和 FR2 在梁端和柱端均有破坏裂缝——是一致的。因此，对空间反应的框架结构，如何保证强柱弱梁的真正实现还需进行更深入的研究。

图 25.5.18 为模型第三层测点实测和计算的弹塑性反应时程曲线的比较图。输入的台面加速度峰值为 $1.887g$ 。从位移反应时程曲线来看，主振方向（纵向方向）的计算结果的幅值稍大于实测值，两者在相位上相当一致，

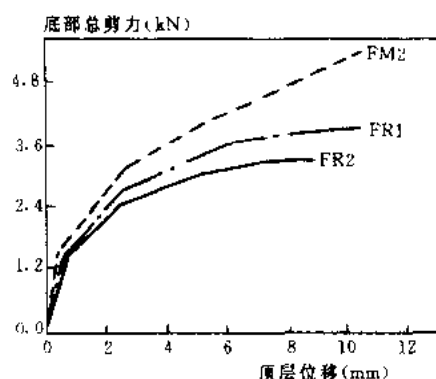


图 25.5.17 模型的底部剪力与顶层位移关系曲线

但横向方向的计算反应时程曲线稍滞后于实测反应时程曲线。从加速度反应时程曲线来看，纵向反应比横向反应符合得更好。总的说来，计算反应时程曲线与实测反应时程曲线有良好的吻合性。

在弹塑性反应计算中，考虑到试验模型经多次激励后裂缝的开展和塑性变形的发展，对梁、柱截面的初始刚度乘以 0.7 的折减系数。单元的扭转变形和轴向变形在弹性范围内考虑，即仅考虑双向弯矩的相互耦合作用。

由于质量偏心或双向地面运动引起的结构空

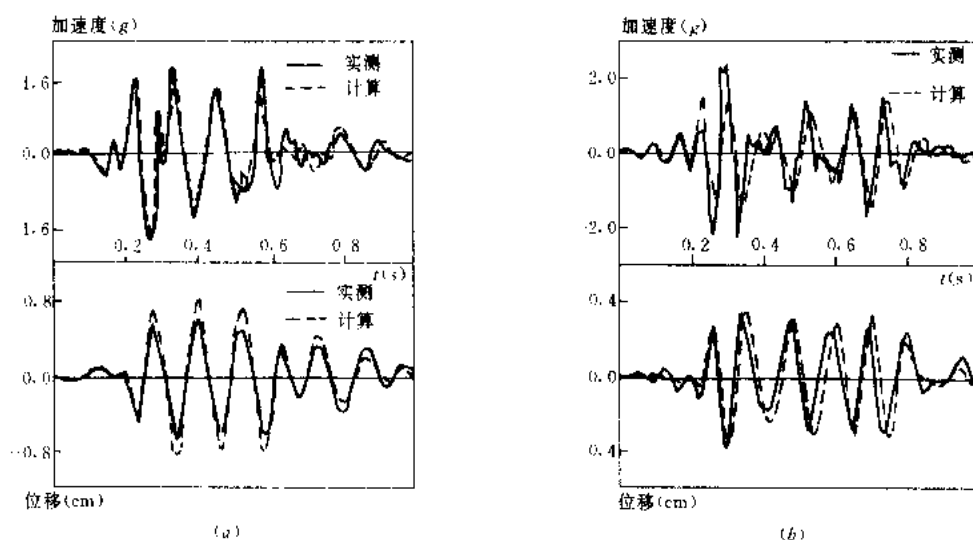


图 25.5.18 模型 FR1 在弹塑性阶段与计算的顶层反应时程曲线 ($A_g = 1.887g$)
(a) 纵向反应; (b) 横向反应

间作用, 将加剧结构的地震反应。偏心结构的扭转振动将随着结构的塑性变形发展而越来越大。对于空间反应的框架结构, 即使是强柱弱梁型的, 由于柱受双向弯矩等作用而成为结构的薄弱环节。

与平面反应的结构模型相比, 在相同的激振水平下, 承载力降低, 位移增大, 抵抗地震的能力变差。

试验结果同样表明, 结构仅按平面结构在两方向分别进行地震反应分析进行设计, 而不考虑结构构件的多轴内力同时作用的塑性耦合的影响, 是偏于不安全的, 有可能因两方向地震的共同作用或质量中心与刚度中心不重合引起的空间反应而破坏, 应在设计中加以重视。

4. 十六层钢筋混凝土框筒—核心筒结构模拟地震的振动台试验

(1) 试验概况

清华大学对缩比为 1/8 的十六层钢筋混凝土框筒—核心筒结构模型进行了模拟地震的振动台试验, 着重研究了钢筋混凝土框筒—核心筒结构在不同阶段的空间动力特性和地震反应及其破坏形态。

为了使试验模型更接近于实际结构, 首先按我国抗震设计规范^[16]设计了一个十六层的框筒—核心筒结构作为原型结构, 如图 25.5.19 所示。

在原型结构中, 外框筒的角柱截面尺寸取 550mm×550mm, 中柱截面尺寸取 400mm×400mm, 梁截面尺寸取 400mm×600mm, 核心筒的剪力墙厚为 160mm, 连梁高 0.8m, 楼板厚为 200mm, 混凝土强度等级为 C30。

原型结构按 8 度设防, 建筑场地土类别为 II 类。

根据原型结构的尺寸和配筋, 按照相似关系进行模型的设计。模型的几何缩比为 1/8, 结构模型总高度为 6.00m, 每层层高为 0.375m, 楼层平面尺寸为 1.80m×1.50m。采用镀锌钢丝作配筋, 柱配置 4 根 14[#] 镀锌钢丝, 梁内钢筋对称配置, 上下各配两根 14[#] 镀锌

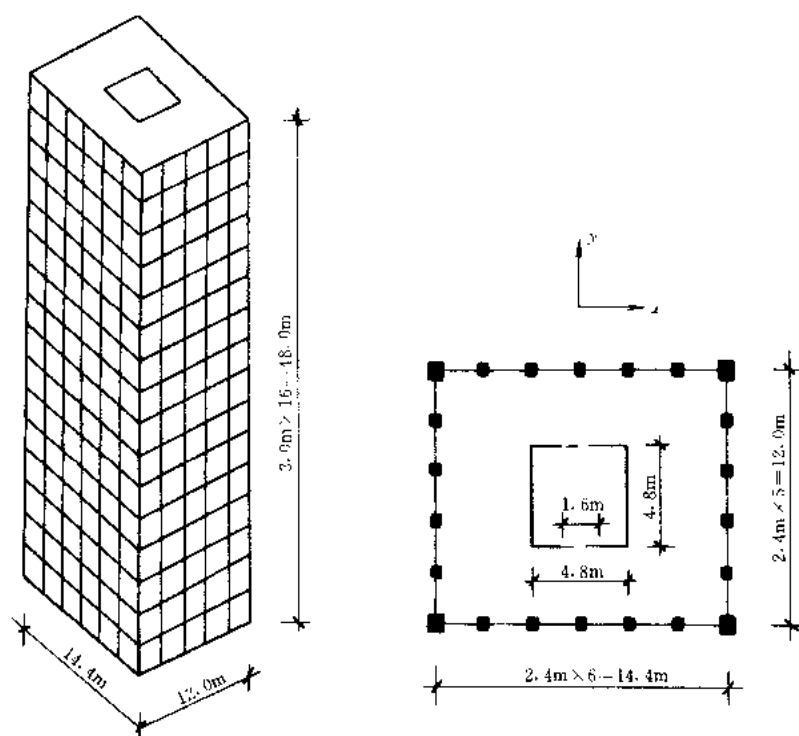


图 25.5.19 十六层钢筋混凝土框筒—核心筒原型结构图

钢丝，梁柱箍筋均配 18[#]镀锌钢丝，间距 20mm。核心筒壁内在水平向和竖向各配置间距 50mm 的 16[#]镀锌钢丝。钢丝的力学性能列于表 25.5.7 中。

钢丝的力学性能

表 25.5.7

型 号	直 径 (mm)	面 积 (mm ²)	屈服强度 (MPa)	极限强度 (MPa)	弹性模量 (MPa)
14 [#]	2.2	3.8	361.1	465.0	2.11×10^5
16 [#]	1.6	2.0	367.0	438.2	1.86×10^5
18 [#]	1.2	1.1	315.7	383.2	1.92×10^5

模型中外框筒的梁和柱由豆石混凝土制成，核心筒和楼板由水泥砂浆制成。豆石混凝土和水泥砂浆的力学性能列于表 25.5.8 中。

豆石混凝土和水泥砂浆的力学性能

表 25.5.8

类 别	水 泥	砂	配 比	立方体强度 (MPa)	弹性模量 (MPa)
豆石混凝土	525 [#]	中 砂	水泥:水:砂:石子 1:0.47:1.12:3.06	33.5	2.97×10^4
水泥砂浆	525 [#]	中 砂	水泥:水:砂 1:0.49:2.67	29.5	2.03×10^4

为了满足相似条件，在模型每层楼层上放置了 300kg 的铅块作为附加质量。

在模型两个主轴方向 x 、 y 上每隔一层均布置了加速度传感器，并在 x 方向上第四、八、十二、十六各层处布置了两个加速度传感器，分别装在楼层两端以监测模型的扭转效应。

本次试验是在中国水利水电科学研究院的三维振动台上进行的。台面输入的地震波波

形采用 1940 年的 EL-Centro 南北向和东西向地震加速度记录,原记录的持续时间为 46s 按照相似理论的要求^[7],同时考虑到模型材料的容重相似关系未能得到满足,模型的刚度相对偏大,并且由于受试验条件的限制,人工附加质量配置得不够,所以输入地震波的时间压缩比取为 1/6。模型的长轴方向为 x 方向,输入 EL-Centro 1940NS 向波形;短轴方向为 y 方向,输入 EL-Centro 1940 EW 向波形。

为了详细观测模型在各个阶段动力特性的变化,每次输入地震波之后均做一次白噪声激励。在振动台试验之前,还对模型进行了敲击试验。

(2) 试验结果

当 x 、 y 方向输入的地震波加速度峰值分别为 $0.346g$ 和 $0.095g$ 时发现外框筒第二、三、四层的柱根部及核心筒第二、三、四层底部施工缝处都有水平裂缝形成,而在核心筒第三层连梁端部出现了斜裂缝。特别值得注意的是,在核心筒的第一、二层出现了几条明显的纵向裂缝,裂缝由楼板处开始一直延伸到剪力墙中部。当输入 x 、 y 方向加速度峰值分别为 $0.37g$ 和 $0.276g$ 的地震波后,外框筒除了继续在第二、三、四层柱根出现裂缝并将原有裂缝开展加宽外,裂缝开始向上部发展,在第六、七、八层柱根出现水平裂缝;核心筒主要是在第二、四、五层连梁端部出现了新的斜裂缝。并在第二、三、四、五层底部施工缝处出现水平裂缝。当 x 、 y 方向输入加速度峰值为 $0.606g$ 和 $0.366g$ 的地震波后,外框筒的新裂缝主要在第三、四、六层的柱根出现,第二层角柱的表皮混凝土发生剥落;核心筒则在底层又出现新的纵向裂缝,第二、三、四、五层连梁端部的斜裂缝已经上下贯通。

从裂缝的分布及开裂情况表明,在外框筒中,角柱由于同时受到双向弯曲的作用,破坏是最为严重的,柱根已形成通缝,并发生混凝土剥落。外框筒的裂缝都出现在柱端,只有个别梁端有裂缝出现,说明在框筒结构中由于裙梁的刚度和强度较大,柱子实际上成为结构的薄弱环节。外框筒的裂缝主要集中在第二、三、四层的柱根部,而底层柱子却完好无损,这是因为底层剪力主要由核心筒承担,外框筒受力较小,所以底层柱子并未破坏。在核心筒中,尽管制作时加强了洞口上方连梁的配筋,连梁端部仍然有裂缝出现,并在核心筒墙体底部施工缝处出现了水平裂缝。但是,特别值得注意的是,在第一、二层出现了几条明显的纵向裂缝,裂缝由楼板处开始一直延伸到核心筒墙体中部。对此尚无令人满意的解释,有待作进一步的研究。

根据上述分析,可以看出:①由于裙梁的刚度和强度较大,框筒结构实际上已经成为强梁弱柱型结构,柱子是结构的薄弱环节;②在框筒—核心筒结构中,底部剪力大部分由核心筒来承担,使得外框筒的薄弱层上移,外框筒的底层是安全的;③在核心筒中,连梁的配筋方式及其相应构造措施,应使其具有足够的延性,以便能吸收较多的能量。

表 25.5.9 列出了敲击试验和各次白噪声激励所得到的模型前 6 阶自振频率,其中 f_1 、 f_3 、 f_5 是 x 方向的自振频率, f_2 、 f_4 、 f_6 是 y 方向的自振频率。

从表中可以看到,敲击试验所得到的频率比白噪声激励得到的频率偏高,这主要是因为敲击试验的能量较小所致。事故发生后,模型的前 6 阶频率均有明显下降,下降幅度为 30.6%~48.5%。由此可见,事故对模型的影响是相当严重的。事故以后的几次地震反应试验,模型的频率几乎没有变化,说明这几次振动并未造成模型的进一步损伤,模型结构刚度并未有明显的下降,这与观察到的裂缝开展情况是一致的。再往后随着输入地震波加

速度峰值的增大,模型的频率又略有下降。图 25.5.20 表示了模型前 3 阶频率的变化过程。

模型实测自振频率 (Hz) 表 25.5.9

试验序号	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
1	5.3	5.7	—	—	—	—
2	4.5	4.9	16.5	20.1	31.5	43.9
4	2.8	3.4	8.9	11.4	16.7	22.6
9	2.7	3.2	8.4	10.8	15.7	21.1
11	2.6	3.2	8.2	10.8	15.5	21.0
15	2.3	3.2	7.7	10.8	14.3	20.6
17	2.3	3.2	7.7	10.8	14.2	20.6
19	2.3	2.9	7.3	10.3	14.2	20.5
21	2.2	2.9	7.1	10.3	14.0	20.5
23	2.2	2.9	7.1	10.3	13.4	20.1

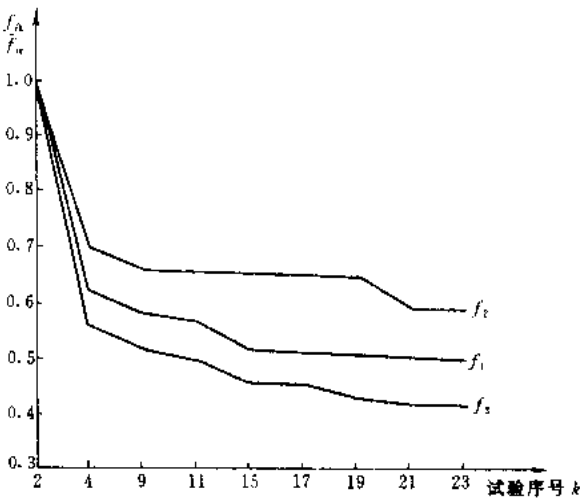


图 25.5.20 频率变化图

模型平面和质量分布对 x 、 y 轴是对称的,因而在弹性阶段模型的水平振动与扭转振动是相互独立的,在结构模型未出现裂缝前,利用白噪声激励振动所测得的模型的频率只有模型水平振动的自振频率而无扭转频率。但是,当模型进入弹塑性阶段以后,由于裂缝的出现和钢筋的屈服的不对称性,使结构的刚度中心发生偏移,水平振动与扭转振动产生耦合现象,所以在此情况下,利用各次白噪声激励所测得的模型的频率模态不仅仅含有模型的水平平移振动分量,还包含有扭转振动的分量。

表 25.5.10 列出了在 x 、 y 方向输入加速度峰值为 $0.236g$ 和 $0.093g$ 的地震波后所进行的白噪声激励振动试验测得的模型水平平移振动与扭转振动的耦合情况,此时,结构模型已有裂缝产生。

x 方向平移振动与扭转振动的耦合 表 25.5.10

楼层	振型 I		振型 III		振型 V	
	x 向平移分量 (mm)	扭转分量 (10^{-3}rad)	x 向平移分量 (mm)	扭转分量 (10^{-3}rad)	x 向平移分量 (mm)	扭转分量 (10^{-3}rad)
16	15.008	-2.716	-3.544	1.227	1.756	-0.587
12	10.899	0.181	0.618	-0.074	-2.141	0.321
8	7.142	0.899	1.878	0.220	0.010	-0.102
4	4.051	0.659	1.594	-0.329	2.604	0.093

表 25.5.11 列出了根据第 19 次振动时测点的传递函数得到的各测点分别由 x 方向平移振型和扭转振型引起的 x 方向反应的量值。

振型 I 引起的测点 x 方向反应值				表 25.5.11
测 点	4	7	10	13
平移分量 x_{Δ}	4.049	7.284	10.896	14.696
扭转分量 x_{θ}	0.323	0.553	0.243	1.950
x_{θ}/x_{Δ} (%)	8.0	7.6	2.2	13.3

从表 25.5.11 中可以看到, 当模型进入弹塑性阶段以后, 水平振型与扭转振型的耦合程度还是比较明显的, 在振型 I 引起的 x 方向反应中, 扭转振型引起的反应与水平振型引起的反应之比可达 13% 左右。

随着模型开裂和钢筋的屈服, 模型进入弹塑性阶段, 利用白噪声激励所测得的第一、二阶模态阻尼比都呈上升趋势, 约由 2.7% 增加到 7.9%。

在本次振动台模型试验中, 只利用加速度传感器直接记录各层测点的绝对加速度时程曲线, 为了获得各层测点的位移时程曲线, 是将实测加速度时程曲线通过两次积分运算求出绝对位移时程曲线, 然后与台面位移时程曲线相减, 才得出相对于振动台台面的各层测点位移时程曲线。

表 25.5.12 列出了各次双向输入地震波时模型顶层的最大位移反应值。

顶层最大位移反应值				表 25.5.12				
试 验 序 号		10	12	14	16	18	20	22
x 方向	顶层最大位移 $D_{x, \max}$ (cm)	0.90	1.49	1.74	2.27	2.86	3.61	4.49
	台面加速度峰值 $A_{x, \max}$ (g)	0.236	0.260	0.346	0.370	0.469	0.606	0.702
	$\gamma_x = D_{x, \max} / A_{x, \max}$	3.81	5.73	5.03	6.14	6.10	5.96	6.40
y 方向	顶层最大位移 $D_{y, \max}$ (cm)	0.46	0.72	1.00	1.37	1.82	2.52	3.57
	台面加速度峰值 $A_{y, \max}$ (g)	0.093	0.186	0.095	0.276	0.310	0.366	0.466
	$\gamma_y = D_{y, \max} / A_{y, \max}$	4.95	3.87	10.53	4.96	5.87	6.89	7.66
y/x	$A_{y, \max} / A_{x, \max}$	0.394	0.715	0.275	0.746	0.661	0.603	0.664
	$D_{y, \max} / D_{x, \max}$	0.511	0.483	0.575	0.603	0.636	0.698	0.795

从表中试验数据表明, 随着台面加速度峰值的增大, 模型顶层的最大位移也逐渐增加, 但顶层最大位移却不是随着台面加速度峰值的增大而单调增加, 呈现出不规则的变化。这是因为在弹塑性阶段, 当双向输入地震波时, 模型在一个方向的反应不仅与该方向输入的地震波有关, 而且与另一个方向的地震波有关, 具有明显的双轴耦合效应。

模型进入弹塑性阶段以后, 由于结构平面刚度中心偏离质量中心, 产生水平平移与扭转的耦联振动, 即使在水平激励作用下模型也有扭转反应。表 25.5.13 列出了各次双向输入地震波时模型顶层角位移和角加速度的最大值。从表中可见, 随着台面加速度峰值的增大, 模型顶层的角位移和角加速度最大值也逐渐增加。

表 25.5.14 列出了两次单向输入地震波和各次双向输入地震波时台面加速度峰值和模型顶层加速度反应最大值。

顶层最大扭转反应值

表 25.5.13

试验序号	10	12	14	16	18	20	22
θ_{\max} (10^{-2}rad)	0.201	0.408	0.871	0.566	0.697	1.016	1.379
ω_{\max} (rad/s^2)	1.735	1.844	2.381	4.726	4.689	8.270	9.727
$A_{x,\max}$ (g)	0.236	0.260	0.346	0.370	0.469	0.606	0.702
$\gamma_{ij} = \theta_{\max}/A_{x,\max}$ (10^{-2})	0.852	1.569	2.517	1.530	1.486	1.677	1.964
$\gamma_{\omega} = \omega_{\max}/A_{x,\max}$	7.352	7.092	6.880	12.773	9.998	13.647	13.856

顶层最大加速度反应值

表 25.5.14

试验序号	x 方 向			y 方 向			y/x	
	$a_{x,\max}$	$A_{x,\max}$	$\beta_{x,k} = \frac{a_{x,\max}}{A_{x,\max}}$	$a_{y,\max}$	$A_{y,\max}$	$\beta_{y,k} = \frac{a_{y,\max}}{A_{y,\max}}$	$\frac{A_{y,\max}}{A_{x,\max}}$	$\frac{a_{y,\max}}{a_{x,\max}}$
7	0.271g	0.110g	2.46	—	—	—	—	—
8	—	—	—	0.342g	0.127g	2.69	—	—
10	0.502g	0.236g	2.13	0.180g	0.093g	1.94	0.394	0.359
12	0.567g	0.260g	2.18	0.338g	0.186g	1.82	0.715	0.596
14	0.665g	0.346g	1.92	0.163g	0.095g	1.71	0.275	0.245
16	0.940g	0.370g	2.54	0.395g	0.276g	1.43	0.746	0.420
18	1.099g	0.469g	2.34	0.538g	0.310g	1.74	0.661	0.490
20	1.079g	0.606g	1.78	0.939g	0.366g	2.57	0.603	0.870
22	1.257g	0.702g	1.79	0.713g	0.466g	1.53	0.664	0.567

从上表中可以看到,与单向输入地震波时的情况不同^[18],双向输入地震波时顶层加速度放大系数并不是随着台面加速度峰值的增加而单调下降,其变化比较复杂,造成这种现象的主要原因可能是扭转效应的影响。由于水平平移与扭转的耦联振动,模型的加速度反应不仅取决于台面加速度,还与模型的扭转角加速度有关。

表 25.5.15 列出了两次单向输入地震波和每次双向输入地震波时模型 x 、 y 两个方向的最大底部剪力。图 25.5-21 为 x 、 y 方向最大底部剪力与最大顶层位移间关系曲线图。从图 25.5.21 中可以看到,在最后一次地震反应试验中,模型结构在 x 方向基本上已处于极限承载力状态,而在 y 方向则尚未达到极限承载力状态,这与震后观察到的模型裂缝发展与破坏状况是一致的。

最大底部剪力

表 25.5.15

试验序号	x 方 向			y 方 向		
	$GA_{x,\max}$ (kN)	$V_{x,\max}$ (kN)	$\beta_{x,Q} = \frac{V_{x,\max}}{GA_{x,\max}}$	$GA_{y,\max}$ (kN)	$V_{y,\max}$ (kN)	$\beta_{y,Q} = \frac{V_{y,\max}}{GA_{y,\max}}$
7	10.35	11.25	1.09	—	—	—
8	—	—	—	11.95	14.12	1.18
10	22.20	12.61	0.57	8.73	8.66	0.99
12	24.46	17.86	0.73	17.50	11.90	0.68
14	32.55	21.59	0.66	8.96	9.95	1.11
16	34.81	21.93	0.63	25.97	16.99	0.65
18	44.12	24.83	0.56	29.16	17.98	0.62
20	57.01	26.48	0.46	34.43	24.16	0.70
22	66.04	26.85	0.41	43.84	27.45	0.63

25.5.4 结构振动台试验与拟动力试验的比较

如前所述, 为了研究拟动力试验与振动台试验之间的相互关系, 日本建设省建筑研究所曾专门进行了两层钢筋混凝土框架模型的试验。试验模型如图 25.5.6 所示。振动台试验的主要结果已在上节中给出。两层框架模型的拟动力试验结果列于表 25.5.16 中。

从表 25.5.2 与表 25.5.16 的比较中可见: ①模型 D-1 (振动台试验) 与模型 P-1 和 P-2 (拟动力试验) 的最大位移在输入地震波加速度峰值为 212gal 水平下 (DR10), 基本相等。②在输入地震波加速度峰值为 555gal 水平下 (DR20), 拟动力试验的 P-1 和 P-2 的最大位移值大于振动台试验 D-1 的 1.4~1.7 倍, 而最大峰点到峰点位移则大 1.2~1.4 倍。③在模型 D-1 最大底部剪力, 一般都大于模型 P-1 和 P-2, 在 DR-10 试验中约大 1.2~1.5 倍, 而在 DR-20 试验中约大 0.95~1.1 倍。④在 DR-10 试验中, 模型 D-1 的基本周期比模型 P-1 和 P-2 约小 10%; 而 DR-20 试验中基本相等。⑤模型 D-1 和 P-1 与 P-2 破坏的裂缝图基本相似, 但振动台试验的模型 D-1 裂缝发展稍轻, 如图 25.5.22 所示。

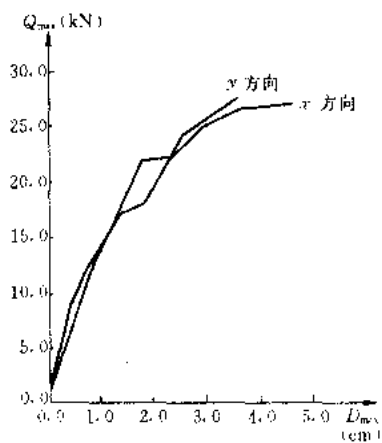


图 25.5.21 最大底部剪力—最大顶层位移关系曲线

二层框架拟动力试验结果

表 25.5.16

输入加速度 峰 值		位 移 (mm)				最大剪力 (kN)	自振周期 (sec)	阻尼比 ζ (%)
		最 大		峰点至峰点				
		一层	顶层	一层	顶层			
DR10 212gal	P-1 $h=0\%$	+9.3 -8.1	+12.3 -11.8	17.4	24.1	+38 -36	0.36	2.9
	P-2 $h=3\%$	+7.5 -10.4	+9.7 -14.1	17.9	23.8	+31 -32	0.36	2.4
DR20 555gal	P-1 $h=0\%$	+58.4 -30.1	+82.7 -43.1	78.2	109.2	+76 -73	0.47	—
	P-2 $h=3\%$	+58.4 -41.8	+81.1 -57.3	99.6	137.2	+78 -72	0.46	8.4

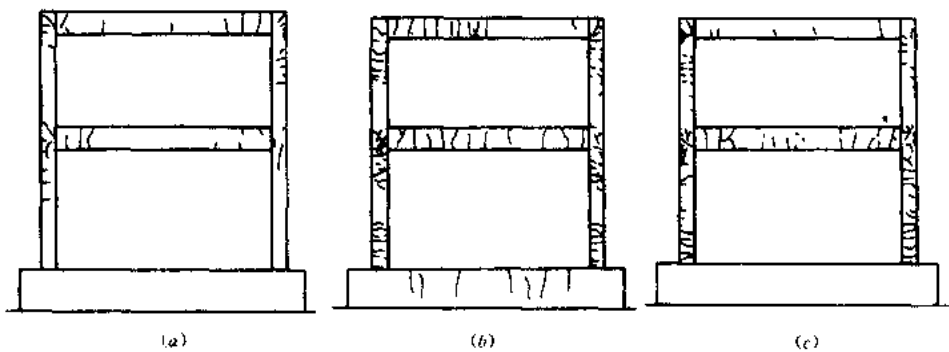


图 25.5.22 模型破坏后裂缝图
(a) 模型 D-1, (b) 模型 P-1; (c) 模型 P-2

图 25.5.24 表示模型 P-1 和 P-2 平均层间刚度的变化规律。从图 25.5.7 和图 25.5.23 的比较中可见, 在 DR-10 试验中, 模型 D-1 的一层初始层间刚度比模型 P-1 和 P-2 约高 1.2~1.8 倍, 而二层的初始层间刚度二者基本相等。在 DR-20 试验中初始层间刚度都是低于由 DR-10 试验测得的。

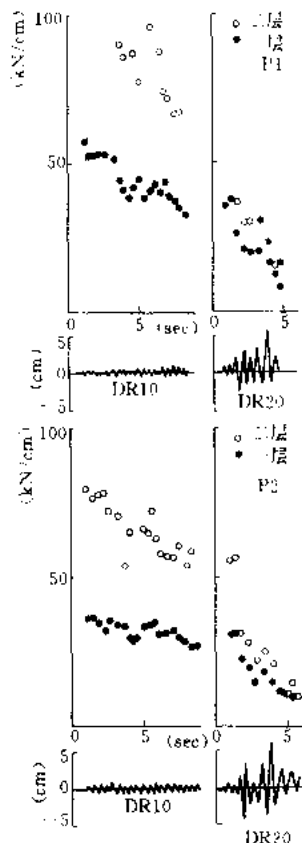


图 25.5.23 模型 P-1 和 P-2 平均层间刚度的变化图

图 25.5.24 表示实测和理论分析的拟动力试验底部剪力—顶点位移的滞回曲线图。从图 25.5.24 比较中可见, 实测结果与理论分析吻合良好, 但与振动台试验测得的滞回曲线有差异。这表明, 如果在分析中采取实测刚度和强度, 并考虑应变速度的影响, 则理论分析能与试验结果很好地符合。因此, 恢复力特性应精确地确定。

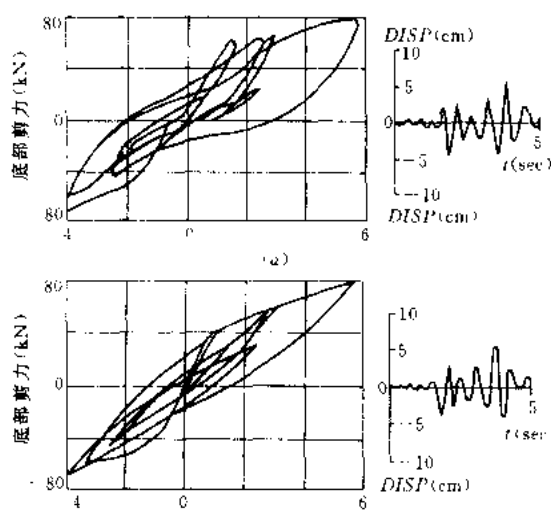


图 25.5.24 拟动力试验与分析的滞回曲线的比较
(a) 实测; (b) 理论分析

25.6 原型结构物的现场动力试验

1. 激振法

激振法又称共振法, 是一种较完善的测定结构动力特性的方法, 在抗震试验中得到比较普遍的应用。随着起振机控制装置的改进, 稳速和同步性能的不提高, 不仅可以比较准确的测得多阶平移振动的振型参数, 而且可以进行扭转振型参数的测定。无论是高层房屋, 或是水坝、桥梁及各种构筑物, 都可以应用这一方法。近年来在我国利用这一方法对一系列的高层建筑、大型煤气罐、发射塔、海港码头和海洋石油平台等结构的动力性能进行了试验研究, 取得了较好的成果。

这一方法是利用能产生稳态简谐振动的起振机, 使被测建筑物发生周期性的强迫振动, 同时测建筑物振动反应的幅值 (可以是位移、加速度或其它参量)。当起振机的频率 (即旋转速度) 由低到高的改变 (扫频) 时, 就可以记录到一组振幅—频率关系曲线 (图 25.6.1)。强迫振动的频率 p 可以从安装在起振机马达上的测速仪上读出; 振幅 A 由安装

在建筑物上的测振仪记录曲线给出。根据共振原理，当起振机激振频率与结构的自振频率相重合（即 $p=f$ ）时，反应振幅会出现极大值，即所谓共振，并且在图 25.6.1 的曲线上出现峰值。如果结构是多自由度体系，则会对应每一阶振型出现多个峰值。这种曲线称为共振曲线，曲线上共振峰点对应的频率 f_1, f_2, \dots 即为共振频率。在小阻尼的情况下，可以近似地认为，共振频率与结构自振频率相等。由此可见只要由实测得到 $p-A$ 曲线，则结构的自振频率就可求得，同时阻尼也可以从这条曲线中算得。

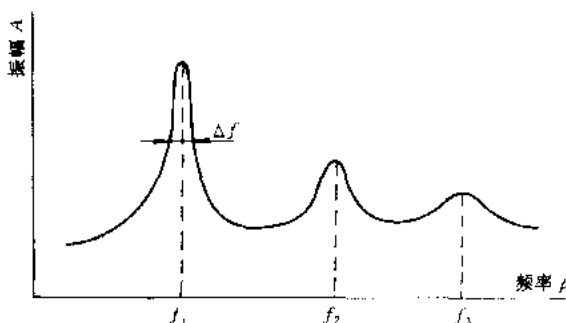


图 25.6.1 共振曲线示意图

(1) 激振设备

1) 激振器类型与选择

激振法要求一种能提供稳态正弦振动的激振装置做振源。适于这种要求的起振机或激振器有下面几种类型：

机械式起振机的机械部分主要由两个带有偏心质量的圆盘构成，故也称做旋转重量偏心锤式起振机。其原理是当两偏心锤做反向水平旋转时，两个偏心质量就各自产生一个离心力 P_0 （沿半径方向）：

$$P_0 = mr\omega^2 \quad (25.6.1)$$

式中 $m = \frac{G}{g}$ —— 偏心质量（ G 为偏心块重量）；

r —— 偏心矩；

ω —— 旋转角速度（圆频率）。

如图 25.6.2 所示，这两个力在 x 方向的分力永远是数值相等而方向相反，彼此抵消；在与之垂直的 y 方向的两个分力则合成一个按正弦规律变化的简谐力 P ：

$$P = 2P_0 \sin \omega t$$

于是起振机的机械出力可按下式计算：

$$P_{\max} = 2P_0 = 2 \frac{Gr}{g} \omega^2 \quad (25.6.2)$$

通过改变偏心块重量 W 或调节起振机直流电机的转速 ω ，就可以使起振机获得不同的激振力。通常是采用可卸换的几组重量不等的铅块来改变 G ；用调速装置来调节直流电机的转速。

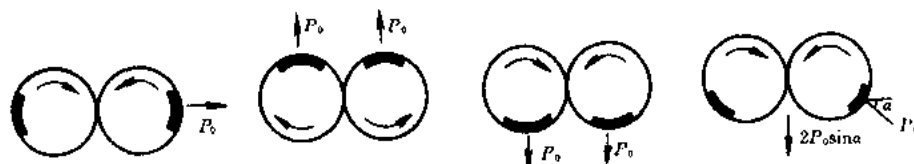


图 25.6.2 起振机原理

为了提高测试精度，近年研制的起振机都配有调速、稳速和数字测速装置，普遍采用了闭环反馈控制系统，使稳速精度可达到0.5%~0.1%。从后面的数据分析中会看到，起振机稳速精度愈高，则测试的结果精度也愈高。从计算阻尼的公式可知，半功率带宽 $\Delta f=2\zeta f_0$ （此处 ζ 为阻尼比， f_0 为自振频率）。假定被测结构的阻尼为2.5%、自振频率为1Hz（这相当于一般高层房屋的情形），则要求 $\Delta f=0.05\text{Hz}$ 。换句话说，为了共振曲线不致失真，如果需要半功率带宽 Δf 以上部分能测出10个稳定的数据点的话，那么就要求频率分辨率不小于0.005Hz，这也就是说要求起振机的稳速精度要达到5‰以上。显然对于更小阻尼比的低频的结构，要求起振机应该有更高的稳速精度。否则就不可能测得准确的共振曲线，也就难于计算出准确的自振频率和阻尼比值。近年来除了稳速与测速精度不断得到提高以外，还研制出能多台同步运转的起振机。它不仅有利于加大激振力和方便激振点的布置，而且可以将两台起振机放置在建筑物平面的两端，使其二者反向转动时则激起扭转振动，扩大了试验用途。

表 25.6.1 列举了国内外几种主要起振机的性能。

几种主要机械式起振机性能表									表 25.6.1		
指 项 目	型 号	QZJ-1 (中)	VG-1 (美)	BCS- A-200 (日)	BCS-B-75 (日)	ZD-1 (中)	EX-3000 (日)	EX-12000 (日)	B-2 (苏)	UN AM (墨)	(CS46) (中)
频率范围 (Hz)		0.5~10	0.5~10	0.2~20	0.2~15	2~40	2~20	0.7~13	0.4~8	1~20	5~35
稳速精度		0.1%	0.1%	0.5%		≤1%					
单机最大出力 (kN)		26	22.5	30	100	30	20	200	1000	50	20
低频 1Hz 时出力 (kN)		3.10	4.40	8.00		0.40					很小
可否同步		可同步	可同步	可同步	可同步	不同步	不同步	不同步	不同步		不同步
同步角差与同步频带		±5°(0.5 ~10Hz)	±5°(0.2 ~8Hz)								
单机重量 (t)		0.16	0.16	2.2	2.6	0.2	1.8	7			0.2
材 料		铝	铝	钢	钢						
出力方向		只水平向	只水平向	只水平向		水平垂直和扭 转三用	只水平向	水平垂直 两用		水平垂直 两用	两用

电动液压起振机。对于一般的结构，上述机械式起振机已满足使用要求。但对于特别高柔的结构，如超高层建筑，自振周期在4、5s以上，显然采用上述机械式起振机在这种低频情形出力就太小了，以致激不起振动。为此国外曾研制了利用反作用力原理，采用液压系统传动与伺服控制的起振机，其工作简图如图25.6.3所示。改变控制伺服阀电流大小即可控制作动器的运动，改变电流频率即可调节作动器的频率。利用激振器的反作用力传递到楼板上，激起建筑物振动。这种激振器可以有很好的低频工作性能，可等位移或等加速度激振，出力也比较大。已在超高层建筑动力试验中应用。

对于这种极低频的激振，也有人采用悬吊“振子”的方法，如图25.6.4所示。“振子”的周期和出力可按下式计算：



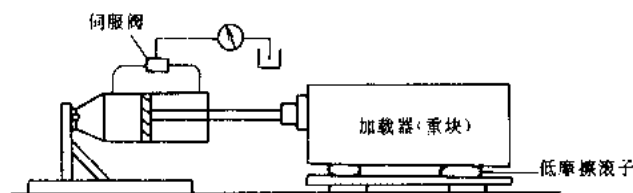


图 25.6.3 电液起振机简图

$$\text{周期} \quad T_p = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (25.6.3)$$

$$\text{出力} \quad P = \frac{4\pi M}{gT_p^2} x \quad (25.6.4)$$

式中 l ——“振子”长度；

M ——“振子”重量；

x ——“振子”振幅。

只要改变振子悬挂长度 l ，就可以得到不同的激振频率。

电磁式激振器 常见的有动圈式电磁激振器，包含励磁线圈和工作线圈，通过频率发生器和功率放大器产生的交变电流推动工作杆运动。特点是重量轻，频带宽，控制方便。缺点是出力较小，且需要有一个固定支承点。不适于原型结构激振。

激振器的选用，首先决定于被测建筑物的自振频率范围，起振机的频宽必须超过它。其次要考虑起振机的出力，出力太小激不起所要求的振动。一般建筑物，在共振频率点起振机的出力应不小于 1kN 左右。多层和高层建筑以及高柔构筑物可用大出力机械式起振机；小比例模型或地基基础试验可用小出力机械式起振机；塑料或轻金属模型可用电磁激振器。如做扭转振动试验则需使用同步起振机。

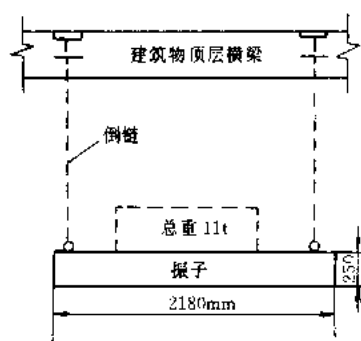


图 25.6.4 “振子”激振法示意图

2) 激振器的布置与安装

起振机的位置，在结构平面上一般尽量布置在质量或刚度中心处，以激起横向或纵向的平移振型。当需要兼做扭转试验时，应尽量把两台同步起振机放在结构物的两端，使其同相旋转时激起平移振动，反向旋转时激起扭转振动。当只有一台起振机时，也可以把它放在建筑物一端，同时激起平移和扭转振动；然后再移置于房屋中部激振，相互比较分析。在沿建筑物高度方向上，尽量把起振机放到顶部，以得到更大的振幅。如使用多台同步起振机，也可将两台起振机分别布置在不同高度上，有利于激起高振型，但要防止把起振机布置在振型曲线的节点上。

起振机同建筑物要通过地脚螺栓牢固地与被测结构物联结。一种方法是按着起振机底座螺栓孔的位置事先在建筑物上预埋螺栓，一种方法是在固定位置预留一块钢板，然后在钢板上焊接固定螺栓。也有用膨胀螺栓把起振机固定在混凝土楼板上的做法。

(2) 数据分析

1) 共振曲线的获得

如前所述,共振试验是在结构上作用一个按正弦变化的、作用于单一方向的力,它的频率可以精确地保持在某一值 f_i ; 这时对它所激起的结构进行测量,记录到相应的振幅 A_i , 于是在振幅—频率曲线图上得到一个点。然后将起振机频率调到另一个值,重复进行测量,得到一系列数值,这样继续下去直到画出整个频率—位移反应曲线,即共振曲线为止。应当注意的是,测量的点数要划分得合适,在共振峰附近测点要密些,远离共振的区段可以稀些,为此在逐点测量以前应开动起振机,频率由低到高扫频一次,从反应振幅的记录曲线上就可以初步判定共振峰的位置。只要起振机频率稳定性较好,则将直接测得的数据点联结起来,就可以得到较光滑的共振曲线。为了提高精度,也可通过回归分析方法来处理这种试验曲线。

应当指出,由于大多数起振机的出力是随频率 f^2 而变化的,记录到的反应曲线是在非恒定激振力作用下的值。因此在绘制共振曲线之前要把直接记录到的,相应于各频率 f_i 的振幅值 A_i 做相应的修正,即 A_i/f_i^2 。图 25.6.5 是根据实测记录整理的一共振曲线示例。

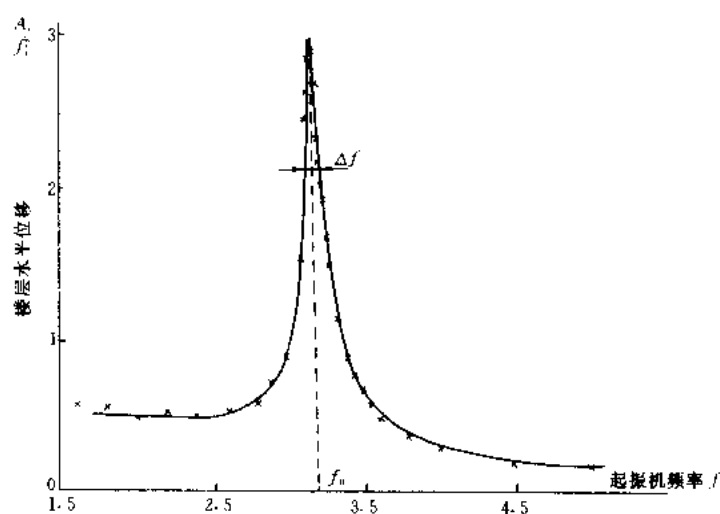


图 25.6.5 共振曲线示例

2) 动力特性参数的确定

自振周期: 如前所述,由共振曲线上可以求得对应于峰点的共振频率 $\omega_r = 2\pi f_r$, 一般认为结构的自振频率 ω_0 与 ω_r 相等。严格说由于阻尼的存在, ω_0 稍低于 ω_r , 但差别不大,实用上就不予考虑了(图 25.6.6)。自振周期 $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 。

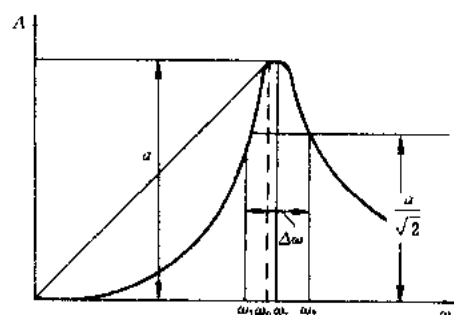


图 25.6.6 由共振曲线计算频率和阻尼

通常结构物具有平移、扭转、平面外空间振动等多种振型,相应于这些不同振型存在各自的自振频率。困难的问题是它们会在共振曲线上同时存在,而且无法直接区分开来。这要借助于对比横向平移激振与扭转激振得到的两组共振曲线或者参考记录到的振型形状才能识别出来。

阻尼比: 振动分析中用阻尼比 ζ 代表阻尼的大小,通常用百分率表示(%)。利用共振曲线求

阻尼比,首先要确定峰点的共振频率 ω_r (图 25.6.6),然后在最大振幅值 a 的 $1/\sqrt{2}$ 高度上引平行于横坐标的截线并与共振曲线相交于两点,得到该两点的横坐标分别为 ω_1 和 ω_2 ,于是阻尼比可按下式求出:

$$\xi = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_r} = \frac{\Delta\omega}{2\omega_r} \quad (25.6.5)$$

这一算式系根据单质点体系的简谐振动解求得的。但是,这一确定方法只有在小阻尼比的情况下才是正确的。

值得指出的是,通过试验来确定结构阻尼还会出现另一些困难。如不同振型的自振频率彼此很接近,则就可能很难利用上述办法来精确地确定阻尼值。在这种情况下自由衰减振动记录会出现拍的现象,用张释法求阻尼也会出现困难。

振型:结构的自振频率 ω_0 知道之后,欲求相应的振型形状,就要沿建筑物高度方向相距一定距离地点布置若干个拾振器,然后使起振机稳定在自振频率 ω_0 的情况下,记录下各点的振幅 $X(i)$,求取这些数值相对于顶点的比值就可以绘出振型形状。显然对于高阶振型拾振器测点就要相对多些;如果基础转动影响较大时,则还应扣除它的数值。当要测量的是扭转或平面外空间振型时,拾振器还要在平面上沿长度方向布置。

严格说来,要想激出一个线性系统某一正则振型,只有在广义激振力沿结构做一定分布时才有可能。然而在振型还没有确定之前并不知道合适的分布究竟应该怎样。因此这个问题的真正解决,要求不断改变力的分布以逼近它所激出的振型。这就给试验技术带来复杂的问题。事实上只能用有限个激振点来近似。

2. 自由振动法

这种方法是借助外荷载使结构产生一定的初位移(或初速度),然后突然卸去荷载,结构便产生自由衰减振动,记录下振动衰减曲线,根据动力学理论就可以求出结构的自振周期和阻尼。因此普通也称它为“张拉释放”法。

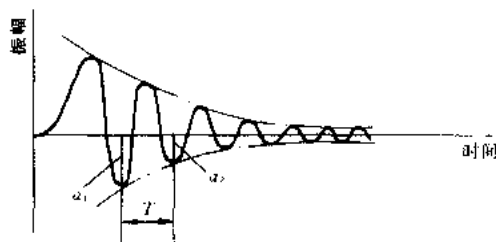


图 25.6.7

图 25.6.7 是结构自由振动时位移振幅衰减曲线,可以由拾振器检测并记录下来。根据自由振动的运动方程可知,在小阻尼情形下,位移衰减曲线用下式给出:

$$x = C e^{-\xi\omega_0 t} \cos\omega_0 t \quad (25.6.6)$$

C 是常数,决定于初位移值 x_0 或初速度 v_0 。由此即可求得结构的自振周期和阻尼等数值。

自振周期:由上式可知,位移衰减曲线是一简谐振动,它的频率 ω_0 即是结构的自振频率。于是只要在记录曲线图(图 25.6.7)的时间坐标上,量取两个波峰之间的时间 T 即是结构的自振周期,也可求得自振频率 f_0 或圆频率 ω_0 :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{f_0} \quad (25.6.7)$$

阻尼比:结构自由振动在小阻尼比情况下是振幅按对数衰减的简谐振动,因此按图 25.6.7 时间 t 时刻的波峰位移值 a_1 和相隔一个周期 T 的相邻波峰位移 a_2 ($t+T$ 时刻)可得以下关系式:

$$a_1 = C e^{-\xi \omega_d t} \quad (25.6.8)$$

$$a_2 = C e^{-\xi \omega_d (t+T)} \quad (25.6.9)$$

于是

$$\frac{a_1}{a_2} = e^{\xi \cdot 2\pi} \quad (25.6.10)$$

则可得阻尼比

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{a_1}{a_2} \quad (25.6.11)$$

由此可见，只要从位移记录曲线上读取任意相邻两个振幅值 a_1 和 a_2 ，然后用上式就可求出结构的阻尼比。由于在外力突然释放的初期会出现振动过渡状态而波形较乱，读取时应从过渡状态消失以后开始。如果读取的是相距 n 个周期时刻的两振幅 a_1 和 a_2 ，计算阻尼比值时只要将上式除以 n 即可。

振型：张拉释放或撞击可能同时激起几个振型，但是高振型一般阻尼较大，在短时间内就消失了，只剩下基本振型。因此采用这种方法一般得不到高振型的结果。严格说对一多质点体系，只有在每个质点上作用一个相应于振型 $X(i)$ 分布的力，然后再突然卸荷才能得到要求的振型，但实际上是难以实现的。一般只张拉一点，作为求第一振型的近似，然后沿结构物高度记录不同点的位移，量取同一时刻各点的振幅值并联接起来就得到振型形状。

在实际试验时，为了使结构物产生一个自由振动，常用的有以下几种方式：

(1) 张拉释放装置

图 25.6.8a 是常用的一种简便的张拉释放装置。开动绞盘则通过钢丝绳牵拉结构物使其产生一个初位移；当拉力足够大时钢棒被拉断，荷载突然卸掉结构便开始做自由振动。调整钢棒断面即可获得不同的初位移。对于大比例模型试验则可采用图 25.6.8b 的悬挂重物的办法，剪断铅丝来突然卸荷。另外也可以利用千斤顶施加推力的办法，在着力点上附加一根小梁，把小梁推断实现突然卸荷。

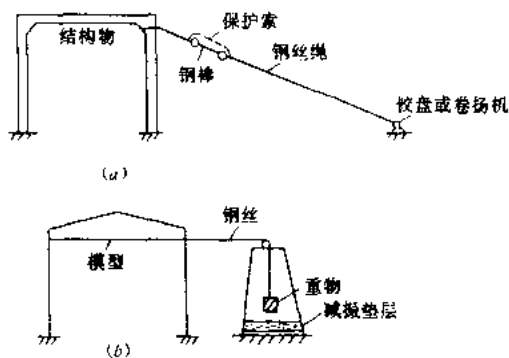


图 25.6.8 张拉释放装置

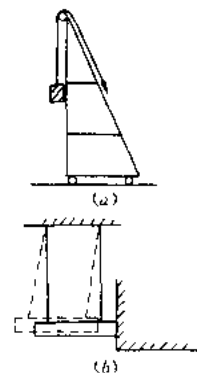


图 25.6.9 打桩和撞击设备

(2) 撞击或小火箭

撞击是使结构在瞬间受到冲击，产生一个初速度，然后做自由衰减振动。通常利用打桩设备(图 25.6.9a)和撞击设备(图 25.6.9b)来施加这种冲击荷载。对于海港码头结构也可利用船舶停靠或牵引来作为冲击或张拉手段。应注意做到使作用力的全部持续时间应该尽

可能比结构自振周期为短,这样引起的振动才是整个初速度的函数,而不是力大小的函数。

近年来已经利用专门设计的小火箭做为冲击设备。实验中也收到较好的效果,尤其对烟囱、高桥墩一类高耸结构更为适用。小火箭由壳体和喷嘴两部分组成,底座有法兰板与建筑物固定。试验时火药点火燃烧后高压气体由喷嘴高速喷出,其反作用力通过底座给建筑物一个冲击力。故又可称为反冲激振器。力的大小和作用时间可以事先计算与设计。国内已研制的有四种型号,推力分别为 10~40kN,持续作用时间均为 0.05s。

3. 脉动法

利用建筑物周围大地环境的微小振动(俗称脉动)作为激励而引起结构物的脉动反应,来测定结构物的自振特性,称之为脉动法,它是常用的一种方法。它不需起振设备,又不受结构型式和大小的限制,简单易行。使用常用的宽频带测振仪,找出结构的基频是比较容易的。但如果不对随机的脉动信号进行数据处理,要得到高阶振型的自振参数,往往需要进行繁重的频谱分析计算,这就使得脉动量测所能得到的数据受到限制。近些年来随着计算技术的发展,尤其是快速傅里叶变换方法的出现以及一些专用的谱分析仪和数据处理机的相继问世,为脉动信号数据处理提供了分析手段;应用随机振动理论和数据分析方法,可以获得较完整的结构动力特性的参数,从而扩大了这种方法的应用。

(1) 地面脉动的特征与反应

在任何地点、任何时间和任何情况下,用高灵敏度的测振仪都能测出地面的极微弱的震动波形来。它的幅值很广,从千分之几个 μm 到几个 μm ($1\mu\text{m}$ 即 $\mu\text{m}=10^{-3}\text{mm}$),它的频带较宽从 0.01s 到 10s。人们把这种在没有地震条件下还存在着的大地微动统称为地面脉动或环境振动。

地面脉动的主要特征为随机性。从理论上,它几乎满足影响因素极为众多而又无一突出的随机变量的要求;从现象上,它完全满足每一段都不完全重复的随机过程的要求;只要在排除特殊干扰因素(如车辆或机械在很近的地方干扰)之后,它完全可以看作是各态

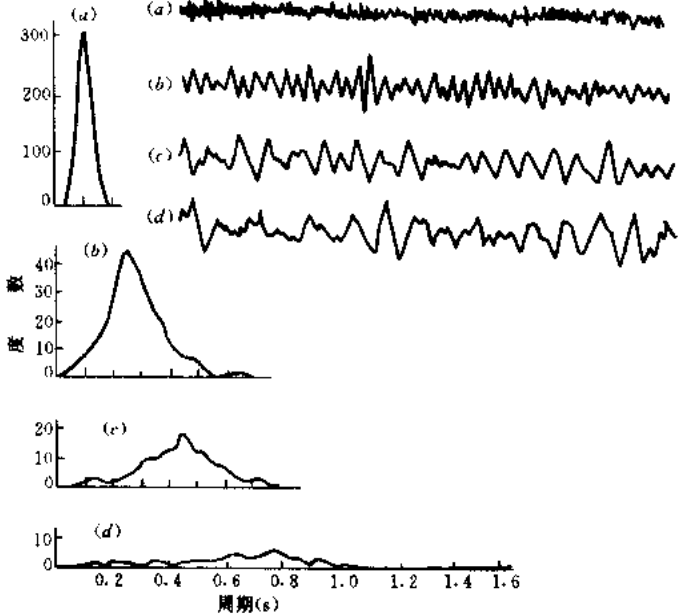


图 25.6.10 地基环境振动典型记录^[19]

由于地面脉动是随机的，它所包含的信息反应了地基的微幅振动特性，但这一信息中同时又包含了许多噪声，因此必须采取随机过程的处理方法，以大量数据的统计为基础，否则难以得到所需要的信息。图 25.6.10 所示的地表脉动在不同地基上的记录及其频谱曲线，图中分别代表四种硬软不同的地基。从图中可见，频谱具有很简单的形状，(a) 是Ⅰ类地基，以基岩或坚硬土层为代表，主要频率成分为 $0.1 \sim 0.2\text{s}$ 周期的振动，但有时在完整基岩上主要频率成分也很广，可以包括 $0.1 \sim 0.6\text{s}$ 中大多数分量；(b) 是Ⅱ类地基，以洪积层为代表，土层坚硬且较厚，主要成分为 $0.3 \sim 0.4\text{s}$ 周期的振动；(c) 是Ⅲ类地基，以冲积层为代表，土层松软较厚，主要成分是 $0.4 \sim 0.6\text{s}$ 周期的振动；(d) 是Ⅳ类地基，以人工填土和沼泽地为代表，土层异常松软而且很厚，主要成分为 $0.6 \sim 0.8\text{s}$ 周期的振动。同时，地基愈硬，位移振幅则愈小，愈软则振幅愈大。

统计各地面脉动多次测量结果发现脉动波近于“白噪声”,具有无限多个频率的振动组成而且在 $-\infty < \omega < \infty$ 范围内各频率成分是等强的特性。并且一定的地区和地基土壤条件具有脉动卓越周期,它表征着该地区地基土壤的部分特性。日本的金井清等对地震动的卓越周期曾进行过深入研究,认为脉动振动的卓越周期即为地表层的自振周期,而同一地基的脉动振动与地震动的频谱有相似的形状,因而地震动的卓越周期也为地表层的自振周期。

通过建筑物的振动测量早发现建筑物上也存在类似的微幅振动，称之为建筑物的脉动反应；而且发现脉动反应波形中包含着该建筑物的自振特性，在脉动波形中近似“拍”的段段振动的频率就代表结构物的自振频率。因此把这种利用建筑物脉动反应波形来确定结构自振频率的方法称之为脉动法。用脉动法测定建筑物自振频率的原理是与测定土壤的“卓越周期”相类似，也与起振机的共振法有相像之处。不难理解，建筑是坐落在地面上，地面脉动对建筑物的作用也相似于起振机是一种强迫激励，只不过这种激励不再是稳态的简谐振动而是近似于白噪声的多种频率成分组合的随机振动 $X(t)$ 。当地面各种频率的脉动波通过建筑物后，与建筑物自振频率相近的脉动波就被放大突出出来（类似于共振），同时也掩盖频率不相适应的部分脉动波（建筑物相似于一个滤波器）。因此脉动反应波形

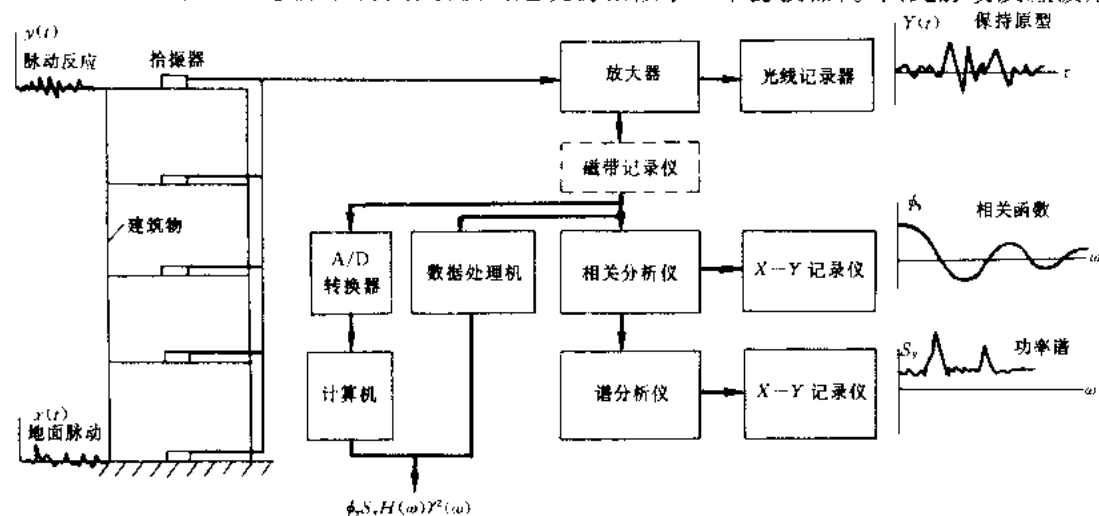


图 25.6.11 脉动测试与分析仪器框图

$y(t)$ 中最常出现的频率往往就是建筑物的固有自振频率，而“拍”振是它的一种表征形式。可以沿建筑物高度方向布置拾振器测点如图 25.6.11 所示，把各高程点上的水平向脉动波形同时记录在一张图上，则可进行建筑物的整体脉动分析。脉动测试与分析的框图示于图 25.6.11 中。

这种从建筑物脉动反应波形的时程曲线上直接判求结构自振周期的方法已经沿用多年。但不难看出，如果不对随机的脉动信号进行数据处理，一般只能找到基频或较低频率，要得到其他动力参数或高阶振型数据是困难的。但随着计算机的发展，数据处理机和谱分析仪的出现，为进行随机信号处理创造了条件，提高了脉动法的精度和全面提供结构动力参数的可能性。

由于地面脉动和建筑物的脉动都是随机过程，所以一般随机振动特性要从全部事件的统计特性的研究中得出。这些统计特性包含：幅值域的平均值 E 、均方值 D 、方差 σ 、概率 P 和概率密度 p ；时差域的自相关函数 $\phi_{xx}(\tau)$ ；频率域的自动率谱 S_{xx} 、互谱 S_{xy} 和凝聚函数 γ_{xy}^2 。根据随机振动理论，作为输入的地面脉动随机过程的功率谱 S_{xx} 与作为这一输入反应的建筑物脉冲（输出）的功率谱 S_{yy} 存在如下的关系：

$$S_{yy}(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_{xx}(\omega) \quad (25.6.12)$$

对于单质点线性体系和小阻尼比的情况下，频率响应函数 $H(j\omega)$ 可以表示如下，且注意到地面脉动近似于白噪声（即 $S_{xx}(\omega) = S_0$ ，常数），则

$$S_{yy}(\omega) = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} S_0 \quad (25.6.13)$$

这表明建筑物脉动信号的功率谱代表着结构物的自振特性，功率谱图上的峰值对应着结构的固有频率。同理，也可以对建筑物脉动信号进行相关分析、传递特性分析等，求得更多的自振参数，而且多自由度体系也可类似地应用这种方法。这就是利用建筑物脉动信号测定自振特性的主要原理与依据。在进行上述分析中我们基于两种假定：

1) 假定地面脉动的频谱是较平坦的，近似有限带宽白噪声，即它的功率谱值是一个常数。图 25.6.12 是实际测得的一个地面脉动功率谱（峰值是地面土壤的卓越频率）。

2) 假设建筑物的脉动是各态历经的平稳随机过程。由于建筑物脉动的主要特征与信号时间起点的选择关系不大，同时因为它本身动力特性的存在，因此可以认为建筑物脉动

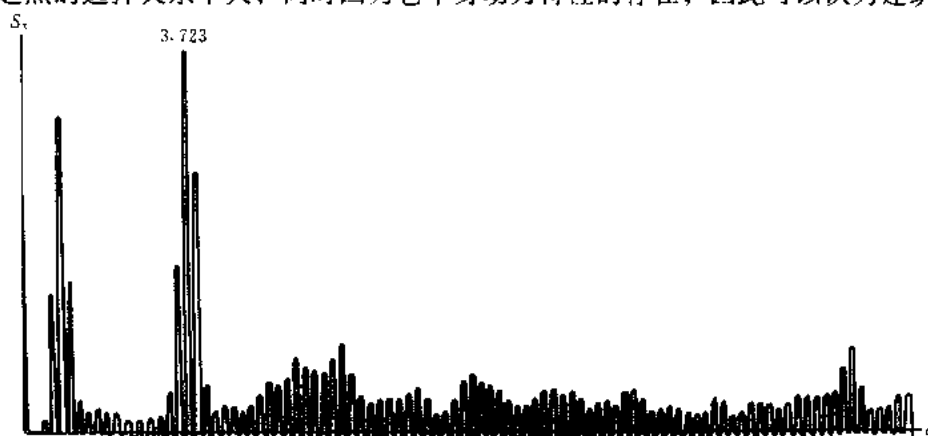


图 25.6.12 某处地面脉动的功率谱

是一种平稳随机过程。实践表明又可把它看做是各态历经的，只要有足够长的记录时间，单个样本上的时间平均可以用来描述这个过程的所有样本的平均特性。

(2) 脉动信号的量测

脉动信号是通过拾振器输给放大器，一般称这种专门设计的仪器为脉动仪，它具有较高的灵敏度和适宜的频带宽，放大后的信号可以输给光线记录器记录下来（见图 25.6.11）。然后从记录波图上直接分析结构的自振特性。这是比较常规的脉动量测程序。

采用普通的宽频带放大器记录脉动位移信号，对于分析结构基频是可以了。但为了记录高阶自振频率就必须采取其他措施，否则从宽频放大器输出记录中是很难识别出来的。一个有效措施是直接记录结构的脉动加速度，可以提高放大器的高频灵敏度。

如果采用相关或谱分析的方法来确定自振参数，则放大器输出的信号要经过专门的数据分析仪器进行处理。一般有脱机和联机两种处理方式，前者放大器的输出信号要先经过磁带记录仪记录下来，回来以后再输给分析仪器，后者则在现场把放大器输出送给实时相关与谱分析仪进行处理，因此联机处理也是一种实时处理方式。不过联机处理需要把量测与分析仪器都运到现场，国外已经有了为此目的设计的测振车，因此在一般的条件下多采用脱机处理方式。在量测建筑物脉动时必须注意下列几点：①脉动记录里不应有机械等有规则的干扰或仪器电源等带进的杂音，为此观测时应避开机器等以保持脉动记录的“纯洁”；②拾振器应沿高度和水平向同时布置，并放置在主要承重构件部位；③每次观测必须持续足够长的时间并且重复几次，注意观察记录是否有主谐量出现；④一般量测脉动位移，容易判别结构的基频，如果具备滤波选频分析条件则记录脉动速度会更易于识别高次频率；⑤为了分析相位确定振型，拾振器必须事先放到一点上进行归一化，把相位求得一致并记录下相对幅值比率。

(3) 脉动法现场测量实例^[20]

1983 年 9 月和 1984 年 9 月，清华大学土木工程系的高层建筑动力特征实测组与香港理工学院土木及结构工程系合作对香港几幢高层建筑进行了二次现场脉动试验。共进行了五幢高层建筑的测试。下面介绍合和中心的测试结果。

1) 建筑结构概况

合和中心是当时香港最高的建筑物。建造在香港岛的北面岩石的斜坡上，是一幢 65 层的圆形建筑。共有二个入口，南面入口对着坚尼石道，一进入就是第十七层。它北面的入口对着皇后大道东，进入大厦的底层。图 25.6.13 为该房屋的平、剖面图。

合和中心为钢筋混凝土框筒结构。典型平面直径为 44m 的圆。从 58 层往上，直径缩为 36m。在建筑物的中间有三层中心圆的核心墙，相互之间用放射形的墙连接而加强。三个核心筒的半径分别为 3.479m、6.579m 和 9.385m。外圆和内圆的垂直单元梁和板连接在一起，同时来抵抗水平与垂直荷载。

在 17 层以下，建筑平面也与高塔部分不同，除了主体圆形外还有两翼部分。如图 25.6.13b 所示。主体与两翼部分用缝隔开，圆塔部分可以独立地进行测试试验。

2) 加速度传感器的位置

脉动测试主要集中在圆塔的主体部分。为了测量平移振动，将传感器尽可能地放在圆的中心。从 65 层到底层，传感器之间的层间间隔大约在 10 层左右。测量方向第一次是平行于内核的核心墙，第二次是垂直于内核的核心墙，它们各自相应为东西方向和南北方向。

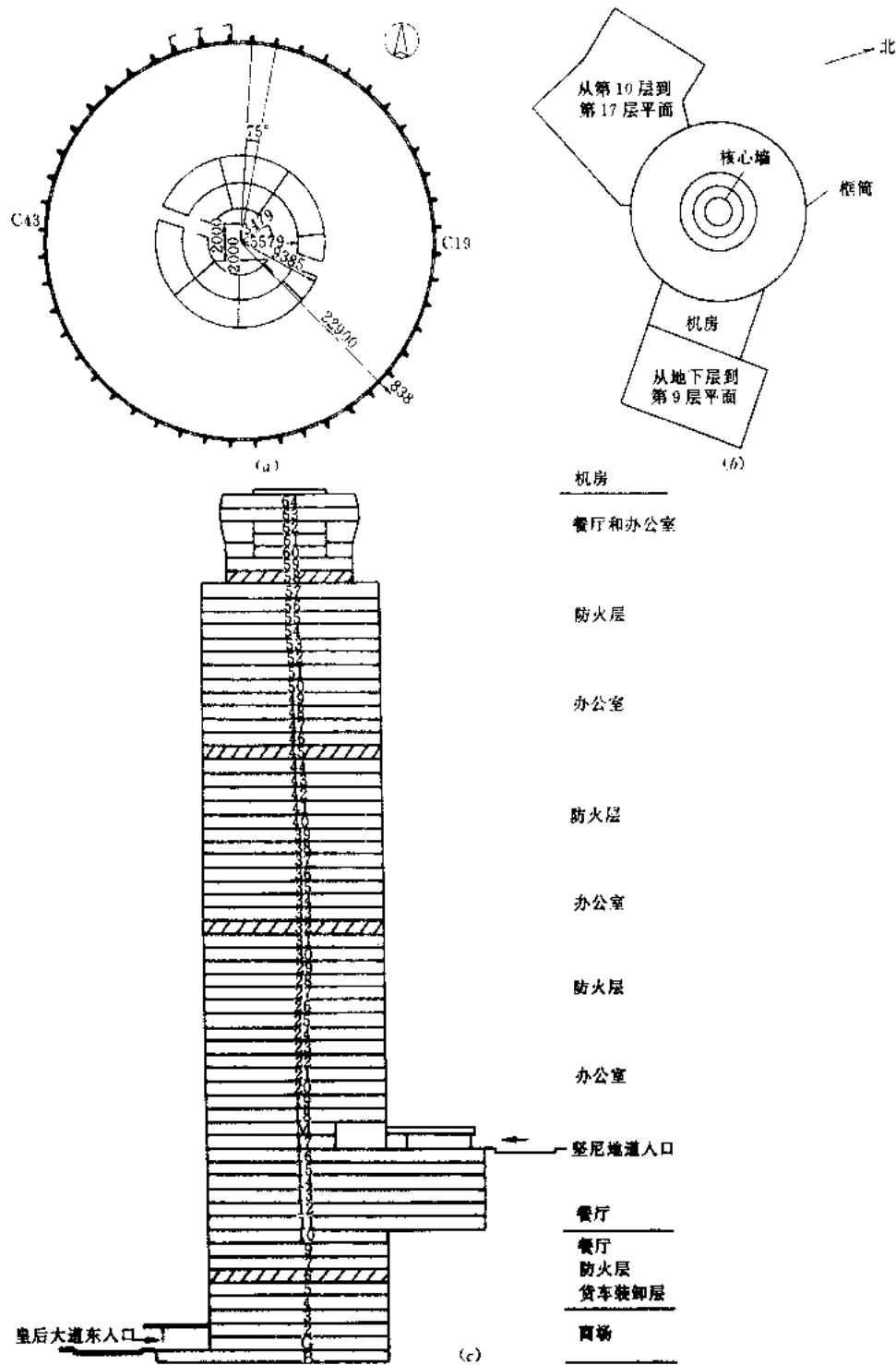


图 25.6.13

(a)合和中心典型层平面图;(b)合和中心在十七层以下的平面布置示意图;(c)合和中心剖面示意图

为了测扭转振动,传感器放置在建筑物的两端。为了测垂直振动,将两对传感器放在第10层和第32层的C19和C43柱旁。另外,还有一些辅助的测点来检查两翼建筑对主体圆塔的影响。

3) 脉动测试结果

表 25.6.2 列出了所测得的 12 个平移振动频率和 2 个扭转振动的频率及部分阻尼比。表 25.6.3 和表 25.6.4 列出了东西方向 6 个平移振动的振型，表 25.6.5 和表 25.6.6 列出了南北方向 6 个平移振动的振型。表 25.6.7 和表 25.6.8 列出了扭转振动的振型。

前六个平移振动与前两个扭转振动的频率和部分阻尼比

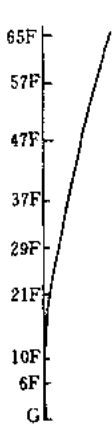
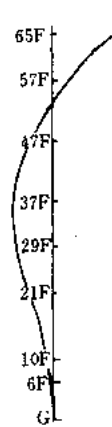
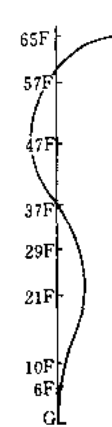
表 25.6.2

振 型	平 移 振 动					
	南 北 方 向					
	第一振型	第二振型	第三振型	第四振型	第五振型	第六振型
频率 (Hz)	0.452	1.16	2.85	4.05	5.40	6.94 ~ 7.03
阻尼比 (%)	—	—	—	—	—	—

振 型	平 移 振 动						扭转振动	
	东 西 方 向						第一振型	第二振型
	第一振型	第二振型	第三振型	第四振型	第五振型	第六振型		
频率 (Hz)	0.445	1.62	2.95	4.17	6.03 ~ 6.05	7.34 ~ 7.45	1.27	3.41
阻尼比 (%)	1.4	0.75	1.0	—	—	—	0.8	0.8

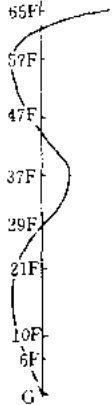
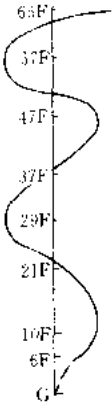
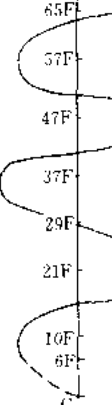
合和中心前三阶东西方向平移振动的振型

表 25.6.3

楼层	东 西 方 向 的 平 移 振 动					
	第 一 振 型 $f=0.445\text{Hz}$		第 二 振 型 $f=1.62\text{Hz}$		第 三 振 型 $f=2.95\text{Hz}$	
	幅 值	振 型	幅 值	振 型	幅 值	振 型
65 层	1.00		1.00		1.00	
57 层	0.77		0.34		-0.07	
47 层	0.57		-0.22		-0.38	
37 层	0.38		-0.51		-0.03	
29 层	0.23		-0.48		0.31	
21 层	0.11		-0.35		0.39	
10 层	0.03		-0.08		0.17	
6 层			-0.03		0.07	

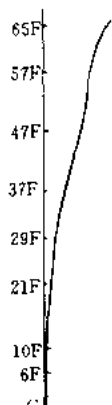
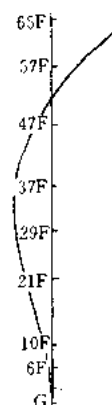
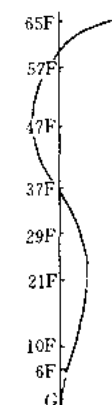
合和中心第四到第六阶东西方向平移振动的振型

表 25.6.4

楼层	东西方向的平移振动					
	第四振型 $f=4.17\text{Hz}$		第五振型 $f=6.03\sim 6.05\text{Hz}$		第六振型 $f=7.34\sim 7.45\text{Hz}$	
	幅值	振 型	幅值	振 型	幅值	振 型
65 层	1.00		1.00		0.98	
57 层	-0.35		-0.65		0.71	
47 层	-0.07		-0.63		0.91	
37 层	0.42		-0.18		1.00	
29 层	0.11		-0.64		0.00	
21 层	-0.34		-0.29		0.94	
10 层	-0.30		-0.57		-0.78	
6 层	-0.15		0.32		-0.68	

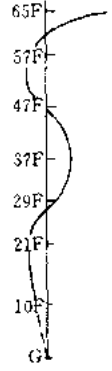
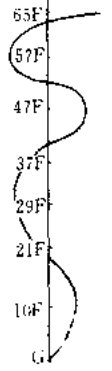
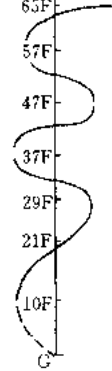
合和中心前三阶南北方向平移振动的振型

表 25.6.5

楼层	南北方向的平移振动					
	第一振型 $f=0.452\text{Hz}$		第二振型 $f=1.61\text{Hz}$		第三振型 $f=2.85\text{Hz}$	
	幅值	振 型	幅值	振 型	幅值	振 型
65 层	1.00		1.00		1.00	
57 层	0.75		0.30		-0.08	
47 层	0.58		-0.23		-0.37	
37 层	0.36		-0.49		0.02	
29 层	0.20		-0.46		0.32	
21 层	0.10		-0.30		0.36	
10 层	0.03		-0.06		0.10	
6 层	0.01		0.02		0.02	

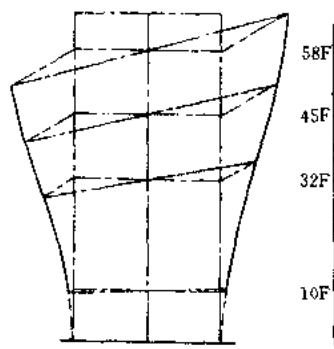
合和中心第四到第六阶南北方向平移振动的振型

表 25.6.6

楼层	南北方向的平移振动					
	第四振型 $f=4.05\text{Hz}$		第五振型 $f=5.40\text{Hz}$		第六振型 $f=6.94\sim 7.03\text{Hz}$	
	幅值	振 型	幅值	振 型	幅值	振 型
65 层	1.00		1.00		1.00	
57 层	-0.37		-0.62		-0.54	
47 层	0.01		0.71		0.71	
37 层	0.38		-0.35		-0.79	
29 层	0.01		0.60		0.61	
21 层	-0.39					
10 层	-0.21		0.48		-0.72	

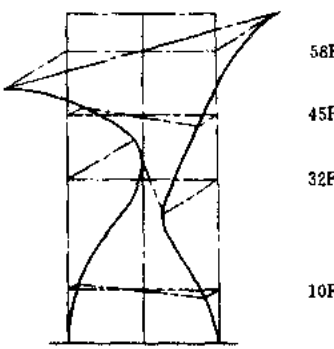
合和中心第一扭转振动的振型 $f=1.27\text{Hz}$

表 25.6.7

楼层	幅 值		振 型
	C43	C19	
58 层	-0.96	1.00	
45 层	-0.42	0.84	
32 层	-0.73	0.50	
10 层	-0.02	0.06	

合和中心第二扭转振动的振型 $f=3.41\text{Hz}$

表 25.6.8

楼层	幅 值		振 型
	C43	C19	
58 层	-0.99	1.00	
45 层	0.18	-0.29	
32 层	1.06	-0.85	
10 层	0.10	-0.18	

(4) 脉动法与其他激振法实测结果的对比^[19]

表 25.6.9 列出了用脉动法与其他激振法实测得到的结构基本周期与阻尼比。从表中实测数据的对比表明,用脉动法测得的结构自振特性与其他激振方法如起振器冲击、地震及爆破等所测得的结果符合良好,脉动法实测数据具有良好的精度和可靠性。

脉动法与其他强迫振动法实测结构自振特性的对比

表 25.6.9

建筑类别	编号	主要结构	激振实测结果			脉动实测结果		观测方向
			基本周期 (s)	阻尼比	激振方法	统计法 周期	统计法 阻尼比	
砖石民用建筑	1	三层砖石房屋(办公室)	0.34	0.06	起振机	0.31	0.042	短轴向
	2	三层砖石房屋(宿舍)	0.25	0.15	起振机	0.25	0.13	短轴向
多层钢筋混凝土框架房屋	3	十三层装配式钢筋混凝土框架房屋(宾馆)	0.53	0.032	起振机	0.53	0.032	短轴向
	4	十三层浇注钢筋混凝土框架房屋	0.725	0.029	起振机	0.70	0.029	短轴向
	5	十一层浇注钢筋混凝土框架房屋(办公室)	0.51	0.044	起振机	0.49	0.036	短轴向
	6	十二层浇注钢筋混凝土框架房屋(主结构六层,屋顶钟楼六层)	0.63	0.04	起振机	0.64	0.021	短轴向
大跨度公用建筑	7	礼堂(40m高)	0.555	0.045	起振机	0.556	0.058	沿中轴
工业建筑	8	煤矿洗选车间(八层钢筋混凝土框架结构)	0.421	0.058	冲击	0.43	0.03	纵向
	9	棉纺厂机织车间(单层钢筋混凝土排架)	0.2	0.064	起振机	0.23	0.087	沿排架向
	10	轧钢车间(单层多跨钢筋混凝土排架)	0.92	0.02	冲击	0.90	0.024	沿排架向
	11	水电站发电车间(单层混凝土排架)	0.53	0.027	地震及爆破	0.534	0.022	沿排架向
	12	炼钢车间(单层单跨混凝土排架)	0.675	0.03	冲击	0.665	0.026	沿排架向
钢筋混凝土排架	13	变电站出线架	0.468	0.04	地震	0.45	0.02	沿排架向
冶金建筑	14	炼钢高炉(容量 255m ³)	0.318	0.03	起振机	0.318	0.015	垂直斜桥向
	15	炼钢高炉(容量 1442m ³)	0.455	0.022	冲击	0.431	0.04	垂直斜桥向
铁路桥梁	16	铁路桥(三跨连续桁架, 120m 跨度)	0.50	0.026	起振机	0.51	0.028	横向
水工建筑	17	混凝土大头坝	0.189	0.05	地震及爆破	0.193	0.05	沿河流向

4. 人工地震动的现场结构试验实例

(1) 人工地震动的产生

采用地面或地下爆炸引起地面运动的,都称之为人工地震动。人工地震动的产生可以用核爆炸或化学爆炸的方法。用爆炸方法产生的地面运动具有以下特征:地面运动加速度峰值随装药量的加大而增高,且随离爆心愈远迅速下降,而地面运动持续时间则愈长。因此,要使人工地震动特性接近天然地震,尤其是要接近强烈地面运动,满足对建筑物承受天然强地震动作用的效果,必然要求装药量很大,否则人工地震动与天然地震动总是相差甚远。仅以 1981 年在湖北某地进行过数次大装药量的爆炸现场试验为例,在接近爆心处,地面运动加速度峰值可高达几十个 g ,但持续时间只有 0.1s,且主脉冲只有一个。主脉冲作用时间只有持续时间的 1/10 左右。在距离爆心 100 多 m 处,地面运动加速度的主脉冲就有两个以上,峰值虽大幅度降低,但持续时间则延长为 0.4s 以上,主脉冲作用时间也达 0.15s 左右。为改进化爆的地震动特性,使接近于天然地震,可采用密闭爆炸和多振源连续延滞爆

炸的技术,可使地面运动持续时间增加和加速度峰值随爆心距离增加的衰减规律变慢。

(2) 加固的三层内框架砖房结构人工地震动激振法现场试验

1) 试验方法

1981 年清华大学在湖北某地距爆心 132m 处建造两幢三层内框架砖房, 其中一幢为抗震加固后房屋。图 25.6.14 表示了试验房屋的现场位置及其测得的地面运动加速度记录图。本项试验目的是:

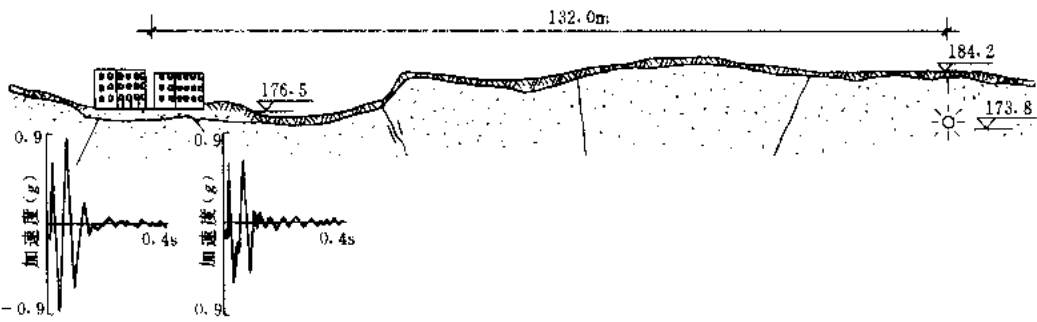


图 25.6.14 试验砖房离爆心位置图

用接近于实际结构尺寸的试验结构对多层内框架结构在地震作用下的破坏规律及机理进行试验研究; 研究多层内框架砖房的抗震加固措施的效果; 探讨利用爆炸地震波对结构进行地震反应试验的试验方法。

本项试验采用缩尺比例为 1:2 的试验结构, 对加固 (608 号) 和未加固 (607 号) 两个试验结构同时进行了试验以资对比。试验结构以在 1975 年海城地震中破坏的典型三层内框架砖房为原型, 加固措施为外壁柱及基础加固。未加固砖房 607 号和加固砖房 608 号的结构图如图 25.6.15 所示。

共进行了两次不同当量的爆炸试验。

两次爆炸荷载的估算结果 表 25.6.10

顺次	加速度 a (m/s^2)	速度 V (m/s)	当量烈度 ($^{\circ}$)
1	$0.5g$	6.73	7
2	$4.9g$	37.19	9

根据经验公式得到的两次爆炸荷载的场地地震动加速度 a , 速度 V 以及当量烈度的估算值示于表 25.6.10。

量测内容有:

场地地震动加速度; 607 号、608 号试验结构各楼层及屋顶横轴方向的加速度; 607 号、608 号各层山墙中间部位的墙体应变; 607 号、608 号钢筋混凝土内柱及加固壁柱的钢筋应变。

测点布置如图 25.6.16 所示。

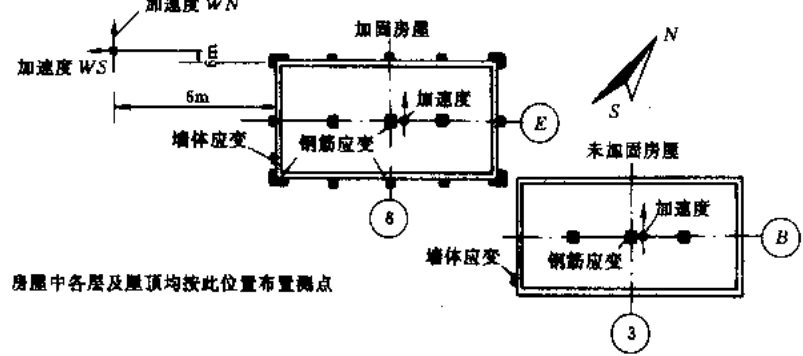


图 25.6.16 测点布置



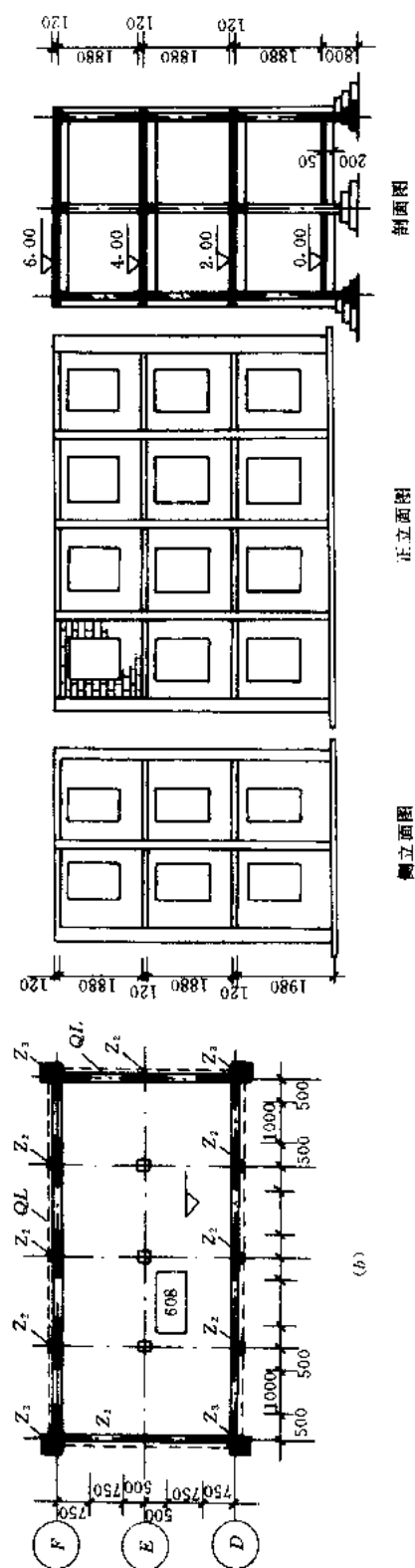
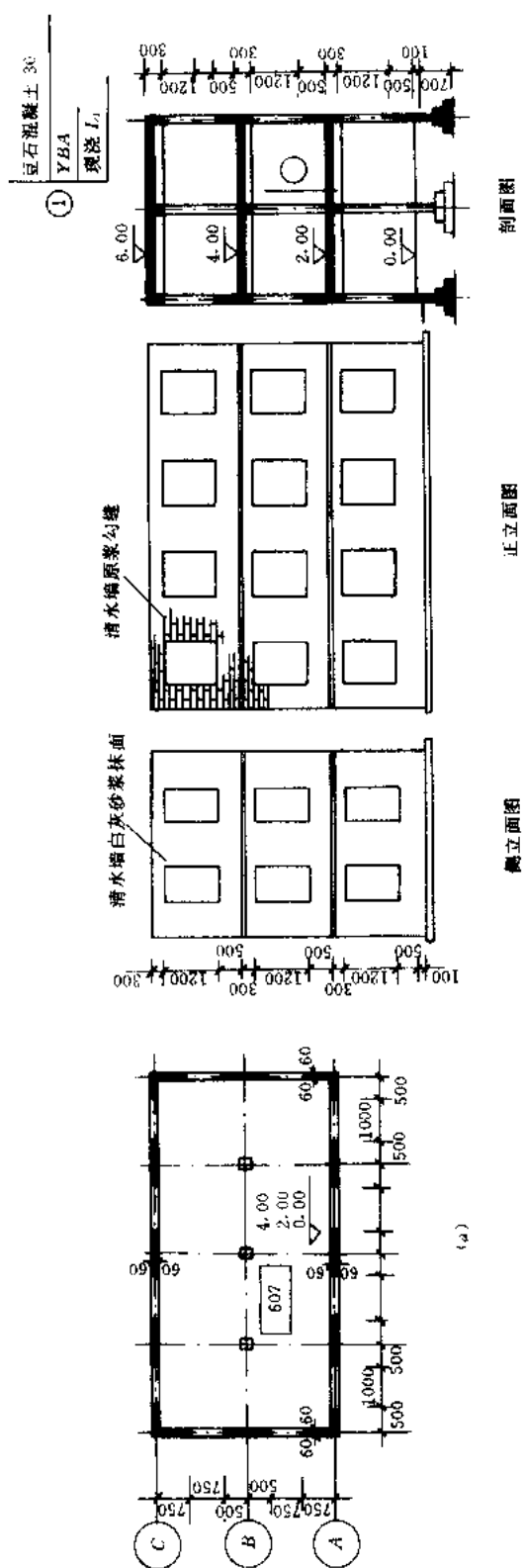


图 25.6.15 试验房屋结构图
(a) 未加固房屋 (607 号); (b) 加固房屋 (608 号)

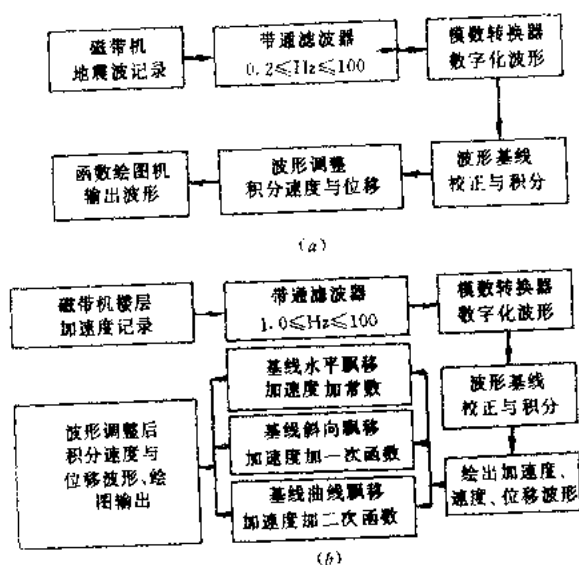


图 25.6.17 滤波及波形调整框图
(a) 爆炸地震场地加速度波形校正与调整框图；
(b) 楼层动力反应加速度波形校正与调整框图

此，对记录结果作了滤波及波形校正调整，其处理框图如图 25.6.17。

2) 试验结果

图 25.6.18 分别表示了场地和 607 号与 608 号房屋的加速度、速度和位移的实测时程

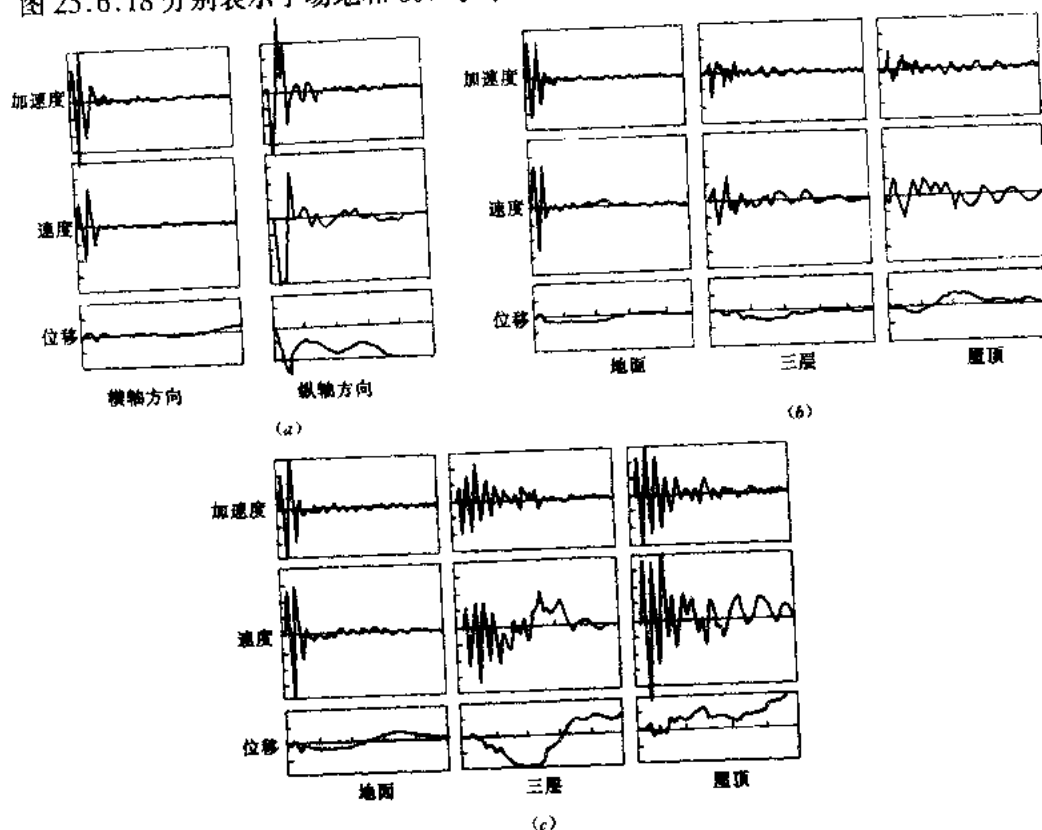


图 25.6.18 场地及结构的加速度、速度、位移记录
(a) 场地；(b) 607号；(c) 608号

采用 27 型电阻丝式加速度传感器，输出信号经动态应变仪放大后输入磁带记录仪，测应变的电阻应变片输出信号经动态应变仪放大后输入光线示波器。放大器及记录仪器放置在距试验结构 40m 的岩洞中。传感器、应变片与放大器之间用四芯屏蔽电缆连接。试验量测全部遥控。

在爆炸地震试验场采用远距离遥控测试的各种动态信号往往受电磁波及各种因素如温、湿度变化，测试导线过长，爆炸时产生的场效应等因素的干扰，其最主要的后果是导致记录波形基线飘移和高频白噪声的混频干扰，给试验数据的整理带来困难。为

曲线。

图 25.6.19 分别表示了 607 号砖房中柱和 608 号房屋中、边柱钢筋应变实测时程曲线。

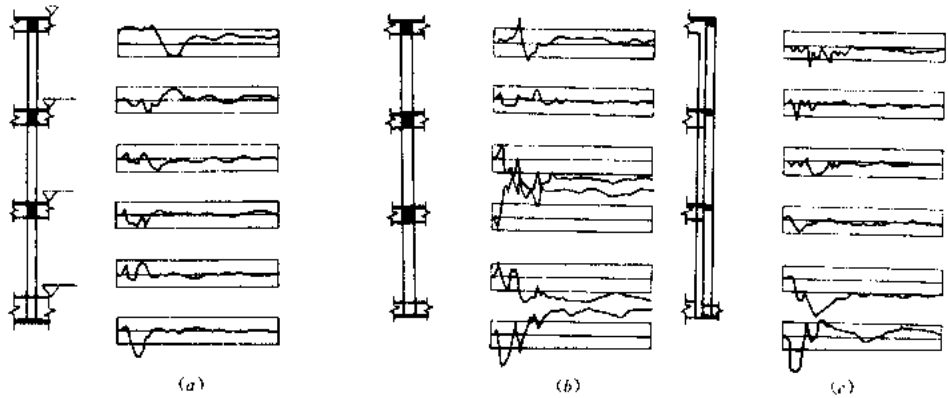


图 25.6.19 钢筋应变记录

(a) 607 号中柱; (b) 608 号中柱; (c) 608 号边柱

图 25.6.20 表示了 608 号砖房山墙体应变的实测时程曲线。

现场试验结果表明, 未加固砖房的震害与唐山地震时内框架砖房的震害基本一致, 即“上重下轻”。房屋墙体出现水平裂缝, 并沿墙体最小截面处的砖缝延伸, 顶层裂缝较宽并贯通墙体, 底层墙体轻微开裂。加固房屋的山墙二、三层窗口的角部有斜向剪切裂缝, 其中三层一侧窗口的裂缝延伸到外加构造柱的边缘。此外, 钢筋混凝土内框架柱均未发现裂缝。根据在试验房屋所处地点实测的场地爆炸地震动时程曲线求得的反应谱示于图 25.6.21 中。

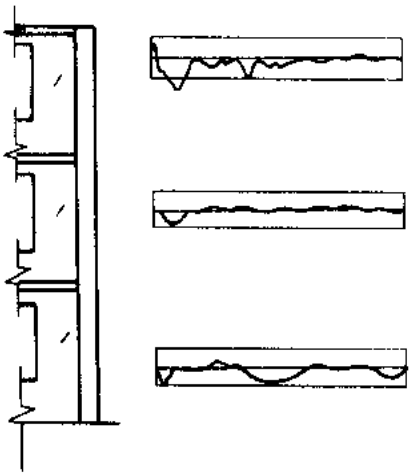


表 25.6.11 列出了试验房屋的自振频率和阻尼比, 表中同样给出了自振频率的计算值。表中的数据表明, 计算结果与实测值有良好的吻合性。

图 25.6.20 山墙墙体应变记录 (608 号)

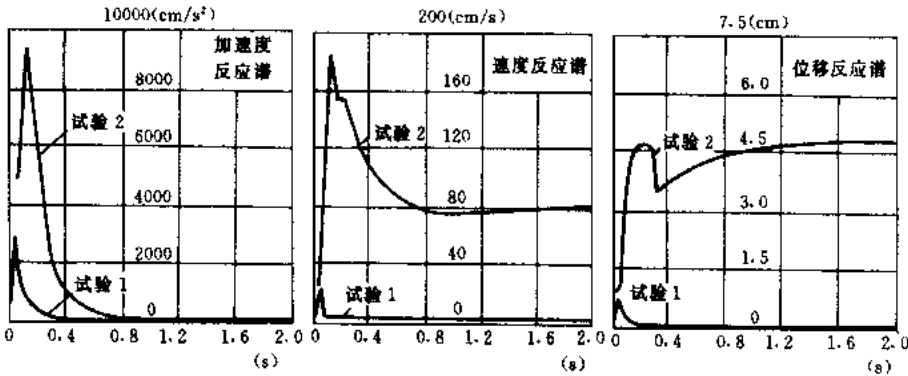


图 25.6.21 爆炸地震动反应谱

试验房屋的自振频率和阻尼比

表 25.6.11

项 目	加固房屋		未加固房屋	
	一振型	二振型	一振型	二振型
试验前	7.1Hz	20.8Hz	8.3Hz	25.6Hz
试验后	6.7Hz	19.2Hz	7.7Hz	21.7Hz
计算值	7.1Hz	19.9Hz	7.9Hz	22.4Hz
实测阻尼	0.018	0.028	0.018	0.036

参 考 文 献

- 1 任富栋, 田家骅, 钟益村等. 钢筋混凝土框架柱外包角钢加固方法的试验研究, 建筑结构学报, (7) 1, 1986
- 2 陈永春, 高红旗等. 双向反复荷载下钢筋混凝土空间框架梁柱节点受剪承载力及梁筋粘结锚固性能的试验研究, 建筑科学, 1995
- 3 方鄂华, 李国威. 开洞钢筋混凝土剪力墙性能的研究, 清华大学抗震抗爆工程研究室, 钢筋混凝土结构的抗震性能, 科学研究报告集第3集. 北京: 清华大学出版社, 1981
- 4 T. Pauley, A. R. Santhakumar. Ductile Behaviour of Shear Walls Subjected to Reversed Cyclic Loading, Proc. of 6th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. II
- 5 T. Pauley. Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls, Journal of ASCE, Vol. 79, No. ST3, Mar. 1971
- 6 冯世平, 沈聚敏. 钢筋混凝土杆系结构的非线性全过程分析, 建筑结构学报, No. 4, 1989
- 7 Takanashi, K., et al., Non-Linear Earthquake Response Analysis of Structures by a Computer - Actuator On-Line System, Bull. of Earthquake Resistant Structure Research Center, Inst. of Industrial Science, University of Tokyo, No. 8, 1975
- 8 McClamroch, N. H., Serakos, J. and Hanson, R. D., Design and Analysis of the Pseudo-Dynamic Test Method, Report UMEE 81R3, Department of Civil Engineering, The University of Michigan, 1981
- 9 Shing, P. B. and Mahin, S. A., Pseudodynamic Test Method for Seismic Performance Evaluation Theory and Implementation, UCB/EERC-84/01, University of California, Berkeley, 1984
- 10 Clough, R. W. and Penzien, J., Dynamics of Structures, Mc Graw Hill, 1975
- 11 K. J. Bathe, E. L. Wilson, Numerical Methods in Finite A Element Analysis, Prentice Hall, 1975
- 12 印文铎. 两层钢筋混凝土框架结构拟动力地震反应试验研究, 土木工程学报, 1990年8月
- 13 何逊南, 宝志雯, 张天申, 沈聚敏. 计算机—加载器联机拟动力试验技术的研究. 清华大学结构工程研究所, 1989.3
- 14 沈聚敏. 日美两国的钢筋混凝土足尺结构模拟试验研究, 国际学术动态, No1, 1986
- 15 霍晓明. 钢筋混凝土框架模型地震反应的试验研究, 清华大学硕士论文, 1987年
- 16 中华人民共和国国家标准, 建筑抗震设计规范 GBJ11—89. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989
- 17 朱伯龙主编. 结构抗震试验. 北京: 地震出版社, 1989
- 18 沈聚敏. 结构模型的振动台试验研究. 北京: 清华大学出版社, 1990
- 19 胡聿贤著. 地震工程学. 北京: 地震出版社, 1988
- 20 宝志雯, 高赞明等. 香港几幢高层建筑的脉动试验. 北京: 清华大学出版社, 1985